

## 周極渦の崩壊・再生サイクルと予測可能性変動に関する数値実験

仲本康浩・伊藤耕介・余田成男

京都大学大学院理学研究科

### 要 旨

成層圏突然昇温期の予測可能性変動に関する力学的知見を得るため、2次元非発散流モデルで帯状流強制と東西波数1の地形を与えて数値実験を行った。帯状流強制と地形振幅の大きさがある範囲内にあるとき、周極渦が崩壊と再生を繰り返す時間変動解が得られた。

この崩壊・再生サイクル解について特異値解析により摂動の線形発展段階を調べたところ、予測可能性は周極渦の崩壊期と再生期に低くなるという傾向が見られた。またアンサンブル数値積分実験から、非線形発展段階の予測可能性は周極渦変化の影響を受けて変動することが示された。

**キーワード:** 成層圏突然昇温, 周極渦崩壊再生サイクル, 予測可能性変動, 特異値解析

### 1. はじめに

成層圏突然昇温現象 (SSW) とは、冬季極域成層圏の気温が数日のうちに何十度も上昇する現象で、周極渦の崩壊に伴う半球規模の力学的現象である。大規模な SSW は 2~3 年に一度の頻度で発生している。SSW の力学過程について、これまで様々な観点から研究されてきたが、Mukougawa et al. (2005) は中・長期予報の予測可能性変動という観点から研究した。気象庁のヶ月アンサンブル予報結果を用いて、2001 年 12 月に発生した SSW では予報誤差の拡大率が予報の初期時刻に依存して大きく変動することを明らかにした。

彼らの結果を踏まえ、本研究では、予測可能性が周極渦の変化とともにどのように変動するのか、そしてその変動が流れ場の何処に敏感に影響を受けているのか、についての力学的知見を得ることを目的とする。周極渦の崩壊・再生サイクル現象の発生に本質的な大規模力学過程に注目するために、2次元非発散流方程式による理想化された大気モデルを用いる。

まず、このモデルにおいてどのような条件下で周極渦の崩壊・再生現象が起りうるかを調べ、さらにそのような時間変動解での摂動の時間発展について、線形段階と非線形段階に分けて解析を行う。

### 2. 周極渦の崩壊・再生サイクルの理想化実験

Rong and Waugh (2004) は物理過程を簡略化した浅水モデルを用いることにより、水平 2 次元のモデルでも周極渦の崩壊・再生サイクルがみられることを示した。ここでは、さらに理想化した 2 次元非発散流方程式のモデルを用いて、周極渦の崩壊・再生サイクルが得られることを示す。

#### 2.1 モデル

モデル方程式は回転球面上の 2 次元渦位 (Potential Vorticity: PV) 方程式で、次式で与えられる:

$$\frac{Dq}{Dt} = -\frac{1}{\tau_E} (q - q_0) + \nu \Delta^3 (q - q_0). \quad (1)$$

ここで、 $q = \zeta + f + F$  は PV,  $\zeta$  は相対渦度,  $f$  はコリオリパラメータ,  $F$  は地形効果の項である。 $\tau_E$  は緩和時間,  $\nu$  は粘性係数であり、右辺第 1 項は強制項を、第 2 項は粘性項をあらわしている。

強制項内の  $q_0$  は帯状一様な平衡 PV で、この平衡値からのずれに比例した PV の強制が緩和時間  $\tau_E = 10$  日で与えられる。ここでは強制される帯状流の流線関数をルジャンドル多項式  $P_3(\sin\phi)$  で与える (Yoden and Ishioka, 1993)。地形効果  $F$  は東西波数 1 成分のみで与え、次式で表すこととする:

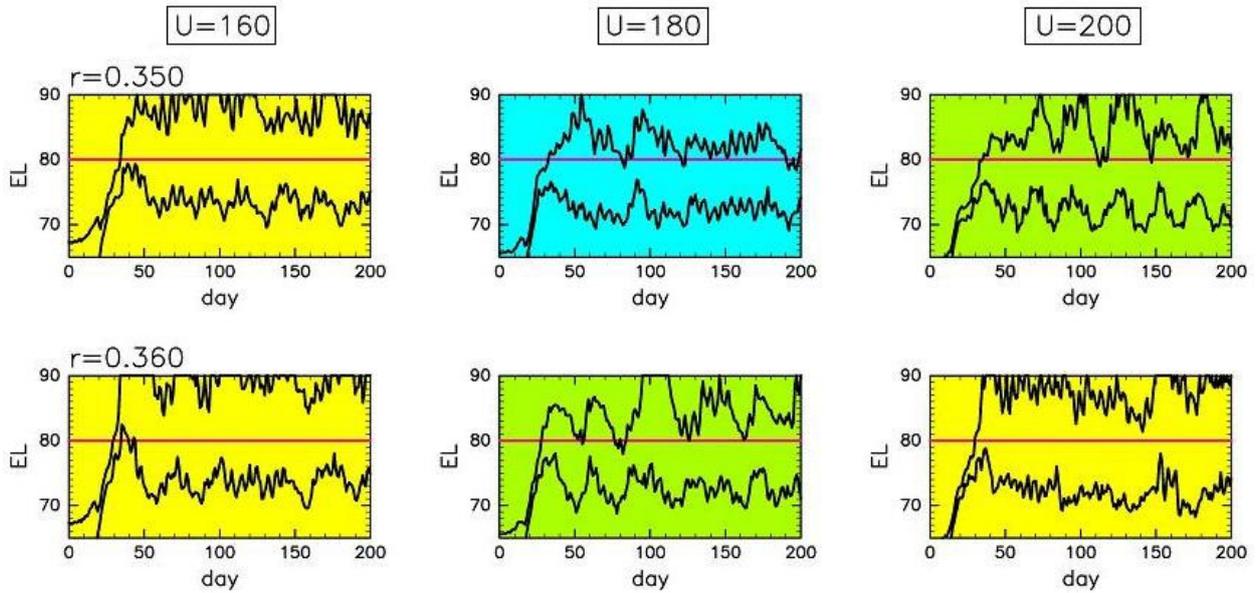


Fig. 1 Time variation of equivalent latitude for PV = 3.0 and 2.5 in 6 cases of the combination of external parameters; the maximum speed of forced zonal flow,  $U_0 = 160, 180, \text{ and } 200$  [m/s] and the ratio of the topographic amplitude to the fluid depth,  $r = 0.35$  and  $0.36$ . Background color is blue for non-breaking polar vortex regime (NB), green for breakdown-and-recovery cycle regime (C), and yellow for broken vortex regime without recovery (B).

$$F = 2\Omega \cdot r \cdot A(t) \cdot B(\phi) \cos \lambda, \quad (2)$$

$$B(\phi) = \begin{cases} m(\phi) \exp(1 - m(\phi)), & \phi \geq 0^\circ, \\ 0, & \phi \leq 0^\circ. \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 $t$ は時刻、 $\lambda$ は経度、 $\phi$ は緯度、 $\Omega$ は地球自転角速度、 $r$ は流体層の厚さに対する地形面振幅の比で、強制波振幅を支配する実験パラメータである。 $m(\phi) = \cot^2 \phi / \cot^2 60^\circ$ であり、 $A(t)$ で強制振幅を積分初期の4日間で0から1まで立ち上げる。

数値計算にはT42切断の球面スペクトル法(自由度は1,848)を用い、4次のルンゲ-クッタ法で時間発展させる。ここではISPACK(石岡, 2005)を用いて計算する。

## 2.2 PV場変動のパラメータ依存性

帯状流強制の最大風速 $U_0$ と地形面振幅 $r$ を実験パラメータとして、PVの時間空間変動がこれらにどのように依存しているかを調べる。

ここでは周極渦の変動を等価緯度(Equivalent Latitude: EL)を用いて診断する。ELとは、あるPVコンターに囲まれた領域の面積を表す指標であり、

$$\phi_E(q_i) = \sin^{-1} \left[ 1 - \frac{S(q_i)}{2\pi a^2} \right], \quad (4)$$

で表わされる。 $S(q_i)$ はPVが $q_i$ 以上の値をとる領域の面積であり、 $a$ は地球半径である。PVは基本的に緯度とともに単調に増加するので、極域である $q_i$ に対して $\phi_E(q_i)$ が相対的に小さいと周極渦が強く、逆に大きいと周極渦が弱い。

Fig. 1は、実験パラメータ $U_0, r$ の組合せ6例について、周極渦変動の様子をELの時間変動として表したものである。変動の特徴をもとに「周極渦が崩壊しない」(NB)、「周極渦が崩壊・再生サイクルを繰り返す」(C)、「周極渦が崩壊後再生しない」(B)の3つのレジームに大別し、それぞれ背景色を「青」「緑」「黄」で示している。ここで、「周極渦の崩壊」の定義を『PV=3.0のELが90°Nに達する』(ここでPVの値は距離を地球半径、時間を1日で無次元化している)、「再生」の定義を『崩壊が起きた後にPV=3.0のELが80°N以南まで後退する』とし、「周極渦が崩壊・再生サイクルを繰り返す」ことを『100日目から200日目に崩壊、再生が2回以上起る』とする。崩壊・再生サイクルを繰り返す場合には周極渦が約1カ月を特徴的な時間スケールとして変動している。

より広い実験パラメータの範囲で数値実験を繰り返し、周極渦の変動状態を分類したのがTable 1である。160m/s  $\leq U_0 \leq$  200m/sの範囲では、地形振幅が小さい( $r \leq 0.33$ )と周極渦は崩壊せず、逆に大きい( $r \geq 0.37$ )と周極渦は一度崩壊した後再生しない。これらの中間の範囲内にあるとき、周極渦は崩壊・

Table 1 Regime diagram showing dependence on the maximum speed of forced zonal flow,  $U_0$  and the ratio of the topographic amplitude to the fluid depth,  $r$ . NB: non-breaking polar vortex regime, C: breakdown-and-recovery cycle regime, B: broken vortex regime without recovery.

$r \backslash U_0$	160	170	180	190	200
0.30	NB	NB	NB	NB	NB
0.31	NB	NB	NB	NB	NB
0.32	NB	NB	NB	NB	NB
0.33	NB	NB	NB	NB	NB
0.34	B	NB	NB	NB	C
0.35	B	C	NB	C	C
0.36	B	B	C	C	B
0.37	B	B	B	B	B
0.38	B	B	B	B	B
0.39	B	B	B	B	B
0.40	B	B	B	B	B

再生サイクルを繰り返す。また、 $U_0$  が 160m/s では周極渦が崩壊・再生することはなく、崩壊・再生サイクルが起るには帯状流強制がある程度以上大きくなければならない。

### 2.3 崩壊・再生サイクル時の方程式各項評価

周極渦の崩壊・再生サイクルに PV 方程式(1)の各項がどのように寄与しているかを調べる。Fig. 2(a) は  $U_0 = 200\text{m/s}$ ,  $r = 0.35$  の場合について、各  $q_i$  に対応する EL の時間変動を示したものである。高緯度側の太線は PV=3.0 であり、低緯度側の太線は PV=2.5 である。極域で PV の値が小さくなる時が周極渦の崩壊時期で、120 日、180 日頃に大規模な崩壊が、150 日頃には小規模な崩壊が起きている。Fig. 2(b)~(e)は、それぞれ、 $\partial q/\partial t$ , 移流項, 強制項, 粘性項の値を等 PV 線上で平均し、各時刻での EL に対応づけて示している。(b)と(c)のコンター間隔が同じなので、このような PV 変動に支配的なのは移流項であることがわかる。強制項(d)には 5 日程度の周期的な変動成分も見られるが、崩壊期には極付近で負の値が現れ、再生期には広い領域で正の値となる。また、粘性項(e)は周極渦が崩壊する時期に大きな負の値をとっている。

### 3. 予測可能性変動：摂動の線形発展段階

前節で示した周極渦が崩壊・再生サイクルを繰り返す

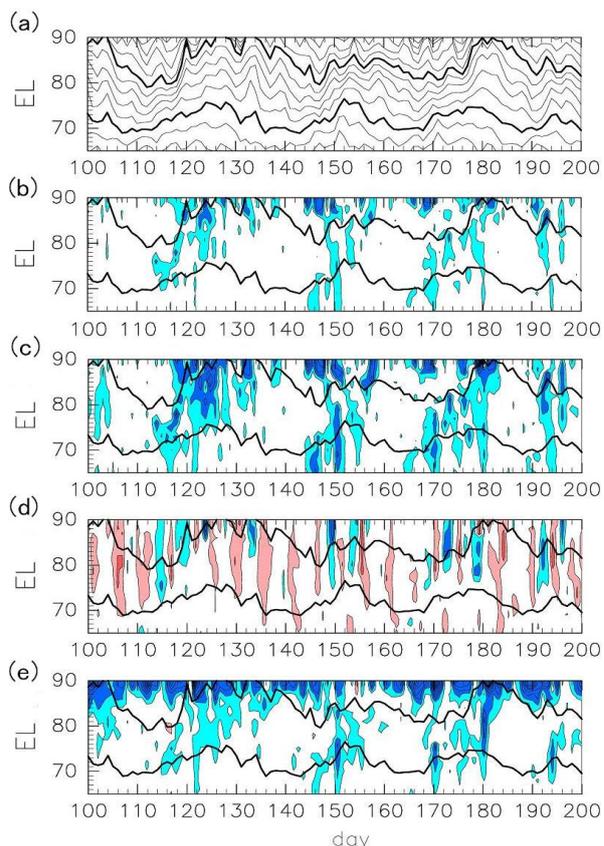


Fig. 2 Time-EL (equivalent latitude) dependence of each term on Eq.(1) averaged along each PV contour for the case of  $U_0 = 200\text{m/s}$  and  $r = 0.35$ . (a) PV, (b)  $\partial q/\partial t$ , (c) advection term, (d) forcing term, (e) dissipation term. Contour interval is 0.2 for (b) and (c), 0.05 for (d), and 0.02 for (e). Areas with positively (negatively) larger value than these are filled with red (blue) color. Zero contours are omitted.

返す解 ( $U_0 = 200\text{m/s}$ ,  $r = 0.35$ ) を基準解とし、それに加えた微小摂動の接線形時間発展を求めて特異値解析を行う (例えば, Yamane and Yoden, 2001; 山根, 2002)。時間変動する各初期値に対して特異値・特異ベクトルを求め、時間積分の初期段階での予測可能性変動について調べる。特異値・特異ベクトルはノルムの定義によって異なるが、本研究では、大気の研究においてよく用いられるエネルギーノルムおよびエンストロフィーノルムを用いることにする。また、評価期間は 5 日とする。

#### 3.1 特異値・特異ベクトル

ある初期時刻  $t_a$  での特異値を求め、大きい順に並べると、第 1 特異値は大きな値を示すが、それ以降は急激に値が減少する。第 1 特異値は日々大きく変動する (次小節) が、順位が下がるに従い日々の変

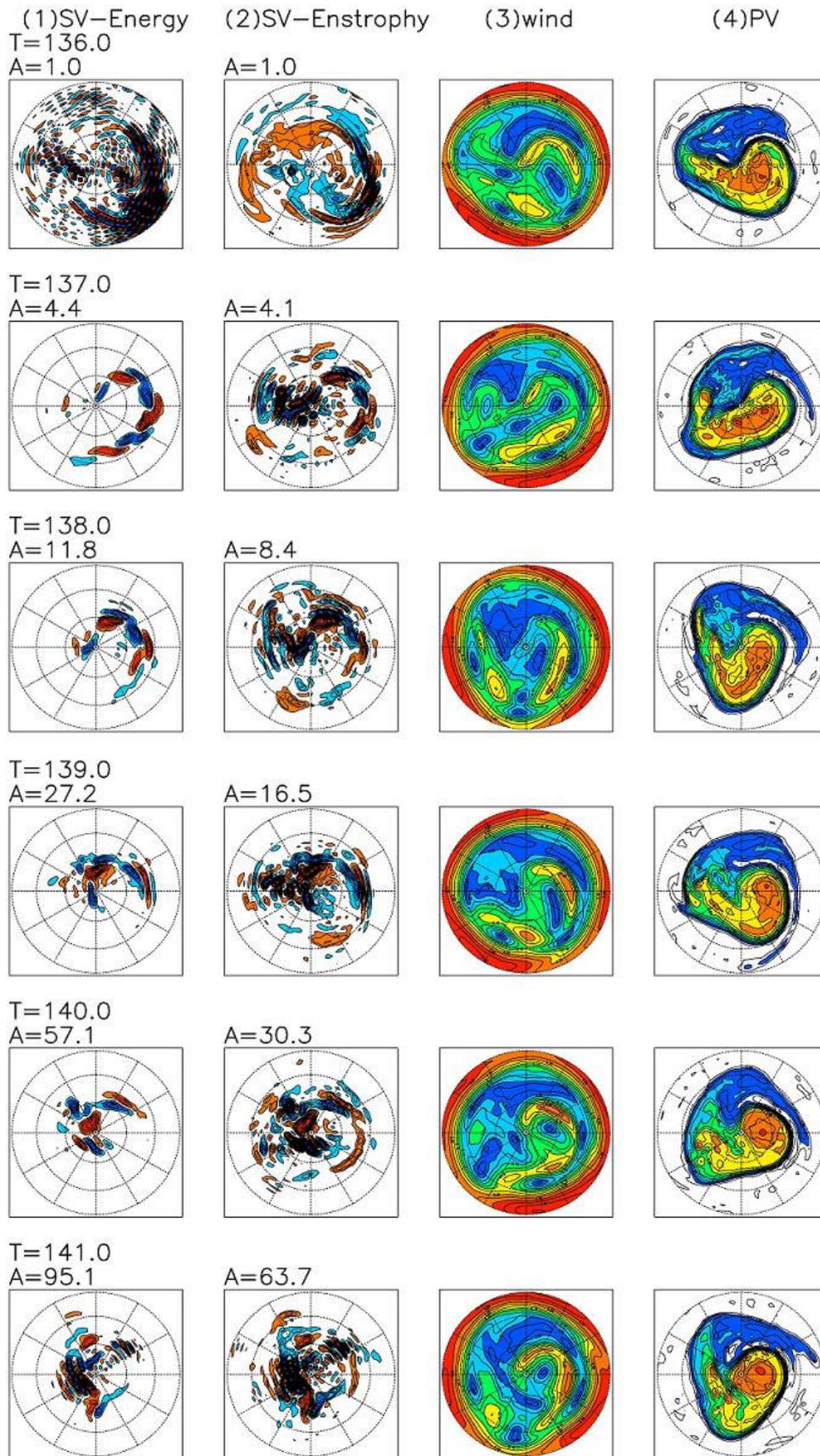


Fig. 3 Time evolution for 5 days of a small perturbation corresponding to the most rapidly growing 1st singular vector based on energy norm (1st column) or enstrophy norm (2nd). Evolutions of the fields of isotachs (3rd) and PV (4th) are also shown. The initial date  $t_a = 136$  day and the evaluation period is 5 days.

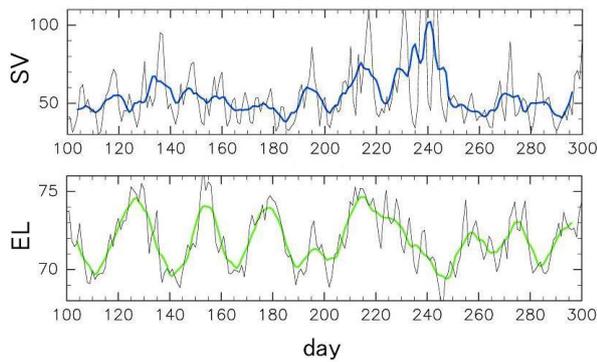


Fig. 4 Time evolutions of the 1st singular value for the evaluation period of 5 days (top) and the equivalent latitude for  $q_i = 2.5$  (bottom). The 9-day running averages in each panel are drawn by blue and green lines, respectively.

動幅が小さくなり、10番目以降はほぼ一定となる。また、約120番目で特異値が1以下となる。全1,848個の特異ベクトルのうち、5日間で増幅されるのは全体の1割以下に過ぎない。

$t_a = 136$ 日を初期時刻として最大発達する前方特異ベクトルの時間発展の様子をFig. 3に示す。左端の列がエネルギーノルムで求めた第1特異ベクトルであり、次の列がエンストロフィーノルムで求めたものである。同時刻の風速分布およびPV分布も示している。エネルギーノルムで求めた特異ベクトルを初期値とする微小摂動の時間発展では、最初の1日以内にエネルギー逆カスケードが起り、 $t = 137$ 日には空間規模がより大きな波列構造を示す。周極渦の縁の流速が大きなジェット流軸域に、大振幅の摂動の波列が並ぶ。この間に摂動の同位相軸はジェット流のシアで東西方向から北西-南東方向に向きを変え、さらに時間とともに北東-南西方向となる。これはOrr (1907)のメカニズムとして知られる擾乱の時間変化である。その後は大振幅の摂動波列がジェット流軸に沿って下流に流されていく。摂動は5日間で95.1倍に拡大される。一方、エンストロフィーノルムでは摂動の空間規模の増大が顕著ではない。しかし、ジェット流軸域の大振幅の波列構造としてエネルギーノルムのそれに対応するものを認めることができる。

### 3.2 第1特異値の時間変動

特異値・特異ベクトルは流れ場の変動と関連して時間変動する。Fig. 4(上)は $t_a = 100$ 日~300日における評価期間5日の第1特異値の変動を示した図で、太線は9日間の移動平均を施したものである。PV=2.5のELの変動もFig. 4(下)に示している。

第1特異値は数日周期の小刻みな変動とともに、10~20日の時間スケールで変動しており、長周期変動成分(青線)の最大値は最小値の約3倍である。数日周期の変動は西進するロスビー波と地形の位相関係に依存した変動であるが、10~20日周期のゆっくりした変動は、周極渦の崩壊・再生サイクルと関連している。特にELの変動が20日強の周期性を示す時期には、周極渦の崩壊期または再生期(ELの長周期時間変動が大きい時期)に第1特異値が極大値を持つ傾向がある。周極渦変動が周期的でない期間( $t_a = 200$ 日~250日)には、特異値の極大値が周期的な時期の極大値と比べて大きい値をもつ。

Fig. 4で示した周極渦変動の指標(EL)は第1特異値の変動をみるうえで最適なものではないが、周極渦の崩壊・再生サイクルに伴って特異値が変動していることを示すものである。

## 4. 予測可能性変動：摂動の非線形発展段階

摂動が有限振幅となり非線形な時間発展をする段階での予測可能性変動について、アンサンブル数値積分実験により調べる。

### 4.1 アンサンブル数値積分実験

初期摂動は評価期間5日間の第1~10前方特異ベクトルとし、摂動の大きさは、初期5日程度は線形的に、それ以降は非線形的に発展するような一定値とする。それぞれに正負逆符号の2つのベクトルをとるので、アンサンブルメンバー数は20である。積分期間は30日とする。

Fig. 5は各摂動の時間発展を示す一例で、 $t_a = 136$ 日を初期時刻とした各アンサンブルメンバーの摂動エネルギーの時間発展を示した図である。線形成長

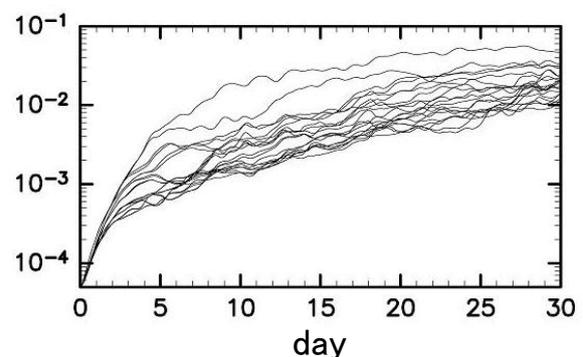


Fig. 5 Time evolutions of perturbation energy of 20 members for 30 days in an ensemble time-integration experiment. The initial conditions are first 10 singular vectors with both signs for the evaluation period of 5 days at  $t_a = 136$  day.

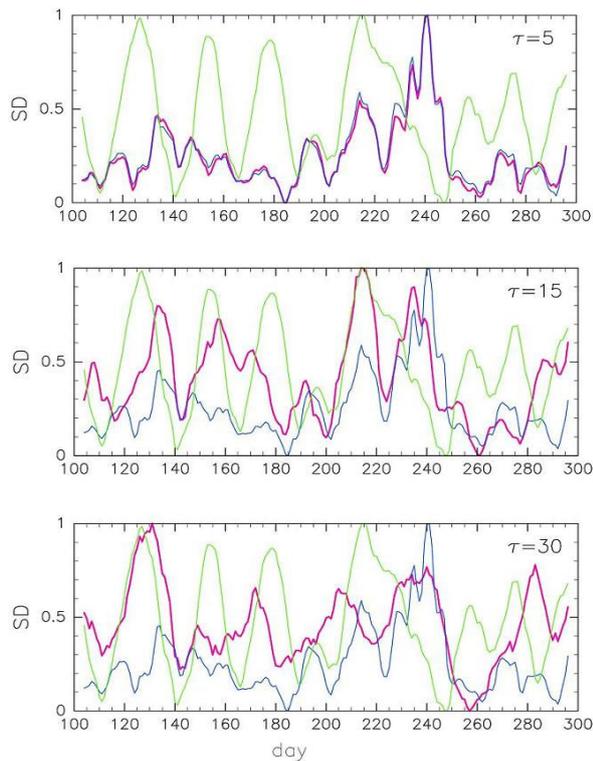


Fig. 6 Time evolutions of the spread of 20 ensembles (red), the 1st singular value for the evaluation period of 5 days (blue), and the equivalent latitude for  $q_i = 2.5$  (green), for 5 days (top), 15 days (middle), and 30 days (bottom) after the initial state. The 9-day running average is applied for all the time series.

段階では、正負逆符号の対で差はないが、5日前後で差が見えはじめる。やがて摂動エネルギーの大きさの逆転が起り、最大と最小で1ケタちかい開きとなる。摂動の成長は初期には指数関数的であるが、やがてよりゆっくりと成長するようになる。

エネルギーノルムでみたアンサンブルメンバーの広がり（スプレッド；定義は高野（2002）参照）を予測可能性の指標として、その時間変動と流れ場との関連を解析する。スプレッドは時間経過とともに大きくなり、初期時刻  $t_a$  に依存して日々変動する。Fig. 6の赤線は、5日後（上）、15日後（中）、30日後（下）のスプレッドに9日間の移動平均を施して、ゆっくり変動する成分を抽出したものである。5日後のスプレッドは前節で求めた第1特異値（Fig. 6の青線）と非常に類似した変動を示す。第1特異値は他の特異値と比べて値が大きく、摂動の成長は線形的な発展段階にあるので、スプレッドが第1特異値と類似した変動となっている。

15日後のスプレッドは、周極渦変動の周期性が崩れる  $t_a = 200$  日～240日を除くと、PV場の変動（Fig. 6の緑線は  $PV=2.5$  のEL）と似た傾向を示す。30日

後のスプレッドになると、20日ずらせばEL変動との相関が最大となり、この段階の摂動成長が流れ場変動の履歴に依存していることを示唆する。

## 5. おわりに

帯状流強制と東西波数1の地形を含む2次元非発散流モデルを用いて時間積分を行ったところ、帯状流強制と地形振幅のパラメータがある範囲にあるときには周極渦が崩壊・再生サイクルを繰り返すことがわかった。また、その場合にPV変動に対する移流項、強制項、粘性項の寄与を調べたところ、崩壊期には各項が負の値をとる傾向があり、再生期には強制項が正の値をとる傾向があることがわかった。

周極渦が崩壊・再生サイクルを繰り返す場合について、予測可能性の時間変動を調べるために初期時刻を変えて特異値解析を行ったところ、周極渦の崩壊期または再生期に加えた摂動は、他の時刻に加えた摂動より発達しやすいことがわかった。なお、評価期間中に大きく発達するものは全体のうちのごく一部であり、流れ場に敏感に影響を与える摂動は、評価期間経過時に渦内部に到達するような位置にある摂動である。

また、アンサンブル数値積分実験により摂動の非線形発展段階における予測可能性を調べたところ、周極渦の崩壊・再生サイクルと関連して変動していることが示された。しかし、予測可能性変動は周極渦変動の履歴に依存しており、両者を結びつける簡単な関係式や指標を見出すことはできなかった。力学的に重要な領域に重みをおいた指標を導入したり、他の事例についても解析したりするなど、更なる研究を進める必要がある。

## 謝辞

特異値解析の理論とプログラミングについて、千葉理科大学山根省三講師に多くのことをお教えいただいた。ここに記して感謝する。

## 参考文献

- 石岡圭一 (2005): ispack-0.71, <http://www.gfd-dennou.org/arch/ispack/>, 地球流体電脳倶楽部.
- 高野清治 (2002): アンサンブル予報の利用技術, 気象研究ノート, **201**, 73-103.
- 山根省三 (2002): 摂動の線形発展の理論, 気象研究ノート, **201**, 21-71.
- Mukougawa, H., Sakai, H., Hirooka, T. (2005): High

- sensitivity to the initial condition for the prediction of stratospheric sudden warming, *Geophys. Res. Lett.*, **32**:L17806, doi10.1029/2005GL022909.
- Orr, W. McF (1907): Stability or instability of the steady-motions of a perfect liquid, *Proc. Roy. Irish Acad.*, **27**, 9-69.
- Rong, P.P., Waugh, D.W. (2004): Vacillations in a shallow-water model of the stratosphere, *J. Atmos. Sci.*, **61**, 1174-1185.
- Yamane, S., Yoden, S. (2001): Finite-time evolution of small perturbations superposed on a chaotic solution: Experiment with an idealized barotropic model, *J. Atmos. Sci.*, **58**, 1066-1078.
- Yoden, S., Ishioka, K. (1993): A numerical experiment on the breakdown of a polar vortex due to forced Rossby waves. *J. Meteor. Soc. Japan*, **71**, 59-72.

## **A Numerical Experiment on Breakdown-and-Recovery Cycle of the Polar Vortex and Associated Predictability Variation**

Yasuhiro NAKAMOTO, Kosuke ITO, and Shigeo YODEN

Graduate School of Science, Kyoto University

### **Synopsis**

In order to obtain dynamical knowledge of predictability variation around a period of stratospheric sudden warming event, a numerical experiment on the polar vortex is made with a two-dimensional model of nondivergent flow on a rotating sphere with an external forcing of the zonal mean zonal flow and bottom topography of zonal wavenumber 1. Quasi-periodic solutions which show breakdown-and-recovery cycle of the polar vortex are obtained for some ranges of these external forcing parameters.

A singular value analysis is made for such quasi-periodic solutions and it is found that perturbation growth in linear phase becomes large during the periods of breakdown and recovery, but not the mature phases. It is also shown by ensemble time-integrations that the predictability in nonlinear growth phase also varies in association with the variation of the polar vortex.

**Keywords:** stratospheric sudden warming, breakdown-and-recovery cycle of the polar vortex, predictability variation, singular value analysis