

構造物の入力時刻歴と構造パラメータの同時同定法

市田 賢* 佐藤忠信**

*京都大学大学院工学研究科

**京都大学防災研究所

要 旨

本論文では、入力時刻歴が未知である場合の構造同定を行う手法を開発するために、入力時刻歴同定を独立成分解析とモンテカルロフィルタを組み合わせることにより実現し、同定された入力時刻歴を用いてフィルタ理論によりシステム同定を行うアルゴリズムを構築した。さらに構築したアルゴリズムの妥当性と適用性を検証するために、様々な状況を想定して数値解析を行った。

キーワード：構造同定，独立成分解析，モンテカルロフィルタ，入力時刻歴の同定

1. はじめに

これまでに、構造物の健全性を推測し、損傷の検出を行う上で有用である様々なシステム同定手法が開発されてきた。観測値にノイズが混入している場合の取り扱いや観測データが欠落している条件下で構造物の状態を推定するというような問題が解かれてきた。このための手段としてモンテカルロフィルタ^{1) 2)}やカルマンフィルタ^{3) 4)}といったフィルタリング法は広く適用されている。

構造パラメータの推定問題では、入力時刻歴が未知である場合を対象とすると、問題は非常に解きにくくなる。一般にシステム同定は入力時刻歴と構造物の応答加速度、速度、変位が観測されるとして、構造物の動特性である剛性や減衰の推定を試みることが多い。構造物の動特性を表すパラメータは一般的には定常で時間に依らない場合が多いことから、比較的求めることが容易であると言える。しかし、入力時刻歴は時間毎に変動

するため、運動方程式の他の変数が既知でない限り、それを決定するのは困難である。

構造物の動特性と共に入力時刻歴も未知であるとして、構造物の応答値のみからそれらの推定を行うことは、従来のフィルタ理論を用いただけでは解決することができなかった。そこで、本研究ではこの問題に対して多変量解析の一手法である独立成分解析⁵⁾とモンテカルロフィルタ⁶⁾を用いることにより解決を試みた。

2. 入力時刻歴及び構造動特性の同時同定法

提案アルゴリズムでは図-1のように、1)原信号同定、2)振幅同定、3)システム同定の3つのステップにより入力時刻歴と構造パラメータの推定を行っている。入力時刻歴は1)と2)の過程により推定され、構造物の動特性は3)により同定される。本節では提案アルゴリズムのそれぞれのステップについて説明する。

2.1 原信号同定過程

質量マトリクス M^{-1} を左から掛けた減衰力 $M^{-1}C\dot{y}$ 及び復元力 $M^{-1}Ky$ を独立成分解析によって推定することを考える。地動加速度を入力としたときの構造物の運動方程式は次のように表される。

$$\ddot{y}_t + M^{-1}C\dot{y}_t + M^{-1}Ky_t = -\{1\}\ddot{y}_0 \quad (1)$$

ここで、 M 、 C 、 K はそれぞれ質量マトリクス、粘性減衰マトリクス、剛性マトリクスであり、 \ddot{y} 、 \dot{y} 、 y はそれぞれ構造物の地盤に対する相対加速度、相対速度、相対変位を表している。また、 \ddot{y}_0 は地動加速度を表し、 $\{1\}$ は全ての要素が1のベクトルである。復元力 $M^{-1}Ky$ に式(A1)の独立成分解析モデルを適用するために、復元力項の各要素をそれぞれ次のように対応させて考える。

| | | |
|-----------------------------------|---|----------|
| 運動方程式 | | 独立成分解析 |
| $\ddot{y}_{K-ICA} = \{M^{-1}Ky\}$ | ⇒ | 原信号 s |
| $[M^{-1}K]^{-1}$ | ⇒ | 混合行列 A |
| y_t | ⇒ | 観測信号 x |

従って、式(A1)と同様な線形の独立成分解析モデルとして次式が得られる。

$$y_t = [M^{-1}K]^{-1} y_{K-ICA} \quad (2)$$

同様に、減衰力項 $M^{-1}C\dot{y}$ についても独立成分解析を適用できるモデルが次のように与えられる。

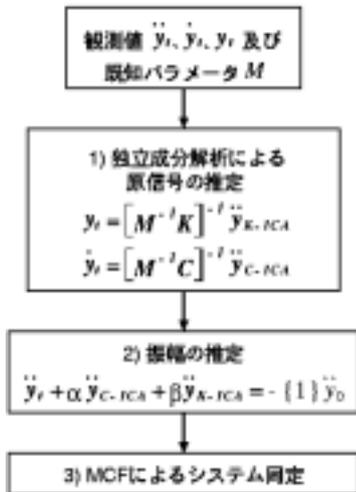


図-1 Flowchart of the proposed Algorithm

$$\dot{y}_t = [M^{-1}C]^{-1} y_{C-ICA} \quad (3)$$

式(2)、(3)によって与えられたモデルに対して独立成分解析を用いることより、 $\ddot{y}_{K-ICA} = \{M^{-1}Ky\}$ 及び $\dot{\ddot{y}}_{C-ICA} = \{M^{-1}C\dot{y}\}$ を推定することができる。

2.2 振幅同定過程

独立成分解析では原信号を推定することができるが、そのスケールについては不定性が残されている。従って、同定された \ddot{y}_{K-ICA} と $\dot{\ddot{y}}_{C-ICA}$ に対して振幅の大きさを求める必要がある。

$\{\ddot{y}_{C-ICA}\}_i$ と $\{\dot{\ddot{y}}_{K-ICA}\}_i$ の振幅の大きさをそれぞれ α_i 、 β_i で表すとすると、運動方程式(1)は次のように書き換えられる。

$$\ddot{y}_t + \alpha \dot{\ddot{y}}_{C-ICA} + \beta \ddot{y}_{K-ICA} = -\{1\}\ddot{y}_0 \quad (4)$$

ただし、 α 及び β は次式で表される対角行列である。

$$\alpha = \text{diag}\{\alpha_i\}, \quad i = 1, \dots, N \quad (5)$$

$$\beta = \text{diag}\{\beta_i\}, \quad i = 1, \dots, N \quad (6)$$

そこで、式(4)における未知量 α 、 β 、 \ddot{y}_0 をモンテカルロフィルタにより同定することを考え、式(4)をモンテカルロフィルタにおける観測方程式と見なす。まず、状態ベクトルを次のように与える。

$$x_t = \{\alpha_1, \dots, \alpha_N, \beta_1, \dots, \beta_N, \ddot{y}_0\}^T \quad (7)$$

また、式(B2)で表される観測ベクトル z_t を式(4)の加速度応答ベクトル \ddot{y}_t を用いて、

$$z_t = -\ddot{y}_t \quad (8)$$

と定義する。従って、式(7)、(8)に対して、式(4)を満たすように観測行列 H が次式で与えられる。

$$H = \begin{bmatrix} \ddot{y}_{C-ICA} & 0 & \ddot{y}_{K-ICA} & 0 & 1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddot{y}_{C-ICAN} & 0 & \ddot{y}_{K-ICAN} & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

よって、式(7)、(8)、(9)よりモンテカルロフィルタにおける観測方程式を構成することができる。一方、状態方程式については、定常システムとして問題を扱うことで、状態遷移行列を単位行列として与えた。

2.3 システム同定過程

モンテカルロフィルタを用いて線形構造システムの同定を行うためには、構造物の運動方程式を状態空間モデルとして表現する必要がある。従って本節では、構造システムの状態空間モデルへの適用方法について述べる。

一般に、外力を受けている1自由度構造系の運動方程式は

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = P \quad (10)$$

で与えられる。外力 P は地震による地動加速度を \ddot{y}_0 として次のように表される。

$$P = -M \{1\} \ddot{y}_0 \quad (11)$$

そこで、次のような状態ベクトルを考える。

$$x = \{\dots y_i \dot{y}_i h_i \omega_i \dots\}^T \quad (12)$$

式(10)より、ここでは以下のような1階の微分方程式である状態空間方程式が得られる。

$$\dot{x} = g(x) = \left\{ \begin{array}{c} \dots \dot{y}_i \ddot{y}_i \dot{h}_i \dot{\omega}_i \dots \\ \vdots \\ \dot{y}_i \\ -\ddot{y}_0 - f_i + (1 - \delta_{i,n}) \frac{m_{i+1}}{m_i} f_{i+1} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{array} \right\}^T \quad (13)$$

ただし、

$$f_i = 2h_i\omega_i(\dot{y}_i - \dot{y}_{i-1}) + \omega_i^2(y_i - y_{i-1}) \quad (14)$$

$$y_i = \dot{y}_i = 0, \quad i = 0 \quad (15)$$

$$\delta_{i,k} = \begin{cases} 1 & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \quad (16)$$

である。 h_i 、 ω_i はそれぞれ質点 i を取り出し、1自由度系と見なした時の微小線形振動時の等価減衰定数および等価固有円振動数であり、次式で定義される。

$$h_i = \frac{c_i}{2\sqrt{m_i k_i}}, \quad \omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}} \quad (17)$$

また、観測方程式について、全質点に関して変位及び速度応答が観測されるものとする観測行列 H_i は次のように表される。

$$H = \begin{bmatrix} D & & & \\ & \ddots & & \\ & & D & \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

3 数値解析例

1.2節で提案したアルゴリズムを用いて数値解析を行い、その適用性と精度を検証した。解析の対象モデルは2自由度構造系であり、入力にはEl Centro地震加速度記録の最大加速度を25galに補正した波形を用いた。また、全質点の質量と応答加速度、速度、変位が観測されるとした。構造物の応答の観測値には3%の観測ノイズを加えている。原信号同定過程では、評価関数として、

$$\varphi_i(y_i) = \tanh(y_i) \quad (19)$$

を用いた。

振幅同定過程では、モンテカルロフィルタの粒子数を5000個として解析を行った。式(7)の状態量には、地動加速度 \ddot{y}_0 が含まれているため、モンテカルロフィルタにより地動加速度を直接推定することができるが、定常である α や β とは異なり、地動加速度は時々刻々変化するためモンテカルロフィルタの状態量として推定される地動加速度は十分な精度が得られない。しかし、同定された振幅の大きさ α 、 β を式(4)の左辺に代入して得られるベクトル $\{\ddot{y}_i + \alpha \ddot{y}_{C-ICA} + \beta \ddot{y}_{K-ICA}\}$ もまた各要素がそれぞれ地動加速度を表している。従って、このベクトルの各要素を平均した波形を

地動加速度の推定値として用いることとした。

また、システム同定過程では、構造物の動特性の初期値として真値 70%の値を与え、モンテカルロフィルタの粒子数を 5000 個とした。これらの条件下で、未知量である入力時刻歴と構造パラメータの推定を行った。得られた解析結果を図-2 から図-5 に示す。まず、図-2 は原信号同定過程から得られた独立成分解析による原信号 \ddot{y}_{K-ICA} の同定結果である。図-2 では \ddot{y}_{K-ICA} のみを示しているが、 \ddot{y}_{C-ICA} と共に原信号の再現が可能であることが確認できた。

次に振幅同定過程について、図-3 はモンテカルロフィルタにより同定された振幅の大きさ β の時刻歴を示している。ほぼある一定の大きさに収束する結果が得られた。図-4 は原信号同定過程及び振幅同定過程の結果を用いて求められた地動加速度の同定時刻歴である。観測ノイズが付加されているにも関わらず、原信号同定過程、振幅同定過程共に効率的に機能し、提案アルゴリズムにより入力波形の再現が行えることが示されている。図-5 は同定された入力波形を用いて同定された構造物の動特性のうち、剛性について示している。ほぼ真値に収束しており、本研究で取り上げた入力未知である場合においても、システム同定が可能であることを示している。ただし、運動方程式(1)において減衰項が他の項に比べて相対的に次元が小さいこと、同定された入力時刻歴を用いているために、その入力時刻歴に含まれる推定誤差が減衰マトリクスを同定するためには相対的に大きかったことといった理由から減衰マトリクスは精度良く推定することができなかった。

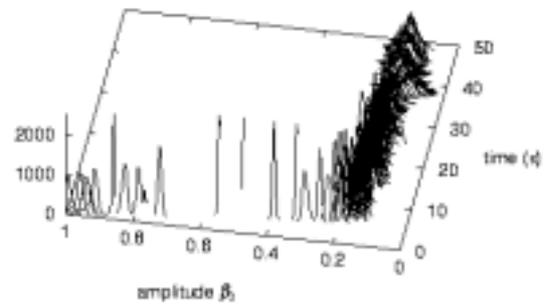
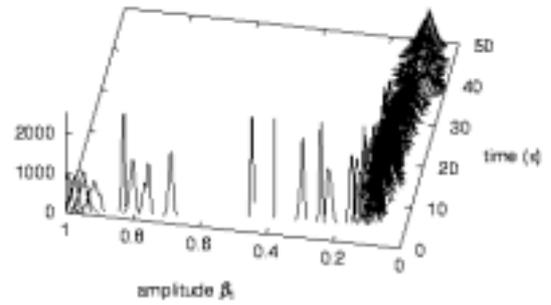


図-3 The time history of the estimated amplitude parameters β

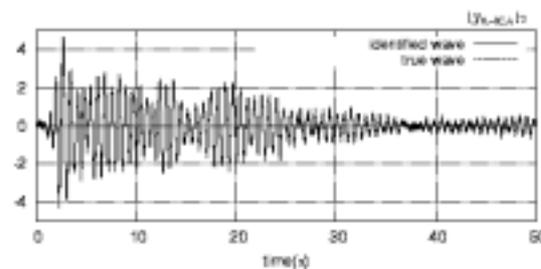
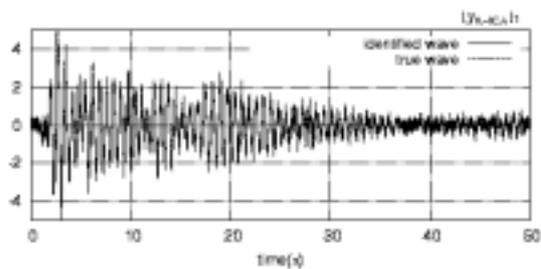


図-2 The time history of the estimated source signals \ddot{y}_{K-ICA} , (Upper):the component of \ddot{y}_{K-ICA1} (Lower):the component of \ddot{y}_{K-ICA2}

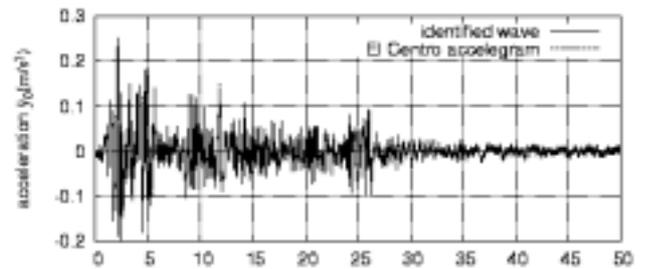


図-4 The time history of the identified external excitation

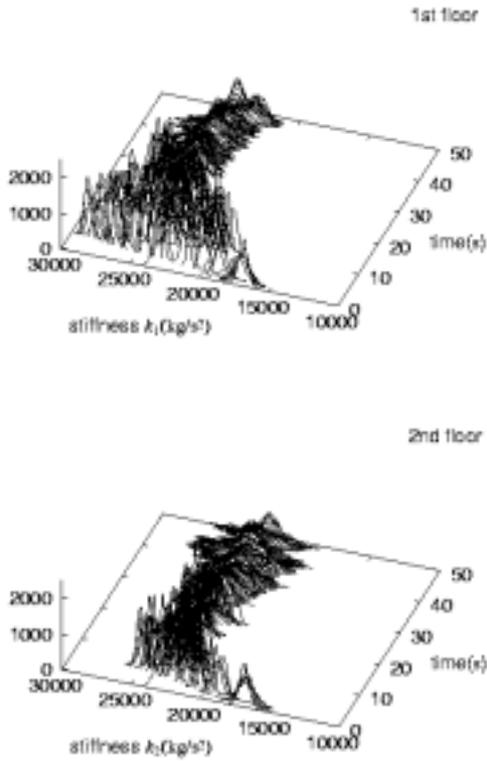


図-5 The time history of the identified stiffness factors

4. おわりに

本研究では、構造物への入力地震動と構造物の動特性を同時に同定する手法を独立成分解析とモンテカルロフィルタを用いることにより開発した。提案アルゴリズムでは減衰力及び復元力の時刻歴を独立成分解析で推定することによって入力時刻歴の推定を行った。また、数値解析により、本提案アルゴリズムの精度と妥当性を検証し、本提案アルゴリズムによる入力時刻歴と構造動特性の同時推定が可能であることを示した。

5. 付録 A 独立成分解析

独立成分解析は、互いに独立な信号（原信号）の線形混合である観測信号しか得られない条件の下で、原信号の再現をアルゴリズムである。扱う線形モデルは次式で表される。

$$x = As \quad (A1)$$

ただし、 x は観測信号、 A は混合行列、 s は原信号を表す。

つまり、独立成分解析では、観測信号 x だけを既知として、混合行列 A と原信号 s の推定を

行う。原信号 s_1, \dots, s_n はそれぞれ独立であり、各 s_i の平均値は0であるという仮定ができれば、原信号の確率密度関数 $r(s)$ はその独立性により次式のように表される。

$$r(s) = \prod_{i=1}^n r_i(s_i) \quad (A2)$$

$$E[s_i] = 0 \quad (A3)$$

ここで、式(A1)を行列 W を用いて次のように書き換え、次式で与えられる信号 $y(t)$ を考える。

$$y(t) = Wx(t) \quad (A4)$$

もし、 W が A の逆行列、つまり $W = A^{-1}$ であれば $y(t) = s(t)$ が成り立ち、原信号が復元されることになる。従って、観測データ $x(1), \dots, x(t-1)$ から A^{-1} を推定して、これを W_t とおき、学習的に更新することにより、 $y(t) = W_t x(t)$ を求めることができる。

6. 付録 B モンテカルロフィルタ

モンテカルロフィルタは、「粒子」と呼ばれる多数の実現値によって状態量の確率分布の近似を行う非線形非ガウス型のフィルタリングアルゴリズムである。従来のフィルタ理論とは異なり線形ガウス空間の制約を解消し、非線形なパラメータの変化や、非ガウス分布に従う雑音なども扱うことのできるより一般的なフィルタ理論である。

モンテカルロフィルタでは、状態空間モデルを扱うため、次のような状態方程式及び観測方程式を用いている。

$$x_n = F(x_{n-1}, v_n) \quad (B1)$$

$$z_n = H(x_n, w_n) \quad (B2)$$

ただし、 x_n は状態量、 z_n は観測量、 v_n はシステムノイズ、 w_n は観測ノイズを表す。

参考文献

- 1) 佐藤忠信・梶啓介 (2001) : モンテカルロフィルタを用いた構造同定, 土木学会論文集, No. 675/ I -55, pp. 161-170.
- 2) 吉田郁政・佐藤忠信 (2002) : モンテカルロフ

- フィルタを用いた排他的非ガウスプロセスノイズによる損傷同定, 構造工学論文集, pp. 429-436.
- 3) Hoshiya, M. and Saito, E. (1984): Structural Identification by Extended Kalman Filter, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.110, No.12.
- 4) G. Kitagawa (1996): Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian Nonlinear State Space models, Journal Computational and Graphical Statistics, Vol.5/1, pp1-25
- 5) S. Amari, A. Cichocki and H. Yang (1995): A New Learning algorithm for blind signal separation, Advances in Neural Information Processing System, NO.8, pp757-763.
- 6) 北川源四郎 (1996) : モンテカルロ・フィルタおよび平滑化について, 統計数理, Vol.44/1, pp31-48.

Simultaneous Identification of Structural Parameters and Time History of External Excitation by Using ICA and MCF Algorithm

Satoshi ISHIDA* and Tadanobu SATO**

*School of Civil Engineering, Kyoto University, JAPAN

**Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, JAPAN

Synopsis

A new system identification technique is proposed to identify simultaneously input force and system parameters. This is a very challenging problem in the field of inverse analysis. In order to solve this difficult problem we use Independent Component Analysis (ICA) and Monte Carlo Filter (MCF). ICA is a strong tool to estimate input force and MCF is also useful to estimate structural parameters. We confirm the efficiency of the proposed algorithm by a numerical simulation.

Keywords: Structural Identification, Independent Component Analysis, Monte Carlo Filter, Identification of Time History of input Earthquake Motions