

時空間分布を考慮した計画降雨の生成に関する研究

立川 康人・日和佐 真丈*・寶 馨

* 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻

要 旨

レーダー雨量計による降雨分布データを用いてランダムカスケードモデルを構成し、空間相関構造を考慮しながら初期降雨場を生成することを試みる。次に、移流モデルを用いてランダムカスケードモデルによって作成した初期場を移流させることを考える。ここでは、多変量 AR モデルを用いて移流パラメータをモデル化し、これを用いて移流パラメータの時系列を発生させる。最後に、ランダムカスケードモデルを用いて作成した初期降雨場と多変量 AR モデルによって生成した移流パラメータを入力とし、移流モデルを用いて降雨時系列を生成する例を示す。

キーワード：計画降雨, ランダムカスケードモデル, 多変量 AR モデル, 移流モデル, 分布型流出モデル

1. はじめに

治水計画では、計画降雨を決定しそれを流出モデルに入力することで基本高水を求める。基本高水は治水計画の基本量であり、推定値と共にその不確かさを合わせて示すことが重要である。これまで、ある超過確率を持つ計画降水量を求める手法は、水文頻度解析の分野で多くの成果を挙げてきた。課題は、得られた計画降水量をどのように時間・空間的に配分し、想定される時空間降雨パターン(計画降雨)を生成するかにある。降雨の時空間分布が異なれば、推定される河川流量は異なる。

計画降雨は通常、検討対象降雨の時間分布と空間分布を保って、対象期間内の総降水量を計画降水量まで一律に引伸ばすことによって作成する。この方法を用いると、計画降雨は過去に起こった降雨分布と同様のパターンであり、想定し得る様々な時空間分布パターンを考慮しているとは言い難い。現在では分布型流出モデルを用いることにより降雨の空間分布を十分に取り込んで流出計算を実行することが可能であるため、様々な時空間降雨分布の可能性を示し、それを考慮して計画降雨を設定することがで

きれば、基本高水とその不確かさと合わせて提示することが可能となる。

これまで、降雨を時間空間的に発生させる研究としては、point process 理論を基にした Waymire *et al.* (1984) の WGR モデルがある。このモデルでは、降雨場が階層構造を有することに着目し、降水セルの時間的特性(時間間隔・継続時間)や発生数・発生位置・移動・成長・衰退等をそれぞれ確率変数として取り扱うことによって降雨の時間空間分布を模擬発生させるモデルである。このモデルは斬新なアイデアによる興味深いモデルであるが、パラメーターの個数が多くそれらの値を観測データから同定することは難しいため、実際の適用例は極めて少ない。

一方、降雨分布の自己相似性に着目したランダムカスケードモデルが最近用いられるようになっており、Over and Gupta (1994, 1996) の研究や Chatchai *et al.* (2000)、立川ら (2003) による適用例がある。このモデルは、パラメーターの個数が少なく実際の降雨データから容易にパラメータを決定することができるという利点を有する。ただし、ランダムカスケードモデルは空間相関構造を導入することを考慮していないモデルであり、このモデルをある時刻ごとに

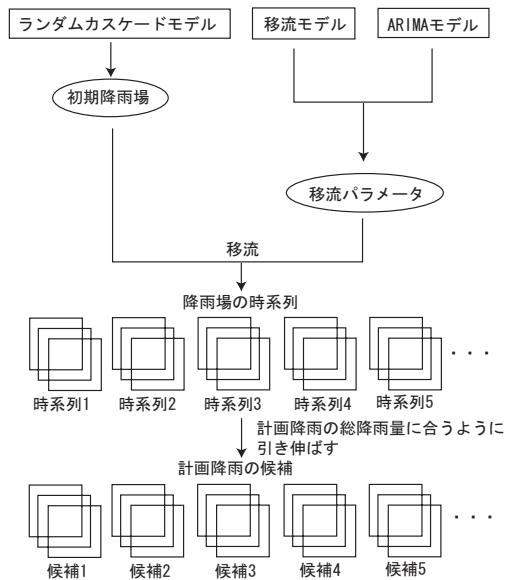


Fig. 1 Structure for generating design rainfall.

適用して発生させた降雨場時系列は当然，時間的にも無相関であるという問題点がある。

以上を考慮し，本研究では，空間相関構造を持つ降雨場をランダムカスケードモデルによって発生させることを考え，次にこれを初期降雨場として移流させることで降雨場の時系列を生成することを考える。この手法によって様々な計画降雨を生成し，分布型流出モデルと組み合わせて，計画の基本となるハイドログラフをその不確かさと共に示すことが最終的な目的である。本研究で提案する計画降雨の作成手順は次のようである。

- 1) ランダムカスケードモデルを用いて，空間相関構造を取り入れた初期空間降雨場を生成する。
- 2) 移流モデルを用いて移流パラメータを算出し，移流パラメータを多変量 AR モデルによってモデル化する。
- 3) 1) で発生させた初期降雨場を 2) で同定した多変量 AR モデルの初期観測値として移流させ，複数の面的な降雨時系列を生成する。
- 4) 1)～3) により降雨の時空間分布を生成することになる。一方で，対象とする流域の計画降雨量（100 年超過確率 2 日雨量など）を求める。この計画降雨量に合うように，生成した降雨系列を引き伸ばし，1 つの計画降雨の候補とする。

1)～4) の一連の流れを Fig. 1 に示す。本研究では上記の手順の内，1)～3) までについて検討する。本論文の構成は以下の通りである。2. では，発生降雨時系列の初期降雨場を作り出すために，ランダムカスケードモデルを用いて空間相関構造を導入した空

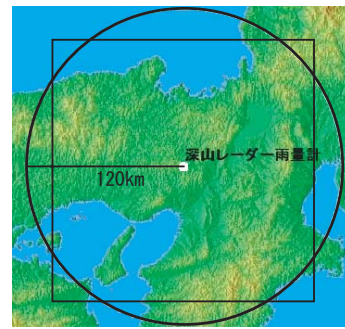


Fig. 2 Miyama radar observation area (inside of radius) and study area (square area).

間降雨場を発生させる方法を述べる。3. では，移流モデルにおける雨域の移動，発達，衰弱を支配する移流パラメータを，多次元 ARIMA モデルを用いて確率的に発生させる手法を述べる。4. では，台風性降雨，前線性降雨を対象として降雨場時系列を生成するシミュレーション例を示す。

2. ランダムカスケードモデルによる空間相関を導入した初期降雨場の発生

初期空間降雨場を発生させる手法としてランダムカスケードモデルを採用する。ただし，ランダムカスケードモデルをそのまま用いると降雨の空間相関構造が考慮されない。そこで，ここではランダムカスケードモデルを用いつつ空間相関構造を導入する手法を考える。

2.1 対象領域と対象降雨

国土交通省が管理する深山レーダー雨量計の観測領域を対象とする。このレーダー雨量計は京都府と大阪府との府境に設置された仰角可変のレーダー雨量計であり，ビーム仰角を最低角度 (0.8°) に設定した仰角固定観測を 1 分間， 22.5° から 1° までの仰角可変観測を 4 分間の合計 5 分間を 1 サイクルとして連続観測を行う。ビームの回転速度は 1 分間あたり 5 回転である。

これらのうち，仰角固定観測のデータを用いる。仰角固定観測の定量観測範囲は Fig. 2 のようになっており，半径 120km，空間分解能 3km (80×80 メッシュ)，時間分解能は 5 分となっている。グランドクラッタに関しては MTI 方式によって除去されているが，山岳による遮蔽部およびグランドクラッタの影響が明らかに大きい個所は除き，それ以外の領域で， 80×80 メッシュのデータの中央部分の 64×64 メッシュ部 (Fig. 2 の正方領域) に着目する。

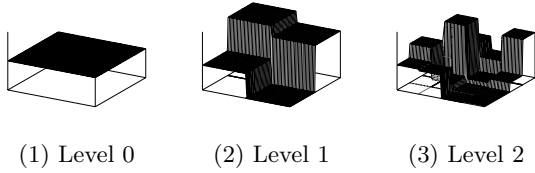


Fig. 3 An example of rainfall generation using random cascade theory.

以下では、台風性降雨として1991年9月16日14時30分～1991年9月20日05時15分のレーダーデータ、また、前線性降雨として1993年8月12日06時35分～1993年8月15日21時30分のレーダーデータを対象とする。

2.2 ランダムカスケードモデルの概要

Over and Gupta (1996) によるモデルの概要を以下に示す。まず、正方形の対象領域を考える。初期エリア (Level 0) に平均降雨強度 R_0 [L/T] を割り当てたとすると、初期ボリュームは $R_0 L_0^d$ [L/T] となる (Fig. 3(1))。ここで、 d は次元を表す変数で $d=2$ 、 L_0 は領域の一辺の長さである。次に領域を b ($b=2^d=4$) 個の部分に等しく分割する (Fig. 3(2))。したがって、Level 1 においてこのボリュームは、 i をサブエリアナンバー、 1 をレベルナンバーとして、 Δ_1^i ($i=1,2,3,4$) によって表される4つのサブエリアに分割される。Level 2 においては、Level 1 で分割されたサブエリアをさらに4つの細かいサブエリアに分割する (Fig. 3(3))。この操作を Level n まで繰り返すと、 Δ_n^i ($i=1,2,\dots,b^n$) で表される b^n 個のサブエリアに分割されることになる。

各分割 Level におけるサブエリアのボリュームに着目すると、Level 1 では Δ_1^i ($i=1,2,3,4$) のボリュームを $\mu_1(\Delta_1^i)$ として

$$\mu_1(\Delta_1^i) = R_0 L_0^d b^{-1} W_1^i \quad (1)$$

と表すことができる。 W はカスケードジェネレーターと呼ばれるサブエリアのボリュームを決定する要素であり、 i はサブエリアを、 1 は Level をそれぞれ表している。Level n のサブエリアのボリューム $\mu_n(\Delta_n^i)$ ($i=1,2,\dots,b^n$) は同様にして

$$\mu_n(\Delta_n^i) = R_0 L_0^d b^{-n} \prod_{j=1}^n W_j^i \quad (2)$$

となる。また、Level n におけるカスケードジェネレーター W の平均値を $E[W_n]$ とすると次式となる。

$$E[W_n^i] = \sum_{i=1}^{b^n} W_n^i / b^n = 1 \quad (3)$$

Over and Gupta (1994, 1996) はカスケードジェネレーター W として β -lognormal model を提案しており、本研究でもこのモデルを用い、降雨の空間分布について 64×64 のグリッドを対象として Level 6 までの空間降雨場を発生させる。

β -lognormal model は β と σ^2 をパラメータとして

$$W = BY \quad (4)$$

$$B = \begin{cases} 0 & \text{with probability } 1 - b^{-\beta} \\ b^\beta & \text{with probability } b^{-\beta} \end{cases} \quad (5)$$

$$Y = b^{-\sigma^2 \ln b / 2 + \sigma X} \quad (6)$$

と表される。すなわち

$$P(W=0) = 1 - b^{-\beta} \quad (7)$$

$$P(W = b^\beta Y = b^{\beta - \sigma^2 \ln b / 2 + \sigma X}) = b^{-\beta} \quad (8)$$

である。ここで、 $b=4$ 、 X は標準正規乱数であり、 β は降雨の有無、 σ は降雨強度に関連するパラメータである。 Y の期待値 $E[Y]$ と分散 $V[Y]$ は

$$E[Y] = 1 \quad (9)$$

$$V[Y] = \exp[(\sigma \ln b)^2] - 1 \quad (10)$$

となるのが容易に証明でき、 W の期待値 $E[W]$ は

$$E[W] = E[BY] = E[B]E[Y] = 1 \quad (11)$$

を満たすことが分かる。

β -lognormal model のパラメータ β と σ^2 は、レーダー雨量を用いて決定する。同定方法には Chatchai *et al.* (2000) による方法を用いる。同定過程の詳細は日和佐 (2004) の通りであり、以下に結果を示す。

Fig. 4 は台風性降雨 (1991年9月16日14時30分～1991年9月20日05時15分までの5分間ごとの1042回のレーダー雨量データ) を対象として得られた平均降雨強度 R (mm/h) と β の散布図と回帰曲線、 R と σ^2 の散布図と回帰曲線を示したものである。また、Fig. 5 は前線性降雨 (1993年8月12日06時35分～1993年8月15日21時30分までの5分間ごとの1044回の雨量データ) を対象として得られた R (mm/h) と β の散布図と回帰曲線、 R と σ^2 の散布図と回帰曲線である。それぞれの回帰曲線は Chatchai *et al.* (2000) が用いた回帰曲線の関数形を採用し、最小二乗法によってその係数を求めている。

台風性降雨に対するパラメータ β 、 σ^2 は

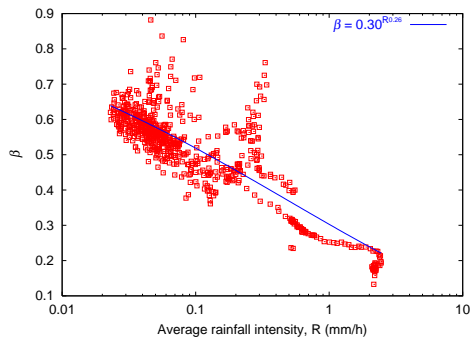
$$\beta = 0.30 R^{0.26} \quad (12)$$

$$\sigma^2 = \exp[0.055(\ln R)^2 + 0.013(\ln R) - 4.00] \quad (13)$$

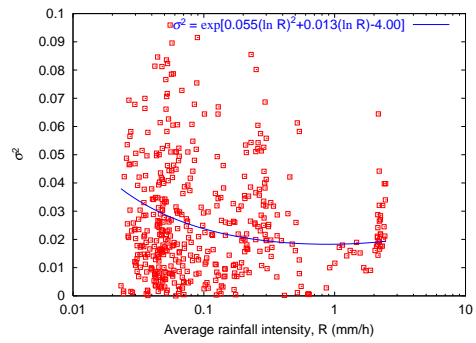
また、前線性降雨に対するパラメータ β 、 σ^2 は

$$\beta = 0.32 R^{0.16} \quad (14)$$

$$\sigma^2 = \exp[-0.12(\ln R)^2 + 0.34(\ln R) - 3.46] \quad (15)$$

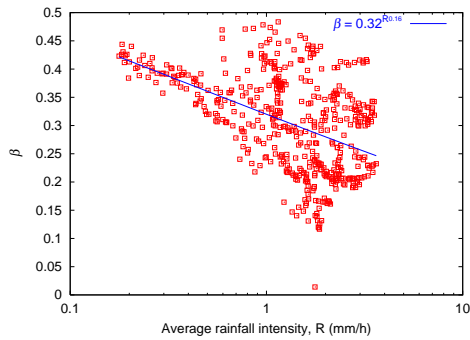


(a) Relation between R and β

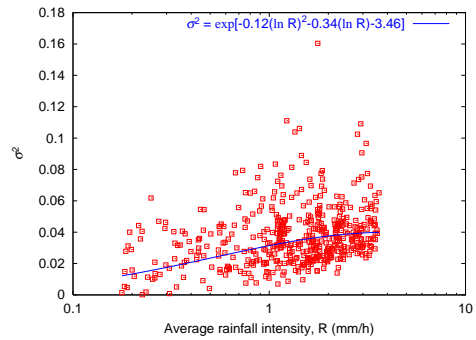


(b) Relation between R and σ^2

Fig. 4 Estimated parameters β and σ^2 as functions of average rainfall intensity R for typhoon rainfall events.

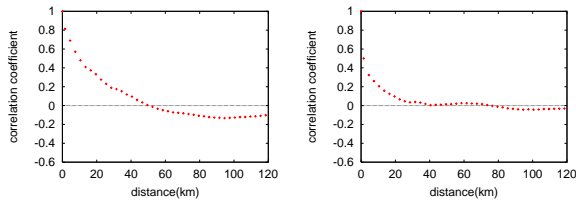


(a) Relation between R and β



(b) Relation between R and σ^2

Fig. 5 Estimated parameters β and σ^2 as functions of average rainfall intensity R for frontal rainfall events.



(a) Observed rainfall (b) Generated rainfall

Fig. 6 Spatial correlation values for rainfall fields.

Table 1 Spatial correlation values for 10 min rainfall after Public Works Research Institute (1988).

Rainfall	Correlation value at 18km	Distance at correlation value with 0.5
Typhoon	0.54	22 km
Front	0.51	18 km
Depression	0.46	16 km
Thunderstorm	0.22	6 km

となった。Fig. 4, Fig. 5 において β が右下がりであるのは平均降雨強度 R が大きくなるほど対象領域のどこかで降水が発生する確率が高くなるパラメータが得られたことを示している。一方, σ^2 は β ほど R と明瞭な関連はない。前線性降雨の場合は R が大きくなると σ^2 が多少大きく, すなわち Y の分散が大きくなり, 空間的な降雨強度のばらつきが大きくなるパラメータが得られたことを示している。

2.3 降雨の空間相関構造のランダムカスケードモデルへの導入

(1) 空間相関の導入方法

台風時の深山レーダー雨量データ (1991年9月18日23時40分) を用いて計算した空間相関係数と, そ

の領域平均雨量を Level 0 での雨量としてランダムカスケードモデルを用いて発生させた降雨場の空間相関係数を Fig. 6(a)(b) に示す。(b) は (a) と比べると距離相関が小さく, ランダムカスケードモデルによって発生させた降雨場は空間相関係数が小さいことがわかる。Table 1 は土木研究所が赤城山レーダーで分析した降雨の空間相関係数 (1988) である。この値は, 1979年~1983年に観測された赤城山レーダーデータを対象とし, 鬼怒川周辺の 20×20 グリッドセル (3km 分解能) の10分雨量から得られており, これと比べてもランダムカスケードモデルによって発生させた降雨の空間相関は相当に小さいことがわかる。

そこで, ランダムカスケードモデルを用いつつ,

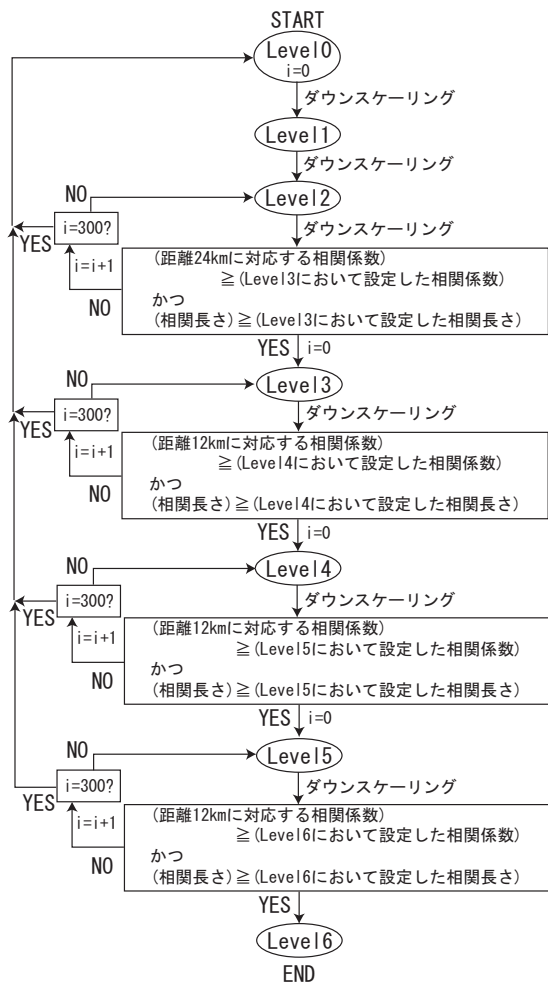


Fig. 7 Process to include spatial correlation structure into random cascade.

発生させる降雨場に空間相関を持たせることを考える。具体的には、ランダムカスケードモデルの Level 3 以上の段階において、グリッドサイズの距離に対応する相関係数、および相関長さ (相関係数 = $1/e$ に対応する距離) がそれぞれ設定した値以上の場合のみ、次の Level に進むことができるものとし、多数回シミュレーションを繰り返して条件を満たすもののみを選択することにする。また、同じ分割 Level において 300 回ダウンスケーリングを行っても設定する条件を満たさない場合は Level 0 から再度スタートすることにした。

選択基準には、グリッドサイズの距離に対応する相関係数と相関長さの 2 つを用いる。グリッドサイズの距離に対応する相関係数は、その分割 Level において距離がもっとも小さい 2 地点間の相関係数であり、距離の近い 2 地点間で高い相関を示す降雨場を選択するために設定する。また、グリッドサイズを超える距離に対しても相当の空間相関を持つ降雨場

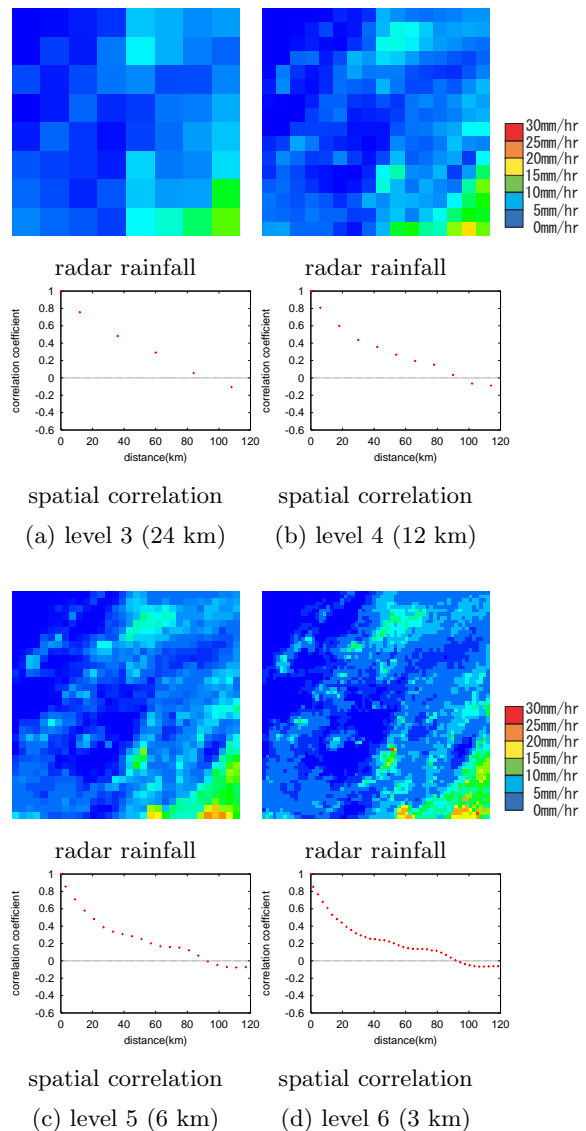


Fig. 8 Radar rainfall images aggregated for level 3 to 6 observed at 23:40 on September 18, 1991 and their spatial correlations.

を選択するために、相関長さを選択基準として、それがある値以上の降雨場を選択することにする。

なお、Level 1 と Level 2 の分割レベルでは、グリッドのセルサイズがそれぞれ 96 km, 48 km であり、セル間の相関係数を考慮するには距離が大きすぎるため、この 2 つの段階では何も条件を設定しないことにした。Fig. 7 に空間相関構造の導入過程を示す。

(2) 空間相関の導入するための条件設定に関する検討

ランダムカスケードモデルの Level 3~6 の分解能に対応する雨量データを作成し、それぞれに対応する空間相関係数を求めた (Fig. 8)。元にしたレーダデータは台風時の 1991 年 9 月 18 日 23 時 40 分のデータである。各分割 Level での相関係数や Table 1 に

Table 2 Condition settings of spatial correlation at grid size and correlation length for each disaggregation level to include spatial correlation structure for random cascade. (Grid size at each level is Level 3 : 24 km, Level 4 : 12 km, Level 5 : 6 km, Level 6 : 3 km.)

Case	corre. value at each level				corre. length (km)				Case	corre. value at each level				corre. length (km)			
	3	4	5	6	3	4	5	6		3	4	5	6	3	4	5	6
1	0.55	0.60	0.65	0.70	45	40	35	30	21	0.45	0.50	0.55	0.60	45	40	35	30
2					40	35	30	25	22					40	35	30	25
3					35	30	25	20	23					35	30	25	20
4					30	25	20	15	24					30	25	20	15
5					0	0	0	0	25					0	0	0	0
6	0.55	0.60	0.65	0.65	45	40	35	30	26	0.45	0.50	0.55	0.55	45	40	35	30
7					40	35	30	25	27					40	35	30	25
8					35	30	25	20	28					35	30	25	20
9					30	25	20	15	29					30	25	20	15
10					0	0	0	0	30					0	0	0	0
11	0.50	0.55	0.60	0.65	45	40	35	30	31	0.40	0.45	0.50	0.55	45	40	35	30
12					40	35	30	25	32					40	35	30	25
13					35	30	25	20	33					35	30	25	20
14					30	25	20	15	34					30	25	20	15
15					0	0	0	0	35					0	0	0	0
16	0.50	0.55	0.60	0.60	45	40	35	30	36	0.40	0.45	0.50	0.50	45	40	35	30
17					40	35	30	25	37					40	35	30	25
18					35	30	25	20	38					35	30	25	20
19					30	25	20	15	39					30	25	20	15
20					0	0	0	0	40					0	0	0	0

Table 3 Numbers of successfully generated rainfall for conditions in Table 2.

Case	No. of generation	Average rainfall (mm/hr)	Case	No. of generation	Average rainfall (mm/hr)
1	4	2.80	21	0	-
2	8	2.73	22	4	2.54
3	12	2.50	23	18	1.96
4	30	2.47	24	63	2.79
5	30	1.97	25	434	3.69
6	8	3.05	26	4	2.65
7	19	2.87	27	8	2.63
8	45	2.87	28	21	2.38
9	135	3.05	29	53	2.74
10	232	3.20	30	484	3.89
11	4	1.46	31	0	-
12	9	2.03	32	4	2.21
13	18	2.44	33	31	2.44
14	68	2.85	34	52	2.44
15	214	2.93	35	491	3.67
16	4	2.40	36	3	2.90
17	10	2.55	37	15	2.25
18	37	2.64	38	21	2.11
19	68	2.62	39	62	2.72
20	398	3.75	40	493	3.66

示す土木研究所での分析結果を参考とし、Table 2 に示す条件を設定して降雨を発生させる。

(3) 結果と考察

Level 0 における初期降雨強度を 3.3 mm/hr とし、Table 2 に示す 40 ケースの降雨の発生状況を分析する。Fig. 7 において Level 6 に到達するか Level 0 に戻るまでを一回の操作とし、Level 6 まで到達した場合を成功ケースとし、500 回の操作に対する成功回数を Table 3 にまとめる。Table 3 の平均降雨強度は成功ケースの領域平均降雨強度の全成功回数の平均

を取ったものである。これらの結果を見ると、Case 21, 31 は一回も降雨場が生成されていない。これは各 Level で満たすべき相関長さを高く設定したためであると考えられる。また、Case 5, 11, 12, 23 では、平均降雨強度が与えた初期降雨強度 3.3 mm/hr に対して非常に小さくなっている。これは各 Level で満たすべき相関係数の制限が厳しく、その制限を満たすために降雨域が対象領域の一部に偏りすぎる場合が多いためと考えられる。

これらを考慮し、また成功回数が非常に少ない場合を除いて、台風性降雨を発生するための設定を Case 8、前線性降雨を発生するための設定を Case 19 とする。台風性降雨、前線性降雨の設定ともに相関係数は実際の降雨よりもやや低いものとなるが、Level 6 への到達率を考慮した。台風性降雨の発生例として、1991 年 9 月 18 日 23 時 40 分のレーダーデータの平均降雨強度 3.64 mm/hr を Level 0 の降雨強度とし、空間相関を導入する場合としない場合の降雨場の発生例を Fig. 9 に示す。空間相関を導入する場合は、降雨の発生する場が導入しない場合よりも降水が発生している場が連続し、空間相関を導入した効果が現れていることを確認することができる。

3. 移流モデルと多変量 AR モデルを用いた降雨場時系列の発生

ランダムカスケードモデルによって生成した降雨場を初期降雨場とし、移流モデル(椎葉ら, 1984; 中北, 1985)を用いてその初期降雨場を移流させるこ

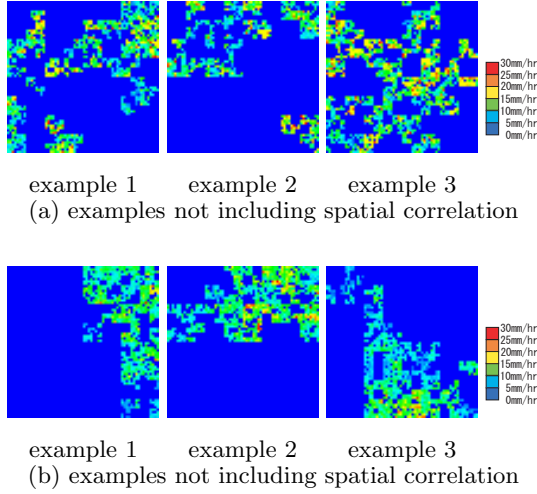


Fig. 9 Rainfall field generation for typhoon events.

とを考える。Smith (2003) は複数の移流パラメータを ARIMA モデルを用いて独立に発生させ、移流モデルと分布型流出モデルとを組み合わせることで実時間の確率洪水予測システムを提案している。ここでは Smith を参考に、多次元 AR モデルを用いて移流パラメータ間の相関を考慮して移流パラメータを発生させる。降雨場時系列発生の流れを Fig. 10 に示す。

3.1 移流モデル

地点 (x, y) の時刻 t における降雨強度 $z(x, y, t)$ を移流ベクトル (u, v) 、発達衰弱項 w を用いて

$$\frac{\partial z}{\partial t} + u \frac{\partial z}{\partial x} + v \frac{\partial z}{\partial y} = w \quad (16)$$

と表す。移流ベクトルと発達衰弱項は、椎葉ら (1984)、中北 (1985) に従い、位置座標の一次式

$$u = c_1 x + c_2 y + c_3$$

$$v = c_4 x + c_5 y + c_6$$

$$w = c_7 x + c_8 y + c_9$$

とする。ここで、 $c_1 \sim c_9$ は移流パラメータである。

Fig. 11, Fig. 12 に深山レーダーデータと移流モデルを用いて得られた移流パラメータの時間変動を示す。Fig. 11 は台風性降雨 (1991 年 9 月 18 日 16 時 45 分 ~ 1991 年 9 月 19 日 09 時 00 分)、Fig. 12 は前線性降雨 (1993 年 8 月 13 日 23 時 45 分 ~ 1993 年 8 月 15 日 16 時 00 分) の移流パラメータの時間変動である。これらパラメータを観測値として多変量 AR モデルを構成する。

3.2 VAR モデルを用いた降雨場時系列の発生

多変量 ARIMA (p, d, q) モデルは次式で表される。

$$\Phi(B) \nabla^d \mathbf{X}_t = \Theta(B) \mathbf{Z}_t \quad (17)$$

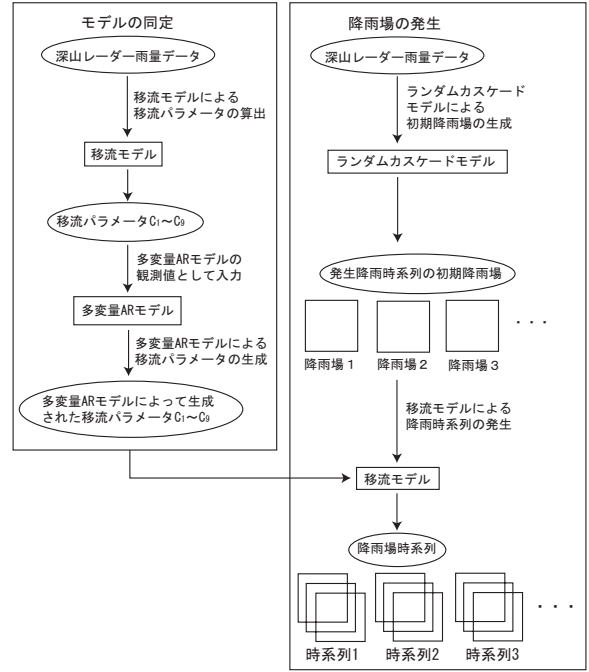


Fig. 10 Process for generations of rainfall field time series.

ここで、 \mathbf{X}_t は時刻 t における k 変量観測値ベクトル、 B は $(1 - B)\mathbf{X}_t = \mathbf{X}_t - \mathbf{X}_{t-1}$ で表される遅延演算子であり、差分演算子 $\nabla = 1 - B$ である。また $(k \times k)$ の AR 係数行列 $\Phi(B)$ 、 $(k \times k)$ の MA 係数行列 $\Theta(B)$ 、時刻 t における k 変量ホワイトノイズ \mathbf{Z}_t は以下のように表される。

$$\Phi(B) = 1 - \Phi_{p,1}B - \Phi_{p,2}B^2 - \dots - \Phi_{p,p}B^p$$

$$\Theta(B) = 1 - \Theta_{q,1}B - \Theta_{q,2}B^2 - \dots - \Theta_{q,q}B^q$$

$$\mathbf{Z}_t = (\epsilon_1(t), \epsilon_2(t), \dots, \epsilon_k(t))^T \sim N(0, \Sigma_t)$$

Σ_t はホワイトノイズ \mathbf{Z}_t の分散共分散行列であり、

$$\Phi_{p,i} = \begin{bmatrix} \phi_{1,1}^{p,i} & \phi_{1,2}^{p,i} & \dots & \phi_{1,k}^{p,i} \\ \phi_{2,1}^{p,i} & \phi_{2,2}^{p,i} & \dots & \phi_{2,k}^{p,i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{k,1}^{p,i} & \phi_{k,2}^{p,i} & \dots & \phi_{k,k}^{p,i} \end{bmatrix}, \quad (1 \leq i \leq p)$$

$$\Theta_{q,j} = \begin{bmatrix} \theta_{1,1}^{q,j} & \theta_{1,2}^{q,j} & \dots & \theta_{1,k}^{q,j} \\ \theta_{2,1}^{q,j} & \theta_{2,2}^{q,j} & \dots & \theta_{2,k}^{q,j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{k,1}^{q,j} & \theta_{k,2}^{q,j} & \dots & \theta_{k,k}^{q,j} \end{bmatrix}, \quad (1 \leq j \leq q)$$

である。また、式 (17) で表される ARIMA モデルは $\nabla^d \mathbf{X}_t = \mathbf{Y}_t$ とおくことによって多変量 ARMA (p, q)

$$\Phi(B) \mathbf{Y}_t = \Theta(B) \mathbf{Z}_t \quad (18)$$

となる。ここでは多変量 ARMA モデルにおいて、 $\Theta(B) = 1$ とする多変量 AR モデル (VAR モデル) を

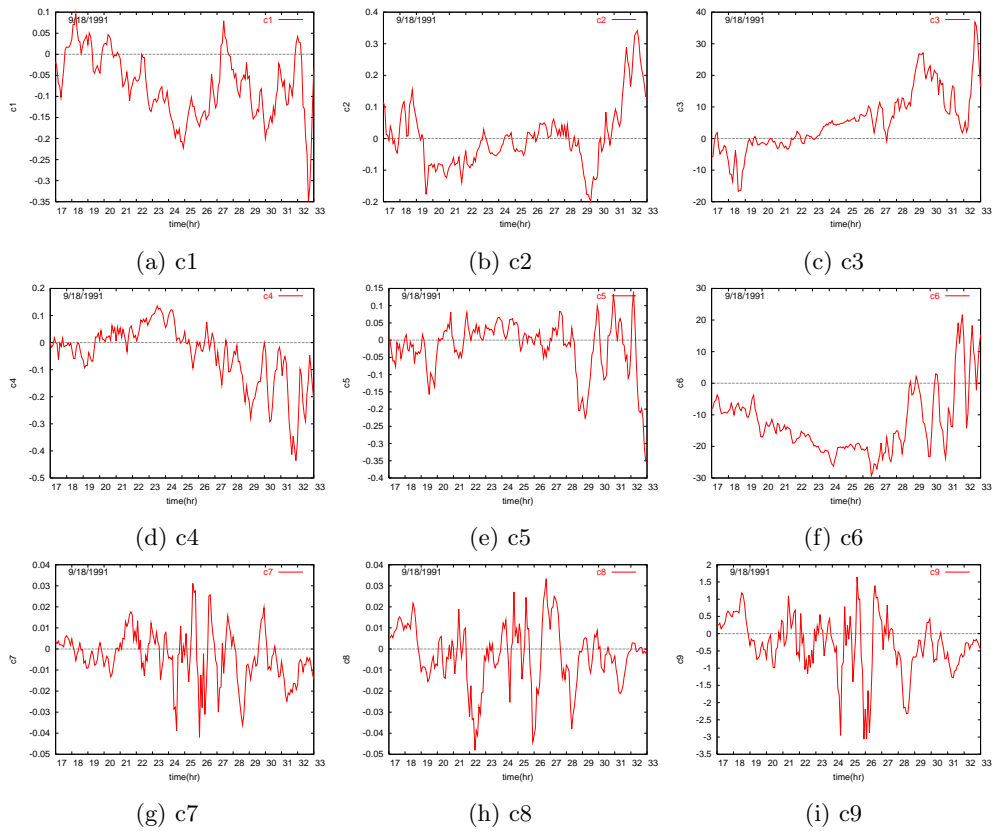


Fig. 11 Time variations of translation vector parameters of the typhoon event from 16:45 on September 18 to 9:00 on September 19 in 1991.

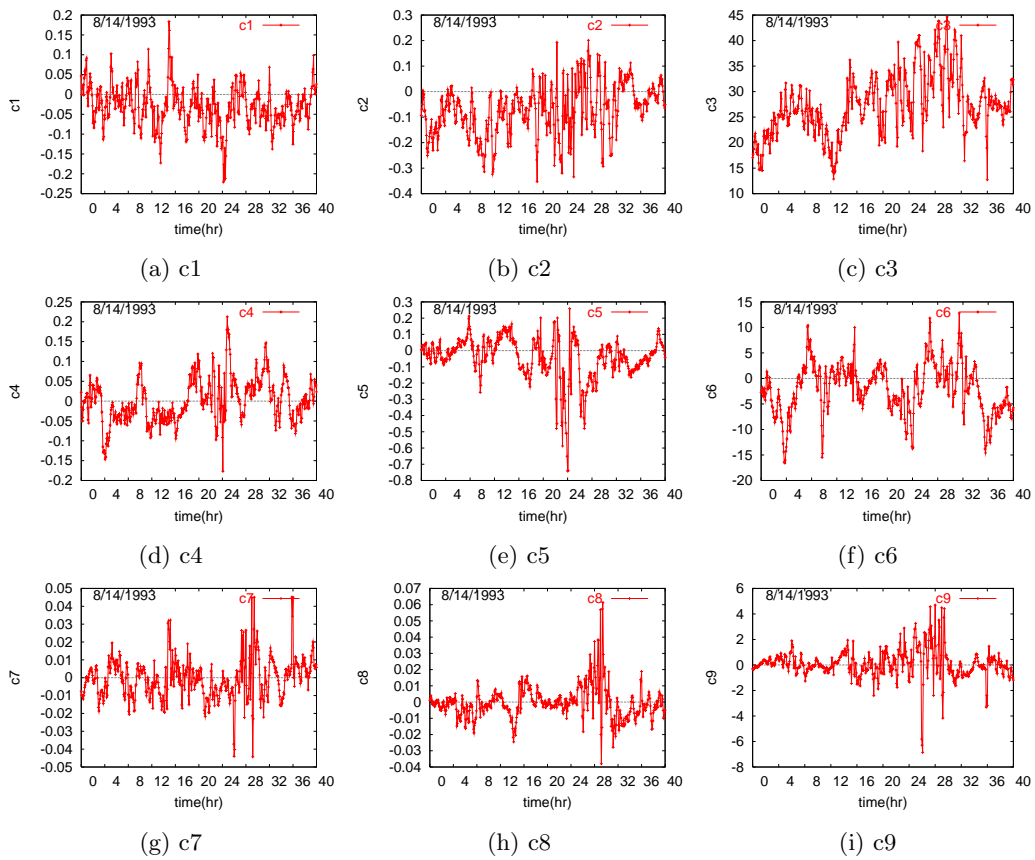


Fig. 12 Time variations of translation vector parameters of the frontal event from 23:45 on August 13 to 16:00 on August 15 in 1993.

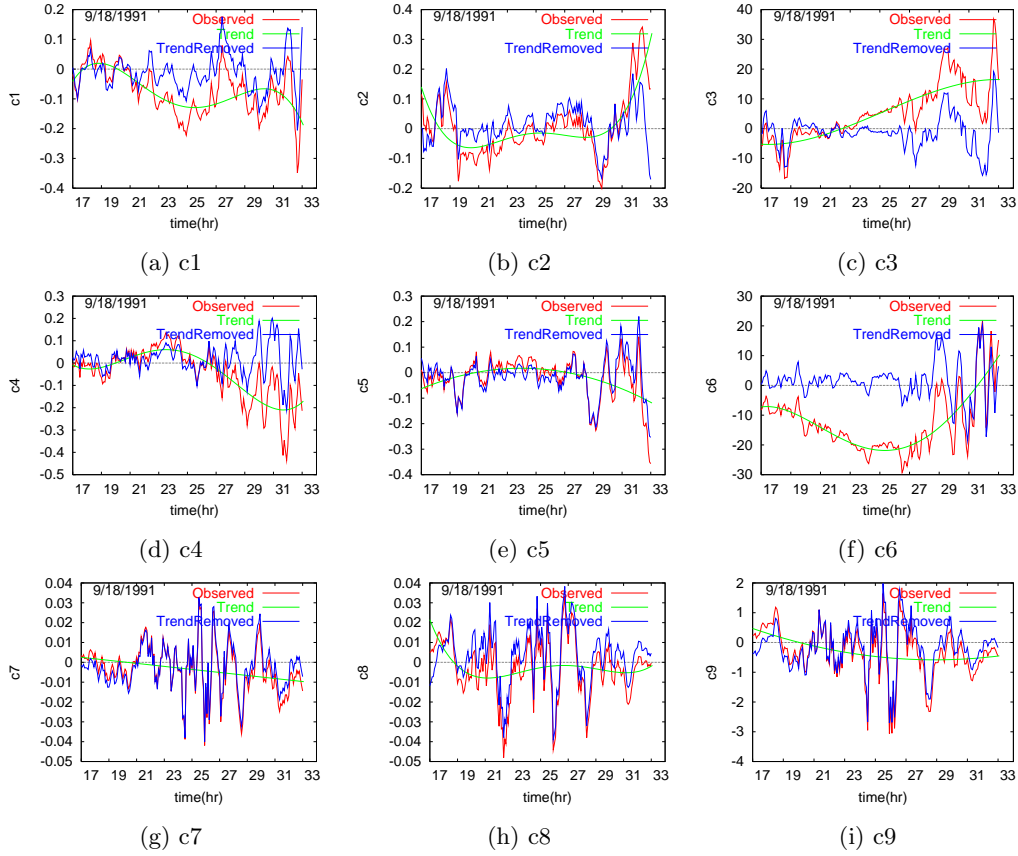


Fig. 13 Time variations of translation vector parameters, trend and translation vector parameters subtracting trend of the typhoon event from 16:45 on September 18 to 9:00 on September 19 in 1991.

用いて移流パラメータ $c_1 \sim c_9$ をモデル化する。移流パラメータのトレンド推定には多項式回帰モデル

$$y_n = t_n + w_n$$

を用いる。ここで y_n は各時刻での移流パラメータの値, w_n は平均値 0, 分散 σ^2 の正規白色雑音, t_n は x_n の多項式であり

$$t_n = a_0 + a_1 x_n + \dots + a_m x_n^m$$

である。 $c_1 \sim c_9$ の各パラメータごとにトレンド多項式の係数 a_0, a_1, \dots, a_m を最小二乗法によって求め, それぞれのパラメータの値からトレンドを差し引いた移流パラメータを, VAR モデル

$$\mathbf{Y}_t = \sum_{i=1}^p \Phi_{p,i} \mathbf{Y}_{t-i} + \mathbf{Z}_t \quad (19)$$

を用いて表現する。ここで,

$$\mathbf{Y}_t = [c_1(t), c_2(t), \dots, c_9(t)]^T \quad (20)$$

である。VAR モデルの次数 p の決定には赤池情報量基準 (AIC), VAR モデルのパラメータ推定には Yule-Walker 法を用い, Lebinson-Durbin のアルゴリズムを用いて逐次的に解く。

3.3 VAR モデルのパラメータの推定結果

台風性降雨と前線性降雨に対して, 多項式回帰モデルによるトレンド推定と Yule-Walker 法による VAR(1) モデルおよび最適 VAR モデルのパラメータの推定結果を示す。これらのパラメータは次章の降雨場時系列生成シミュレーションで用いる。なお, トレンド多項式および VAR モデルの係数行列の詳細は日和佐 (2004) を参照されたい。

(1) 台風性降雨に対する推定

1991 年 9 月 18 日 16 時 45 分 ~ 1991 年 9 月 19 日 09 時 00 分のレーダーデータから計算した移流パラメータの値 (Fig. 11) を用いて, VAR モデルを決定する。トレンド多項式の最大次数は 4 次に設定した。移流パラメータとそのトレンド及びトレンドを除いた移流パラメータを Fig. 13 に示す。

VAR モデルのパラメータ推定には, 移流パラメータから推定されたトレンドを除いたデータを用いた。次数が 5 次程度で AIC の値が最初の極小値を取ることがしばしばあることと, 次数を非常に大きくしてもモデルが複雑になるのみであると考え, 最大次数を 8 次に設定した。この結果, AIC 基準を判定基準とした最適次数は 5 次となった。

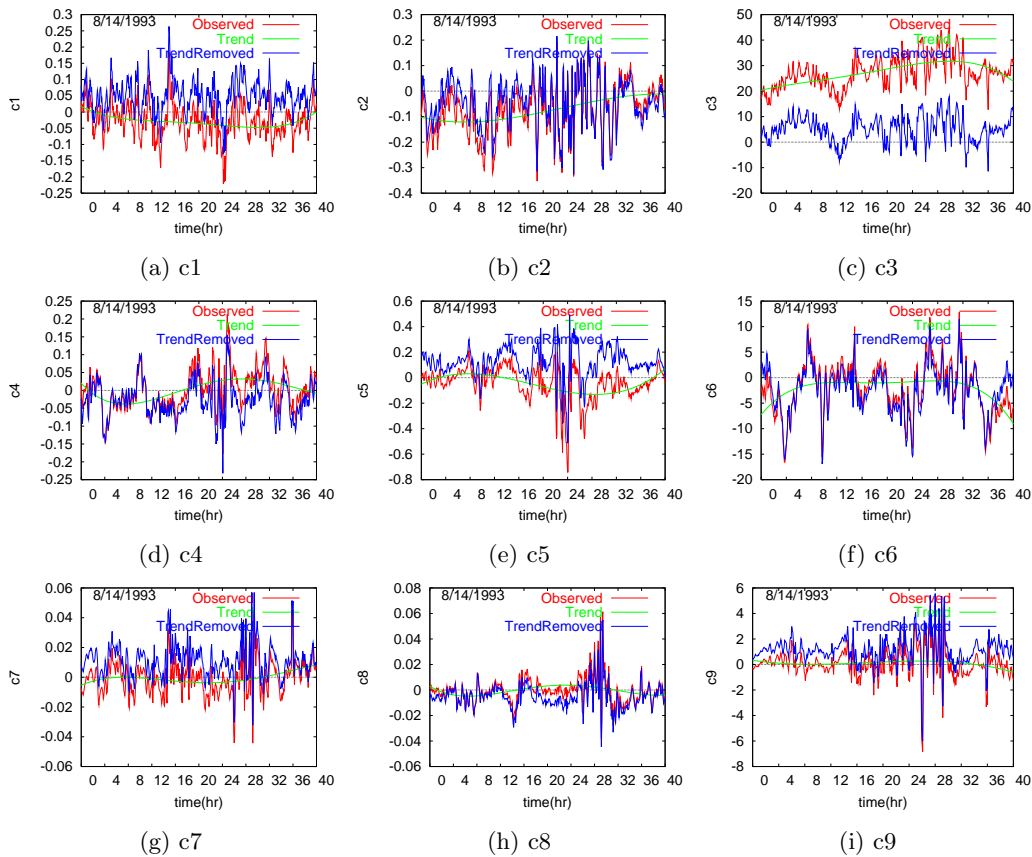


Fig. 14 Time variations of translation vector parameters, trend and translation vector parameters subtracting trend of the frontal event from 23:45 on August 13 to 16:00 on August 15 in 1993.

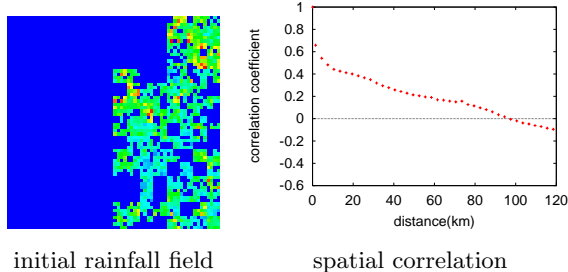


Fig. 15 Initial rainfall field of typhoon event using random cascade.

4. 降雨場時系列生成シミュレーション

台風性降雨と前線性降雨の2種類の降雨に対して降雨場時系列の生成を行う。初期降雨場はランダムカスケードモデルによって生成し、移流パラメータは1次のVARモデルによって生成する場合と最適VARモデルによって生成する場合を考える。

4.1 台風性降雨に対する降雨場時系列の生成 (1) 初期降雨場の設定

ランダムカスケードモデルを用いて生成した初期降雨場を Fig. 15 に示す。初期値として与えた平均降雨強度は1991年9月19日01時00分の対象領域の領域平均降雨強度 3.36 mm/hr であり、カスケードモデルのパラメータ β, σ^2 の値は式(12)(13)を用いて決定する発生降雨場の領域平均降雨強度は 3.44 mm/hr であった。また、そのときの空間相関係数は Fig. 15 の通りである。

(2) 移流パラメータの発生

1991年9月18日16時45分~1991年9月19日09時00分のレーダーデータから得られた移流パラメータの時系列とそれから得られた移流ベクトルの推移

(2) 前線性降雨に対する推定

1993年8月13日23時45分~1993年8月15日16時00分のレーダーデータから計算した移流パラメータの値 (Fig. 12) を用いて VAR モデルを決定する。移流パラメータとそのトレンド及びトレンドを除いた移流パラメータを Fig. 14 に示す。VARモデルのパラメータ推定には、台風性降雨の場合と同様に、移流パラメータから推定されたトレンドを除いたデータを用い、VARモデルの最大次数は8次に設定した。この結果、最適次数は7次となった。

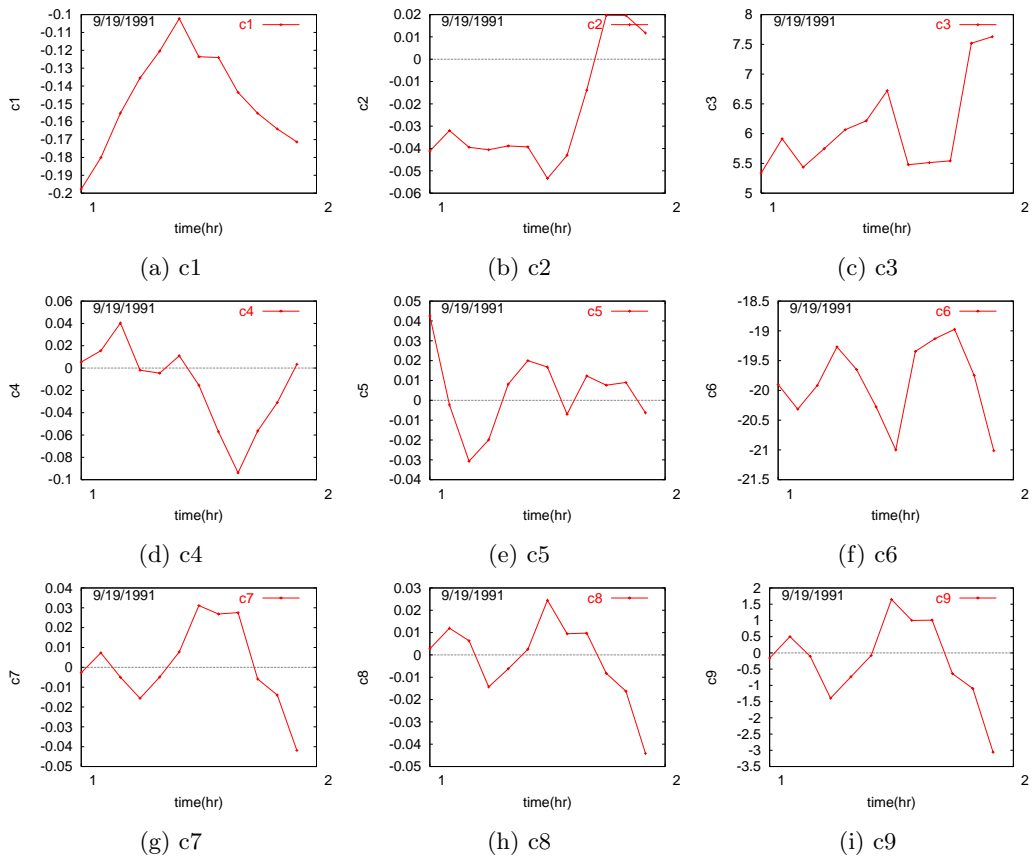


Fig. 16 Time variation of the values of translation vector parameters calculated using radar observed rainfall and the translation model for a typhoon event from 1:00 to 2:00 on September 19, 1991.

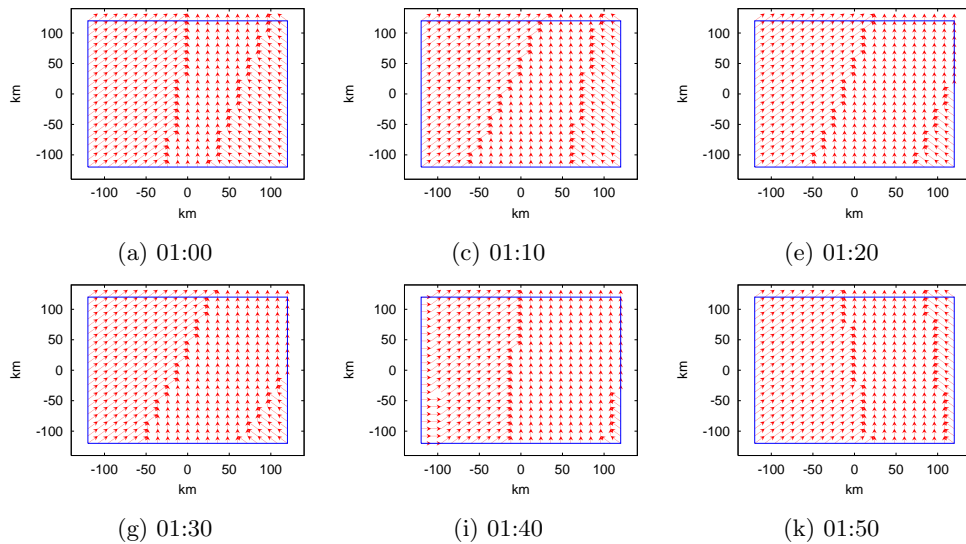


Fig. 17 Time variation of translation vector calculated using radar observed rainfall and the translation model for a typhoon event from 1:00 to 2:00 on September 19, 1991.

を Fig. 16 , Fig. 17 に示す。この移流パラメータを再現するために 3. で求めた VAR モデルを用いる。VAR モデルの初期値は、VAR(1) モデルを用いる場合は過去の 1 ステップ分のデータ、すなわち 1991 年

9 月 19 日 00 時 55 分の移流パラメータを初期値とし、VAR(5) モデルを用いる場合は過去の 5 ステップ分のデータ、すなわち 1991 年 9 月 19 日 00 時 35 分、40 分、45 分、50 分、55 分の移流パラメータを初期値

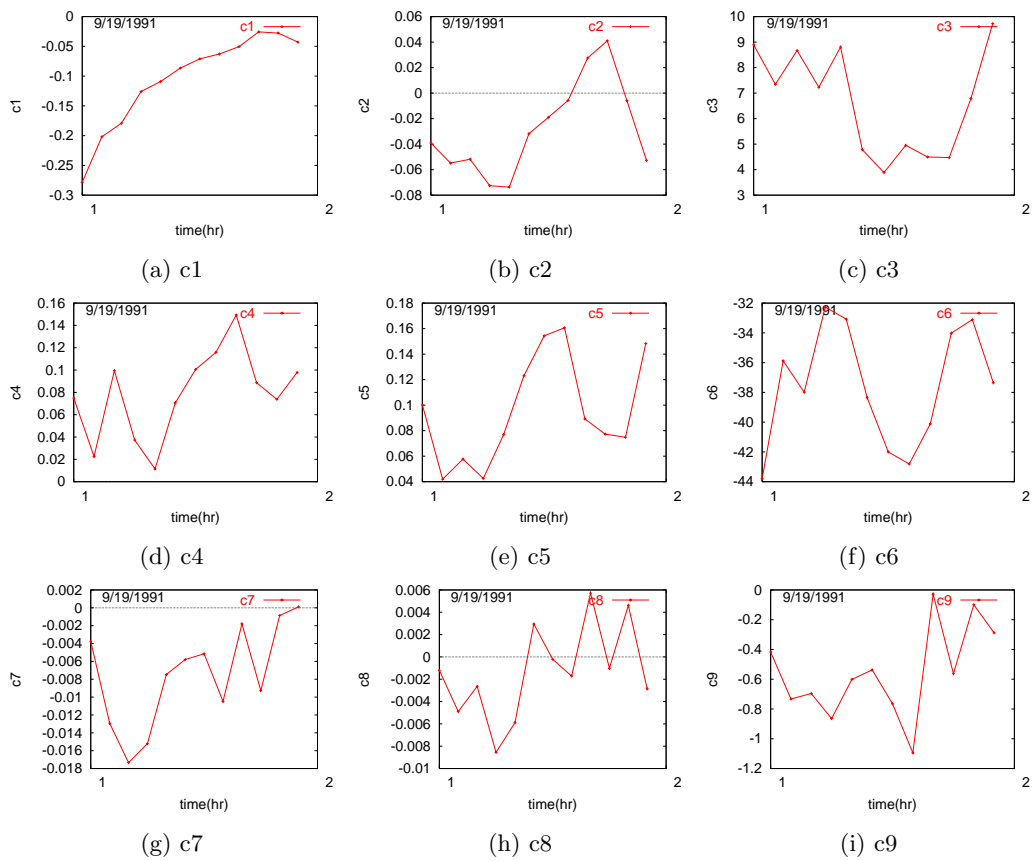


Fig. 18 Time variation of the values of translation vector parameters calculated using generated rainfall with VAR(1) model and the translation model for a typhoon event from 1:00 to 2:00 on September 19, 1991.

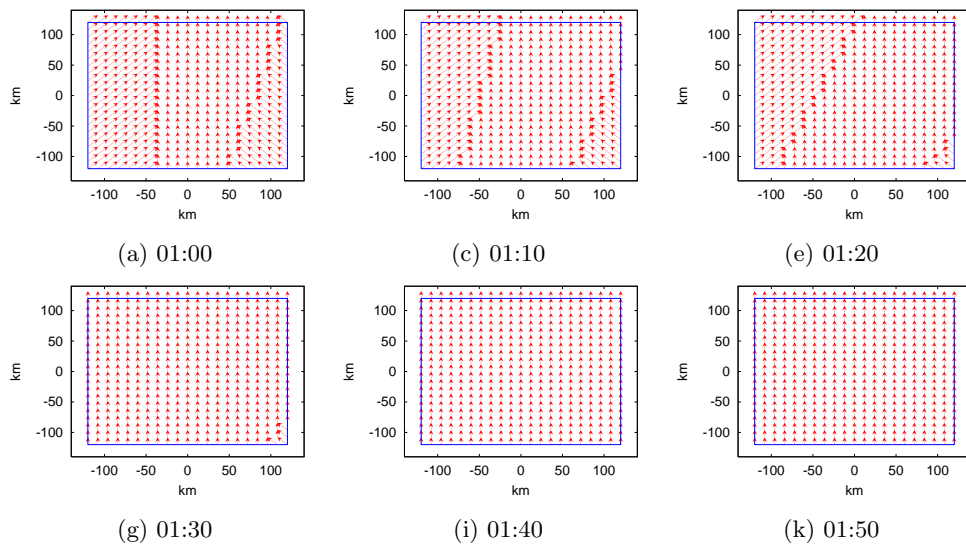


Fig. 19 Time variation of translation vector calculated using generated rainfall with VAR(1) model and the translation model for a typhoon event from 1:00 to 2:00 on September 19, 1991.

として用いる。

VAR(1) モデルを用いて生成した移流パラメータの時系列とそれから得られる移流ベクトルの推移を Fig. 18 , Fig. 19 に示す。また , VAR(5) モデルから

生成したそれらを Fig. 20 , Fig. 21 に示す。Fig. 16 , Fig. 18 , Fig. 20 を比較すると , 移流パラメータのうち南北方向の平行移動を表す項である c_6 値の違いが顕著であることがわかる。特に VAR(5) モデルを

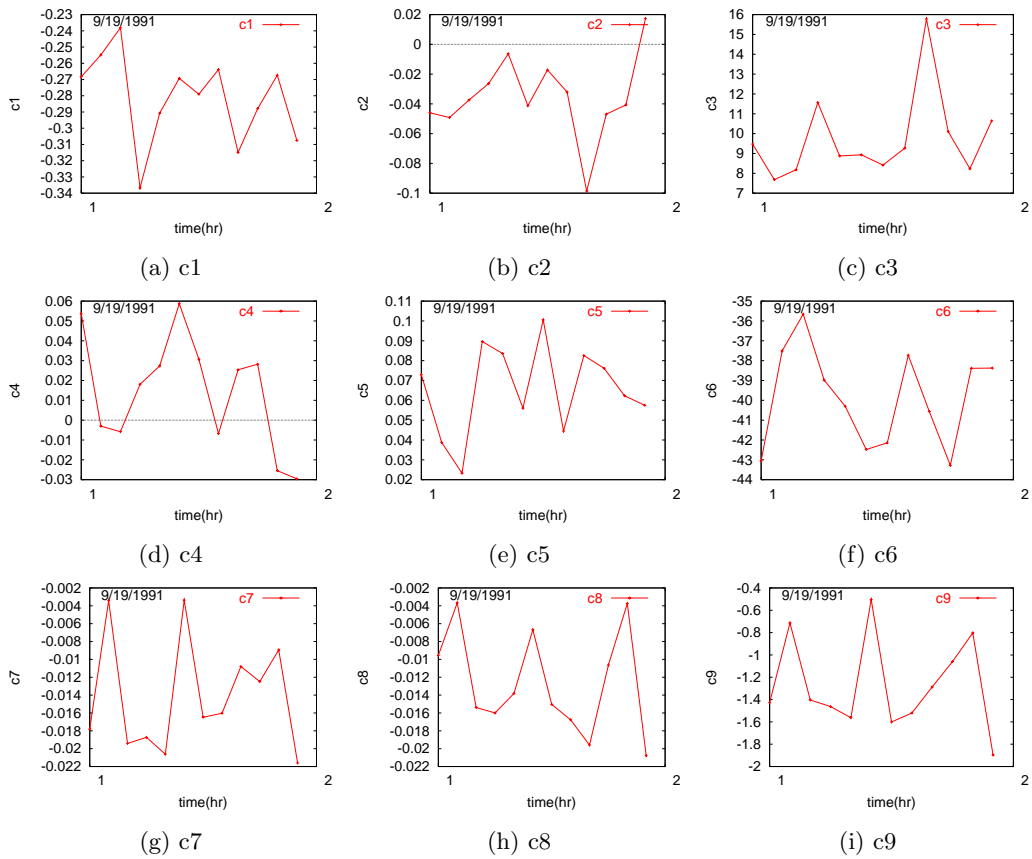


Fig. 20 Time variation of the values of translation vector parameters calculated using generated rainfall with VAR(5) model and the translation model for a typhoon event from 1:00 to 2:00 on September 19, 1991.

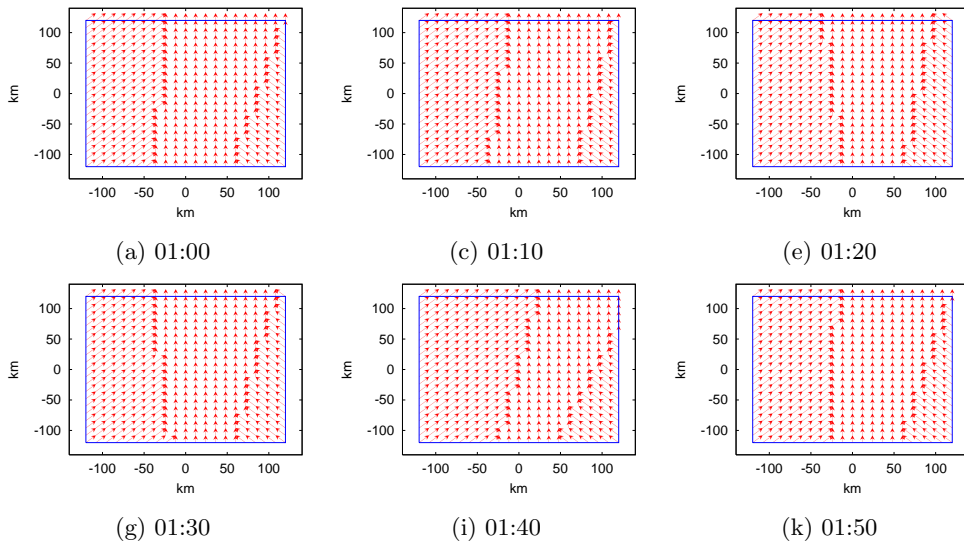


Fig. 21 Time variation of translation vector calculated using generated rainfall with VAR(5) model and the translation model for a typhoon event from 1:00 to 2:00 on September 19, 1991.

用いた場合、 c_6 の絶対値が大きい。また、Fig. 17, Fig. 19, Fig. 21 を比較すると、移流ベクトルに関しては VAR(1) モデルよりも VAR(5) モデルを用いた方が観測データから得られた移流ベクトルの再現

性はよいことがわかる。

Fig. 22, Fig. 23 はそれぞれ VAR(1) モデル, VAR(5) モデルによって発生させた移流ベクトルを用いて生成した降雨場の時系列である。これらの図中の黒

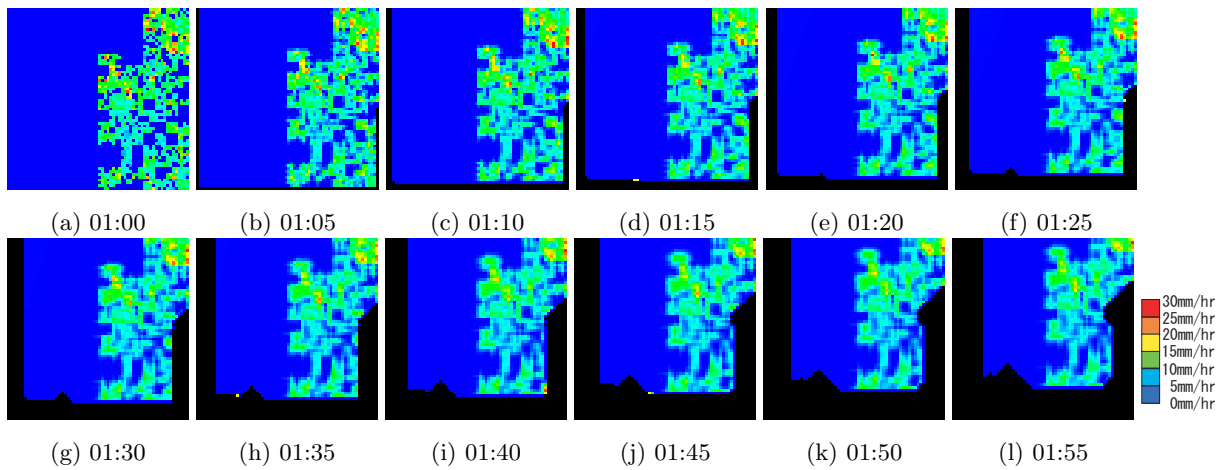


Fig. 22 Generated time series of a typhoon rainfall field using the translation model. The initial rainfall filed is generated using the random cascade and the translation vector is simulated using VAR(1) model from 1:00 to 2:00 on September 19, 1991.

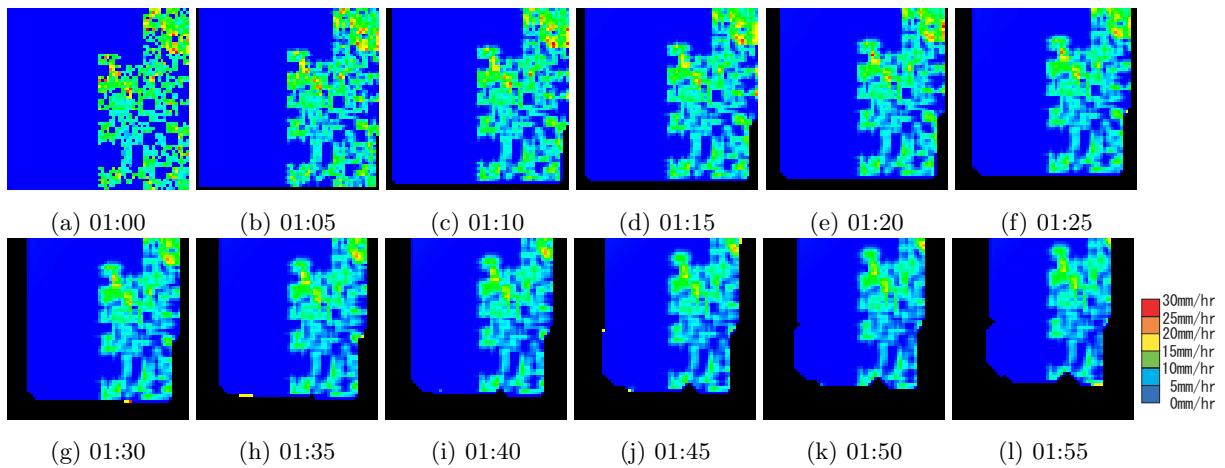


Fig. 23 Generated time series of a typhoon rainfall field using the translation model. The initial rainfall filed is generated using the random cascade and the translation vector is simulated using VAR(5) model from 1:00 to 2:00 on September 19, 1991.

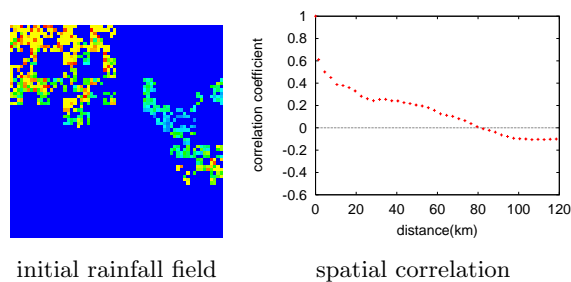


Fig. 24 Initial rainfall filed of frontal event using random cascade.

い部分は対象領域外からの移流によって生じる予測不可能な部分を示す。降雨場の生成アルゴリズムは正常に動作していることを確認することができる。VAR(1)モデルと最適VARモデルとを用いて生成した降雨場を比較すると、その差は小さい。実際の適

用を考えるとVAR(1)モデルはパラメータの同定が容易であり利用しやすい。両モデルの違いを降雨強度分布の点から評価する必要がある。

4.2 前線性降雨に対する降雨場時系列の生成

(1) 初期降雨場の設定

ランダムカスケードモデルを用いて生成した初期降雨場を Fig. 24 に示す。初期値として与えた平均降雨強度は1993年8月14日06時00分の対象領域の領域平均降雨強度2.77 mm/hrであり、カスケードモデルのパラメータ β , σ^2 の値は式(14)(15)から設定する。発生降雨場の平均降雨強度は3.36 mm/hrであった。また、そのときの空間相関係数は Fig. 24 の通りである。

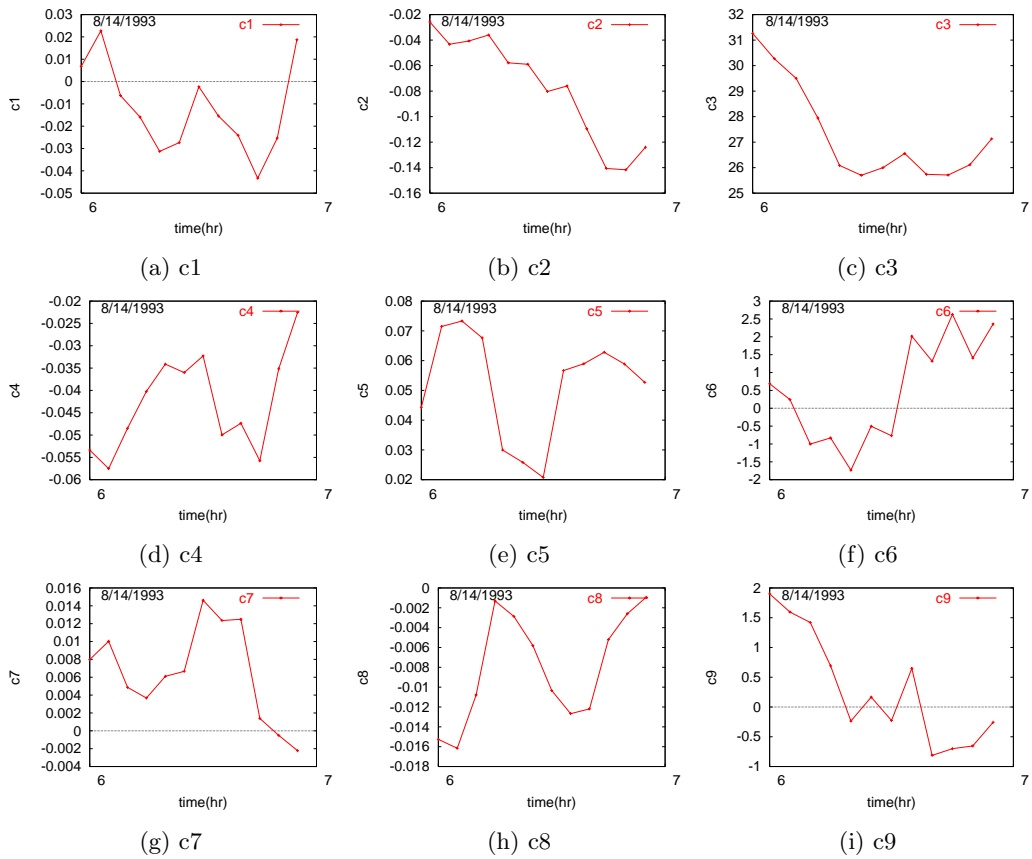


Fig. 25 Time variation of the values of translation vector parameters calculated using radar observed rainfall and the translation model for a frontal event from 6:00 to 7:00 on August 14, 1993.

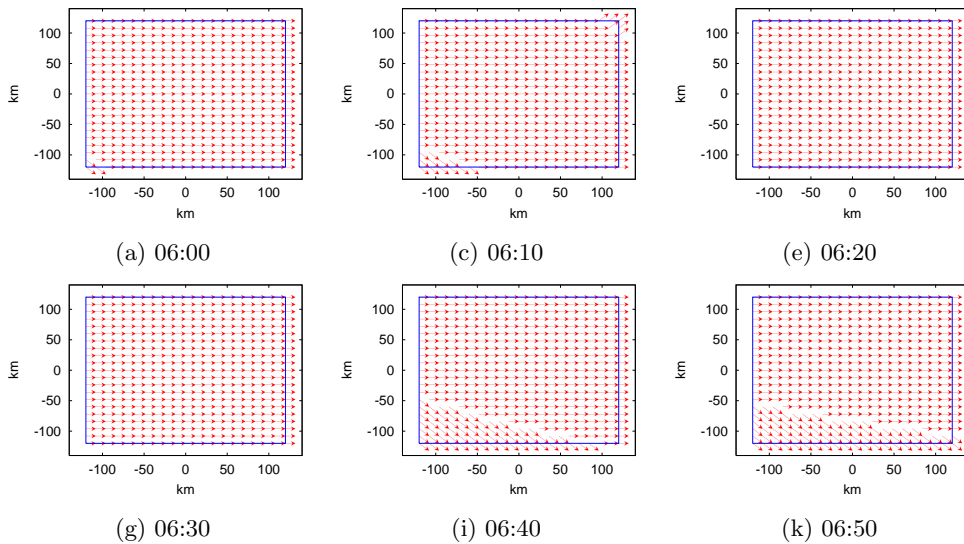


Fig. 26 Time variation of translation vector calculated using radar observed rainfall and the translation model for a frontal event from 6:00 to 7:00 on August 14, 1993.

(2) 移流パラメータの発生

1993年8月13日23時45分～1993年8月15日16時00分のレーダーデータから得られた移流パラメータの時系列とそれから得られた移流ベクトルの推

移を Fig. 25, Fig. 26 に示す。VAR モデルの初期値は、VAR(1) モデルを使用する場合は過去の1ステップ分のデータ、すなわち1993年8月14日05時55分の移流パラメータを初期値とし、VAR(7) モデルを

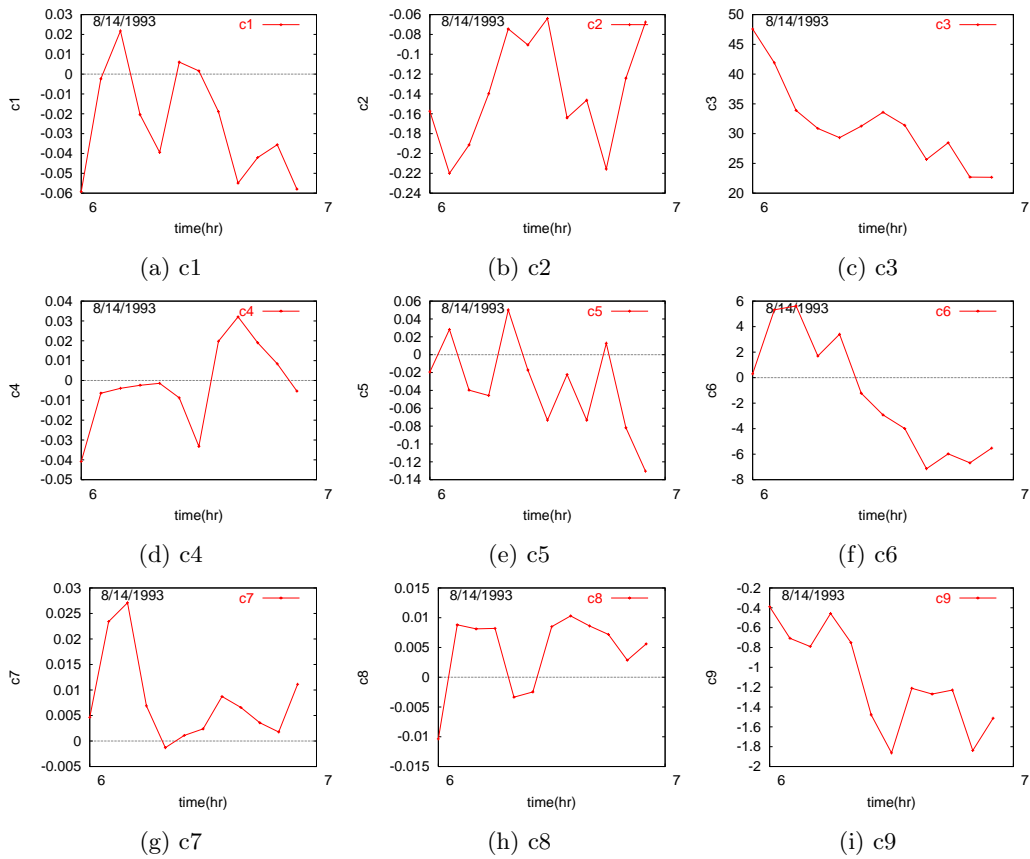


Fig. 27 Time variation of the values of translation vector parameters calculated using generated rainfall with VAR(1) model and the translation model for a frontal event from 6:00 to 7:00 on August 14, 1993.

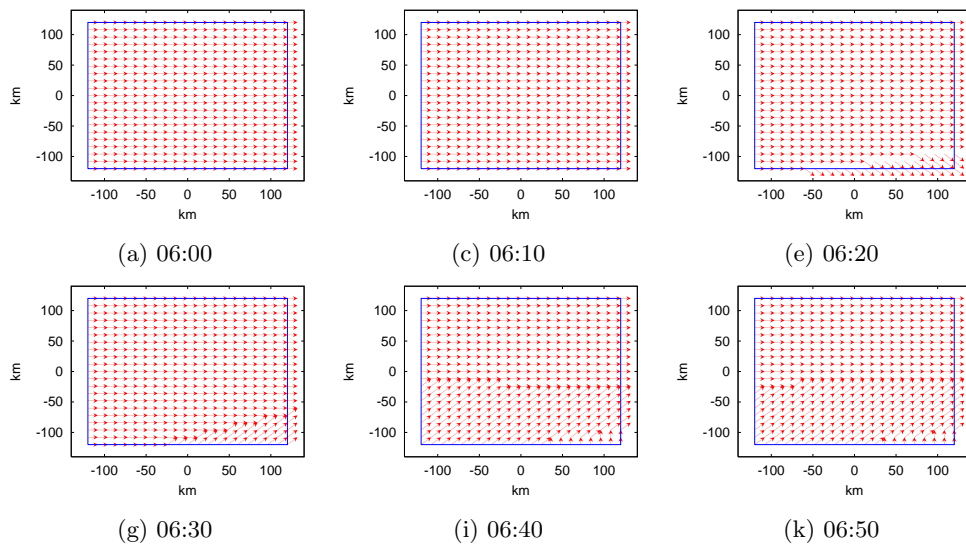


Fig. 28 Time variation of translation vector calculated using generated rainfall with VAR(1) model and the translation model for a frontal event from 6:00 to 7:00 on August 14, 1993.

使用する場合は過去の7ステップ分のデータすなわち1993年8月14日05時25分, 30分, 35分, 40分, 45分, 50分, 55分の移流パラメータを初期値として用いる。

VAR(1) モデルを用いて生成した移流パラメータの時系列とそれから得られる移流ベクトルの推移を Fig. 27, Fig. 28 に示す。また, VAR(7) モデルから生成したそれらを Fig. 29, Fig. 30 に示す。

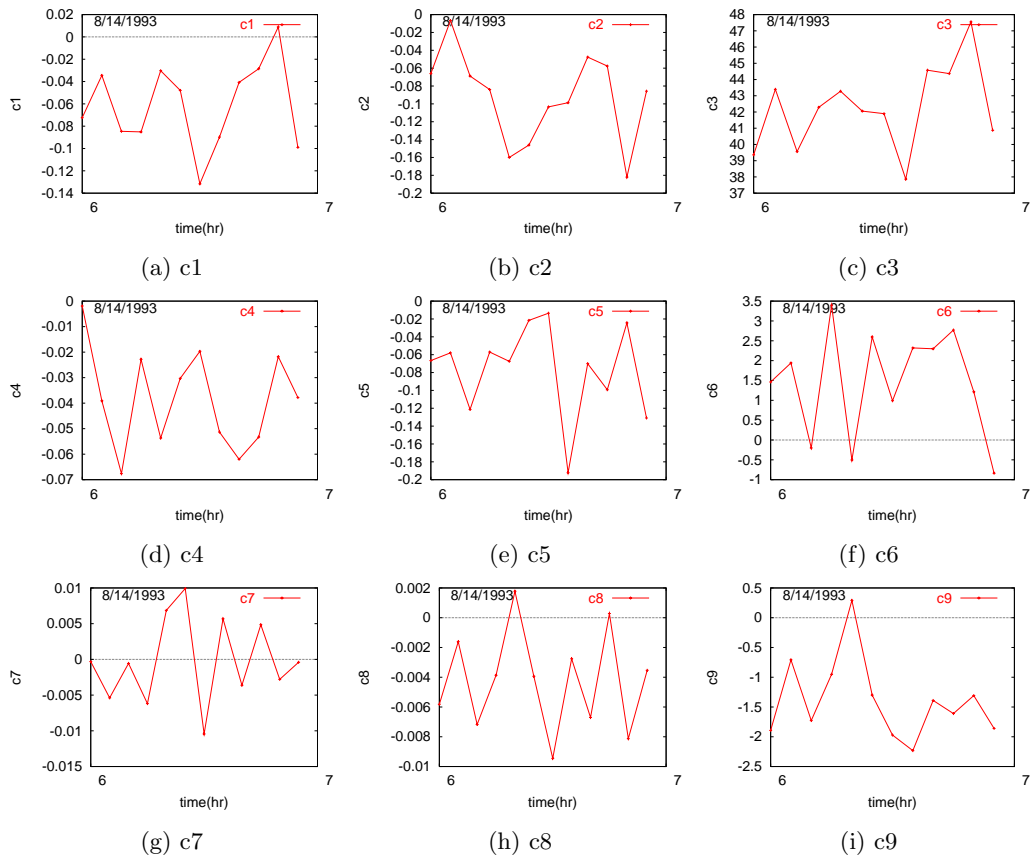


Fig. 29 Time variation of the values of translation vector parameters calculated using generated rainfall with VAR(7) model and the translation model for a frontal event from 6:00 to 7:00 on August 14, 1993.

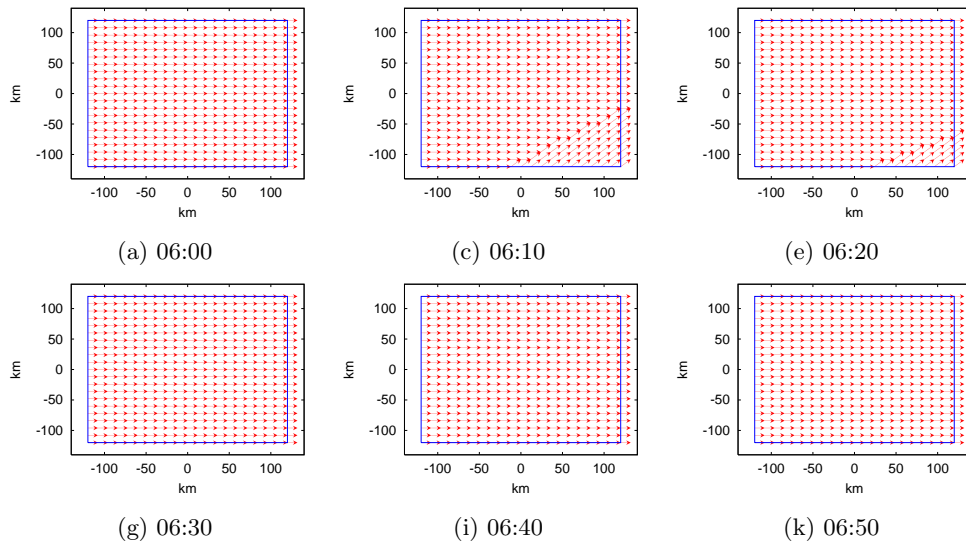


Fig. 30 Time variation of translation vector calculated using generated rainfall with VAR(7) model and the translation model for a frontal event from 6:00 to 7:00 on August 14, 1993.

Fig. 25 , Fig. 27 , Fig. 29 を比較すると、台風性降雨の場合は c_6 の値の違いが顕著であったのに対して、東西方向の平行移動を表す c_3 で値の違いが大きいことがわかる。特に VAR(7) モデルを用いた場合、

c_3 の絶対値が大きい。また、Fig. 26 , Fig. 28 , Fig. 30 を比較すると、移流ベクトルに関して VAR(1) モデル、VAR(5) モデルとともに実際のデータから得られたものと多少のずれが見られた。Fig. 31 , Fig. 32

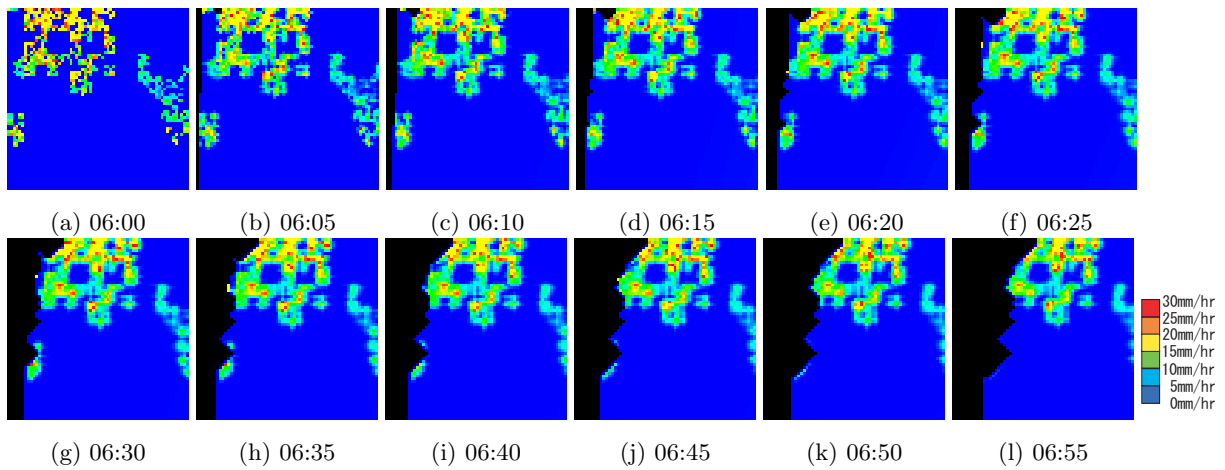


Fig. 31 Generated time series of a frontal rainfall field using the translation model. The initial rainfall filed is generated using the random cascade and the translation vector is simulated using VAR(1) model from 6:00 to 7:00 on August 14, 1993.

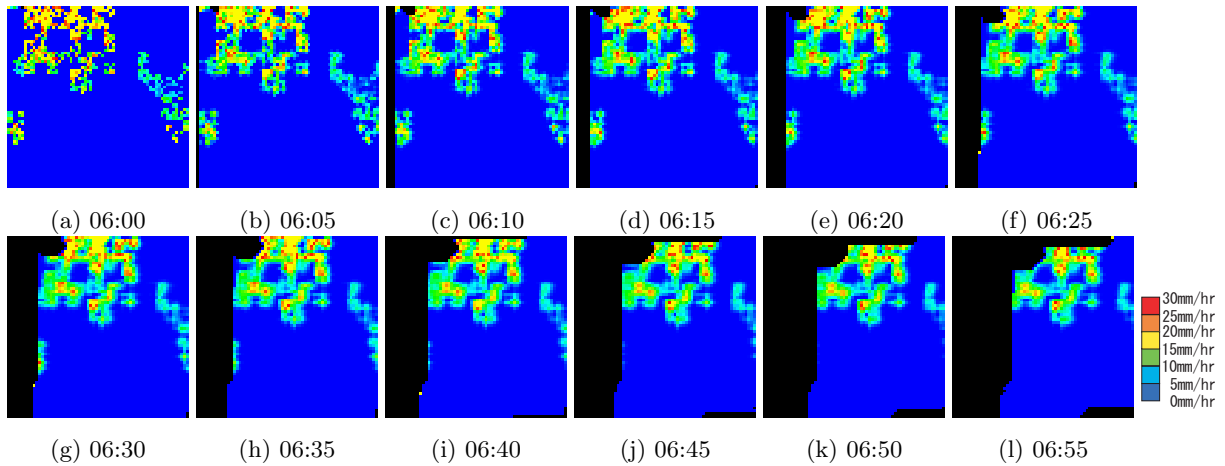


Fig. 32 Generated time series of a frontal rainfall field using the translation model. The initial rainfall filed is generated using the random cascade and the translation vector is simulated using VAR(7) model from 6:00 to 7:00 on August 14, 1993.

はそれぞれ VAR(1) モデル, VAR(7) モデルによって発生させた移流ベクトルを用いて生成した降雨場の時系列である。図中の黒い部分は台風性降雨の場合と同様, 対象領域外からの移流によって生じる予測不可能部分を示す。前線性降雨の場合も VAR(1) モデルと最適 VAR モデルを用いて生成した降雨場の違いは小さいことがわかる。

4.3 まとめ

台風性降雨, 前線性降雨に関わらず, Fig. 22 と Fig. 23 を比較した場合, また, Fig. 31 と Fig. 32 を比較した場合, VAR(1) モデルを用いて生成した降雨場の時系列と最適 VAR モデルによるそれとの違いは小さかった。しかし移流パラメータの値で比べると, 台風性降雨の場合は南北方向の平行移動を表す c_6 に

顕著な違いが認められ, 特に最適 VAR モデルを用いた場合にその絶対値が非常に大きくなった。また前線性降雨の場合は, 東西方向の平行移動を表す c_3 に顕著な違いが認められ, 最適 VAR モデルを用いた場合にその絶対値が非常に大きくなった。パラメータ同定の容易さを考えると VAR(1) モデルの適用が望ましい。今後, 両モデルによる相違を, 発生させた降雨強度の値から定量的に評価する必要がある。

5. おわりに

本研究では, まずランダムカスケードモデルに空間相関構造を取り入れることを試みた。生成した降雨場は, 空間相関構造を取り入れない場合と比べると明らかに空間相関構造が反映されていることを確認した。

次に、ランダムカスケードモデルによって生成した降雨場を初期降雨場とし、移流モデルを用いて台風性降雨と前線性降雨に対して空間的な降雨場の時系列を生成した。その際、レーダーデータと移流モデルによって算出された移流パラメータを入力値とし、1次の多変量ARモデル(VAR(1)モデル)と1~8次の多変量ARモデルのうちAIC基準を最小とする最適VARモデルを構築して、移流パラメータを生成した。台風性降雨と前線性降雨に対して、生成した移流パラメータを用いて初期降雨場を移流させた結果、今回扱った台風性降雨では、VAR(1)モデルと最適VARモデルとで、移流に関して南北方向の平行移動を表す移流パラメータの値に違いが見られた。また前線性降雨では、東西方向の平行移動を表す移流パラメータの値に違いが見られた。ただし、VAR(1)モデルと最適VARモデルとを用いて生成した降雨場を比較すると、その差は小さいことがわかった。実際の適用を考えるとVAR(1)モデルはパラメータの同定が容易であり利用しやすい。今後、適用例を増やして、両モデルによる相違を発生させる降雨場から評価する必要がある。

今後の課題として、多変量ARモデルの初期値と初期降雨場との関連を調査する必要がある。本研究では、それらの間の関連には触れず、ランダムカスケードモデルによる初期降雨場を移流モデルを用いて時間発展させたが、本来ならば初期の移流パラメータと初期降雨場の間には関係があるはずであり、それらの関連を調査する必要がある。また、移流パラメータを表現する多変量ARモデルのパラメータが、降雨ごとにどのように変動するかを調査する必要がある。

謝辞

本研究で用いたレーダー雨量データは国土交通省淀川ダム統合管理所より提供していただきました。ここに謝意を表します。

参考文献

- 椎葉充晴・高棹琢馬・中北英一(1984): 移流モデルによる短時間降雨予測手法の検討, 水理講演会論文集, pp.423-428.
- 立川康人・日和佐真丈・寶 馨(2003): ランダムカスケードモデルと降雨標高依存直線を用いた降雨空間分布の模擬発生, 水工学論文集, 第47巻, pp.127-132.
- 土木研究所(1988): 土木研究所資料第2604号, 建設省土木研究所河川部水文研究室.
- 中北英一(1985): 豪雨の予知・予測手法とその洪水予測への適応に関する研究, 京都大学工学研究科土木工学専攻, 修士論文.
- 日和佐真丈(2004): 時空間分布を考慮した計画降雨の作成に関する研究, 京都大学工学研究科土木工学専攻, 修士論文.
- Jothityangkoon, C., Sivapalan, M., and Viney N. R. (2000): Tests of a space-time model of daily rainfall in southwestern Australia based on nonhomogeneous random cascades, *Water Resour. Res.*, 36, 1, pp.267-284.
- Over, T.M., and Gupta, V. K. (1994): Statistical analysis of mesoscale rainfall: dependence of a random cascade generator on large-scale forcing, *Jour. Appl. Meteor.*, 33, pp.1526-1542.
- Over, T.M., and Gupta V. K. (1996): A space-time theory of mesoscale rainfall using random cascades, *Jour. Geophys. Res.*, 101, 26, pp.319-331.
- Smith, P. J. (2003): Probabilistic short-term flood stage prediction using a distributed rainfall-runoff model, Master Thesis, Graduate school of Civil Engineering, Kyoto University.
- Waymire, E., Gupta, V. K., and Rodriguez-Iturbe, I. (1984): A spectral theory of rainfall intensity at the meso- β scale, *Water Resour. Res.*, 20(10), pp.1453-1465.

Development of a method for design rainfall generation considering time and space rainfall distribution

Yasuto TACHIKAWA, Masahiro HIWASA* and Kaoru TAKARA

*Graduate School of Civil Engineering, Kyoto University

Synopsis

A method for design rainfall generation considering time and space rainfall distribution is proposed. A random cascade model is newly devised to simulate an initial rainfall field, in which a space correlation structure of a rainfall distribution is incorporated. Then the initial rainfall field is moved using a translation model. The translation vectors are modeled with a vector auto regressive model (VAR model). The VAR model is developed using translation vectors obtained with the translation model and radar rainfall data. Finally, realizations of time series of rainfall fields are demonstrated.

Keywords: design rainfall, random cascade model, vector auto regressive model, translation model, distributed rainfall-runoff model