

粒状体の純粋せん断時の応力誘導ファブリックに及ぼす 初期構造異方性の影響

Effect of Inherent Anisotropy on Stress-induced Fabric of Granular Materials Subject to Pure Shear

上田恭平・中原知洋⁽¹⁾・井川誠二⁽¹⁾

Kyohei UEDA, Tomohiro NAKAHARA⁽¹⁾ and Seiji IGAWA⁽¹⁾

(1) 五洋建設株式会社

(1) Penta-Ocean Construction Co., Ltd.

Synopsis

The strain space multiple mechanism model idealizes the behavior of granular materials based on a multitude of virtual simple shear mechanisms oriented in arbitrary directions. These mechanisms idealize the micromechanical structure of granular materials with induced anisotropy and form a second-order fabric tensor, which relates macroscopic strain to macroscopic stress and has been updated to consider the effect of inherent anisotropy. This paper investigates the inherent anisotropy's effect on the evolution of induced fabric under pure shear loading. Comparison with Discrete Element Method (DEM) simulation demonstrates that the strain space multiple mechanism model accounting for inherent anisotropy has the potential to capture the essential features in the evolution of an induced fabric in granular materials subject to pure shear.

キーワード: 初期構造異方性, 誘導ファブリック, 構成モデル, 粒状体, マイクロメカニクス, 応力-ひずみ

Keywords: inherent anisotropy, induced fabric, constitutive model, granular material, micromechanics, stress-strain

1. はじめに

砂のような粒状体の強度・変形特性は、応力誘導異方性に加えて初期構造異方性の影響を強く受けることが知られている。粒状体が応力载荷を受けた際に、粒子や空隙の配置の変化に伴って発生するのが一般的に応力誘導異方性 (Arthur et al., 1977; Oda et al., 1985) と定義されている。一方、初期構造異方性は堆積環境等に応じて生成され、ある特定の方向に卓越した粒子配列や粒子接触に起因すると考えられている (Arthur and Menzies, 1972; Oda, 1972)。

粒状体の初期構造異方性に関する研究は1970年代より実施されており、三軸試験機を用いることで粘

着力のない土の強度特性や応力～ひずみ関係に及ぼす影響について調べられている (Arthur and Menzies, 1972; Oda, 1972; Arthur and Philips, 1975; Oda and Koishikawa, 1978)。1990年代に入ると、中空ねじりせん断試験機を用いた初期構造異方性に関する研究が盛んに実施されるようになる (Nakata et al., 1998; Uthayakumar and Vaid, 1998; Yoshimine et al., 1998)。さらに近年では、個別要素法 (DEM) による数値解析的な研究 (Li and Li, 2009; Fu and Dafalias, 2011) も実施されており、これらの研究成果を基に初期構造異方性を考慮した構成則やこのような構成則を導入した有限要素法 (FEM) プログラムの開発も行われている (Dafalias et al., 2004; Gao et al., 2014; Ueda and

Iai, 2019) .

このような構成則の中で，砂の力学モデルとしてのひずみ空間多重せん断モデル (Iai et al., 1992; 2011) は，任意方向の仮想単純せん断機構の重ね合せに基づいて粒状体の力学挙動を表現するものである．ひずみ空間多重せん断モデルは一般的な弾塑性構成則と異なり，降伏関数や硬化則等を用いていない．任意の方向に配置された（微視的な）単純せん断機構（せん断バネ）の集合体でもって，連続体としての（巨視的な）応力やひずみを与えている．これにより，主応力軸の回転等に伴う粒状体の微視的構造の変化，特に応力誘導ファブリックの変化を柔軟に表現することが可能であることが示されている (Iai et al., 2013a; 2013b) .

しかしながら，これらの研究では初期構造異方性の影響は考慮されていない．そこで本研究では，初期構造異方性を考慮できるように拡張されたひずみ空間多重せん断モデル (Ueda and Iai, 2019) を用い，粒状体の単純せん断時の巨視的な応力・ひずみの変化により発生する誘導異方性構造の形成過程に初期構造異方性が及ぼす影響について，個別要素法を用いた既往のシミュレーション結果との比較を通じて考察する．

2. 初期構造異方性を考慮したひずみ空間多重せん断モデル（復習）

粒状体を連続体ととらえたときの巨視的応力は，粒子間の接点力のある種の平均により与えられる．Fig. 1に示すような平面内の円形粒子の集合体では，接点力 \mathbf{P} は接点垂直（もしくは粒子の中心を結ぶ枝）方向の成分 \mathbf{n} ，およびこれに直交する接線方向成分 \mathbf{t} に分解できる．

$$\mathbf{P} = f_n \mathbf{n} + f_t \mathbf{t} \quad (1)$$

ここに，

$$\mathbf{n}^T = [\cos \theta \quad \sin \theta], \quad \mathbf{t}^T = [\sin \theta \quad -\cos \theta] \quad (2)$$

巨視的応力は代表体積要素（体積 V ）における接点力の平均として，枝の長さ l を用いて以下のとおり与えられる (Christoffèren et al., 1981; Mehrabadi et al., 1982) .

$$\boldsymbol{\sigma}' = \frac{1}{V} \sum l (f_n \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} + f_t \mathbf{t} \otimes \mathbf{n}) \quad (3)$$

Rothenburg and Bathurst (1989)に従うと，接点密度（単位体積当たりの接点数） m_v ，平均枝長さ \bar{l}_0 ，および接点分布関数 $E(\theta)$ を用い，式(3)は以下のとおり書き換えられる．

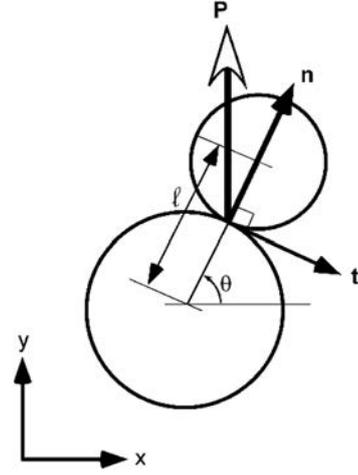


Fig. 1 Contact normal (\mathbf{n}) and tangential (\mathbf{t}) directions, and contact force \mathbf{P}

$$\boldsymbol{\sigma}' = m_v \bar{l}_0 \left[\int_0^{2\pi} \tilde{F}(\theta - \theta_0) f_n(\theta) E(\theta) \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} d\theta + \int_0^{2\pi} \tilde{F}(\theta - \theta_0) f_t(\theta) E(\theta) \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} d\theta \right] \quad (4)$$

ここに，

$$\int_0^{2\pi} E(\theta) d\theta = 1 \quad (5)$$

$$\tilde{F}(\theta) = 1 + a_1 \cos 2\theta + a_2 \cos 4\theta \quad (6)$$

式(6)は初期構造異方性を考慮するために新たに導入された関数で， a_1 ， a_2 ， θ_0 は初期構造異方性を表現するパラメータである．なお，式(4)における接点力分布を表す f_n ， f_t なる記号は， θ 方向についての平均的な成分として定義し直している．

Ueda and Iai (2019)に示すように，式(4)を展開すると，以下のとおり等方成分（等方応力 p' ）ならびに偏差成分（仮想単純せん断応力 q ）に分解できる．

$$\boldsymbol{\sigma}' = -p' \mathbf{I} + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} q \langle \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \rangle d\theta \quad (7)$$

ここに，

$$p' = -\frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \quad (8)$$

$$q = m_v \bar{l}_0 \left[\left\{ \tilde{F}(\theta - \theta_0) f_n(\theta) E(\theta) - \bar{f}_0 \bar{E}_0 \right\} + \tilde{F}(\theta - \theta_0) f_t \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right) E \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (9)$$

であり，式(8)(9)における平均垂直成分 \bar{f}_0 および平均接点分布 \bar{E}_0 は以下のとおりである．

$$\bar{f}_0 = \int_0^{2\pi} f_n(\theta) E(\theta) d\theta \quad (10)$$

$$\bar{E}_0 = \frac{1}{2\pi} \quad (11)$$

ここで、積分変数 θ を $\omega = 2\theta$ なる変数で置き換えると、式(7)は以下のとおり書き換えられる。

$$\boldsymbol{\sigma}' = -p' \mathbf{I} + \frac{1}{4} \int_0^{4\pi} q \langle \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \rangle d\omega \quad (12)$$

ここに、

$$\langle \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \rangle = \begin{bmatrix} \cos \omega & \sin \omega \\ \sin \omega & -\cos \omega \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$q = \tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) q_{\text{Iso}}(\omega) + q_{\text{Aniso}}(\omega) \quad (14)$$

$$q_{\text{Iso}}(\omega) = m_v \bar{l}_0 \left[\left\{ f_n \left(\frac{\omega}{2} \right) E \left(\frac{\omega}{2} \right) - \bar{f}_0 \bar{E}_0 \right\} + f_t \left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4} \right) E \left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (15)$$

$$q_{\text{Aniso}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) - 1 \right\} m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \quad (16)$$

ここで、ひずみ空間多重せん断モデルでは、式(15)に示す（初期構造異方性が存在しない場合の）仮想単純せん断応力 q_{Iso} を、次式により仮想単純せん断ひずみ γ と関連付けている（Iai et al., 1992; 2011）。

$$q_{\text{Iso}}(\gamma(\omega)) = \frac{\gamma(\omega) / \gamma_v}{1 + |\gamma(\omega) / \gamma_v|} q_v \quad (17)$$

ここに、

$$\gamma = \langle \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \rangle : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (18)$$

であり、式(17)における q_v , γ_v は、それぞれ各単純せん断機構におけるせん断強度と（せん断）基準ひずみを表す。式(17)より、

$$q_{\text{Iso}}(\omega + \pi) / q_v = -q_{\text{Iso}}(\omega) / q_v \quad (19)$$

なる関係式が成立するので、式(12)は最終的に以下のように書き表せる。

$$\boldsymbol{\sigma}' = -p' \mathbf{I} + \int_0^\pi q \langle \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} \rangle d\omega \quad (20)$$

ここに、

$$q = F(\omega - \omega_0) q_{\text{Iso}}(\omega) + q_{\text{Aniso}}(\omega) \quad (21)$$

$$F(\omega) = 1 + a_2 \cos 2\omega \quad (22)$$

$$q_{\text{Aniso}}(\omega) = -\frac{1}{\pi} a_1 \cos(\omega - \omega_0) p' \quad (23)$$

であり、初期構造異方性を表現する関数 \tilde{F} （式(6)）が、式(22)に示す関数 F に変換されている。

3. 誘導ファブリックに寄与する要因

上述のひずみ空間多重せん断モデルを通じて誘導ファブリックの検討を行うために、巨視的な等方応力成分と偏差応力成分に寄与する微視的な要因について考察する。等方応力成分に対する微視的な成分の寄与は、式(7)の右辺第1項より、式(8)(11)を用いて以下のとおりとなる。

$$p^* = \frac{1}{\pi} p' = -m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \bar{E}_0 \quad (24)$$

次に、式(7)における偏差成分（右辺第2項）への微視的な成分の寄与のうち、まずは接点垂直方向の接点力 f_n の寄与に着目する。 f_n , E の平均（それぞれ \bar{f}_0 , \bar{E}_0 ）を用いるとこの寄与は、

$$\begin{aligned} & m_v \bar{l}_0 \left\{ \tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) f_n \left(\frac{\omega}{2} \right) E \left(\frac{\omega}{2} \right) - \bar{f}_0 \bar{E}_0 \right\} \\ &= m_v \bar{l}_0 \left[\left\{ \bar{f}_0 + \left(\tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) f_n \left(\frac{\omega}{2} \right) - \bar{f}_0 \right) \right\} \right. \\ & \quad \times \left. \left\{ \bar{E}_0 + \left(E \left(\frac{\omega}{2} \right) - \bar{E}_0 \right) \right\} - \bar{f}_0 \bar{E}_0 \right] \\ & \approx m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \left(E \left(\frac{\omega}{2} \right) - \bar{E}_0 \right) \\ & \quad + m_v \bar{l}_0 \left(\tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) f_n \left(\frac{\omega}{2} \right) - \bar{f}_0 \right) \bar{E}_0 \end{aligned} \quad (25)$$

のように書くことができる。ここに、既往の文献（Rothenburg and Bathurst, 1989）にならい、2次の項は無視できると仮定している。

同様に、接点接線方向の接点力 f_t による寄与については、

$$\begin{aligned} & m_v \bar{l}_0 \tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) f_t \left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4} \right) E \left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \\ &= m_v \bar{l}_0 \tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) f_t \left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \\ & \quad \times \left[\bar{E}_0 + \left(E \left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4} \right) - \bar{E}_0 \right) \right] \\ & \approx m_v \bar{l}_0 \tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) f_t \left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \bar{E}_0 \end{aligned} \quad (26)$$

となる。したがって、式(7)の偏差成分に寄与する主要な微視的要因は、式(25)と(26)より以下のように表すことができる。

$$q \approx q_n^E + q_n^f + q_t \quad (27)$$

ここに、

$$q_n^E = m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \left(E \left(\frac{\omega}{2} \right) - \bar{E}_0 \right) \quad (28)$$

$$q_n^f = m_v \bar{l}_0 \left(\tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) f_n \left(\frac{\omega}{2} \right) - \bar{f}_0 \right) \bar{E}_0 \quad (29)$$

$$q_t = m_v \bar{l}_0 \tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) f_t \left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \bar{E}_0 \quad (30)$$

ここで、Rothenburg and Bathurst (1989)が実施した1000個の個別要素を用いた個別要素法 (DEM) による純粋せん断シミュレーションによると、ピークせん断応力時には、以下の関係が成り立つことがわかっている。

$$\max |q_n^E| = a_E m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \bar{E}_0 \quad (31)$$

$$\max |q_n^f| = a_n m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \bar{E}_0 \quad (32)$$

$$\max |q_t| = a_t m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \bar{E}_0 \quad (33)$$

ここに、

$$a_E = 0.23, \quad a_n = 0.47, \quad a_t = 0.10 \quad (34)$$

ここで、式(28)~(30)が ω について位相差を有していないと仮定すると、

$$\max |q| = (a_E + a_n + a_t) m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \bar{E}_0 \quad (35)$$

のように書くことができる。

式(27)における接点力の垂直成分と接線成分により生成される巨視的応力の割合を、それぞれ r_n 、 r_t とし、

$$q_n^f = r_n q(\gamma(\omega)) \quad (36)$$

$$q_t = r_t q(\gamma(\omega)) \quad (37)$$

と表すと、これらの割合は次式で与えられる。

$$r_n = \frac{a_n}{a_E + a_n + a_t} = \frac{0.47}{0.23 + 0.47 + 0.10} = 0.59 \quad (38)$$

$$r_t = \frac{a_t}{a_E + a_n + a_t} = \frac{0.10}{0.23 + 0.47 + 0.10} = 0.13 \quad (39)$$

次に、これらを用いて、平均接点力に対する接点力の比を求めることを考える。式(24)および式(29)より、

$$q_n^f = m_v \bar{l}_0 \tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) f_n \left(\frac{\omega}{2} \right) \bar{E}_0 + p^* \quad (40)$$

であるので、これに式(36)を代入すると、

$$\tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) f_n \left(\frac{\omega}{2} \right) \bar{E}_0 = -p^* + r_n q \quad (41)$$

となる。よって、平均接点力に対する接点力の垂直成分の比は、以下で与えることができる。

$$\tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) \frac{f_n(\omega/2)}{\bar{f}_0} = 1 - r_n \frac{q(\gamma(\omega))}{p^*} \quad (42)$$

ここで、仮想単純せん断機構におけるせん断強度 q_v は、(初期構造異方性が存在しない)土のマクロなせん断強度との間に以下のような関係がある (Iai et al., 1992; 2011)。

$$q_v = \frac{\tau_m^{\text{iso}}}{2} = \frac{p^* \sin \phi_i^{\text{iso}}}{2} = \frac{\pi \sin \phi_i^{\text{iso}}}{2} p^* \quad (43)$$

したがって、仮想単純せん断強度および内部摩擦角を用いて、式(42)は以下のとおりに書き換えられる。

$$\tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) \frac{f_n(\omega/2)}{\bar{f}_0} = 1 - r_n \frac{\pi \sin \phi_i^{\text{iso}}}{2} \frac{q(\gamma(\omega))}{q_v} \quad (44)$$

同様に、平均接点力に対する接点力の接線成分の比は、次式により与えられる。

$$\begin{aligned} \tilde{F} \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) \frac{f_t(\omega/2 + \pi/4)}{\bar{f}_0} \\ = -r_t \frac{q(\gamma(\omega))}{p^*} = -r_t \frac{\pi \sin \phi_i^{\text{iso}}}{2} \frac{q(\gamma(\omega))}{q_v} \end{aligned} \quad (45)$$

4. 個別要素法シミュレーションによる純粋せん断時の誘導ファブリックとの比較

ここでは前章までの議論をもとに、純粋せん断を受ける粒状体の巨視的な応力・ひずみの変化により発生する誘導異方性構造の形成過程について考察し、初期構造異方性を考慮したひずみ空間多重せん断モデルの妥当性について検討する。比較対象として、先に述べたとおりRothenburg and Bathurst (1989)が実施した1000個の個別要素を用いたDEMによる純粋せん断シミュレーションを取り上げる。

まず、同モデルを通じて式(44)より求められた巨視的な純粋せん断時の接点力の垂直成分に伴う応力空間ファブリックをFig. 2に示す。同図にはDEMシミュレーションの結果も併せて示されている。式(41)からわかるように、この応力空間ファブリックは接点力の垂直成分に起因する仮想単純せん断応力 $r_n q$ に、等方的な応力空間ファブリック p^* の寄与を合体させたものである。まず、同図(a)に示す初期構造異方性の影響を考慮しない場合、DEM結果を定性的には表現できているものの、0~90度および180~270度の分布形状がやや異なることが確認できる。一方、初期構造異方性パラメータである a_1 や a_2 を導入すると、同図(b)や(c)に示すように応力空間ファブリックの形状を変化させることがわかる。これらの結果を参考にして、試行錯誤的にDEM結果をより良く表現できるパラメータ ($a_1 = 0.05$, $a_2 = 0.25$, $\theta_0 = 47^\circ$) を決定したのが同図(d)である。同図(a)の初期構造異方性を無視した結果と比較すると、DEMシミュレー

シヨンの誘導ファブリックをより良い精度で表現できていると考えられる。

同様に、式(45)より求めた接点力の接線成分に伴う応力空間ファブリックを、DEMシミュレーションの結果と併せてFig. 3に示す。Fig. 2の場合と同様に、初

期構造異方性を考慮することで、応力空間ファブリックの形状が変化することが示されている。Fig. 3(a)の初期構造異方性を考慮しないケースと比較すると、同図(d)ではFig. 2(d)を同じ初期構造異方性パラメー

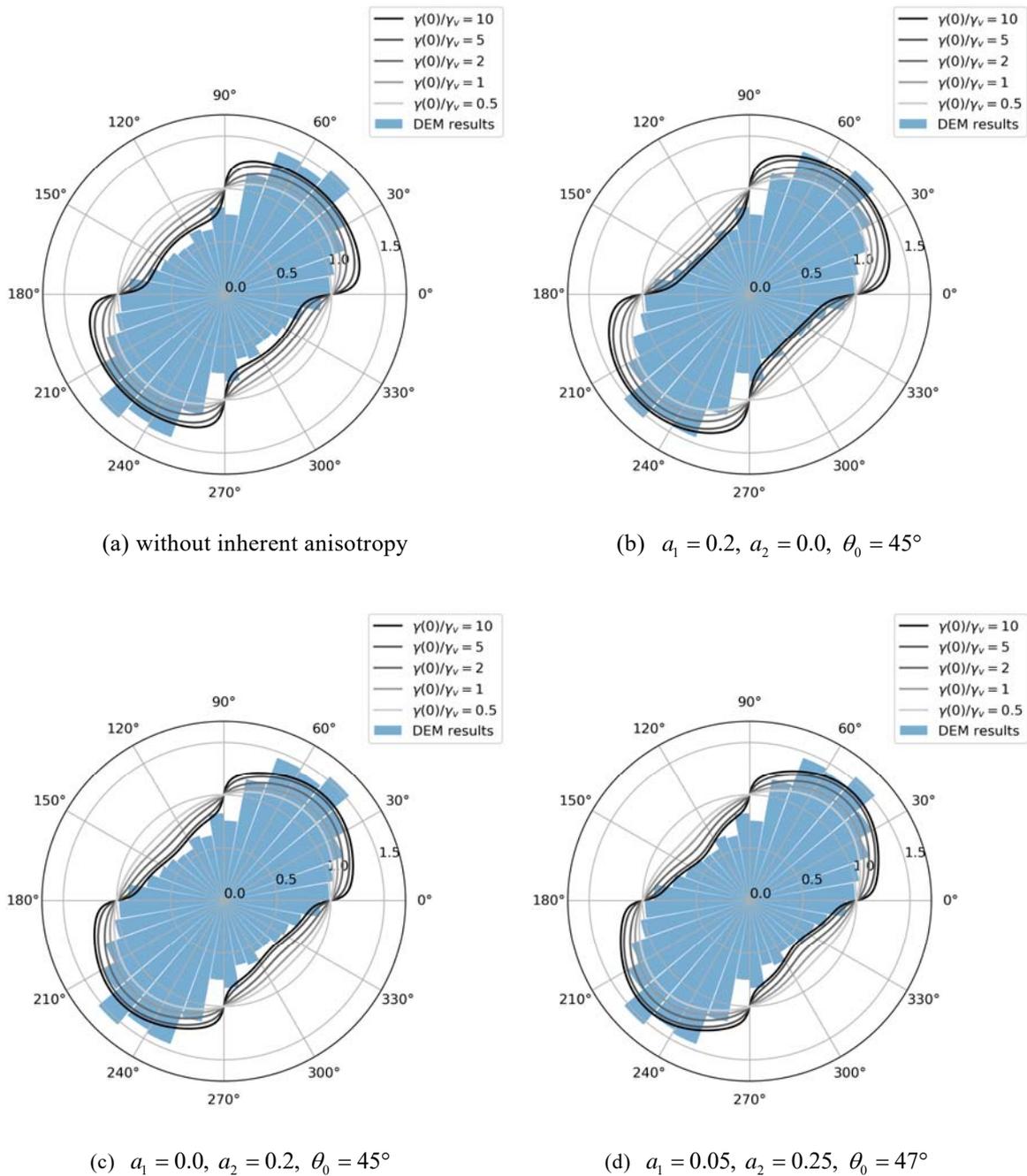


Fig. 2 Evolution of stress space fabric (combined with isotropic fabric) representing normal component of contact forces during pure shear

タを考慮することでDEM結果に近づく様子が確認できる。ただし、DEM結果を完全に再現するには至っておらず、特に0度および180度付近のファブリックの大きさや、60度および240度付近のファブリックの

形状は表現できていない。Fig. 2(d)とは異なる初期構造異方性パラメータを用いることでこの乖離が改善される可能性はあるものの、理論的には接点力の垂直方法および接線方法の寄与に関して同一のパラメ

ータを用いるべきである．そのため，Fig. 3(d)の一致度を高めようとするとき，逆に現状一致しているFig. 2(d)の結果に乖離が見られる可能性が高く，この点については今後の検討課題と言える．

最後に，仮想単純せん断応力 q をせん断強度 q_v で正規化した分布をFig. 4に示す．同図にはDEMシミュレ

ーションの結果も併せて示されている．まず，同図(a)の初期構造異方性を考慮しないケースでは，式(21)より q は q_{iso} と等しくなるため，式(17)に示す関係より q_{iso}/q_v は1.0を上回らない．これは同図(a)からも確認でき，初期構造異方性を考慮しない場合の正規化した破壊線（図中の破線）は，方向に依存せず一

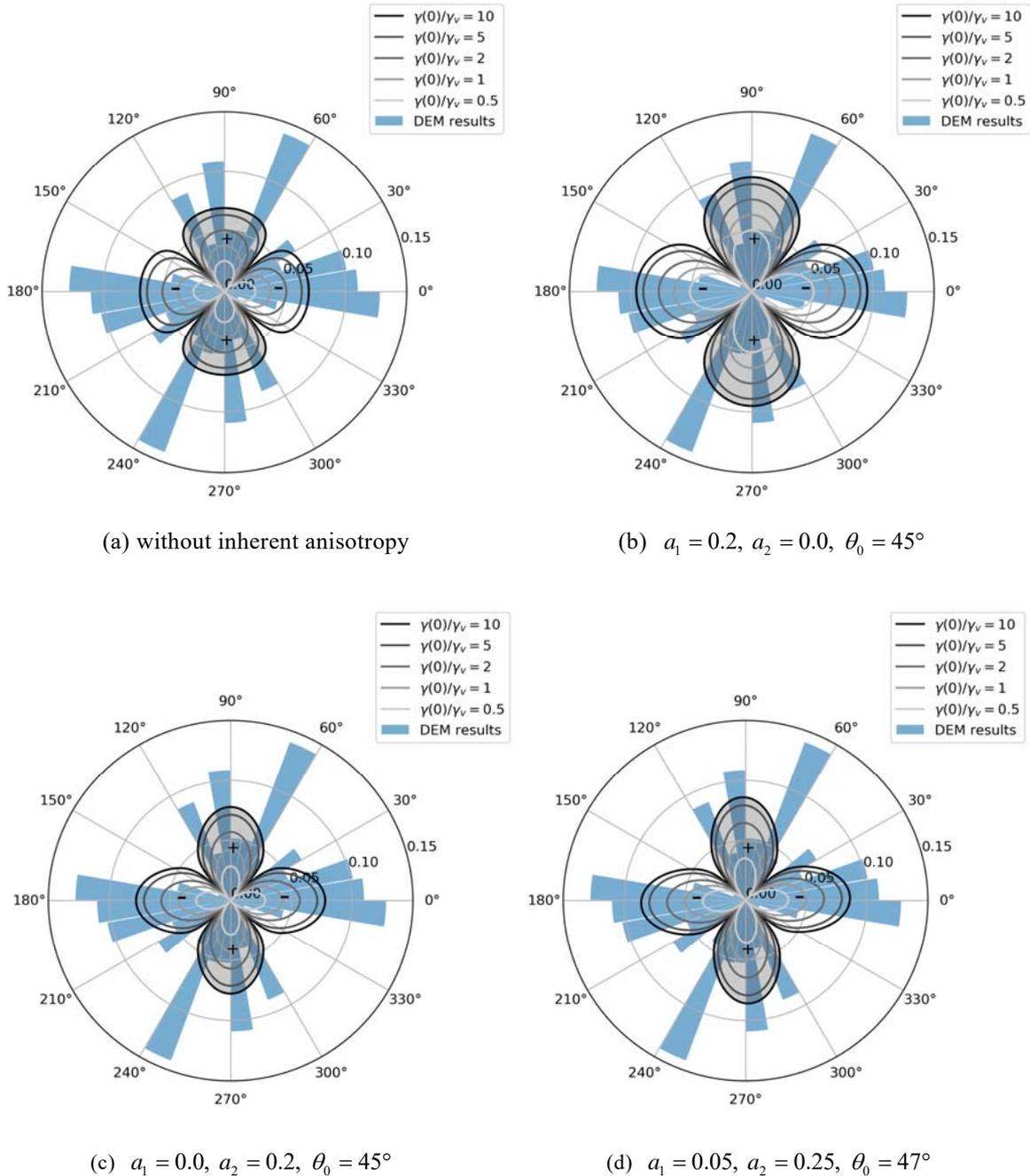


Fig. 3 Evolution of stress space fabric representing tangential component of contact forces during pure shear

定値 (=1.0) をとることになる．それに対し初期構造異方性を考慮したケースでは，式(21)からも確認できるように，初期構造異方性（すなわち式(22)(23)の影響で同図(b)~(d)のように応力空間ファブリッ

クが変化する．それに加えて，破壊線についても同図(a)の円とは異なり複雑な形状を示すことがわかる．特に，方向（角度）により破壊線の大きさが異なることが，初期構造異方性を有する粒状体の特徴であ

ると考えられる．同図(d)は初期構造異方性パラメータとしてFig. 2(d)およびFig. 3(d)と同じ値を用いた結果であるが，初期構造異方性を考慮していないFig. 4(a)と比べると，ひずみ空間多重せん断モデルにおいて初期構造異方性を適切に考慮することによりDEM結果を精度良く表現できることがわかる．なお，図

中に+と示した第2, 第4象限での応力空間ファブリックの再現性は非常に良い一方で，第1, 第3象限における再現性はやや劣っている．DEMシミュレーションで見られた正負の応力ファブリックの差異が特異なものであるのか，もしくは一般的な挙動であるのか含め，今後さらに検討が必要であると考えられる．

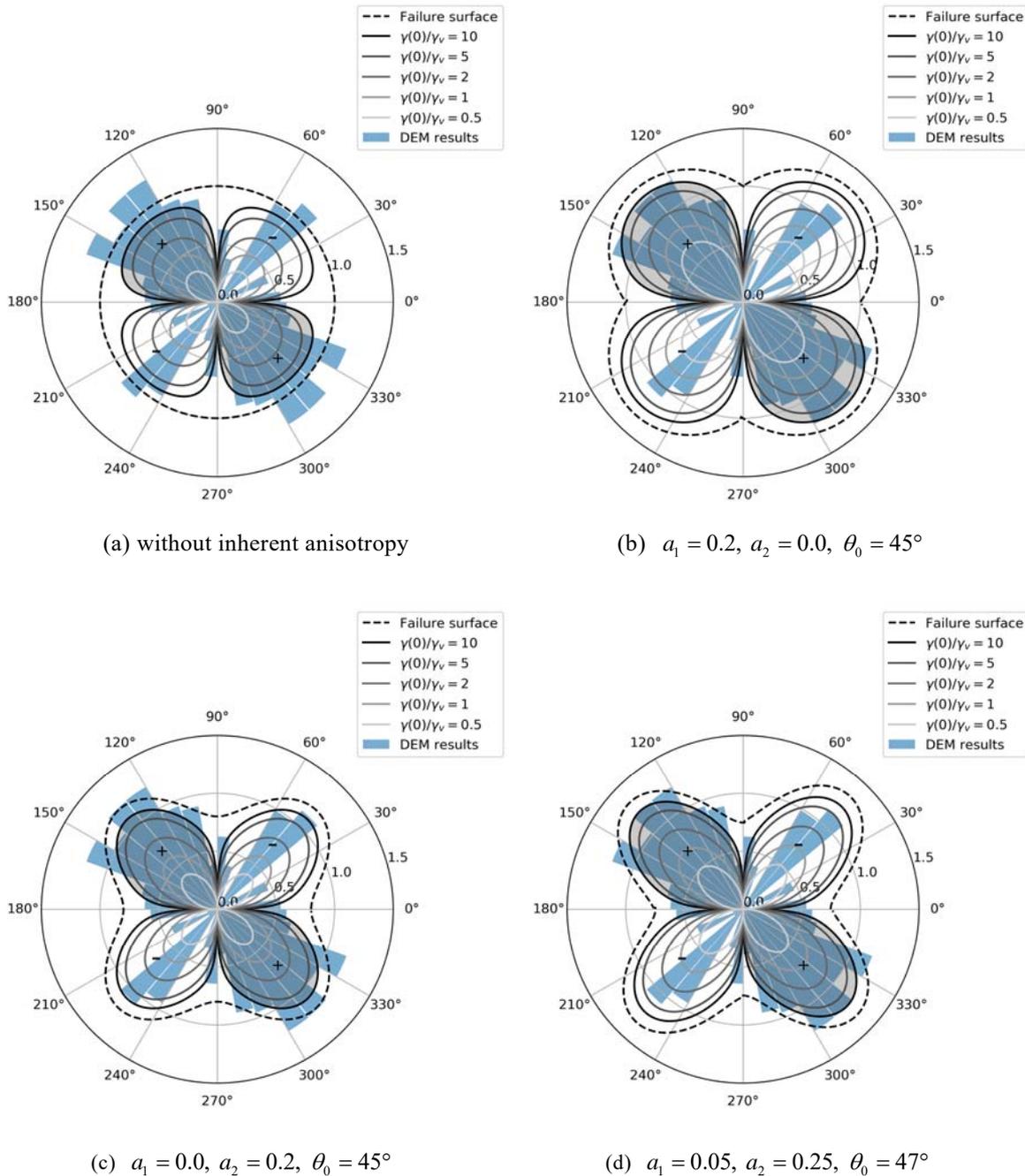


Fig. 4 Evolution of stress space fabric during pure shear

5. まとめ

ひずみ空間多重せん断モデルは，任意方向の仮想単純せん断機構の重ね合せに基づき，粒状体の力学的挙動を表現する．本稿では，初期構造異方性を考

慮できるよう拡張されたひずみ空間多重せん断モデルを用いて，粒状体の巨視的な応力ひずみの変化により発生する誘導異方性構造の形成過程に及ぼす初期構造異方性の影響について考察した．DEMによる既往の単純せん断シミュレーション結果との比較よ

り、同モデルにおいて初期構造異方性を考慮することで、DEMシミュレーションにより得られた粒状体の応力空間ファブリックを適切に表現できる可能性が示された。なお、特に接点力の接線方向の寄与に関しては、同モデルによる表現とDEM結果との間にやや乖離が見られたため、今後さらに検討を進める予定である。

参考文献

- Arthur, J.R.F., Chua, K.S. and Dunstan, T. (1977): Induced anisotropy in a sand, *Géotechnique*, Vol. 27, No. 1, pp. 13-30.
- Arthur, J.R.F. and Menzies, B.K. (1972): Inherent anisotropy in a sand, *Géotechnique*, Vol. 22, No. 1, pp. 115-128.
- Arthur, J.R.F. and Phillips, A.B. (1975): Homogeneous and layered sand in triaxial compression, *Géotechnique*, Vol. 25, No. 2, pp. 799-815.
- Bathurst, R. and Rothenburg, L. (1990): Observations on stress-force-fabric relationships in idealized granular materials. *Mechanics of Materials*, Vol. 9, No. 1, pp. 65-80.
- Christoffersen, J., Mehrabadi, M. M., Nemat-Nasser, S. (1981) : A micromechanical description of granular material behavior. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 48, No. 2, pp. 339-344.
- Dafalias, Y.F., Papadimitriou, A.G. and Li, X.S. (2004): Sand plasticity model accounting for inherent fabric anisotropy, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, Vol. 130, No. 11, pp. 1319-1333.
- Fu, P. and Dafalias, Y.F. (2011): Study of anisotropic shear strength of granular materials using DEM simulation, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 35, No. 10, pp. 1098-1126.
- Gao, Z., Zhao, J., Li, X.S. and Dafalias, Y.F. (2014): A critical state sand plasticity model accounting for fabric evolution, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 38, No. 4, pp. 370-390.
- Iai, S., Matsunaga, Y., Kameoka, T.: Strain space plasticity model for cyclic mobility, *Soils and Foundations*, Vol. 32, No. 2, pp. 1-15, 1992.
- Iai, S., Tobita, T., Ozutsumi, O. (2013a): Induced fabric under cyclic and rotational loads in a strain space multiple mechanism model for granular materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 37, No. 2, pp. 150-180.
- Iai, S., Tobita, T. and Ozutsumi, O. (2013b): Evolution of induced fabric in a strain space multiple mechanism model for granular materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 37, No. 10, pp. 1326-1336.
- Iai, S., Tobita, T., Ozutsumi, O. and Ueda, K. (2011): Dilatancy of granular materials in a strain space multiple mechanism model, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 35, No. 3, pp. 360-392.
- Li, X. and Li, X.S. (2009): Micro-Macro Quantification of the Internal Structure of Granular Materials, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, Vol. 135, No. 7, pp. 641-656.
- Mehrabadi, M. M., Nemat-Nasser, S., Oda, M. (1982): On statistical description of stress and fabric in granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 6, No. 1, pp. 95-108.
- Nakata, Y., Hyodo, M., Murata, H. and Yasufuku, N. (1998): Flow deformation of sands subjected to principal stress rotation, *Soils and Foundations*, Vol. 38, No. 2, pp. 115-128.
- Oda, M., Nemat-Nasser, S. and Konishi, J. (1985): Stress-induced anisotropy in granular masses, *Soils and Foundations*, Vol. 25, No. 3, pp. 85-97.
- Oda, M. (1972): Initial fabrics and their relation to mechanical properties of granular material, *Soils and Foundations*, Vol. 12, No. 1, pp. 17-36.
- Oda, M. and Koishikawa, I. (1977): Anisotropic fabric of sands, *Proc. 9th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering (Tokyo)*, Vol. 1, pp. 235-238.
- Rothenburg, L. and Bathurst, R. J. (1989): Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials, *Géotechnique*, Vol. 39, No. 4, pp. 601-614.
- Ueda, K. and Iai, S. (2019): Constitutive modeling of fabric anisotropy in a strain space multiple mechanism model for granular materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 43, No. 3, pp. 708-737.
- Uthayakumar, M. and Vaid, Y.P. (1998): Static

liquefaction of sands under multiaxial loading, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 35, pp. 273-283.

Yoshimine, M., Ishihara, K. and Vargas, W. (1998): Effects of principal stress direction and

intermediate principal stress on undrained shear behavior of sand, Soils and Foundations, Vol. 38, No. 3, pp. 179-188.

(論文受理日 : 2020年8月18日)