京都大学防災研究所年報 第45号 B-2 平成14年4月
Annuals of Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., No. 45 B-2, 2002

移流モデルによる予測降雨場の誤差構造のモデル化と降雨場の発生

立川康人・小松良光*・宝　馨

* 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻

要　旨

移流モデルによる実時間予測降雨場の予測誤差構造をモデル化し，それに従う模擬的な降雨を発生させるアルゴリズムを開発した。発生する可能性のある降雨を多数模擬発生させることができれば，分布型洪水流出モデルを介して任意の地点での河川流量を，モンテカルロシミュレーション的に確率的に評価することが可能となる。降雨場の予測誤差の統計的な特性を調査したところ，予測相対誤差は距離によって定まる空間相関構造をもつ対数正規確率場としてモデル化できることが分かった。そこで，共分散行列の平方根分解手法を用いた対数正規確率場の発生法を用い，模擬的な予測降雨場を多数発生させる手法を実現した。

キーワード： 流出予測，短時間降雨予測，移流モデル，予測誤差構造，確率場

1.　はじめに

本研究では，短時間降雨予測モデルによる予測降雨場の誤差構造をモデル化し，それによって模擬的な降雨場を発生させるアルゴリズムを開発することを目的としている。降雨の実時間予測値が得られ，かつその予測誤差の統計的な特性をモデル化することができれば，その統計的特性に従う予測誤差を有する降雨場を多数発生させることが可能となる。こうして発生させた多数の降雨場を分布型洪水流出モデルに入力すれば，任意の地点において多数のハイドログラフを得ることができるため，それぞれの地点において河川流量の最確値とその予測誤差分散を得ることが可能となる。すなわち，時間空間分布する降雨の実時間予測値をもとに起こり得ると考えられる降雨場を多数発生させ，多数の流出シミュレーションを行うことにより，任意の地点での河川流量を実時間で確率的に予測することが可能と考える。

短時間降雨予測モデルとしては椎葉らの提案する移流モデル (椎葉ら, 1984) を採用し，国土交通省所管の深山レーダー雨量計による雨量強度データを用いて降雨予測モデルの予測誤差を調査した。その結果，予測相対誤差は距離によって定まる空間相関構造をもつ対数正規確率場としてモデル化できることが分かった。そこで，立川・椎葉 (2000) の提案する共分散行列の平方根分解による対数正規確率場の発生法を用い，予測降雨場を模擬発生させる手法を実現した。

2.　レーダー雨量データと移流モデルの概要

2.1　レーダー雨量データ

建設省が京都府と大阪府との県境に設置した深山レーダー雨量計のレーダーデータを用いる。このレーダー観測システムは昭和56年3月に建設が完了し，昭和57年7月より運用が開始された。本研究では，この観測システムのうちレーダービームの仰角を固定した仰角固定観測による雨量観測データを用いる。定量観測域の観測範囲は Fig. 1(1) に示す半径 120km の範囲内であり，受信電力値はレーダーサイトを中心とする半径120km以内を方位方向に128等分，120kmから198kmまでを256等分，距

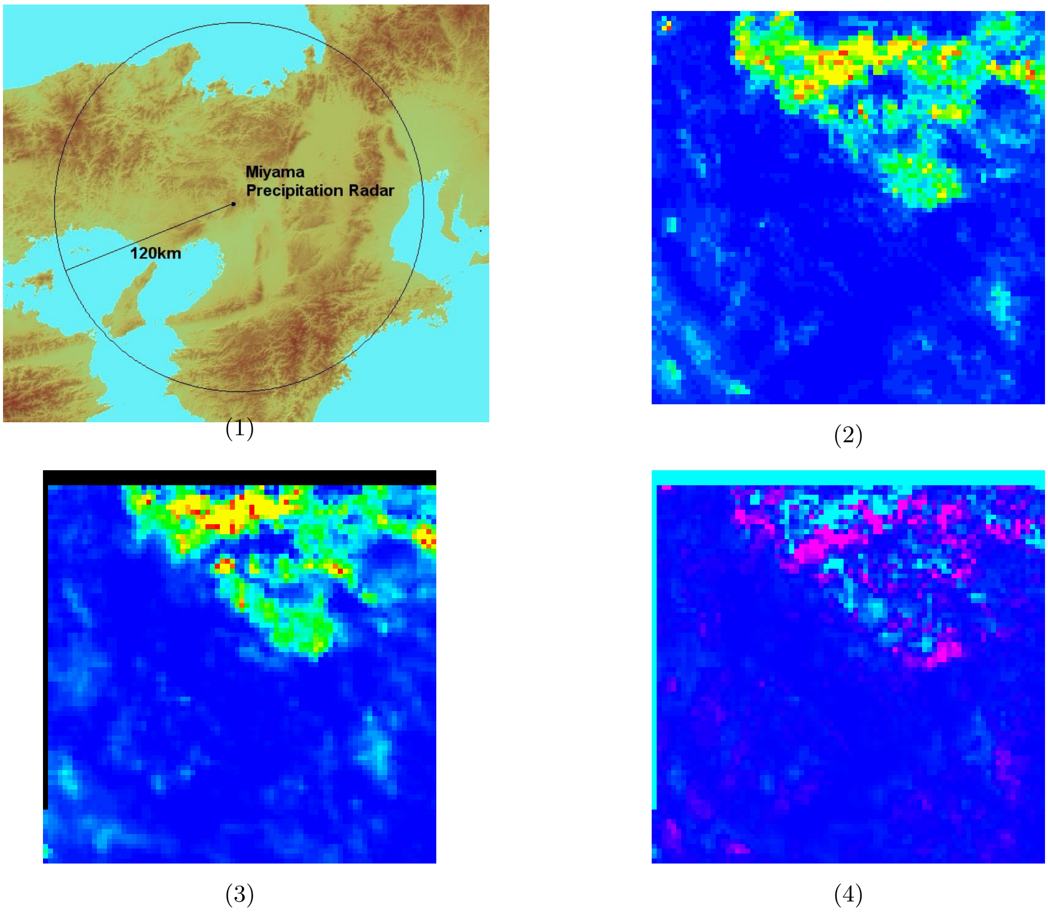


Fig. 1 (1) Quantitative measurement area by the Miyama precipitation radar (120km radius). (2) Observed rainfall by the Miyama radar at 0:15pm, September 5 in 1989. (3) 15 minute ahead rainfall prediction by the transration model (predicted at 0:00pm, September 5 in 1989). (4) Prediction error calculated as observed minus predicted value.

離方向には 3km ごとの同心円で区切られた放射状メッシュ区画単位で得られる。この極座標系で表現される放射状メッシュ区画ごとに得られる受信電力値を，中北にならい 3km×3km の矩形セルを単位とする 240km×240km (80×80 個) の正方形メッシュ区画直交座標系に変換した。5 分間隔ごとにこうした面的な受信電力値が得られ，建設省によって同定されたレーダー定数を用いて受信電力値を降雨強度に変換した。

2.2　移流モデル

降雨予測手法として移流モデル (椎葉ら, 1984)

$$\frac{\partial z}{\partial t} + u\frac{\partial z}{\partial x} + v\frac{\partial z}{\partial y} = w \qquad (1)$$

を用いる。z は降雨強度面，u, v は移流ベクトル，w は発達衰弱項，x, y は空間軸，t は時間を表す。ここで，u, v, w は空間座標による一次式として

$$u = c_1 x + c_2 y + c_3$$

$$v = c_4 x + c_5 y + c_6$$

$$w = c_7 x + c_8 y + c_9$$

と表現できるものとする。$c_1 \sim c_9$ は推定されるべきパラメータである。u, v, w を位置座標の一次式とすることにより，パラメータ $c_1 \sim c_9$ の決定は線形最小二乗推定問題として定式化できるようになり，逐次観測データが得られるごとにオペレーショナルにパラメータを同定し予測値を得ることを可能としている。ここでは，現在時刻を含めて過去 15 分間に 5 分間ごとに得られるレーダー雨量データを用いてパラメータ $c_1 \sim c_9$ を決定し，将来時刻の降雨強度面を得た。発達衰弱項 w の値は常にゼロとした。

Fig. 1(2)(3) に 1989 年 9 月 5 日午後 0 時 15 分の観測降雨画像と 1989 年 9 月 5 日午後 0 時に移流モデルを用いて予測した 15 分先予測降雨画像を示す。黒い部分は降雨強度が 0mm/hr の部分であり，白い部分 ($R = 30$mm/hr) になるほど大きな降雨強度であることを示す。なお，Fig. 1(3) の図の上部の黒い部分は，推定された移流ベクトルによって外部から雨域が移動してくる部分であり，降雨強度を評価することができない領域を示している。Fig. 1(4) は観測降雨から予測降雨を減じて得た予測誤差である。

2.3 レーダーデータの加工

空間分解能 3km×3km，時間分解能 5 分間のデータを基本とし，このデータを時間的，空間的に平均化して時間分解能，空間分解能の異なるデータを作成して予測降雨誤差の統計的特性を分析する。空間分解能は 3km, 6km, 12km の 3 通り，時間分解能は 5 分, 15 分, 30 分, 60 分の 4 通りを考え，それらの組み合わせで合計 12 種類のデータを作成した。以降，ここでは 1989 年 9 月 5 日午前 10 時から 9 月 6 日午前 6 時の間の前線性降雨によるデータを分析した。

3. 予測誤差構造のモデル化とその評価

3.1 予測誤差構造のモデル化

予測降雨の誤差構造をモデル化するために，深山レーダー雨量計から得られた観測降雨場 R_o から移流モデルによる予測降雨場 R_p の値を差し引いた予測誤差

$$E_a = R_o - R_p \tag{2}$$

およびこの観測誤差を予測降雨で正規化した相対予測誤差

$$E_r = (R_o - R_p)/R_p \tag{3}$$

を考える。ここで上記の計算は，対応する各格子ごとに上記の演算を作用させ，二次元的な予測誤差の場 E_a, E_r を求める意味で用いている。Fig. 1(4) に観測降雨から予測降雨を減じて求めた予測誤差を画像表示する。青い部分は無降雨の領域であり，赤色 ($10mm/hr$) になるほど正の方向に誤差が大きくなり，水色 (-10mm/hr) になるほど負の方向に誤差が大きくなることを示している。

こうした誤差の評価式が，ある確率分布モデルあるいは確率場モデルに従うならば，それらのモデルに従う E_a または E_r を多数シミュレーション発生させることが可能となる。こうして発生させた E_a，E_p と流移モデルによる降雨予測値 R_p とを用いて

$$R_o = R_p + E_a \tag{4}$$

あるいは

$$R_o = R_p \times E_r + R_p \tag{5}$$

とすることで，降雨場を模擬発生させることができる。ここで発生させた降雨場を分布型流出モデルに入力することにより，予測流量を確率的に評価することが可能となる。以下，E_a，E_r の統計的な性質を分析する。

3.2 予測誤差 E_a の統計的性質

一例として，5 分先予測値を対象として (2) 式に示す予測誤差 E_a (mm/hr) を計算し，降雨強度別にその頻度分布を示した図を Fig. 2 に示す。頻度分布図を作成するに当たっては，予測降雨強度が 0 mm/hr となる領域を除いて計算した。これは，Fig. 1 を見ても分かるように，無降雨の領域が全対象領域の大部分を占めるため，ヒストグラムの形状に大きく影響をおよぼすからである。図中，(1) は $R_p \geq 0$ の領域での予測誤差のヒストグラム，(2) は 10mm/hr $\geq R_p \geq$ 5mm/hr の領域での予測誤差のヒストグラム，(3) は 15mm/hr $\geq R_p \geq$ 10mm/hr の領域での予測誤差のヒストグラム，(4) は 20mm/hr $\geq R_p \geq$ 15mm/hr の領域での予測誤差のヒストグラムである。

(1) に示す全体の E_a のヒストグラムと，(2) から (3) に示す予測降雨強度毎に階層化したヒストグラムとを比べると，(1) は 0 付近にピークを持つ正規分布に近い形状を示しているが，(2) から (4) のヒストグラムは (1) とは形状が異なり，正規分布よりも対数正規分布に近い分布形状を示している。また，(2)(3)(4) の分布形状はそれぞれ異なり，予測降雨強度ごとに予測誤差は異なった分布を示すことが分かる。

予測誤差の空間相関がまったく無いか，または極めて小さい場合は，降雨強度ごとに予測誤差の確率分布関数を定めて予測誤差を発生させることは容易だが，実際には予測誤差は空間的にランダムではない。Fig. 1(4) に示すように，予測誤差が正または負の値を取る領域は空間的にランダムではなく，ある程度まとまった領域に正または負の値を示す領域が存在する。Fig. 3 は，5 分先予測値と 60 分先予測値を例に取って予測誤差の空間相関係数を示したものである。10km 程度の距離内では正の相関が存在することが分かる。

以上，予測誤差 E_a は降雨強度ごとに異なった分布形状を示し，かつ空間的な相関も有することが分かった。こうした誤差構造をモデル化し，その統計的な性質を有する誤差場を発生させることは容易ではない。そこで，次に予測相対誤差に関する統計的特性を調査することにする。

3.3 予測相対誤差 E_r の統計的性質

5 分先予測値を対象として (3) 式に示す予測相対誤差 E_r を計算し，降雨強度別にその頻度分布を示した図を Fig. 4 に示す。頻度分布図を作成するに当たっては，E_a の場合と同様に予測降雨強度が 0 mm/hr となる領域は除いて計算した。図中，(1) は $R_p \geq 0$ の領域での予測相対誤差のヒストグラム，

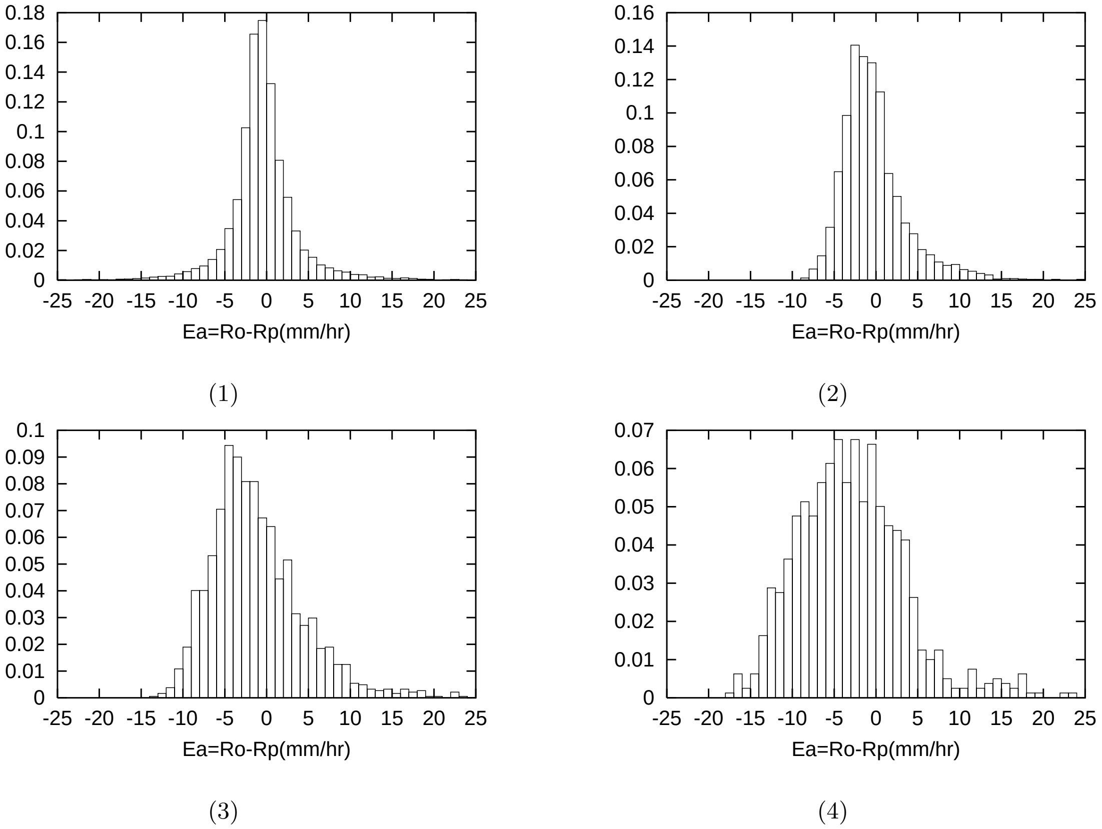


Fig. 2 Frequency distribution of prediction error E_a for 5 minute ahead prediction. (1) Frequency distribution of E_a for cells in which predicted rainfall intensity is larger than zero. (2) Frequency distribution of E_a for cells in which predicted rainfall intensity is between 5mm/hr and 10mm/hr. (3) Frequency distribution of E_a for cells in which predicted rainfall intensity is between 10mm/hr and 15mm/hr. (4) Frequency distribution of E_a for cells in which predicted rainfall intensity is between 15mm/hr and 20mm/hr.

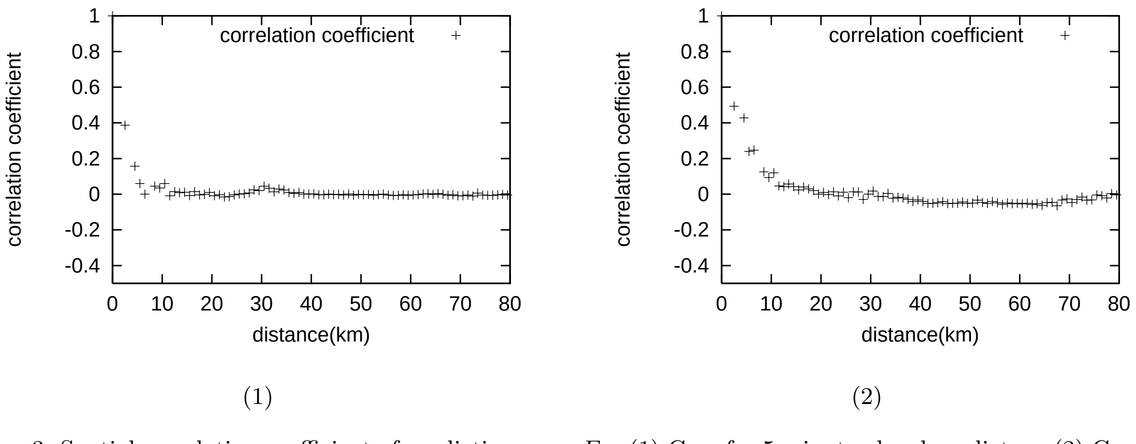


Fig. 3 Spatial correlation coefficient of prediction error E_a. (1) Case for 5 minute ahead predicton. (2) Case for 60 minute ahead prediction.

(2) は 10mm/hr $\geq R_p \geq$ 5mm/hr の領域での予測相対誤差のヒストグラム，(3) は 15mm/hr $\geq R_p \geq$ 10mm/hr の領域での予測相対誤差のヒストグラム，(4) は 20mm/hr $\geq R_p \geq$ 15mm/hr の領域での予測相対誤差のヒストグラムである。

全体の E_r の頻度分布 (1) と，予測降雨強度 R_p の強度階層別の頻度分布 (2)(3)(4)，共に E_a 場合とは異なり，どれもが下限値が -1 の対数正規分布に近い分布形状を示している。下限値が -1 となるのは，$E_r = (R_o - R_p)/R_p$ として相対予測誤差を計算しているため，観測降雨 $R_o = 0$ のとき $E_r = -1$ となる。

この場合の空間相関係数を Fig. 5 に示す。(1) は5分先予測値を対象とする場合，(2) は60分先予測を対象とする場合の結果である。これらの図から，距

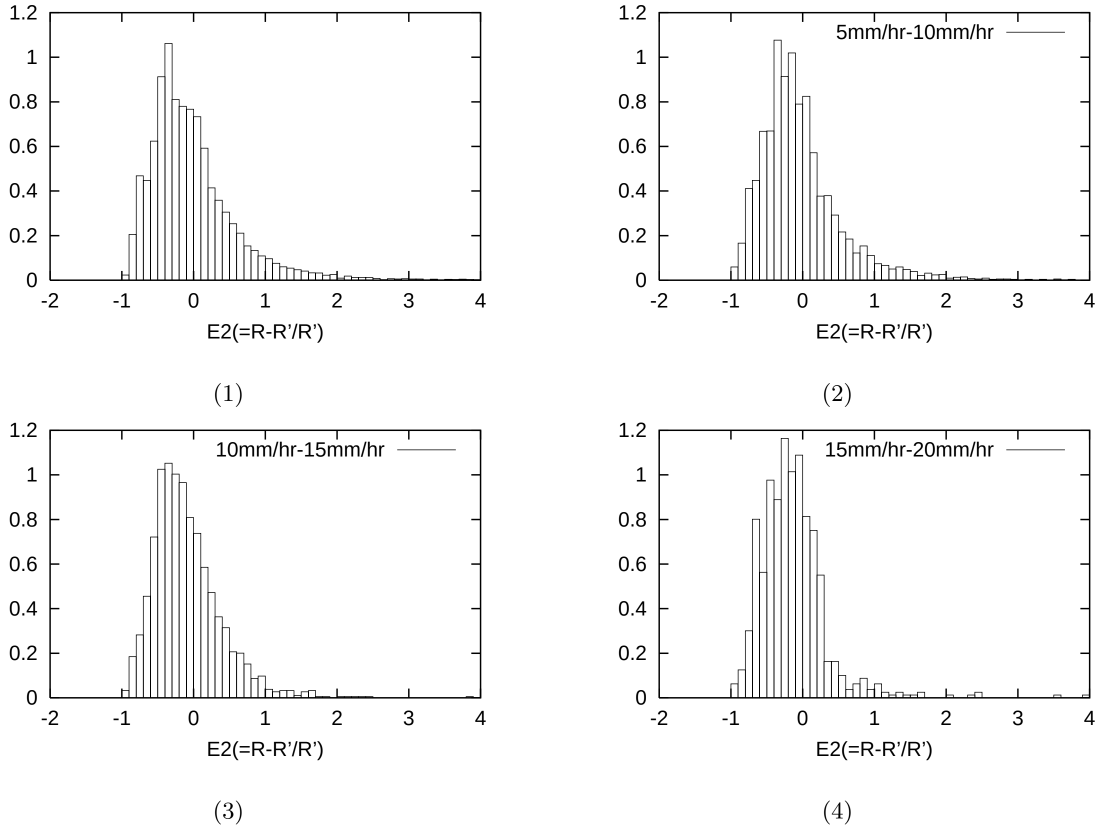


Fig. 4 Frequency distribution of relative prediction error E_r for 5 minute ahead prediction. (1) Frequency distribution of E_r for cells in which predicted rainfall intensity is larger than zero. (2) Frequency distribution of E_r for cells in which predicted rainfall intensity is between 5mm/hr and 10mm/hr. (3) Frequency distribution of E_r for cells in which predicted rainfall intensity is between 10mm/hr and 15mm/hr. (4) Frequency distribution of E_r for cells in which predicted rainfall intensity is between 15mm/hr and 20mm/hr.

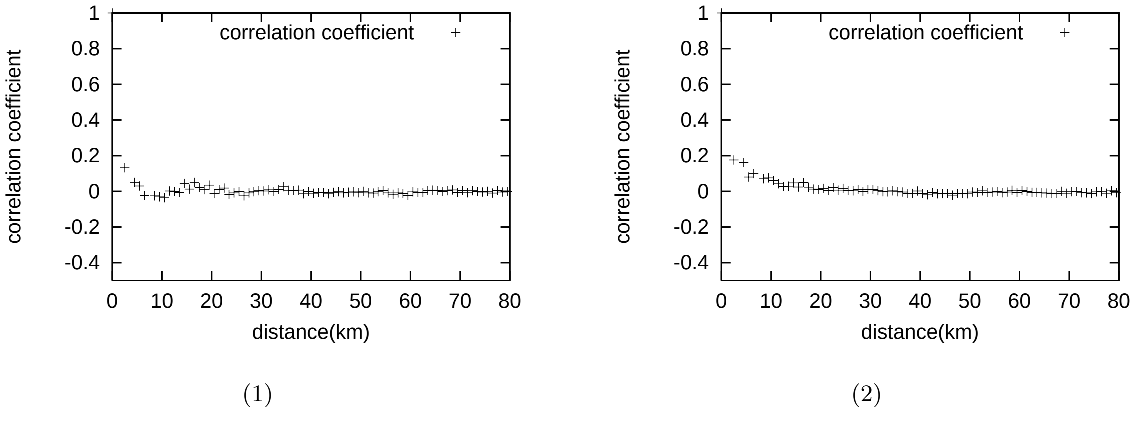
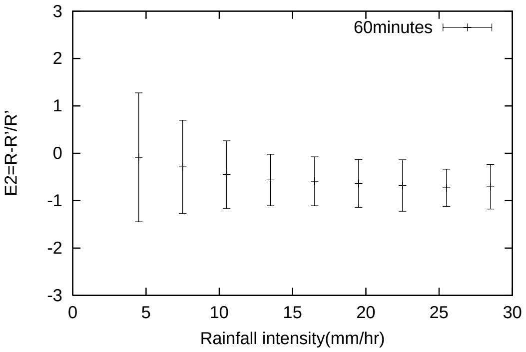


Fig. 5 Spatial correlation coefficient of relative prediction error E_r. (1) Case for 5 minute ahead predicton. (2) Case for 60 minute ahead prediction.

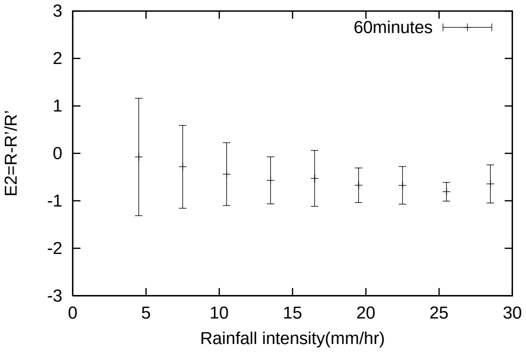
離が 10km 以内では，予測相対誤差は正の相関を示すことが分かる。

このように，予測相対誤差は降雨強度に関わらず，同様の分布形状を示した。この場合は，予測相対誤差を空間相関構造を有する対数正規確率場としてモデル化できるために，非常に都合がよい。そこで，空間分解能 3km×3km，時間分解能 5 分間のデータを基本とし，このデータを時間的，空間的に平均化して作成した分解能の異なるデータを含めて予測相対誤差の統計的特性を分析した。

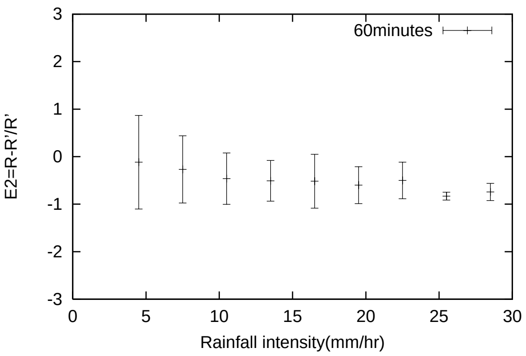
分析の対象としたのは，空間分解能 3km，6km，12km の 3 通り，時間分解能 5 分，15 分，30 分，60



(1) Case for 3km×3km spatial resolution

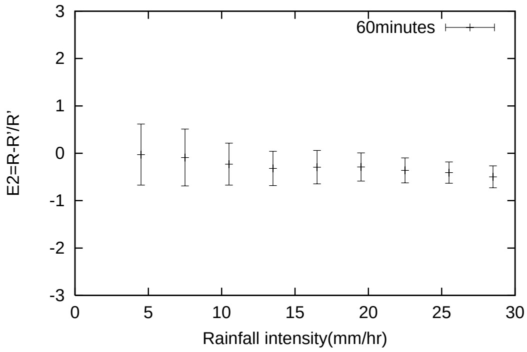


(2) Case for 6km×6km spatial resolution

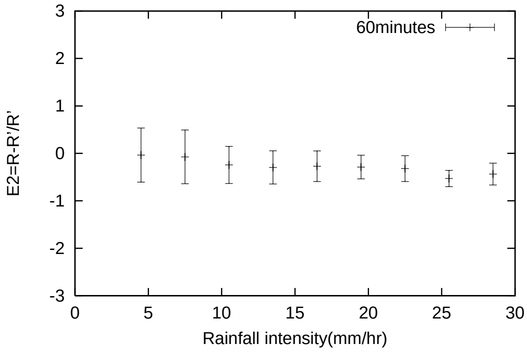


(3) Case for 12km×12km spatial resolution

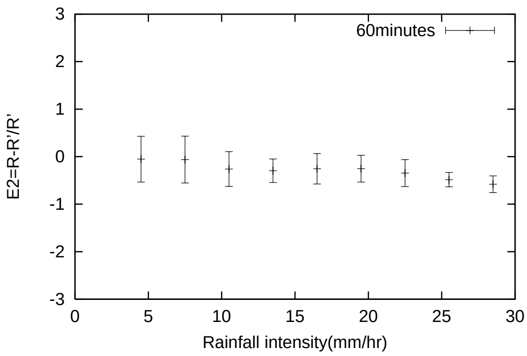
Fig. 6 Mean and standard deviation of relative prediction error for 60 minute ahead 5 minute mean prediction.



(1) Case for 3km×3km spatial resolution



(2) Case for 6km×6km spatial resolution



(3) Case for 12km×12km spatial resolution

Fig. 7 Mean and standard deviation of relative prediction error for 60 minute ahead 60 minute mean prediction.

分の4通りで，それらを組み合わせた合計12種類のデータである。なお，降雨予測値は常に移流モデルを用いて3km分解能，5分単位の計算値を作成し，それを時間空間的に平均化して上記のデータを作成した。

60分先の5分間予測値を対象として，予測降雨強度別に E_r の平均値と分散を示した図をFig. 6に示す。この図では，横軸に予測降雨 R_p (mm/hr)，縦軸に E_r をとり，平均値を中心として標準偏差を平均値の上下に示しており，空間分解能を3km, 6km, 12kmとした場合を示している。これらの図から，空間分解能を3kmとした場合は，降雨強度別に平均値，分散ともに異なることが分かる。空間的に平均化した場合，分散の変動は多少小さくなるが，各階層ごとに同じ分布を示すとは言い難い。

次に，60分先までの平均60分降雨を対象として，予測降雨強度別に E_r の平均値と分散を示した図をFig. 7に示す。これは，予測リードタイムが短いほ

Table 1 Results of Kolmogorov-Smirnov-test of fit for relative prediction error to lognormal distribution. The significance level is 5 %.

rainfall data	cell size	5min ahead	15min ahead	30min ahead	45min ahead	60min ahead
5min mean intensity	3km×3km	◯	◯	×	×	×
	6km×6km	◯	◯	◯	×	×
	12km×12km	◯	◯	◯	◯	×
15min mean intensity	3km×3km	-	◯	×	×	×
	6km×6km	-	◯	◯	×	×
	12km×12km	-	◯	◯	◯	◯
30min mean intensity	3km×3km	-	-	×	-	×
	6km×6km	-	-	×	-	×
	12km×12km	-	-	◯	-	◯
60min mean intensity	3km×3km	-	-	-	-	◯
	6km×6km	-	-	-	-	◯
	12km×12km	-	-	-	-	◯

ど，降雨強度によらず予測相対誤差の分布が同様の形状を示す傾向にあるため，短いリードタイムの予測値を含んだ 60 分平均予測値を用いた場合に好ましい分布特性を示す可能性があると考えたからである。想像通り，60 分先の 5 分間予測値を対象とした場合と比べると，降雨強度別に分布特性は大きく変化していないことがわかる。

3.4 分布の代表性の適合度検定

前節までで，予測相対誤差は降雨強度に関わらず，同様の分布形状を示す傾向にあることが分かった。もし，予測相対誤差が降雨強度に関わらず，同様の確率分布を持つとすることができるならば，予測相対誤差を空間相関構造を有する対数正規確率場としてモデル化できるために，非常に都合がよい。そこで，本節では異なる時間空間平均データに対して，降雨強度に関わらず予測相対誤差が同様の確率分布関数に当てはまるとしてよいかをコルモゴロフ・スミルノフ検定を用いて検定する。

(1) 検定手法

降雨強度を，弱降雨 (∼4mm/hr)，中降雨 (4mm/hr ∼10mm/hr)，強降雨 (10mm/hr∼) に分け，それぞれの階層で得られる予測相対誤差の確率分布関数と階層に分けない場合の分布関数との適合度を考える。適合度の判定基準には，χ 二乗検定，コルモゴロフスミルノフ検定がしばしば用いられるが，χ 二乗検定は検定結果がデータのサンプル数に依存するため，本研究ではコルモゴロフスミルノフ検定の有意水準 5% を判定基準として用いる。弱降雨，中降雨，強降雨の全ての階層の相対誤差の分布関数が，全体の分布関数に適合していると判定されたとき，全体の分布関数が降雨全体の相対誤差を代表しているとみなすことにする。検定の手順は以下のようである。

step 1 降雨全体を対象とする相対誤差分布を最尤法により対数正規分布関数にあてはめる。

step 2 弱降雨の予測相対誤差の累積頻度分布と step 1 で得られたと対数正規分布関数との適合度を調べる。

step 3 中降雨の予測相対誤差の累積頻度分布と step 1 で得られたと対数正規分布関数との適合度を調べる。

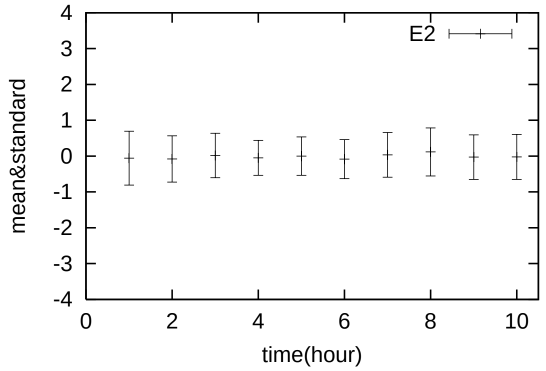
step 4 強降雨の予測相対誤差の累積頻度分布と step 1 で得られたと対数正規分布関数との適合度を調べる。

step 5 弱降雨，中降雨，強降雨のすべてにおいて 5% 有意水準を満たしているときに，step 1 で求めた対数正規分布が予測相対誤差の分布を代表していると判断する。

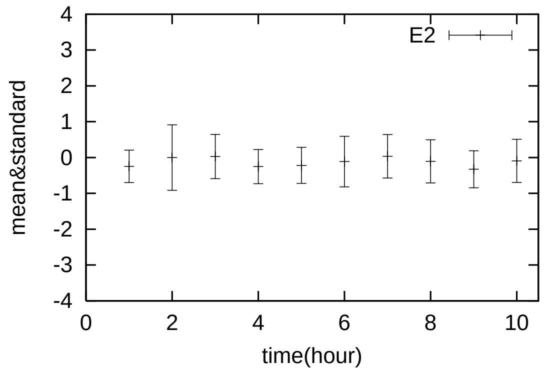
(2) 検定結果

上記の手順に従って相対予測誤差の代表性を検定した結果を Table 1 にまとめる。◯ は降雨全体を対象として得た予測相対誤差の分布関数が，降雨強度によらず適合すると判断できる場合を示している。

降雨データを時間平均せず 5 分データのまま用いた場合，3km 空間分解能の場合は 15 分先予測までは，全体の降雨によって得られた相対予測誤差の分布関数が降雨強度によらず，代表性を持つことが分かる。予測のリードタイムを長くしようとすると，時間空間的に平均化したデータを用いれば，代表性を確保することができることがわかる。



(1) Case for 5 minute ahead prediction



(2) Case for 60 minute ahead prediction

Fig. 8 Time variation of mean and standard deviation of relative prediction E_r.

3.5 相対予測誤差 E_r の統計的性質の持続性

今，E_r の分布関数と空間相関構造から降雨場を発生させることを考えているので，それらの特性の時間的持続性が重要となる。もし，時々刻々，誤差構造の特性が変化するならば，実時間で降雨を予測したとしてもその時点での E_r の特性を知ることはできないが，一雨を通して同様な統計的特性を保持しているならば，直前の予測時刻での統計的特性を使うことができて都合がよい。

(1) 分布特性の持続性

1989 年 9 月 5 日午前 10 時から午後 7 時までの降雨データを用いて，毎時最尤法を用いて予測相対誤差を対数正規分布に当てはめる。Fig. 8 に 5 分先予測値 (3km 分解能) および 60 分平均雨量予測値 (3km 分解能) に対して毎時，対数正規分布を当てはめた場合の予測相対誤差の平均値と標準偏差を示す。

これらの図を見ると，予測時間が長くなるほど，E_r の平均値，標準偏差とも時々刻々変化することが分かる。ただし，その変動は毎時まったく異なる値を示すわけではないので，予測する時点から 5 時間程度遡ったデータをもとに E_r の分布を定めることが考えられる。

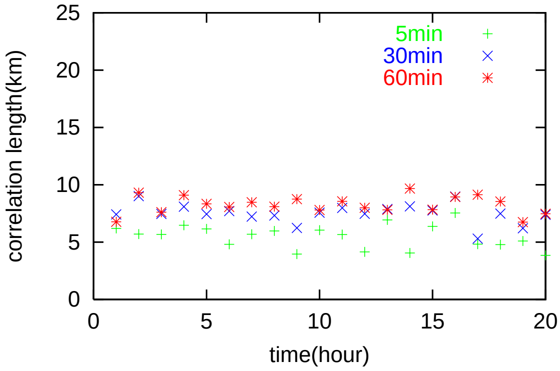


Fig. 9 Time variation of correlation length a.

(2) 空間相関構造の持続性

各時間の予測相対誤差 E_r の空間相関係数 ρ を最小二乗法によって次式の Gauss 関数

$$\rho(h) = \exp(-\frac{h^2}{a^2})$$

に当てはめて相関長さ a を求めその持続性を調べた。ここで，$\rho(h)$ は空間相関係数，h は地点間距離 (km)，a は相関長さ (km) である。Fig. 9 に 1989 年 9 月 5 日午前 10 時から 9 月 6 日午前 6 時までの 20 時間分について 5 分間データを用いた場合の 5 分先予測値，30 分先予測値，60 分先予測値に対する毎時の相関長さ a の値を示す。相関長さの時間変動は非常に小さく，ほぼ一定の値を示すことが分かる。

4. 共分散行列の平方根分解をもとにした対数正規確率場の発生法

前章までの予測誤差構造の解析により，予測相対誤差に関しては

- 頻度分布を対数正規分布関数で近似することができること
- 空間相関を相関長さをパラメータとした Gauss 関数で近似できること
- 頻度分布のパラメータ，相関長さ，ともに一雨程度ならばその値は持続性を持ちそうである

ということが分かった。そこでこの章では，こうした特性を有する確率場を発生させるシミュレーション手法を概説する。詳しくは立川・椎葉 (2000) を参照されたい。

4.1 正規確率場の発生法

$N \times N$ 次元の共分散行列 R を $N \times N$ 次元の対称行列 S の積

$$R = SS \tag{6}$$

に分解することを考える。もし，この行列 S を求めることができれば，S にランダムベクトル w を乗じてできるベクトル $y = Sw$ が求めるべき確率場となる。なぜならば

$$\begin{aligned} E[yy^T] &= E[Sww^TS^T] \\ &= SE[ww^T]S^T \\ &= SS^T \\ &= SS \\ &= R \end{aligned}$$

となって，y の共分散行列は R となるからである。

共分散行列 R は対称行列であり，かつ非負正定値行列なので，次のように固有値分解することができる。

$$R = Q\Lambda Q^T$$

ここで Q は $N \times N$ 次元の直交行列，Λ は $N \times N$ 次元の対角行列であり，$\Lambda = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_N)$ であって，対角成分には R の固有値が並ぶ。R は非負正定値行列なので，すべての固有値は 0 以上の値を取る。したがって，

$$\Lambda^{1/2} = \mathrm{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \cdots, \sqrt{\lambda_N})$$

という行列を設定することができ，S を

$$S = Q\Lambda^{1/2}Q^T \tag{7}$$

とすれば，S は次式によって式 (6) を満たしていることがわかる。

$$\begin{aligned} SS &= Q\Lambda^{1/2}Q^TQ\Lambda^{1/2}Q^T \\ &= Q\Lambda^{1/2}\Lambda^{1/2}Q^T \\ &= Q\Lambda Q^T \\ &= R \end{aligned}$$

以上のように，共分散行列 R に対する平方根行列 S は常に存在する。問題は S をどのように求めるか，または近似するかということになる。直接，共分散行列を固有値分解することは，LU 分解すること以上に計算負荷が大きくなるために採用できない。そこで，式 (7) の対角行列 $\Lambda^{1/2}$ を Chebyshev 多項式を用いて展開し，近似的に S を求める手法を採用する。求めたい正規確率場は得られた S に N 次元の互いに無相関の正規乱数ベクトル w を乗じることによって得ることができる。

4.2 対数正規確率場

次に，対数正規分布に従う確率場を発生させることを考える。今，正規分布に従う二つの確率変数を

$$X_1 \sim N(m_{X_1}, \sigma_{X_1}^2), \quad X_2 \sim N(m_{X_2}, \sigma_{X_2}^2)$$

とし，$Y_1 = e^{X_1}$，$Y_2 = e^{X_2}$ の共分散 C_{Y_1,Y_2} を考える。

$$m_{Y_i} = \exp\left(m_{X_i} + \frac{\sigma_{X_i}^2}{2}\right),\ i = 1, 2 \tag{8}$$

$$\sigma_{Y_i}^2 = m_{Y_i}^2\{\exp(\sigma_{X_i}^2) - 1\},\ i = 1, 2 \tag{9}$$

という関係式と，X_1 と X_2 との共分散を C_{X_1,X_2} として

$$\begin{aligned} &X_1 + X_2 \\ &\sim N(m_{X_1} + m_{X_2}, \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + 2C_{X_1,X_2}) \end{aligned}$$

であることを用いると

$$\begin{aligned} &C_{Y_1,Y_2} \\ &= E[Y_1Y_2] - E[Y_1]E[Y_2] \\ &= \exp\{m_{X_1} + m_{X_2} + \frac{1}{2}(\sigma_{X1}^2 + \sigma_{X2}^2 + 2C_{X_1,X_2})\} \\ &\quad - m_{Y_1}m_{Y_2} \\ &= m_{Y_1}m_{Y_2}\{\exp(C_{X_1,X_2}) - 1\} \end{aligned}$$

となる。ここで，X は共分散の値が距離 h のみによって決まる等方性を持つ確率場であるとする。X の共分散関数を $C_X(h)$ とすると，Y の共分散関数 $C_Y(h)$ は上式より

$$C_Y(h) = m_Y^2\{\exp(C_X(h)) - 1\} \tag{10}$$

となる。以上をもとに，m_Y，σ_Y^2，$C_Y(h)$ を与えて等方性を持つ対数正規分布に従う確率場を発生させる手順は次のようになる。

1) 式 (9) より σ_X^2 を求める。
2) 式 (8) より m_X を求める。
3) 式 (10) より $C_X(h)$ を決定する。
4) m_X，σ_X^2，$C_X(h)$ に従う正規確率場 X を発生させる。
5) $Y = e^X$ によって発生させた X を Y に変換する。

共分散関数 $C_Y(h)$ を Gauss 関数

$$C_Y(h) = C_Y(0)\exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right)$$

で与えると，式 (10) より

$$C_X(h) = \ln\left\{\frac{C_Y(0)}{m_Y^2}\exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right) + 1\right\}$$

となる。

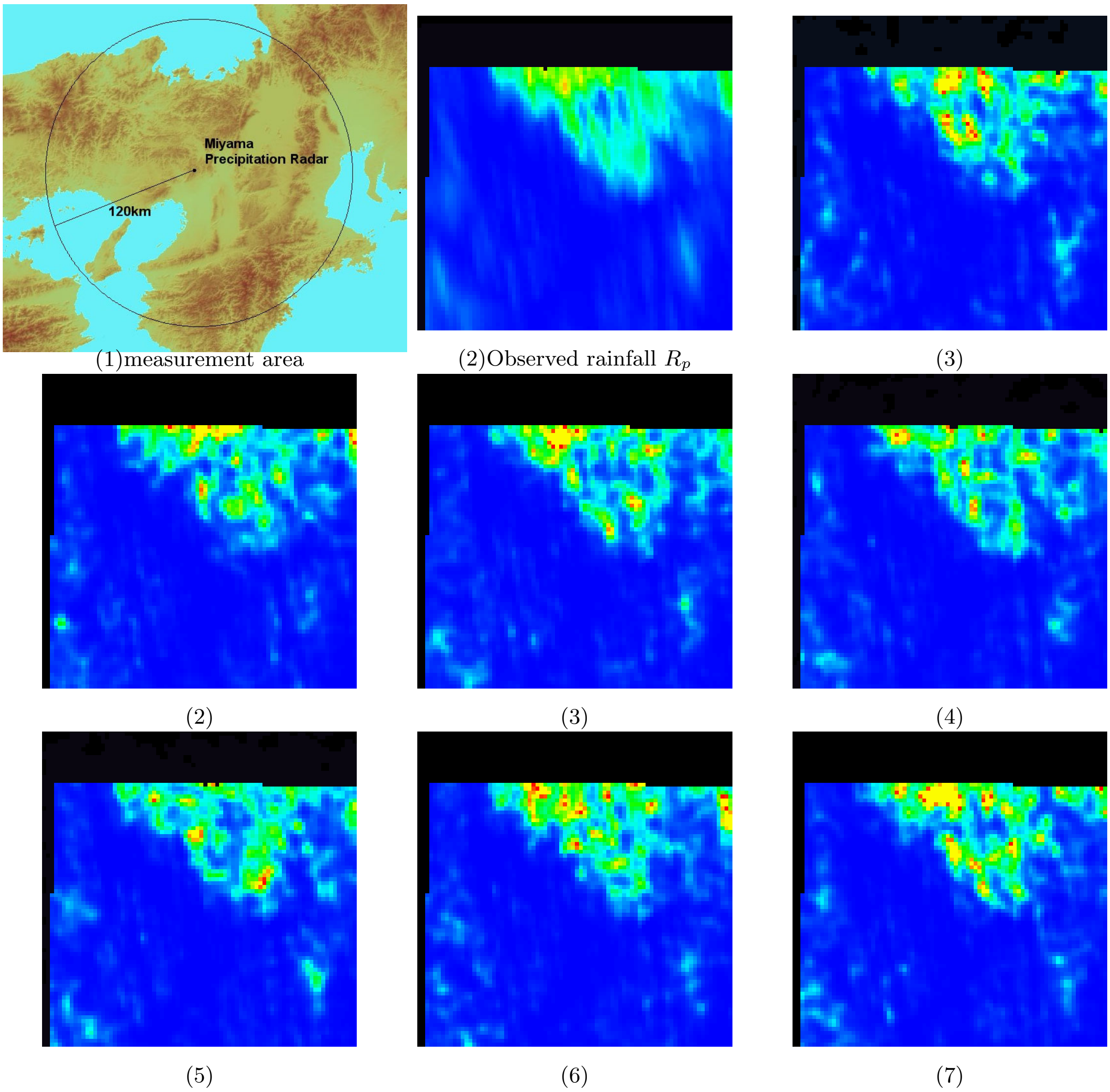


Fig. 10 Observed 60min mean precipitation (2) and generated 60min mean predicted precipitation (3)–(7).

5. 降雨場の発生

5.1 降雨場の発生の流れ

以上の準備をもとに，共分散行列の平方根分解をもとにした対数正規確率場の発生法を用いて，予測降雨場を模擬発生させる。具体的な発生手順は以下のとおりである。

step 1 深山レーダー雨量計から $t = t_1$ までの降雨強度データを得る。

step 2 移流モデルを用いて $t = t_2$ での予測降雨場 R_p を計算する。

step 3 $t = t_1$ 以前の数時間分のデータを用いて予測相対誤差 E_r の分布を対数正規分布に当てはめる。

step 4 E_r の空間相関構造を Gauss 関数に当てはめる。

step 5 共分散行列の平方根分解をもとにした確率場の発生法を用いて step 3, 4 で得た確率場特性に従う確率場を発生させる。

step 6 移流モデルから計算した予測降雨場 R_p と発生させた確率場 E_r とから $R = R_p \times E_r + R_p$ によって降雨場を多数模擬発生させる。

こうして多数の発生し得る降雨場を得ることができれば，それらを分布型流出モデルに入力することにより，任意の地点での河川流量を確率的に評価できることになる。

5.2 降雨場の発生例

この手順に従って発生させた降雨場の一例を Fig. 10 に示す。1989 年 9 月 5 日 12 時の時点において，移流モデルを用いて 1 時間先までの 1 時間平均値の降

雨場を予測した場合を想定し，7つの降雨場を発生させた。ここで，相対予測誤差の発生例として空間分解能は3km×3km，時間分解能は60分平均の場合を考えた。図中の黒い部分は降雨強度が0mm/hrの領域を表し，白色($R = 30$mm/hr)になるにしたがって降雨強度は大きくなることを示している。

6. 結論と今後の課題

本研究では，深山レーダー雨量計から得られた降雨強度データを用いて，移流モデルによる予測降雨場の誤差構造を分析した。その結果，予測相対誤差は降雨強度によらず対数正規確率分布に従うとしてもよいことがわかった。また，予測相対誤差は10km以内では正の相関を持つことが分かった。そこで，予測相対誤差を空間相関構造を持つ正規確率場としてモデル化し，降雨を模擬発生させた。模擬発生させる際には，空間相関構造はGauss関数で表現し，共分散行列の平方根分解をもとにした対数正規確率場の発生法を利用した。

また，予測相対誤差の統計的特性を分析するに当たって，空間分解能，時間分解能の異なるデータを用い，それぞれの特性を評価した。その結果，1時間先の予測を念頭に置き降雨場を多数発生させるためには，60分間の平均降雨強度を対象とする必要があり，また，場合によっては空間平均した上で降雨場を発生させる必要があることも示唆された。

今後の課題として，予測降雨が0の場合のアルゴリズムを考える必要がある。本研究では予測相対誤差を発生させる場合に，予測降雨が0の場合を考慮できていない。これは，本研究で設定した予測相対誤差式の分母に予測降雨があるために，予測降雨が0の場合，予測相対誤差を評価することができなくなるからである。これは予測降雨が0だが，実際には降雨が存在する場合を無視するという危険側を見逃していることになる。これを改良する必要がある。

また，数百km^{2}以上の流域において流出計算を行う場合，少なくても1時間以上の予測が必要となるが，本研究では1時間先予測までの予測相対誤差しか分析していない。より長いリードタイムを設定した場合の予測誤差構造を分析する必要がある。

予測相対誤差の確率分布・空間相関の持続性，適合性は相対的な基準で判断している。何らかの客観的な基準を考える必要がある。

最後に，ここで発生させた降雨場を分布型流出モデルに入力し，河川流量を確率的に評価する必要がある。

謝辞： 本研究で用いたレーダー雨量データは国土交通省淀川ダム統合管理事務所より提供していただきました。移流モデルのプログラムは京都大学工学研究科の中北助教授より提供頂き助言を得ました。また，(財)河川情報センターより援助をいただきました。ここに謝意を表します。

参考文献

椎葉充晴・高棹琢馬・中北英一：移流モデルによる短時間降雨予測手法の検討, 第28回水理講演会論文集, 第28巻, pp. 423–428, 1984.

立川康人・椎葉充晴：共分散行列の平方根分解をもとにした正規確率場および対数正規確率場の発生法, 土木学会論文集, No. 656/II–52, pp. 39–46, 2000.

MODELING OF ERROR STRUCTURE OF REAL-TIME PREDICTED RAINFALL BY A TRANSLATION MODEL AND RAINFALL FIELD GENERATION

TACHIKAWA Yasuto, KOMATSU Yoshimitsu* and TAKARA Kaoru
*Graduate School of Civil Engineering, Kyoto University

Synopsis

An error structure in real-time rainfall prediction by a translation model is modeled and rainfall fields are simulated according to the characteristics of the error structure. The simulated rainfall fields will be used to evaluate the uncertainty of real-time river discharge predictions on a Monte Calro simulation framework. The investigaton of statistical characteristics of real-time rainfall prediction error by a translation model shows that a relative prediction error is modeled as lognormal random field. Then a method to generate rainfall fields with the characteristics of the random field is developed based on a matrix factrization technique of a covariance matrix decomposition into its squre root matrix approximately by using the Chebyshev polynomials.

Keywords: runoff prediction, short-term rainfall prediction, translation model, prediction error structure, random field