

光学式ディストロメータにより測定された桜島降灰粒子の解析

Analysis of Sakurajima Volcanic Ash Particles Measured with Optical Disdrometers

真木雅之・井口正人

Masayuki MAKI and Masato IGUCHI

Synopsis

In the present study, we analyzed the particle size distribution (PSD) of falling volcanic ash particles collected for a total of 205 eruptions in 2018–2020 at Sakurajima volcano in Kagoshima Prefecture, Japan. PSD data were measured with the DPRI optical disdrometer network. Assuming the gamma PSD model, we examined the relationships between each of the gamma PSD parameters calculated by the complete moment method. It was shown that there were good correlations between each of the gamma PSD parameters, which might be one of the characteristics of falling volcanic ash particles. We confirmed from the normalized gamma PSD analysis that the normalized intercept parameter and mass-weighted mean diameter are suitable for estimating the ash fall rate. The results of the present study provide essential information for studying microphysical processes in volcanic ash clouds and improving ash transport and sedimentation models. We also derived theoretical power law relationships between pairs of integrated PSD parameters, which can be applied to weather radar monitoring of ash fall distributions.

キーワード: 桜島火山噴火, 定量的降灰量推定, 粒径分布, 落下速度, レーダ, パーシベル

Keywords: Sakurajima volcanic eruption, quantitative ash fall estimation, particle size distribution, fall speed, radar, Parsivel

1. はじめに

火山の噴火に伴って放出される火山灰の物理特性(形状, 密度, 粒径分布, 組成など)は, 噴火の様式, 規模, メカニズムを調べる上で有益な基礎データである。火山灰の物理特性を求める方法としては, 火山学的な観点から噴火後に地上に堆積した火山灰を収集して調査する方法が用いられてきた。既往のほとんどの火山堆積物の調査は, 個々の噴火の発生機構の詳細を明らかにするためにおこなわれてきた。例えば, Kaminski and Jaupart (1998), Costa et al. (2016), Kueppers et al. (2006), Rust and Cashman (2011)は, 堆積物の調査から推定した Total grain-size distribution (TGSD)を用いて爆発的噴火時の破砕 (fragmentation) プロセス (Cashman and Scheu,

2015) を理論的に考察した。Pioli et al. (2019)は, TGSD の精度について考察し, 研究目的に応じて最適な TGSD のサンプリング方法を選択する必要があると結論づけている。

一方, 近年, 火山防災の観点(例えば, 降灰の検出や追跡, 降灰予報)からも, 火山堆積物データの解析が行われている (Webley and Mastin, 2009; Mastin et al., 2009; Cashman and Rust, 2016)。Mastin et al. (2009)は, 古い堆積物の調査から推定された TGSD から航空機の運航に影響を与える $63 \mu\text{m}$ よりも小さな粒子の含有割合を推定した。Cashman and Rust (2016)は北米大陸の西海岸に沿って配置する火山の個々100年間の噴火を対象に, 過去の文献からテフラの特徴が火口からの距離によってどのように変化するかを調べた。

過去の噴火による地上の堆積物を調査することは火山学および火山防災の観点からも有効な手段であるが、地上の堆積物データは必然的に時間積分されたデータである。即ち、堆積物データは、噴火から通常、数時間から数日後の間の積算されたデータになる。大規模噴火の場合には数百年間に蓄積されたデータとなる場合もある。従来の堆積物の調査方法の問題点は、堆積期間あるいは堆積してからの期間に、風や雨などの気象条件により火山灰粒子の特性や堆積環境が変化してしまうことである (Pioli et al., 2019)。このような特性は、時々刻々と変化する降灰分布のリモートセンシングや予報モデルの開発や検証には不向きである。

近年、降水粒子の観測に開発された光学式ディストロメータを用いて降灰粒子の高時間分解能の物理特性を明らかにする試みがなされている (Miwa et al., 2015; Suh et al., 2019; Kozono et al., 2019; Iguchi et al., 2019)。光学式ディストロメータは、レーダ気象学の分野で必要な降水粒子の物理特性 (粒径分布、形状、落下速度、落下姿勢など) をリアルタイムで測定するために開発された気象測器である。降水メカニズムの研究、降水量推定手法の開発、衛星リモートセンシングのグラントゥルースなどにも用いられている。光学式ディストロメータは非接触型のセンサーであるために、ターゲットである落下する火山灰粒子を変質させることなく計測できる利点がある。また、あるタイプのディストロメータは数千スキャン/秒のレーザー光を射出し、個々の形状を求める事もできる。Suh et al. (2019)は、桜島火山で採取された火山灰粒子を室内で自由落下させ、降水粒子の観測に用いられている 2D ビデオディストロメータ : 2DVD (Schönhuber et al. 2007, 2008; Kruger and Krajewski, 2002) で粒子の落下速度、形状、落下姿勢を計測した。落下させた高度が 17m と低かったために、大きな粒子は必ずしも終端速度に達していなかった可能性はあるが、2DVD は降灰粒子の物理特性を測定するのに有効な測器であることを示した。Kozono et al. (2019)は、別のタイプの光学式ディストロメータである Parsivel² (Löffler-Mang and Joss, 2000; Tokay et al., 2014) を桜島に設置して降灰粒子の自動測定を実施した。Kozono et al. (2019)は、2 年間に取得された計 76 の噴火時のテフラ粒子のデータを解析し、粒径分布と落下速度の時間変化が、噴火に伴う地殻変動に対応することを示した。これらの研究を元に、計 13 台の Parsivel² が桜島火山に設置され、南岳火口と昭和火口が位置する山頂を中心とした全方位方向で、噴火時の降灰粒子の自動測定が継続して行われている (Iguchi et al., 2019)。

本論文では、まず、第 2 節で光学式ディストロメータである Parsivel² による降灰粒子の測定原理の概要および解析データ、データ処理方法について述べる。第 3 節では火山灰雲のリモートセンシングや降灰の輸送モデルに利用可能な降灰粒子の粒径分布の関数形について述べる。第 4 節で光学式ディストロメータの観測データの解析結果の例を紹介し、第 5 節で本研究の意義および課題について議論する。最後に結論として本研究で得られた物理特性に関する新たな知見とその活用について述べる。

2. 降灰粒子の測定とデータ

2.1 Parsivel²

落下する粒子を測定する機器はディストロメータと呼ばれる。ディストロメータは測定原理からいくつかのタイプに分類できる。本研究で使用したディストロメータは、光学式ディストロメータで、2011年にOTT社で改良されたParsivel²である。ParsivelはPARticleSIze and VELocityの略で、そのプロトタイプは2000年に開発された(Löffler-Mang and Joss, 2000)。その後、PM Tech Inc.社により商品化された。2005年にOTT社はPM Tech社からParsivelに関する全ての権利を購入するとともにいくつかの再設計がおこなわれた(Battaglia et al. 2010)。このパーシベルはOTT社の第1世代パーシベルである。OTT社は、測定精度の向上を目指して2011年に第1世代パーシベルの更なる改良をおこなった。この第2世代パーシベルはParsivel²と呼ばれる。主な改良点は、より高価なレーザー装置を利用することにより測定精度を3倍から4倍に上げた点である。Fig. 1にParsivel²の外観を示す。Parsivel²の主な仕様は機器のマニュアル (OTT Hydromet GmbH, 2011) にある。



Fig. 1 Outlook of Parsivel².

パーシベルによる落下粒子の測定原理は次の通りである (Fig. 2を参照) . 180 mm×30 mm×1 mmの水平平板状のレーザー計測面を発光部と受光部の間に形成する. 落下する粒子がレーザー計測面を通過した際に発生する電圧降下とその継続時間に基づいて, 落下粒子の直径 (0.2 mm~25 mm) と落下速度 (20 ms⁻¹まで) をリアルタイムに計算する. このとき, 直径1 mm未満の粒子は球状と仮定し, 直径が1 mmから5 mmの粒子の軸比は1から0.7と線形に変化し, 直径が5 mm以上の粒子の軸比は0.7と仮定している. これは, パーシベルが雨滴の測定に開発されたためである. 従って, 落下する粒子が火山灰粒子の場合には誤差が生じるかも知れない. 現時点では, 火山灰粒子の軸補と直径の関係が明確ではないために誤差の推定は困難である.

パーシベルの粒径分布の推定誤差は降雨粒子を対象に, 他の機器と比較することによって評価されている (Löffler-Mang and Joss, 2000; Krajewski et al., 2006; Lanza and Vuerich, 2009; Thurai et al., 2011; Tokay et al., 2014) . Tokay et al. (2014)は, 初代パーシベルと改良型パーシベルの測定精度について, Joss-Waldvogelのディストロメータ (Joss and Waldvogel, 1967) や転倒ます雨量計との比較測定をおこなった. その結果によると, 改良型は雨量精度の向上が図られていた. また, 改良型パーシベルとJoss-Waldvogelのディストロメータの1時間平均粒径分布は0.5 から 4 mmの粒径で良く一致した. 改良型パーシベルは初代パーシベルに対して, 小さなサイズの雨滴を正しく測定出来るように改善されており, 直径1 mm以下の雨滴の落下速度の測定値は文献値と比較して許容できる精度であった. 一方, 1 m s⁻¹付近では過小評価されたが, この傾向は粒径が大

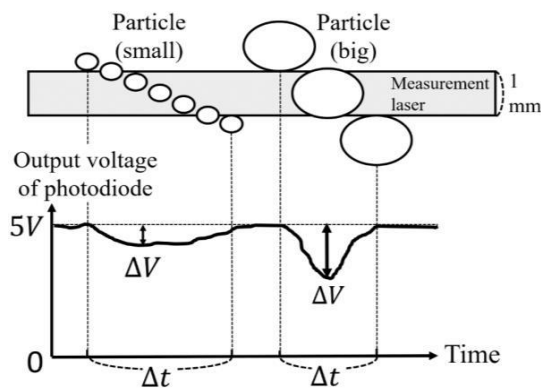


Fig. 2 Principles of PSD measurements with Parsivel2. Löffler-Mang and Joss (2000).

きくなると軽減された.

2.2 計算式

降灰粒子の粒径分布 (PSD) は次式で計算される.

$$N(D_i) = \sum_{j=1}^{nd} \frac{C_{ij}}{A_i \cdot \Delta t \cdot V_j \cdot \Delta D_i}; \quad N(D_i)[\text{mm}^{-1}\text{m}^{-3}], D_i[\text{mm}] \quad (2.1)$$

ここで, $N(D_i)$ は単位体積内の直径が D_i から $D_i+\Delta D_i$ の粒子の個数, D_i , ΔD_i はそれぞれ, i 番目のサイズビンの平均直径およびビン間隔, C_{ij} は i 番目のサイズビンと j 番目の速度ビンで計測された粒子の個数, nd はサイズビンの数 (本機器では32), Δt は測定時間間隔 (本機器では60秒), V_j は j 番目の速度ビンで測定された落下速度である. A_i は i 番目のサイズビンの有効測定面積で, 次式で計算される.

$$A_i = [180 \times (30 - 0.5D_i)] \times 10^{-6}; \quad [\text{m}^2] \quad (2.2)$$

平均直径が D_i の粒子の平均落下速度は次式で計算される.

$$V(D_i) = \sum_{j=1}^{nv} (V_j \cdot C_{ij}) / \sum_{j=1}^{nv} C_{ij}; \quad [\text{ms}^{-1}] \quad (2.3)$$

ここで, nv は速度ビンの数 (本機器では32) である.

大気中を落下する粒子の様々な物理量はパーシベルの測定データから計算される (Guyot et al., 2019) . 降灰強度 R_A は次式から計算される.

$$R_A = \frac{\pi \rho_p}{6} \sum_{i=1}^{nd} (V(D_i) \cdot N(D_i) \cdot D_i^3); \quad R_A[\text{kg m}^{-2}\text{s}^{-1}] \quad (2.4)$$

ここで, ρ_p は火山灰粒子の固体密度で, 本研究では $2.5 \text{ g cm}^{-3} (= 2.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3})$ とした.

(2.1)と(2.3)を(2.4)へ代入して,

$$R_A = \frac{\pi}{6} 10^{-9} \rho_p \sum_{i=1}^{nd} \sum_{j=1}^{nv} D_i^3 \frac{C_{ij}}{A_i \Delta t}; \quad R_A[\text{kg m}^{-2}\text{s}^{-1}] \quad (2.5)$$

降灰強度 R_A の単位を $[\text{mm h}^{-1}]$ で表せば,

$$R_A = 6\pi 10^{-4} \frac{\rho_p}{\rho_b} \sum_{i=1}^{nd} \sum_{j=1}^{nv} D_i^3 \frac{C_{ij}}{A_i \Delta t}; \quad R_A[\text{mm h}^{-1}] \quad (2.6)$$

火山灰密度分布 C_A は

$$C_A = \frac{\pi}{6} 10^{-9} \rho_p \sum_{i=1}^{nd} \sum_{j=1}^{nv} D_i^3 \frac{C_{ij}}{A_i \Delta t V_j}; \quad C_A[\text{kg m}^{-3}] \quad (2.7)$$

レーダ反射因子 Z_A は

$$Z_A = \sum_{i=1}^{nd} \sum_{j=1}^{nv} D_i^6 \frac{C_{ij}}{A_i \Delta t V_j}; \quad Z[\text{mm}^6\text{m}^{-3}] \quad (2.8)$$

粒径分布を特徴付けるパラメータである質量重み付き直径 D_m はPSDの4次モーメントと3次モーメントの比で,

$$D_m = \frac{\sum_{i=1}^{nd} N(D_i) D_i^4 \Delta D_i}{\sum_{i=1}^{nd} N(D_i) D_i^3 \Delta D_i}; D_m [\text{mm}] \quad (2.9)$$

から計算できる。 D_m は、火山灰の量を2等分する直径であるメジアン直径 D_0 と密接な関係がある。粒径分布を特徴付けるもう一つのパラメータである規格化切片パラメータ N_w は次式から計算される。

$$N_w = \frac{4^4}{\pi \rho_p} \left[\frac{C_A}{D_m^4} \right]; N_w [\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3}] \quad (2.10)$$

上述したように、火山灰粒子の基本的なパラメータはパーシベルの計測データから直接計算することに留意すべきである。

2.3 Parsivel²観測ネットワーク

京大防災研では2017年から桜島島内にParsivel²を配置して、降灰粒子の観測をおこなっている。2022年現在では、計21台のParsivel²が南岳火口を中心に全方位角方向に設置されている (Fig. 3)。このうち、桜島火山観測所 (SVO) と南岳火口の間に4台のParsivel²がほぼ直線上に配置されているが、これは粒径分布の火口からの距離依存性を調べるためである。

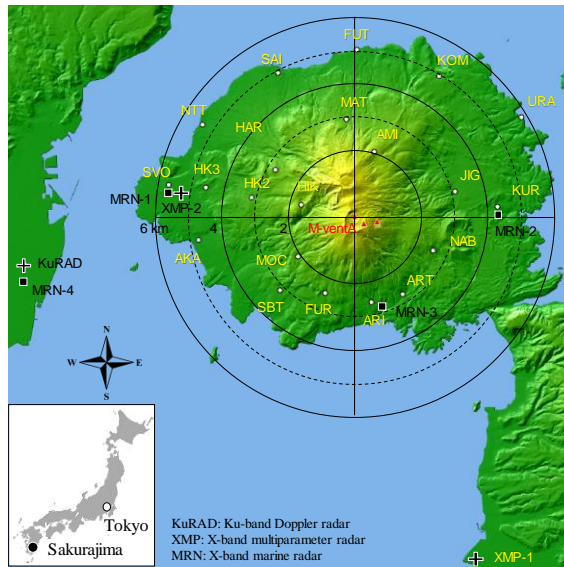


Fig. 3 Network of Parsivel² at Sakurajima volcano operated by DPRI.

3. 降灰粒子の関数表現

3.1 関数表現の必要性

レーダ気象学では、降水粒子の粒径分布の情報は降水量の推定や降水タイプの分類に必要な不可欠な情

報であるとともに、レーダデータから大気中の降水粒子の粒径に関する情報を推定するために必要な知見である。これらの目的のために、降水粒子を関数形で表現する方法がとられる。関数形の時間変化や空間変化から、降水雲の中の微物理過程の研究や降水タイプの推定が可能である。また、気象レーダのための理論的な降水量推定式の導出に有効である。さらに、レーダパラメータと降水パラメータの関係式を導出し、レーダ観測から降水パラメータを推定する研究が行われている。レーダ気象学での考え方や手法は降灰現象にも適用できる。本節では、火山灰粒子の粒径分布がガンマ分布や規格化ガンマ分布で表されること、更に、降灰強度や降灰密度、レーダ反射因子などの PSD の積分パラメータが粒径分布関数を用いて表現できることを示す。

3.2 ガンマ分布

以下の内容はレーダ気象学における研究対象である降水についてなされたものである。ここでは、降水粒子を降灰粒子に置き換えて記述する。降灰粒子の関数形として、次式で表されるガンマ分布 (Ulbrich, 1983; Ulbrich and Atlas, 1984) を仮定する。

$$N(D) = N_0 D^\mu \exp(-\Lambda D) \quad (3.1)$$

ここで、 D は直径、 $N(D)$ は単位体積内の単位直径増分当たりの降灰粒子の個数、 N_0 、 Λ 、 μ は粒径分布を特徴づけるパラメータで、それぞれ、切片パラメータ、傾きパラメータ、形状パラメータと呼ばれる。通常、各変数の単位には、 D (mm)、 Λ (mm^{-1})、 N_0 ($\text{mm}^{-1} \mu \text{m}^{-3}$) が用いられる。ここで、 N_0 の単位に μ が入っていることに注意。即ち、(3.1)の特徴として、 N_0 と μ が完全に独立ではない点が挙げられる。このため、 N_0 は μ の変動の影響を受けその変動には物理的な意味はない (Chandrasekar and Bringi, 1987)。 (3.1)は、傾きパラメータ Λ の代わりに物理的な意味を持つ体積メジアン直径 D_0 を用いて、

$$N(D) = N_0 D^\mu \exp[-G(D/D_0)] \quad (3.2)$$

と表すことができる。ここで、 $G = \Lambda D_0$ である。

$D_{\max}/D_0 \geq 2.5$, かつ、 $\mu \geq -3$ の時、

$$G = \Lambda D_0 = 3.67 + \mu$$

の関係が 0.5%内の精度で成り立つ (Ulbrich, 1983)。体積メジアン直径 D_0 は降灰粒子の粒径分布において、単位体積内の全降灰粒子の合計体積を 2 等分する直径と定義される。 D_0 の計算が面倒なことから、(2.9)で定義される質量重み付き平均直径 D_m が用いられることがある。 D_m と D_0 には次の関係が成り立つ (Ulbrich, 1983)。

$$D_m = (4 + \mu) / (3.82 + \mu) D_0 \quad (3.3)$$

上式の数値3.82は降灰粒子の終端速度のべき乗近似式に起因する。降雨粒子の場合には3.67が用いられる。

(3.3)から、 $\mu \geq 0$ では D_m と D_0 の違いは約9%より小さく、 μ が大きくなるほどその違いは小さくなり、 $\mu=10$ では両者の違いは2%程度である。 D_m を用いてガンマ分布を表すと、

$$N(D) = N_0 D^\mu \exp[-(4 + \mu)(D / D_m)] \quad (3.4)$$

切片パラメータ A は D_m を用いて

$$\Lambda = (4 + \mu) / D_m \quad (3.5)$$

と表される。

ガンマ分布の特別な場合として、 $\mu=0$ のときの粒径分布は

$$N(D) = N_0 \exp(-\Lambda D) = N_0 \exp[-G(D / D_0)] \quad (3.6)$$

あるいは

$$N(D) = N_0 \exp[-4(D / D_m)] \quad (3.7)$$

となり、よく知られた指数分布 (Marshall and Palmer, 1948) となる。

3.3 規格化ガンマ分布

一般に、空間平均、時間平均したときの降灰粒子の粒径分布は火山灰密度 C_A (あるいは降灰強度 R_A)に依存する。変動する C_A の影響を受けない降灰粒子の粒径分布の形を調べるために、規格化(スケール)された粒径分布の概念 (Sekhon and Srivastava, 1971; Willis, 1984; Sempere Torres et al., 1998; Testud et al., 2000; 2001, Delanoë, 2005) を適用する。規格化 PSD は一般に次式で表される (Testud et al., 2001)。

$$N(D) = N_w F(D / D_m) = N_w F(X) \quad (3.8)$$

ここで、 N_w (N_0^* とも表記される) は $N(D)$ を規格化するパラメータ (規格化切片パラメータ)、 D_m は粒径 D を規格化するパラメータである。 F は PSD の形状を決めるファクター、 $X=D/D_m$ である。(3.8)で求められる規格化 PSD は任意の関数形を仮定できることに注意。以下では関数形としてガンマ分布を仮定した時の規格化 PSD を導出する。

$N(D)$ がガンマ分布、即ち、(3.2)で表される時、PSD の n 次モーメント M_n は次式で表される。

$$M_n = \int_0^\infty D^n N(D) dD = \frac{N_0 \Gamma(n+1+\mu)}{\Lambda^{n+\mu+1}} \quad (3.9)$$

D_m および N_w はモーメントを用いてそれぞれ次式で

表される。

$$D_m = M_4 / M_3 = (4 + \mu) / \Lambda \quad (3.10)$$

$$N_w = \frac{4^4 M_3^5}{\Gamma(4) M_4^4} = N_0 D_m^\mu \frac{\Gamma(4 + \mu)}{\Gamma(4)} \frac{4^4}{(4 + \mu)^{4+\mu}} \quad (3.11)$$

(3.4), (3.8), (3.10), (3.11)より、

$$F(X) = \frac{\Gamma(4) (4 + \mu)^{4+\mu}}{4^4 \Gamma(4 + \mu)} X^\mu \exp[-(4 + \mu)X] \quad (3.12)$$

従って、規格化ガンマ PSD は

$$\frac{N(D)}{N_w} = \frac{\Gamma(4) (4 + \mu)^{4+\mu}}{4^4 \Gamma(4 + \mu)} \left(\frac{D}{D_m} \right)^\mu \exp[-(4 + \mu) \left(\frac{D}{D_m} \right)] \quad (3.13)$$

で表される。(3.13)で重要な事は、規格化ガンマ PSD が3つの独立したパラメータ、 N_w 、 D_m 、 μ で表されていることである。

3.4 粒径分布パラメータの算出

ガンマ PSD の3つのパラメータ、 N_0 (または N_w)、 A (D_0 または D_m)、 μ は次式で定義される PSD の n 次モーメント M_n を用いて計算することができ、これは完全モーメント法と呼ばれる (Kozu and Nakamura, 1991; Ulbrich and Atlas, 1998)。

$$M_n = \int_0^\infty D^n N(D) dD \quad (3.14)$$

M_n は、ディストロメータ等による粒径分布観測から次式により計算することができる。

$$M_n = \sum_{i=1}^{32} D_i^n N_i(D_i) \quad (3.15)$$

計算の便宜上、 M_2 、 M_4 、 M_6 を組み合わせさせた変数 η を次式で定義する。

$$\eta = \frac{M_4^2}{M_2 M_6} = \frac{[\Gamma(5 + \mu)]^2}{\Gamma(3 + \mu) \Gamma(7 + \mu)} = \frac{(3 + \mu)(4 + \mu)}{(5 + \mu)(6 + \mu)} \quad (3.16)$$

η は $\mu \geq -3.63$ の場合、 μ に関して単調増加する関数である。(3.16)を解けば、ガンマ分布の形状パラメータ μ は次式から求めることができる。

$$\mu = \frac{(7 - 11\eta) - (\eta^2 + 14\eta + 1)^{1/2}}{2(\eta - 1)} \quad (3.17)$$

μ の値がわかればガンマ分布の傾きパラメータ A は次式で求められる (Ulbrich and Atlas, 1998)。

$$\Lambda = \left[\frac{M_2 \Gamma(5 + \mu)}{M_4 \Gamma(3 + \mu)} \right]^{1/2} = \left[\frac{M_2 (4 + \mu)(3 + \mu)}{M_4} \right]^{1/2} \quad (3.18)$$

但し、上式で $\Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1)$ を考慮した。切片パラメータ N_0 は次式から計算できる。

$$N_0 = \frac{M_n \Lambda^{\mu+n+1}}{\Gamma(\mu+n+1)} \quad (n=2,4,\text{or}6) \quad (3.19)$$

上式は、 N_0 は、 μ と Λ が求めれば、任意の n を指定して求められることを示している。この時、 n の値は2, 4, 6のいずれの値でも良く、それぞれの場合の N_0 の計算値の違いは1%程度である。 D_0 は μ と Λ が求めれば、次式から計算できる。

$$D_0 = \frac{3.82 + \mu}{\Lambda} \quad (3.20)$$

粒径分布の n 次モーメントの定義式で、積分の下限と上限が有限な値の時、PSDパラメータの算出は完全モーメント法のように単純ではなくなる。より一般的なガンマ分布を仮定して、 D_{\min} と D_{\max} がPSDパラメータの計算値に及ぼす影響が調べられている(Ulbrich and Atlas, 1998)。それによれば、ガンマ粒径分布パラメータに及ぼす D_{\min} の影響は小さく、 $D_{\min}=0$ と仮定できる(Ulbrich, 1985)。単純な場合として、 $D_{\min}=0$ および指数分布を仮定したPSDパラメータが提案されている(Sekhon and Srivastava, 1970)。

$D_{\min}=0$ と仮定した場合のガンマPSDの n 次モーメント m_n は

$$\begin{aligned} m_n &= \int_0^{D_{\max}} D^n N(D) dD = N_0 \int_0^{D_{\max}} D^{n+\mu} e^{-\Lambda D} dD \\ &= \frac{N_0}{\Lambda^{n+\mu+1}} \gamma\left(n+\mu+1, \alpha \frac{D_{\max}}{D_m}\right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

と表される。ここで、 $\gamma(u, \rho)$ は不完全ガンマ関数、

$$\gamma(u, \rho) = \int_0^{\rho} x^{u-1} e^{-x} dx \quad (3.22)$$

で定義される。(3.3.3)と同様に、 D_m は次式で求められる。

$$D_m = m_4 / m_3 \quad (3.23)$$

α は Λ と D_m の比、即ち $\alpha = \Lambda D_m$ で、 $D_{\max} \rightarrow \infty$ のとき、

$$\alpha = \Lambda D_m = 4 + \mu \quad (3.24)$$

となり α は μ のみの関数となる。

D_{\max}/D_m と μ のもう一つの関係式は

$$\eta = \frac{m_4^2}{m_2 m_6} = \frac{\left[\gamma\left(5+\mu, \alpha \frac{D_{\max}}{D_m}\right) \right]^2}{\gamma\left(3+\mu, \alpha \frac{D_{\max}}{D_m}\right) \gamma\left(7+\mu, \alpha \frac{D_{\max}}{D_m}\right)} \quad (3.25)$$

で与えられる。 Λ は

$$\Lambda = \left[\frac{m_2 \gamma\left(5+\mu, \alpha \frac{D_{\max}}{D_m}\right)}{m_4 \gamma\left(3+\mu, \alpha \frac{D_{\max}}{D_m}\right)} \right]^{1/2} \quad (3.26)$$

から求められる。

不完全モーメント法によるガンマ粒径分布パラメータの具体的な計算手順は次の通りである(Ulbrich and Atlas, 1998)。まず、雨滴粒径分布の実測値を(3.21)へ代入して m_2 , m_3 , m_4 , m_6 を求める。求めた m_3 と m_4 を(3.23)および(3.25)へ代入すれば D_m と η が求まる。 D_{\max} は最大粒径が観測されたチャンネルの代表直径から求められる。求めたモーメント、 D_m , η , D_{\max} を(3.25)および(3.26)へ代入して連立方程式を解けば、 μ と Λ が求まる。 N_0 は、上記の手順で求められた D_{\max}/D_m , Λ , μ および任意の m_n を(3.19)に代入して求められる。最後に、 D_0 は

$$\frac{D_0}{D_m} = F_D\left(\mu, \frac{D_{\max}}{D_m}\right) \quad (3.27)$$

から求められる。 $F_D(\mu, D_{\max}/D_m)$ は D_0/D_m が μ および D_{\max}/D_m にどのように依存するかを表す理論関数である。 D_{\max} が大きいとき、 D_0 は

$$\frac{D_0}{D_m} = F_D(\mu, \infty) = \frac{3.67 + \mu}{4 + \mu} \quad (3.28)$$

から求められる。このようにして求められる D_0 は雨滴粒径分布の実測値から求められる値と必ずしも一致しないが、 $\mu > 0$ の時には D_m と D_0 の差は10%よりも小さい(Ulbrich and Atlas, 1998)。なお、モーメント m_n は(3.15)と同様にディストロメータ等による粒径分布の測定値から推定できる。

3.5 PSDの積分パラメータ

降灰粒子の総個数、粒径分布、降灰密度、反射因子はPSDの積分パラメータと呼ばれる。積分パラメータはPSDのモーメントで表される。ディストロメータなどでPSDのデータが得られる場合、PSDの積分パラメータは以下の式から求められる。具体的な計算式は本稿の第2.2節で述べたとおりである。以下では積分パラメータとPSDのモーメントとの関係を述べる。

(a) 総個数： N_T

$$N_T = \int_0^{D_{\max}} N(D) dD = m_0 \quad (3.29)$$

(b) 降灰密度： C_A

$$C_A = \frac{\rho_p \pi}{6} \int_0^{D_{\max}} D^3 N(D) dD = \frac{\rho_p \pi}{6} m_3 \quad (3.30)$$

(c) 降灰強度： R_A

$$\begin{aligned} R_A &= \frac{\rho_p \pi}{6} \int_0^{D_{\max}} D^3 v_l(D) N(D) dD \\ &= \frac{\alpha \rho_p \pi}{6} \int_0^{D_{\max}} D^{3+b} N(D) dD = \frac{\rho_p \pi}{6} m_{3+b} \end{aligned} \quad (3.31)$$

ここで、 $v_l(D)$ は直径 D の火山灰粒子の落下速度で

$$v_l(D) = aD^b \quad (3.32)$$

である。

(d) 反射因子： Z_A

$$Z_A = \int_0^{D_{\max}} D^6 N(D) dD = m_6 \quad (3.33)$$

(3.29)から(3.31)で定義される PSD の積分パラメータはディドロメータの PSD から計算されるモーメントにより求められる。

(e) 時間積算降灰量： S_A

より実用的な物理量として次式で定義される時間積算降灰量がある。

$$S_A = \int_0^T R_A dt \quad (3.34)$$

レーダ反射因子 Z_A の時間積算を S_Z とすると、

$$S_Z = \int_0^T Z_A dt \quad (3.35)$$

である。 S_A と S_Z の間の次のべき乗式を仮定すれば、レーダ観測から S_Z を求めることにより S_A を推定することができる。この式は、 R_A - Z_A 関係式の PSD 変動の影響を少なくすることができるという利点がある。

$$S_A = \alpha S_Z^\beta \quad (3.36)$$

4. 解析結果

4.1 抽出された噴火事例

2018年から2020年のParsivel²の観測データから解析用の噴火事例を抽出した。噴火事例のデータ抽出は気象庁が作成公開している桜島噴火観測表（気象庁鹿児島地方気象台火山班 https://www.jma-net.go.jp/kagoshima/vol/kazan_top.html）と、国土交通省の垂水Xバンドマルチパラメータレーダ（以降、XMPレーダと呼ぶ）観測データから作成した降灰分布画像を参考にした。詳細な抽出手順は本報の付録Aで説明した。

Fig. 4に各観測点で抽出された総降灰時間を示す。対象とした期間は2018年から2020年の3年間である。全て観測点が稼働したのは2020年からであることに

注意しないとイケないが、一般風の主風向に対応して、火口の南東から南方向にあるParsivel²の観測点で降灰時間が長くなっているのがわかる。最も長い降灰時間はARIで約26時間である。主風向ではないが火口に近い観測点のHILでも約23時間の降灰を観測している。

各事例の詳細な解析は、マルチパラメータレーダ観測データや船舶レーダ観測データを用いて進められておりその結果は別の論文で公開する予定である。その際、本報のPSDデータの解析から得られた降灰粒子の落下速度やPSDパラメータの噴火後の時間変化等の情報は役に立つであろう。

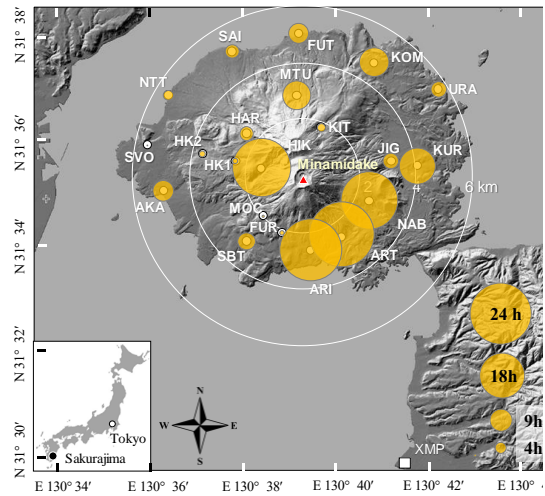


Fig. 4 Total ash fall duration hour observed at each Parsivel station for 3 years (2018 – 2020).

4.2 事例解析

4.2.1 時間積算降灰量分布

次の4つの噴火事例についてパーシベルデータの解析結果を紹介する。

- (1) 2019年11月8日17時24分噴火（事例19-0245）
- (2) 2018年7月16日15時38分噴火（事例18-0277）
- (3) 2020年8月9日05時38分噴火（事例20-0390）
- (4) 2020年5月19日02時44分噴火（事例20-0328）

括弧内の事例番号は個々の噴火に付けた便宜上の番号（西暦の下二桁の数値とその年の噴火の通し番号）である。以降、簡単のため、各噴火について説明する際にはその噴火の事例番号を用いることにする。これらの噴火を選んだ理由は、いずれも顕著な噴火事例であることと、国土交通省のXMPレーダをはじめ、京都大学の小型XMPレーダや北海道大学のXバンド船舶レーダの観測データがそろっており、詳細な解析が可能な事例であるためである。事実、一部

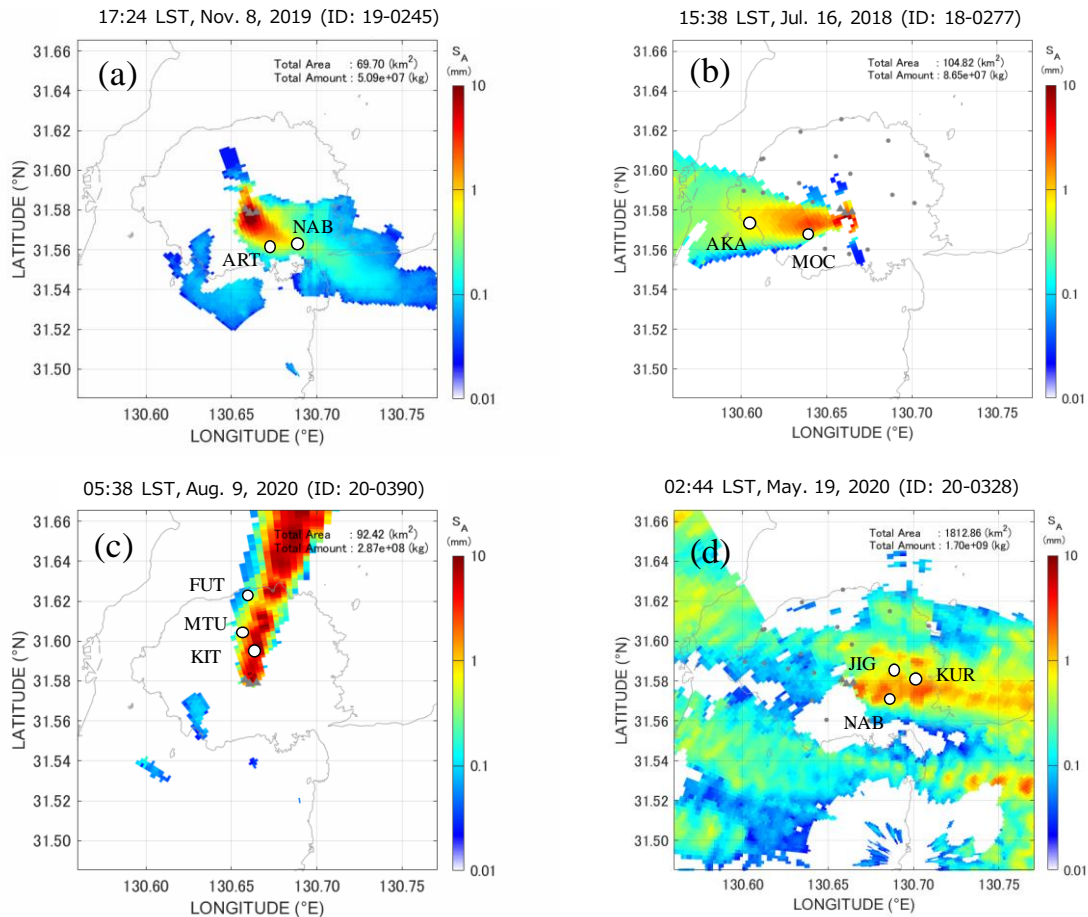


Fig. 5 Distributions of time-integrated ash fall amounts estimated by MLIT XMP radar observations.

のレーダの観測データは解析が進められており、噴煙柱に関する新たな知見が得られつつある。しかしながら、本報ではそれらの結果は紹介しない。

各事例の詳細な解析は、マルチパラメータレーダ観測データや船舶レーダ観測データを用いて進められておりその結果は別の論文で公開する予定である。その際、本報の PSD データの解析から得られた降灰粒子の落下速度や PSD パラメータの噴火後の時間変化等の情報は役に立つであろう。

各事例がどのような噴火だったかを知るために、垂水に設定された Xバンド MP レーダの観測データから 2 仰角 PPI 法を用いて時間積算降灰量分図を作成した。その結果を Fig. 5 に示す。2 仰角 PPI 法は、国土交通省が地表付近から高度が 2000 m 程度までの降雨量分布を求める際に用いている手法である。本研究では、仰角 1.7° と仰角 6° の PPI 観測データから得られたそれぞれの降灰量分布図を合成した。図中の白丸は降灰を観測したであろうパーシペルの位置である。

4.2.2 事例19-0245

事例19-0245は、桜島南岳火口で発生した爆発的噴

火で、気象庁による解析では、噴煙高度は火口から 5500 m まで達したと報告されていたが、黒神観測所に設置された Xバンド船舶レーダによる観測では噴煙高度は 5700 m と気象庁の推定値よりもやや高く推定された。一般風は比較的弱く、Fig. 5(a)によれば、噴火直後の噴煙は火口真上に上昇しその後、南および南南東方向へ流された。Fig. 5(a)には火口から南西方向にも弱い降灰が観測されているが、これは、メインの噴火後に連続的に放出された低い噴煙によるものである。国土交通省 XMP レーダ観測からは、降灰量や降灰時間の水平分布に加えて、総降灰量や降灰面積が推定されている。初期解析の結果によれば、総降灰量は約 5 万トン、総降灰面積は約 70 km² と推定された。この事例では、NAB と ART の 2 か所で有意な PSD データが取得された。ART で観測された PSD データの解析結果を Fig. 6 に示す。

4.2.3 事例18-0277

事例18-0277は、桜島南岳火口で発生した爆発的噴火で、気象庁の解析によると、噴煙高度は火口から 4600 m まで達した。一般風は西風で、前述した事例

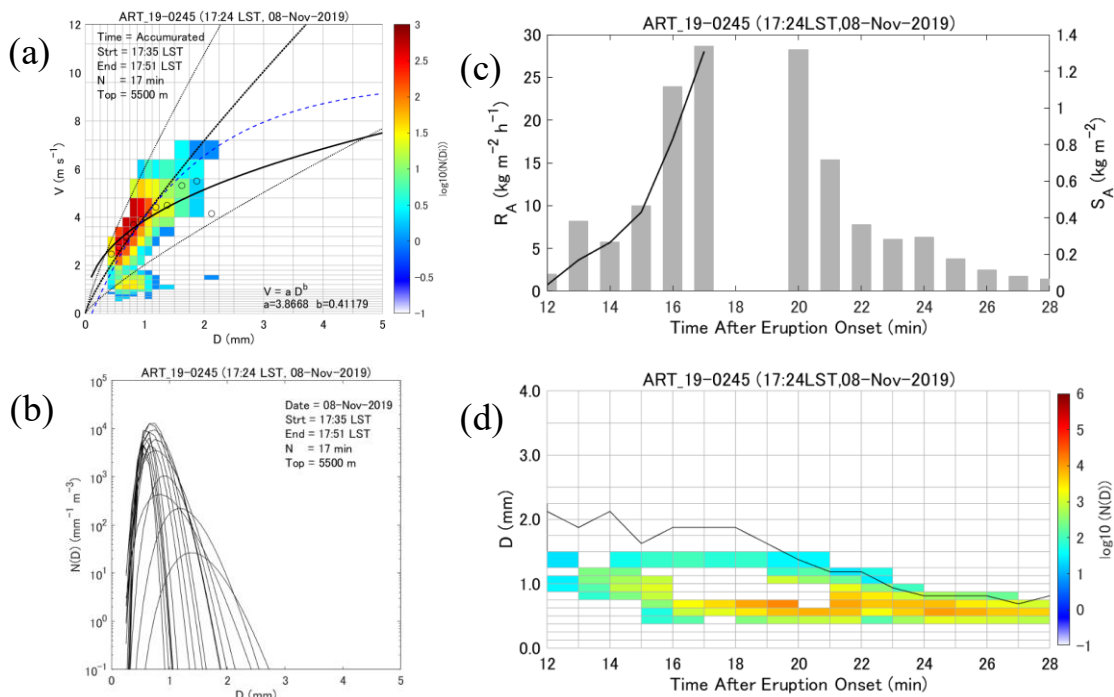


Fig. 6 Results of PSD analysis on the eruption 19-0245. (a) Fall speed vs. diameter, (b) gamma PSD profiles, (c) temporal change of ash fall rate, (d) time change of PSD.

19-0245よりもやや強く、Fig. 5(b)によれば、降灰は鹿児島市内まで達した。降灰量は火口付近ほど多く、風下に行くにしたがって小さくなった。初期解析の結果、総降灰量は約9万トン、総降灰面積は約109 km²と推定された。この事例では、MOCとAKAに設置されたパーシベルによりPSDデータが取得された。MOCとAKAは南岳火口から西にそれぞれ4.5 km、2.0 kmにあり、PSDの火口からの距離による変化を調べることができる。さらに、本報では示さないが、SVOのXPMレーダによるRHI観測データが取得されており、噴煙柱の鉛直構造の時間変化を調べることが可能である。

AKAで観測されたPSDデータの解析結果をFig. 7に示す。

4.2.4 事例20-0390

事例20-0390は、桜島南岳火口で発生した爆発的噴火で、気象庁による解析によると、噴煙高度は火口から5000 mまで達した。この事例の降灰分布は前の二つの事例と大きく異なっていた。Fig. 5(c)によれば、降灰域は火口から北北東に帯状に伸び、その強度は風下の10 kmでも火口付近と同程度かそれ以上に大きかった。このような降灰パターンの理由は現時点で不明であるが、雲粒子あるいは水蒸気による降灰粒子の凝集が考えられる。その根拠として次の

ことを留意しておくべきであろう。噴火の1時間前に発達した積乱雲が桜島西上空を通過し火口に大量の雨を降らしていた可能性があること、噴火時に黒っぽい噴煙柱と同時に白煙柱が立ちのぼっていたこと、継続して噴煙が放出されていたことから、噴火時に大量の水蒸気や水が火山灰とともに大気中に放出されたと考えられる。実際、いわゆる灰雨が地上で観測されており、上空で降灰粒子の凝集がおきていたと考えて良いであろう。総降灰量は29万トン、総面積は約92 km²と推定された。ここで注意すべき点は、推定された総降灰量は水を含んだ大きな灰粒子の影響を受けて過大評価されている可能性があることである。本事例ではKIT, MTU, FUTの3カ所でPSDデータが取得されている。

MTUで観測されたPSDデータの解析結果をFig. 8に示す。

4.2.5 事例20-0328

灰雨が降るような場合の降灰量の定量的な評価には数値モデルによる研究がおこなわれている(例えば、Beckett et al, 2022)が、観測研究は一般に噴火現象がまれな現象であることから困難であった。しかしながら、本事例のように、桜島では、地上のディストロメータのデータに加えて、凝集過程の解明に

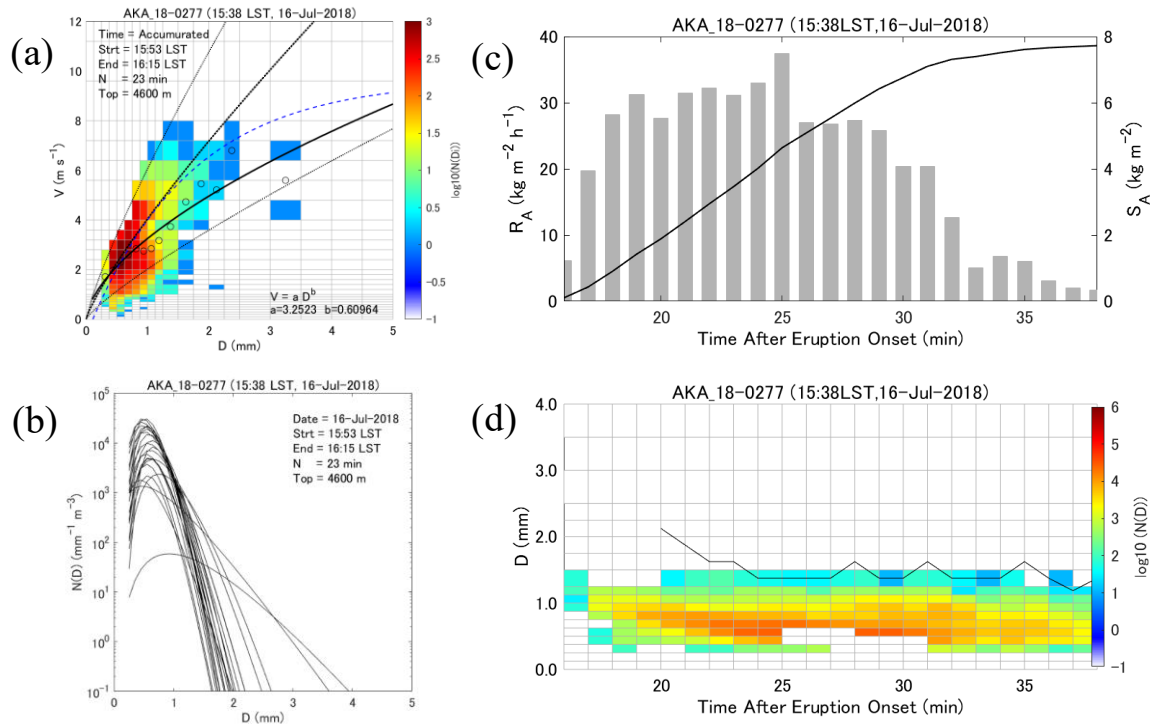


Fig. 7 Results of PSD analysis on the eruption 18-0277. (a) Fall speed vs. diameter, (b) gamma PSD profiles, (c) temporal change of ash fall rate, (d) time change of PSD.

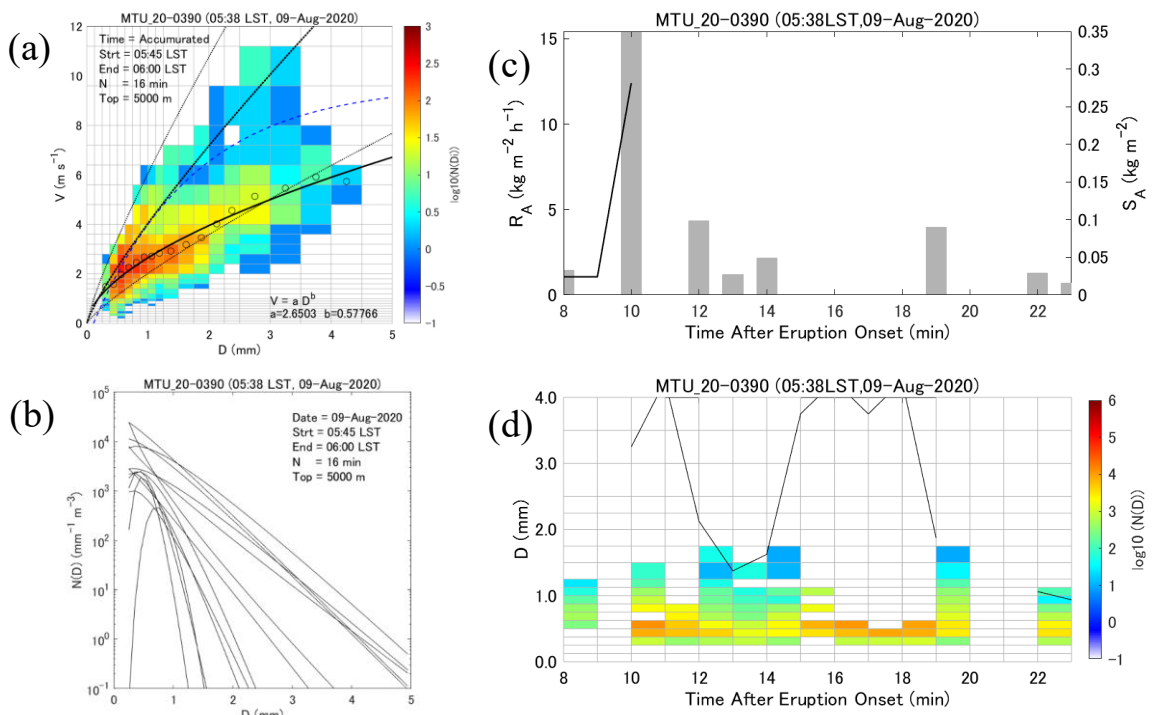


Fig. 8 Results of PSD analysis on the eruption 20-0390. (a) Fall speed vs. diameter, (b) gamma PSD profiles, (c) temporal change of ash fall rate, (d) time change of PSD.

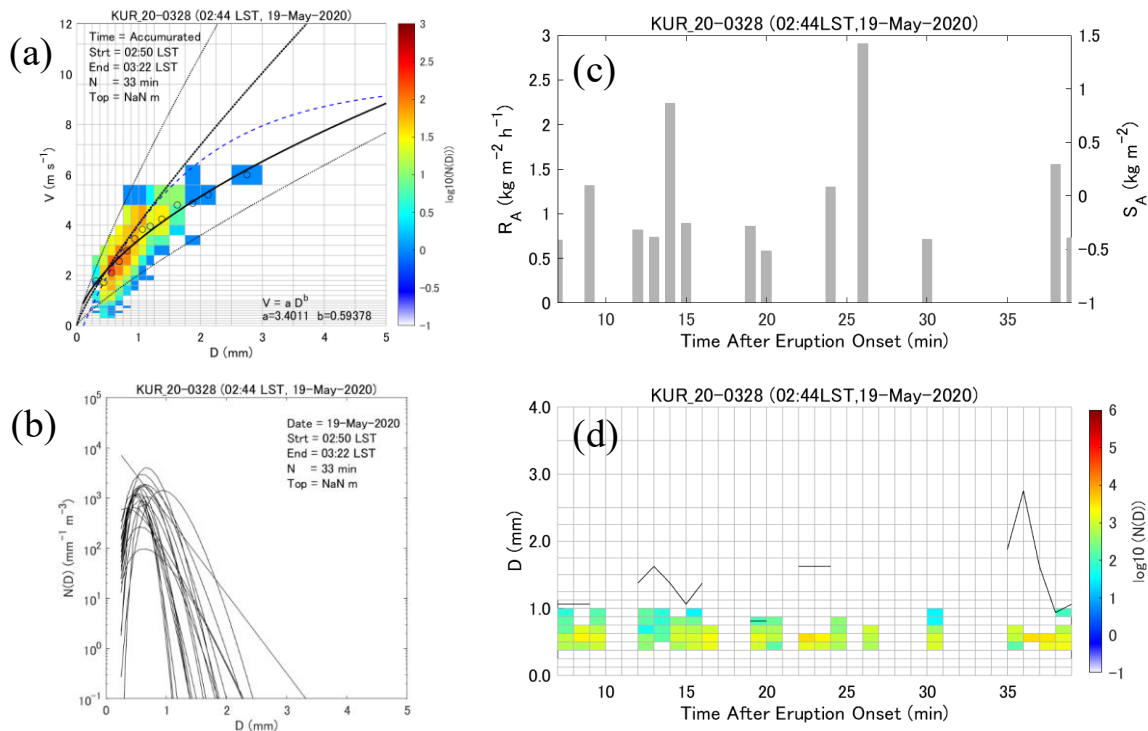


Fig. 9 Results of PSD analysis on the eruption 20-0328. (a) Fall speed vs. diameter, (b) gamma PSD profiles, (c) temporal change of ash fall rate, (d) time change of PSD.

有効な偏波レーダによる観測データが蓄積されてきている。事例20-0328もその例と考えられる。この噴火は弱い降水下で発生したために、気象庁の報告では噴煙高度は不明とされた。Fig. 5(d)からわかるように、噴火は弱い降水の中で発生した。降灰域はバンド状に風下側である東方向に流れている。バンド状エコーの内部は一様ではなく強弱部分が配置されるパターンとなっている。この積算エコーパターンは、強風時によく見られるパターンで、降灰エコーの動きが速すぎてレーダ観測間隔（ここでは2分毎）では捉えきれなかったことを反映している。降雨と降水が混在するので、レーダから総降灰量や降灰面積を求める事は困難である。ただし、KUR, NAB, JIGの3か所でPSDデータが取得された。

KURで観測されたPSDデータの解析結果をFig. 9に示す。

4.3 統計解析

4.3.1 落下速度

2018年から2020年の間に発生した桜島火山噴火で観測されたパーシベルのデータ(計4741サンプル)から落下速度と粒径の関係を調べた。但し、観測時間が10分以上あるサンプルを抽出した。その結果を

Fig. 10に示す。落下速度の出現頻度を色分けして示している。参考として、Kozono et al. (2019)の桜島での観測結果($V = 4.04 D^{0.83}$)を太い点線で示した。2本の点線はKozono et al. (2019)の式の1.5倍、0.5倍の落下速度の範囲を示す境界線である。青い破線はAtlas and Ulbrich (1977)が求めた雨滴の落下速度($V = 9.65 - 10.3 \exp(-0.60 D)$)である。今回の解析から得られた降灰の落下速度は同じ粒径でも広範囲に分布しているのがわかる。分布パターンは大きく3つのパターンに分けられるかも知れない。第一はKozono et al. (2019)の式に沿った軸を持つ分布、第二はKozono et al. (2019)の式に0.5をかけた境界線方向に軸を持つ分布、第三は3.5 mmよりも小さい粒径で落下速度が1 ms⁻¹よりも小さい領域で比較的出現頻度が高くなる分布である。それぞれの分布に物理的な意味があるかどうかは現時点で不明であるが、第一の分布は乾燥した降灰粒子の落下速度を表しているかも知れない。第二の分布が、粒子の密度の低下に起因するとするなら凝集粒子の落下速度を表していると考えられる。第三の落下速度の分布は解釈が難しいが、落下速度が小さい粒径で終端速度に達していると考えれば、扁平度の大きい(例えば薄い板状)粒子の落下速度を表しているのかもしれない。今後の事例解析から明らかにする必要がある。

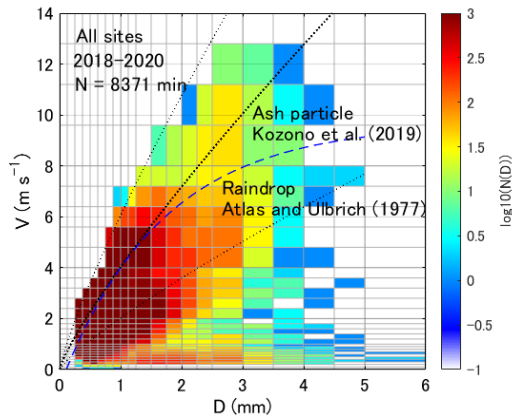


Fig. 10 Fall velocity (V) vs. particle diameter (D). Observation period: 2018–2020, Site: all sites (21), Total sample number: 8371 minutes.

4.3.2 粒径分布

降灰粒子の粒径分布をガンマ分布で近似したときに、ガンマ分布を規定する3つのパラメータ (N_0 , A , μ) が取り得る値の範囲を調べた。各パラメータのヒストグラムをFig. 11 に示す。

図中には各パラメータの分布の基本的な統計値も示した。各パラメータの最頻値 (メジアン値) はそれぞれ、 N_0 : 10^{21} (10^{23}), A : 47.5 (52.7), μ : 22.5 (26.2) である。これらの結果が示すことは、今回観測された多くの降灰粒子のPSDは上に凸をした分布になっている事である。実際、 μ のメジアン値が26であり、降雨粒子の μ のメジアン値と比べて1桁大きな値となっていた。図は示さないが、各サンプルで観測された D_{\max} のメジアン値は0.81 mmで90パーセンタイルの値は1.4 mmであった。 A のメジアン値も降雨粒子のそれと比べて大きい。 A の逆数に関するパラメータである D_0 のメジアン値は0.57 mmと降雨粒子に比べてかなり小さい。本研究の結果はMaki et al. (2021)と異なっている。Maki et al. (2021)は2018年に桜島で発生した噴火の中から顕著な6事例についてPSDの特徴を求めているが、それによると、各パラメータの最頻値 (メジアン値) はそれぞれ、 N_0 : $10^{8.8}$ ($10^{9.6}$), A : 13.4 (27.2), μ : 8.3 (17.1)である (Maki et al. 2021のTable4のparameter列に誤植があるので注意)。今後の課題として、火口からの距離、噴火の規模、凝集の程度などを条件に、それぞれの条件下でPSDがどのように異なるかを明らかにする必要がある。本研究の結果はその際の参考データとして役に立つであろう。

レーダリモートセンシングの主要な課題はレーダの測定値から噴火雲の物理量をいかにして求めるかである。通常、未知数である物理量の数はレーダで

測定できるパラメータの数よりも多い。そこで、未知のパラメータ間の関係性を理論的あるいは経験的に求める事により未知数の数を減らす方法がとられる。あるパラメータ間に高い相関が認められれば、リモートセンシングによる火山灰モニタリングを構築する上で参考になる。さらに、その相関関係になんらかの理論的な解釈ができれば噴火雲内の微物理過程の推定にも役に立つ。

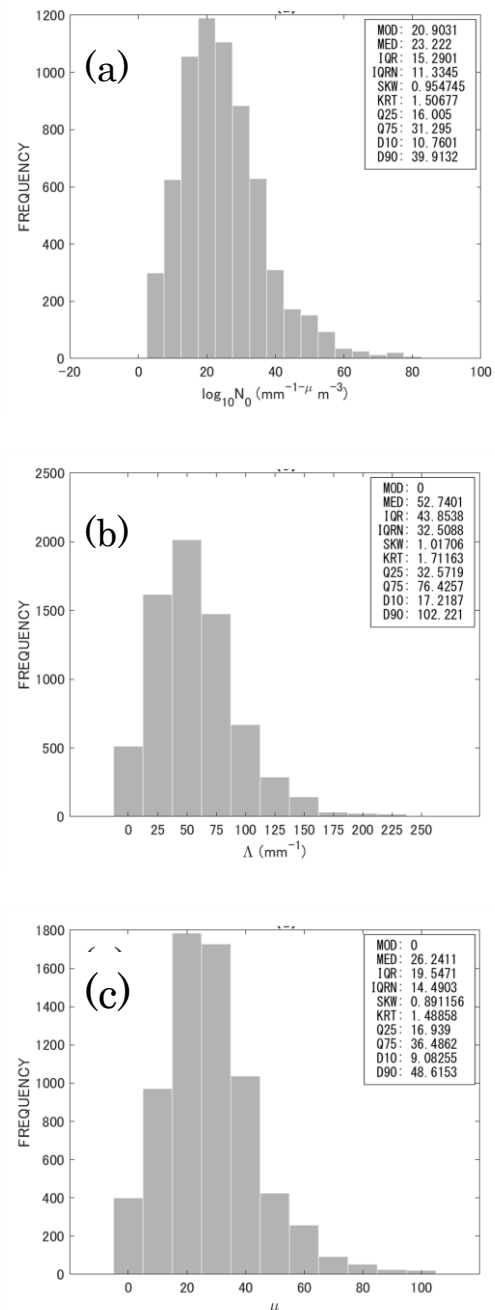


Fig. 11 Histograms of Gamma PSD parameters. (a) intercept parameter N_0 , (b) slope parameter A , and shape parameter μ .

Fig. 12にガンマPSDパラメータ間の相関関係を示す。図によれば、ガンマPSDの3つのパラメータ、 $\log_{10}N_0$, Λ , μ の間には良い相関関係が認められる。相関解析から得られた Λ を独立変数とした関係式は次の通りである。括弧内は相関係数、二乗平方平均誤差の値である。

$$\log_{10} N_0 = 0.344\Lambda + 3.36, (0.940, 1.59) \quad (4.1)$$

$$\mu = 0.429\Lambda + 3.46, (0.940, 5.42) \quad (4.2)$$

$$D_{\max} = 5.16\Lambda^{-0.458}, (-0.642, 0.189) \quad (4.3)$$

これらの関係式は、ガンマPSDモデルを降灰粒子のPSDモデルに適用する際の利点の一つである。即ち、ガンマPSDパラメータの一つ（ここでは Λ ）が偏波レーダ観測から推定できれば、他のガンマPSDパラメータが推定できることを意味している。図には、 D_{\max} と形状パラメータ μ との関係も示した。PSDの形状は、大きな降灰粒子が観測される時、 μ は0に近づく（即ち指数分布に近づく）、逆に、粒径が小さくなるほど μ が大きくなる（上に凸の度合いが大きくなる）。

規格化PSD分布のパラメータの頻度分布をFig. 13に示す。各パラメータのメジアン値（最頻値）はそれ

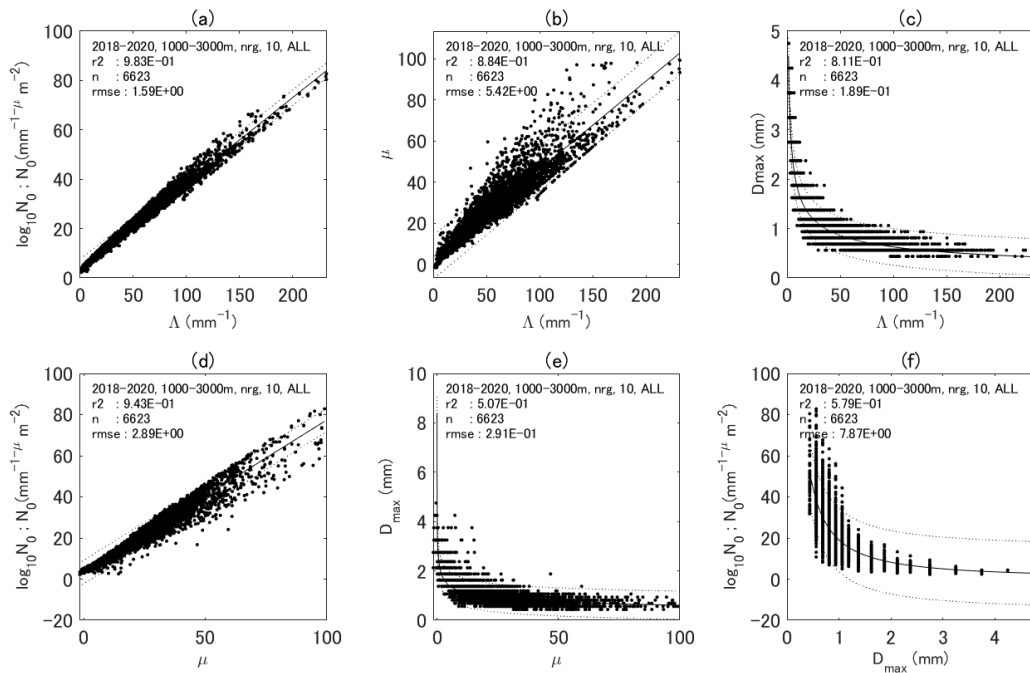


Fig. 12 Scatter plots of gamma PSD parameters: (a) $\log_{10}N_0$ vs. Λ , (b) μ vs. Λ , (c) D_{\max} vs. Λ , (d) $\log_{10}N_0$ vs. μ , (e) D_{\max} vs. μ , and (f) $\log_{10}N_0$ vs. D_{\max} .

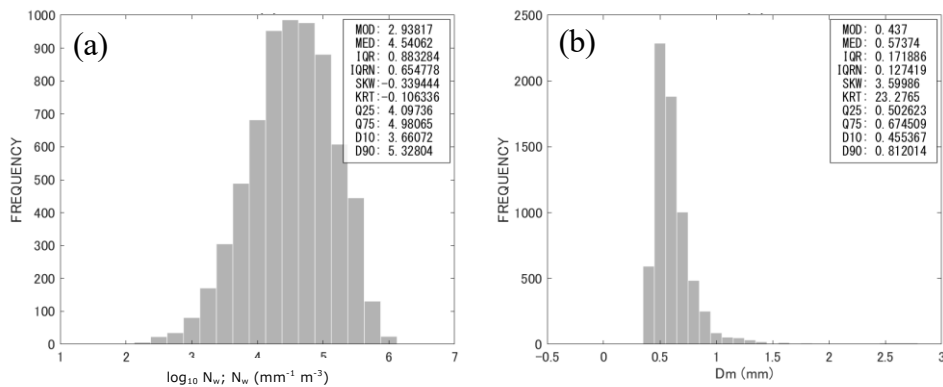


Fig. 13 Histograms of normalized PSD parameters. (a) $\log_{10} N_w$, and (b) D_m .

ぞれ, N_w : $10^{2.9}$ ($10^{4.5}$), D_m : 0.44 (0.57)である. μ の値は前述した通りである.

4.4 降灰量推定式

降灰量のレーダモニタリングに必要不可欠な降灰量推定式として, R_A - Z_A 関係式, C_A - Z_A 関係式, S_A - S_Z 関係式がある. これらの関係式は, 落下する降灰粒子の粒径分布の観測データから求められる. その際, レーダ気象学において降水量推定式に用いられている仮定, すなわち, 推定式は独立変数のべき乗で表されるとした. 2018年から2020年の間に発生した噴火の際に収集された粒径分布データ(計203噴火事例, 計4741サンプル)を用いて, 各観測地点の降灰量推定式を求めた, その結果をTable 1に示す. 表には全ての地点の粒径分布データを用いた解析結果も示

す. 各地点毎に求めた R_A - Z_A , C_A - Z_A , S_A - S_Z のべき乗式の係数とべき指数の散布図をFig. 14に示す. いずれの関係式も係数(a_i)が大きくなるとべき指数(b_i)は小さくなる傾向が認められる. 火口からの距離によって降灰量推定式は異なってくると考えられるが, 火口からの距離と a_i , b_i の間の関係は見つかっていない. ここで, 注意すべき点として, Table 1のサンプル数(Smpl)および噴火事例数(Erup)が示すように, 使用できる粒径分布データの数は観測点により大きく異なる. 火口から南および東に設置された点でのデータ数が多い. 従って, 火口から北方向, 西方向にあるパーシベルの設置点で得られた降灰量推定式は必ずしもその地点を代表する関係式であるとは言えない. このことを確認するためにはサンプルデータの数を増やす必要がある.

Table 1 Quantitative ash fall estimators derived from PSD data.

Site	Erup	Smpl	$R_A = a_1 Z_A^{b_1}$		$C_A = a_2 Z_A^{b_2}$		$S_A = a_3 S_Z^{b_3}$	
			a_1	b_1	a_2	b_2	a_3	b_3
AKA	7	101	5.14×10^{-2}	0.896	2.08×10^{-5}	0.622	2.73×10^{-2}	1.12
ARI	35	600	11.7×10^{-2}	0.744	2.61×10^{-5}	0.61	7.75×10^{-2}	0.938
ART	50	756	8.16×10^{-2}	0.828	1.03×10^{-5}	0.837	3.47×10^{-2}	1.08
FUR	2	47	5.93×10^{-2}	0.975	1.45×10^{-5}	0.823	3.80×10^{-2}	1.18
FUT	4	67	5.05×10^{-2}	0.865	0.907×10^{-5}	0.747	2.76×10^{-2}	1.27
HAR	8	125	6.66×10^{-2}	0.855	1.26×10^{-5}	0.827	5.41×10^{-2}	1.00
HIK	30	615	4.59×10^{-2}	0.822	0.867×10^{-5}	0.738	2.39×10^{-2}	1.02
HK1	3	42	6.08×10^{-2}	0.808	0.809×10^{-5}	0.794	4.06×10^{-2}	0.992
HK2	3	70	3.94×10^{-2}	1.2	1.23×10^{-5}	0.865	5.98E-02	0.82
JIG	9	224	6.64×10^{-2}	0.939	1.04×10^{-5}	0.879	4.04×10^{-2}	1.05
KIT	4	88	6.56×10^{-2}	0.848	0.962×10^{-5}	0.91	4.50×10^{-2}	0.954
KOM	16	256	7.16×10^{-2}	0.778	0.105×10^{-5}	0.914	5.76×10^{-2}	1.01
KUR	26	356	11.8×10^{-2}	0.719	1.23×10^{-5}	0.812	6.29×10^{-2}	0.967
MOC	2	52	5.82×10^{-2}	0.993	1.41×10^{-5}	0.84	5.78×10^{-2}	0.996
MTU	14	258	8.06×10^{-2}	0.793	1.26×10^{-5}	0.866	10.6×10^{-2}	0.843
NAB	38	605	7.85×10^{-2}	0.831	0.973×10^{-5}	0.866	3.18×10^{-2}	1.07
NTT	5	79	3.91×10^{-2}	0.929	1.84×10^{-5}	0.643	2.84×10^{-2}	1.10
SAI	7	104	7.00×10^{-2}	0.747	1.54×10^{-5}	0.635	3.79×10^{-2}	0.938
SBT	11	203	8.22×10^{-2}	0.811	1.29×10^{-5}	0.832	5.62×10^{-2}	0.972
SVO	6	59	11.0×10^{-2}	0.605	1.30×10^{-5}	0.7	3.88×10^{-2}	1.01
URA	12	222	6.10×10^{-2}	0.808	0.878×10^{-5}	0.825	2.31×10^{-2}	1.03
ALL	203	4741	9.34×10^{-2}	0.745	1.81×10^{-5}	0.673	5.66×10^{-2}	0.972

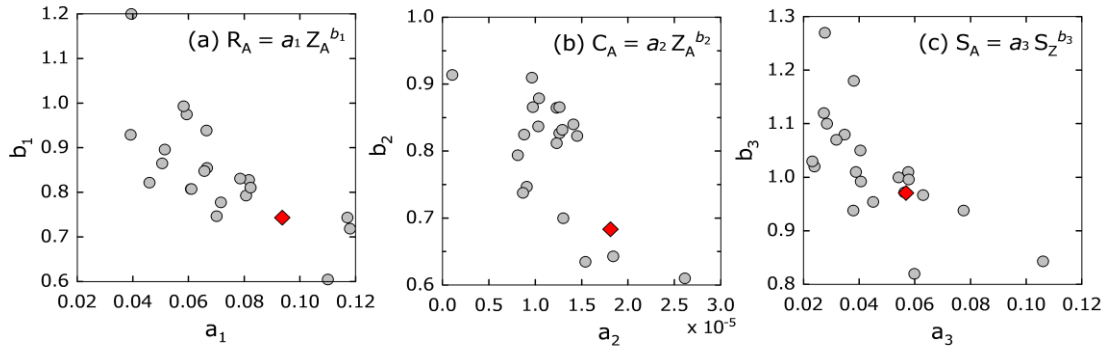


Fig. 14 Scatter plots of coefficients a_i and exponents b_i of (a) $R_A = a_1 Z_A^{b_1}$, (b) $C_A = a_2 Z_A^{b_2}$, and (c) $S_A = a_3 S_Z^{b_3}$.

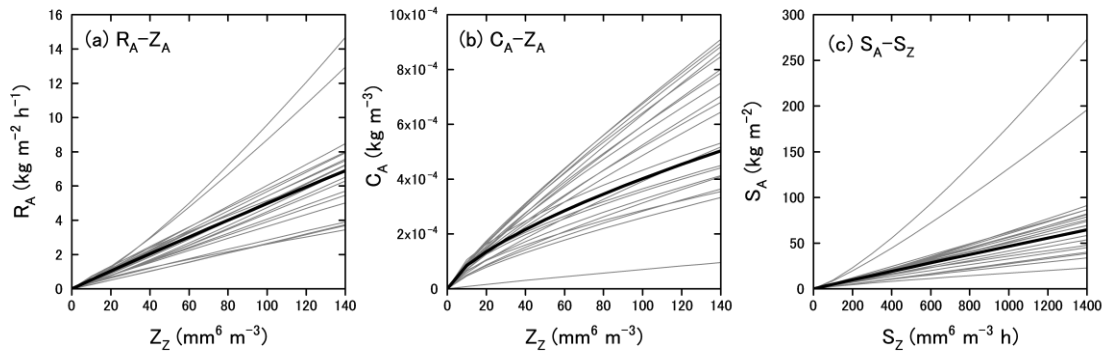


Fig. 15 Lines of (a) R_A - Z_A , (b) C_A - Z_A , and (c) S_A - S_Z relationships obtained at 21 disdrometer sites.

全地点のデータを用いて求めた R_A - Z_A , C_A - Z_A , S_A - S_Z の曲線をFig.15に示す. R_A - Z_A と C_A - Z_A の曲線はかなりばらついており, 事例解析で得られた R_A - Z_A と C_A - Z_A の曲線と大きく異なっている. 一方, S_A - S_Z の曲線は2地点を除いてほぼ直線に近い形となっている. 非線形回帰分析により求められた降灰量推定の平均式は次の通りである.

$$R_A = 9.34 \times 10^{-2} Z_A^{0.745}, (2.69, 0.336) \quad (4.4)$$

$$C_A = 1.81 \times 10^{-5} Z_A^{0.673}, (2.60, 5.50 \times 10^{-5}) \quad (4.5)$$

$$S_A = 5.66 \times 10^{-2} S_Z^{0.972}, (1.00, 0.189) \quad (4.6)$$

なお, 括弧内は相関係数および二乗平方平均誤差である.

R_A - Z_A と C_A - Z_A のばらつきの原因は, 降灰粒子のPSDの変動によりPSDの積分パラメータ (R_A , C_A , Z_A) が変動すること, 更にもその変動の仕方が各積分パラメータで異なるためである. PSDの変動の影響を少なくするために, N_w と D_m を陽に含む推定式を求

めた. R_A/N_w - Z_A/N_w の散布図, R_A/N_w - D_m の散布図をFig. 16に示す. どちらの散布図も変動がかなり抑制されている. 非線形回帰分析から得られた関係式は次の通りである.

$$R_A / N_w = 3.59 \times 10^{-3} (Z_A / N_w)^{0.715}, (0.914, 3.74 \times 10^{-55}) \quad (4.7)$$

$$R_A / N_w = 3.02 \times 10^{-4} D_m^{3.36}, (0.711, 2.55 \times 10^{-4}) \quad (4.8)$$

なお, 括弧内は相関係数および二乗平方平均誤差である. 上の関係式を実際の降灰量推定に用いるためには N_w と D_m の情報が必要になる. 降水現象の場合, D_m と N_w を推定する方法として, 衛星リモートセンシングの二周波レーダ観測 (Liao et al., 2020) や二重偏波レーダ観測 (Bringi and Chandrasekar, 2001) が提案されている. 降灰現象に関しても同様な手法が利用できるかも知れない. 降水量推定以外の目的として, D_m と N_w は噴煙内の微物理過程, 例えば, 凝集 (Costa et al., 2010; Folch et al., 2010; Brown et al., 2012) に関する新たな知見を与えることが期待

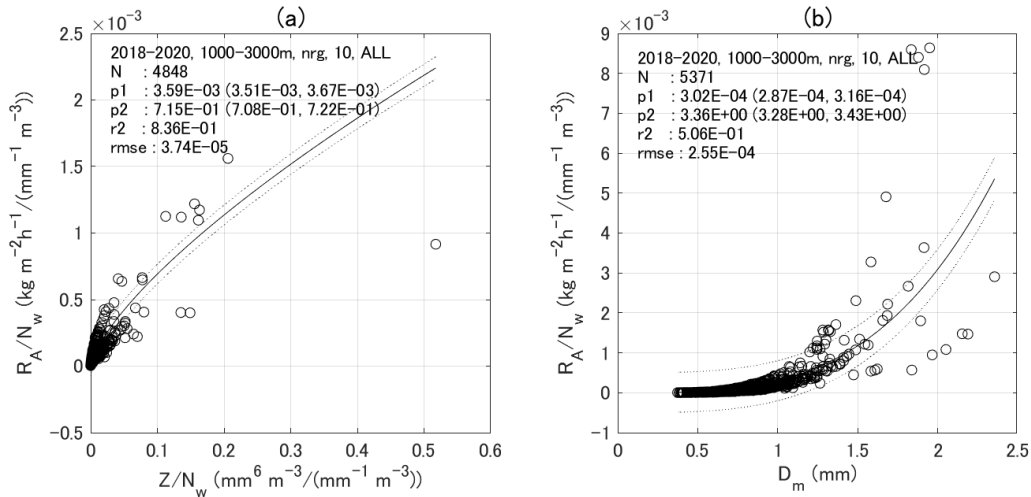


Fig. 16 Scatter plots of (a) $R_A/N_w-Z_A/N_w$ and (b) R_A/N_w-D_m .

される。これらの点は今後の研究課題であろう。

5. まとめ

本研究は、降灰粒子の粒径分布 (PSD) の特徴を明らかにし PSD パラメータ間の関係を調べるために行われた。用いたデータは 2018 年から 2020 年に桜島で発生した爆発的噴火のうち噴煙高度が 1000 m 以上の 203 件の事例について Parsivel² により測定された計 4741 サンプルの PSD データである。PSD データの解析にはレーダ気象学で開発された手法を用いた。

観測された降灰粒子の PSD は降水粒子の場合と同様に、ガンマ PSD モデルと規格化 PSD モデルで記述できることが確かめられた。ガンマ PSD パラメータ ($\log_{10} N_0, A, \mu$) の間には良い相関関係があり、その関係式が導き出された。 μ と D_{\max} の間に興味深い関係式があった。 μ の値は D_{\max} と反比例して変化し、 D_{\max} が大きくなると μ はゼロに近くなり PSD は指数分布に近づく。このことおよび PSD パラメータ間の関係式を用いれば、 D_{\max} を仮定することでガンマ PSD を決定できることを示唆しており、火山灰の輸送拡散モデルの PSD の初期値の設定に利用できるであろう。

ガンマ PSD パラメータの関係式はレーダ気象学における逆問題を解くのに用いることができる。すなわちレーダ観測から PSD パラメータを推定する問題である。‘降水’の場合、 D_0 (または A) はレーダ反射因子差 Z_{DR} から推定され、 N_0 は $\mu=0$ と仮定して、 D_0 と測定された Z から求められる (Seliga and Bringi, 1976)。この方法は粒径が大きくなれば雨滴はより扁平な形になるという事実に基づいている。レーダによる降灰粒子の PSD の推定には粒子の形状と大き

さに関する更なる研究が必要である。近年、降灰粒子の形状が 2DVD によって調べられている (Suh et al., 2019)。また、火山学的な観点から、噴火のタイプを調べるのに火山灰粒子の形状の分類が試みられている (Shoji et al., 2018)。しかしながら現在まで、降灰粒子の形状と大きさの間の明瞭な関係は見つかっていない。

本研究は、観測された PSD を記述するために規格化 PSD モデルを提案した。規格化 PSD モデルは降灰強度の変化を考慮することなく PSD を議論できるという利点がある。 R_A/N_w と D_m には明瞭な相関関係があることわかった。その関数形が回帰分析によって求められた。2つのパラメータ N_w と D_m がレーダ観測から推定できれば、 R_A は R_A/N_w-D_m 関係式から求められる。しかしながら、 N_w および D_m をいかに求めるかの研究が必要である。観測された PSD を用いた散乱計算により N_w, D_m と偏波レーダパラメータの間の理論的な関係式を導き出し、実際の降灰を偏波レーダにより観測し、検証する必要がある。

本研究で提案した降灰強度と降灰密度を推定するレーダ反射因子のべき乗式 (R_A-Z_A 関係式と C_A-Z_A 関係式) は PSD データに基づく式である。得られた関係式には、PSD の変動に起因する誤差が必然的に含まれるために、実際の利用に当たっては注意が必要である。長期間の降灰量を求める場合には、PSD の変動は相殺されるので誤差は小さくなる。本研究では時間積算した降灰量 S_A と反射因子 S_Z の関係式を求めた。得られた関係式は線形に近く、簡便で定量的な降灰モニタリングに用いることができる。

本研究で得られた降灰量推定式は、実際に観測された PSD の観測データに基づくもので、国内外で初めてとなるものであろう。これは、桜島に設置され

たディストロメータのネットワークの寄与するところが大きい。桜島では偏波レーダ観測データも蓄積されており、これらのデータを利用することで、降灰量推定の精度を改善できる可能性がある。

謝 辞

本研究の遂行にあたって、京都大学理学研究科特別研究員瀧下恒星氏にはParsivel²のデータを提供していただきました。また、国土交通省XMPレーダデータはデータ統合・解析システム (DIAS) を通じてダウンロードしました。本研究は文部科学省「次世代火山研究・人材育成総合プロジェクト」JPJ005391の助成を受けたものです。ここに記して感謝いたします。

参 考 文 献

- Atlas, D.; Ulbrich, C.W. (1977): Path- and areaintegrated rainfall measurement by microwave attenuation in the 1-3 cm band. *J. Appl. Meteor.*, 16, pp. 1322–1331.
- Battaglia, A.; Rustemeier, E.; Tokay, A.; Blahak, U.; Simmer, C. (2010): PARSIVEL Snow Observations: A Critical Assessment. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 27, pp. 333–344.
doi.org/10.1175/2009JTECHA1332.1
- Beckett, F.; Rossi, E.; Devenish, B.; Witham, C.; Bonadonna, C. (2022): Modelling the size distribution of aggregated volcanic ash and implications for operational atmospheric dispersion modelling. *Atmos. Chem. Phys.*, pp. 3409–3431.
<https://doi.org/10.5194/acp-22-3409-2022>
- Bringi, V.; Chandrasekar, V. (2001): *Polarimetric Doppler Weather Radar: Principles and Applications*; Cambridge University Press: Cambridge, pp. 378–426.
[doi:10.1017/CBO9780511541094](https://doi.org/10.1017/CBO9780511541094).
- Brown, R.J.; Bonadonna, C.; Durant, A.J. (2012): A review of volcanic ash aggregation, *Phys. Chem. Earth, Parts A/B/C*, 45-46, pp. 65-78.
- Cashman, K.; Rust, A. (2016): ‘Introduction: Part 2: Volcanic Ash: Generation and Spatial Variations’. In *Volcanic ash hazard observation*, S. Mackie, K. Cashman, H. Ricketts, A. Rust, and M. Watson, Eds.; Elsevier, pp. 5–22.
- Cashman, K.V.; Scheu, B. (2015): Magmatic fragmentation. In *The Encyclopedia of Volcanoes*, 2nd ed.; Sigurdsson, H., Houghton, B., McNutt, S., Rymer, H., Stix, J., Eds.; Academic Press, pp. 459–472.
- Chandrasekar, V.; Bringi, V.N. (1987): Simulation of radar reflectivity and surface measurements of rainfall. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 4, pp. 464–478.
- Costa, A.; Folch, A.; Macedonio, G. (2010): A model for wet aggregation of ash particles in volcanic plumes and clouds: 1. Theoretical formulation. *J. Geophys. Res.*, 115, B09201.
<https://doi.org/10.1029/2009JB007175>
- Costa, A.; Pioli, L.; Bonadonna, C. (2016): Insights into tephra total grain-size distribution from field data analysis. *Earth. Planet. Sci. Lett.*, 443, pp. 90–107. doi.org/10.1016/j.epsl.2016.02.040.
- Delanoë, J.; Protat, A.; Testud, J.; Bouniol, D.; Heymsfield, A.J.; Bansemmer, A.; Brown, P.R.A.; Forbes, R.M. (2015): Statistical properties of the normalized ice particle size distribution. *J. Geophys. Res.*, 110, D10201.
<https://doi.org/10.1029/2004JD005405>
- DIAS, “XRAIN Precipitation Original Data search and Download System” (accessed March 13, 2019).
<https://auth.diasjp.net/cas/login?service=http://xrain.diasjp.net/original/&locale=en>
- Folch, A.; Costa, A.; Durant, A.; Macedonio, G. (2010): A model for wet aggregation of ash particles in volcanic plumes and clouds: 2. Model application. *J. Geophys. Res.*, 115, B09202. [doi:10.1029/2009JB007176](https://doi.org/10.1029/2009JB007176)
- Guyot, A.; Pudashine, J.; Protat, A.; Uijlenhoet, R.; Pauwels, V. R. N.; Seed, A. Walker, J. P. (2019): Effect of disdrometer type on rain drop size distribution characterisation: a new dataset for

- south-eastern Australia, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 23, pp. 4737–4761.
<https://doi.org/10.5194/hess-23-4737-2019>
- Iguchi, M.; Nakamichi, H.; Tanaka, H.; Ohta, Y.; Shimizu, A.; Miki, D. (2019): Integrated monitoring of volcanic ash and forecasting at Sakurajima volcano, Japan. *J. Disast. Res.*, 14, pp. 798–809. doi.org/10.20965/jdr.2019.p0798
 JMA. https://www.jma-net.go.jp/kagoshima/vol/kazan_top.html (accessed 3 Oct. 2019).
- Joss J.; Waldvogel A. (1967): Ein spektrograph für niederschlagstropfen mit automatischer auswertung (A spectrograph for raindrops with automatic interpretation). *Pure Appl Geophys.*, 68, pp. 240–246.
- Kaminski, E.; Jaupart, C. (1998): The size distribution of pyroclasts and the fragmentation sequence in explosive volcanic eruptions. *J. Geophys. Res.*, 103, pp. 29759–29779.
- Kozono, T.; Iguchi, M.; Miwa, T.; Maki, M.; Maesaka, T.; Miki, D. (2019): Characteristics of tephra fall from eruptions at Sakurajima volcano, revealed by optical disdrometer measurements. *Bull. Volcanol.*, 81, 41.
<https://doi.org/10.1007/s00445-019-1300-2>
- Kozu, T.; Nakamura, K. (1991): Rainfall parameter estimation from dual-radar measurements combining reflectivity profile and path-integrated attenuation. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 8, pp. 251–271.
[https://doi.org/10.1175/1520-0426\(1991\)008<0259:RPEFDR>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0426(1991)008<0259:RPEFDR>2.0.CO;2)
- Krajewski, W.F.; Kruger, A.; Caracciolo, C.; Golé, P.; Barthes, L.; Creutin, J-D.; Delahaye, J-Y.; Nikolopoulos, E.I.; Ogden, F.; Vinson, J-P. (2006): DEVEX—Disdrometer Evaluation Experiment: Basic results and implications for hydrologic studies. *Adv. Water Resour.*, 29, pp. 311–325. doi:10.1016/j.advwatres.2005.03.018
- Kruger, A.; Krajewski, W.F. (2002): Two-dimensional video disdrometer: A description. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 19, pp. 602–617.
- Kueppers, U.; Scheu, B.; Spieler, O. (2006): Fragmentation efficiency of explosive volcanic eruptions: A study of experimentally generated pyroclasts. *J. Volcanol. Geoth. Res.*, 153, pp. 125–135.
doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2005.08.006
- Lanza, L.G.; Vuerich, E. (2009): The WMO Field Intercomparison of Rain Intensity Gauges, *Atmos. Res.*, 94, pp. 534–543.
<https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2009.06.012>
- Liao, L.; Meneghini, R.; Iguchi, T.; Tokay, A. (2020): Characteristics of DSD bulk parameters: Implication for radar rain retrieval. *Atmosphere*, 11(6), 670.
<https://doi.org/10.3390/atmos11060670>
- Löffler-Mang, M.; Joss, J. (2000): An optical disdrometer for measuring size and velocity of 852 hydrometeors. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 17, pp. 130–139.
- Maki, M.; Takaoka, R.; Iguchi, M. (2021): Characteristics of particle size distributions of falling volcanic ash measured by optical disdrometers at the Sakurajima volcano, Japan. *Atmosphere*, 12(5), 601;
<https://doi.org/10.3390/atmos12050601>
- Marshall, J.S.; Palmer, W.McK. (1948): The distribution of raindrops with size. *J. Meteor.*, 5, pp. 165–166. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1948\)005<0165:TDORWS>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1948)005<0165:TDORWS>2.0.CO;2)
- Mastin, L.G.; Guffanti, M.; Servranckx, R.; Webley, P.W.; Barsotti, S.; Dean, K.; Denlinger, R.; Durant, A.; Ewert, J.W.; Gardner, C.A.; Holliday, A.C.; Neri, A.; Rose, W.I.; Schneider, D.; Siebert, L.; Stunder, B.; Swanson, G.; Tupper, A.; Volentik, A.; Waythomas, C.F. (2009): A multidisciplinary effort to assign realistic source parameters to model of volcanic ash-cloud transport and dispersion during eruptions. In Special Issue on Volcanic Ash Clouds; Mastin, L., Webley, P., Eds.; *J. Volcanol. Geoth. Res.*, 186, pp. 10–21.
doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2009.01.008

- Miwa, T.; Maki, M.; Kozono, T.; Fujita, E.; Tanada, T.; Iguchi, M. (2015): Experimental measurement on falling velocity of volcanic ash from Sakurajima volcano by using PARSIVEL disdrometer. *Annual of Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ.*, 58(B), pp. 91-94. (Japanese with English abstract).
<http://hdl.handle.net/2433/210085>
- OTT Hydromet GmbH. (2011): Operating instructions, Present Weather Sensor, OTT Parsivel². Document number 70.210.001.B.E 04-0911., 46pp.
- Pioli, L.; Bonadonna, C.; Pistolesi, M. (2019): Reliability of total grain-size distribution of tephra deposits. *Sci Rep.*, 9, 10006.
doi.org/10.1038/s41598-019-46125-8
- Rust, A.C.; Cashman K.V. (2011): Permeability controls on expansion and size distributions of pyroclasts, *J. Geophys. Res.*, 116, B11202,
<http://doi.org/10.1029/2011JB008494>
- Schönhuber, M.; Lammer, G.; Randeu, W.L. (2007): One decade of imaging precipitation measurement by 2D-video-distrometer. *Adv. Geosci.*, 10, pp. 85–90. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00296982>
- Schönhuber, M.; Lammer, G.; Randeu, W.L. (2008): The 2D-video-distrometer, precipitation: advances in measurement, estimation and prediction. In: Michaelides, P. Ed.; *Precipitation: Advances in Measurement, Estimation and Prediction*. Springer, pp. 3–31.
https://doi.org/10.1007/978-3-540-77655-0_1
- Sekhon R.S.; Srivastava, R.C. (1970): Snow size spectra and radar reflectivity. *J. Atmos. Sci.*, 28, pp. 983–994.
[https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1970\)027<0299:SSSARR>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1970)027<0299:SSSARR>2.0.CO;2)
- Sekhon, R.S.; Srivastava, R.C. (1971): Doppler radar observations of drop-size distributions in a thunderstorm. *J. Atmos. Sci.*, 28, pp. 983–994.
[https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1971\)028<0983:DROODS>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1971)028<0983:DROODS>2.0.CO;2)
- Seliga, T.A.; Bringi, V.N. (1976): Potential use of radar differential reflectivity measurements at orthogonal polarizations for measuring precipitation. *J. Appl. Meteor.*, 15, pp. 69–76.
[https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1976\)015<0069:PUORDR>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1976)015<0069:PUORDR>2.0.CO;2)
- Sempere Torres, D.; Porrà, J.M; Creutin, J.-D. (1998): A general formulation for raindrop size distribution. *J. Geophys. Res.*, 103, pp. 1785–1797. <https://doi.org/10.1029/97JD02065>
- Shoji, D.; Noguchi, R.; Otsuki, S.; Hino, H. (2018): Classification of volcanic ash particles using a convolutional neural network and probability. *Sci Rep.*, 8, 8111.
<https://doi.org/10.1038/s41598-018-26200-2>
- Suh, S.-H.; Maki, M.; Iguchi, M.; Lee, D.-I.; Yamaji, A.; Momotani, T. (2019): Laboratory analysis of volcanic ash particles using a 2D video disdrometer. *Atmos. Meas. Tech.*, 12, pp. 5363–5379. [doi:10.5194/AMT-2019-88](https://doi.org/10.5194/AMT-2019-88).
- Testud, J.; Le Bouar, E; Obligis, E.; Ali Mehenni, M. (2000): The rain profiling algorithm applied to polarimetric weather radar. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 17, pp. 332–356.
[https://doi.org/10.1175/1520-0426\(2000\)017<0332:TRPAAT>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0426(2000)017<0332:TRPAAT>2.0.CO;2)
- Testud, J.; Oury, S.; Black, R.A., Amayenc, P.; Dou, X. (2001): The Concept of “Normalized” Distribution to Describe Raindrop Spectra: A Tool for Cloud Physics and Cloud Remote Sensing. *J. Appl. Meteor.*, 40, pp. 1118–1140.
 DOI: 10.1175/1520-0450(2001)040<1118:TCONDNT>2.0.CO;2
- Thurai, M.; Petersen, W. A.; Tokay, A.; Schultz, C.; and Gatlin, P. (2001): Drop size distribution comparisons between Parsivel and 2-D video disdrometers, *Adv. Geosci.*, 30, 3–9.
<https://doi.org/10.5194/adgeo-30-3-2011>
- Tokay, A.; Wolff, D.B.; Petersen, W.A. (2014): Evaluation of the new version of the laser-optical disdrometer, OTT Parsivel². *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 31, pp. 1276–1288.

- Ulbrich, C.W. (1983): Natural variations in the analytical form of the drop size distribution. *J. Climate Appl. Meteor.*, 22, pp. 1764–1775.
- Ulbrich, C.W. (1985): The Effects of Drop Size Distribution Truncation on Rainfall Integral Parameters and Empirical Relations. *J. Climate Appl. Meteor.*, 24, pp. 580–590.
[https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1985\)024<0580:TEODSD>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1985)024<0580:TEODSD>2.0.CO;2)
- Ulbrich, C.W.; Atlas, D. (1984): Assessment of the contribution of differential polarization to improved rainfall measurements. *Radio Sci.*, 19, pp. 49–57.
- Ulbrich, C.W.; Atlas, D. (1998): Rainfall microphysics and radar properties: analysis methods for drop size spectra. *J. Appl. Meteor.*, 37, pp. 912–923.
[https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1998\)037<0912:RMARPA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1998)037<0912:RMARPA>2.0.CO;2)
- Webley, P.; Mastin, L. (2009): Improved prediction and tracking of volcanic ash clouds. In *Special Issue on Volcanic Ash Clouds*; Mastin, L., Webley, P., Eds.; *J. Volcanol. Geoth., Res.*, 186, pp. 1–9.
doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2008.10.022
- Willis, P. T. (1984): Functional fits to some observed drop size distributions and parameterization of rain. *J. Atmos. Sci.*, 41, pp. 1648–1661.
[https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1984\)041<1648:FFTSOD>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1984)041<1648:FFTSOD>2.0.CO;2)

付 録

本研究で用いたParsivelデータの解析手順および使用した記号の一覧をpdf形式で添付する。

(論文受理日 : 2022年8月31日)