

## 離散選択モデルを用いた旅行費用法に基づく 推計便益の信頼区間推定法

川除隆広\*・多々納裕一・岡田憲夫

\* 京都大学大学院工学研究科，株式会社 日建設計

### 要 旨

本研究では、レクリエーション施設の整備便益について旅行費用法に着目し、オプション価格の推計便益の信頼性評価手法として、近似法およびシミュレーション法による信頼区間推計法を提示している。モンテカルロ法を用いた数値実験からは、個人のオプション価格の信頼区間を求める上ではシミュレーション法が有効であり、対象サンプル数が大きい場合は解析的な直接アプローチとしてエッジワース展開が有用な手法であった。

キーワード：旅行費用法，支払意思額，オプション価格，信頼区間推定法，信頼性分析

### 1. はじめに

公共事業の説明責任や透明性の確保を背景として、社会基盤整備に対する費用便益分析は、ますます重要となってきた。また、環境財等のように定量的な評価が困難である事業効果についても、精度ある便益の計量化が求められるようになってきている。

一方で公共財・環境財については、明確な市場が存在しないことから、直接的な需要関数の推計は困難である。そのため、このような財に対する事業効果の計測法としては、財の価格を反映していると考えられる代理変数を用いて便益を推計する方法やアンケート等により支払意思額を直接尋ねる方法等が開発されてきている。前者は、旅行費用法やヘドニック法が代表的であり、後者は仮想市場評価法（CVM）が代表的である。いずれの手法も、レクリエーション財の便益の計量化手法として広く用いられている。しかし、これらの手法から得られた推計便益については、従来では構築モデルの統計的精度が十分であるとの前提から平均値（期待値）主体の議論が多くなされてきており、推計便益自体の信頼性に

ついて直接的な議論がなされることは多くなかった。

推計便益の直接的な信頼性評価手法としては、Krinsky and Robb(1986)による推計パラメータの多変量正規性を考慮したシミュレーション法や、bootstrap法等によるシミュレーション法が開発されてきている。これらの手法は、非線形の推定量に対し分散を間接的に求める手法であり、費用便益分析の枠組みでは仮想市場評価法において幾つかの適用事例(Duffield and Patterson,1991)(Park et al.,1991)が存在するが、それ以外の手法については研究事例は多くない。そのため、仮想市場評価法以外の公共財・環境財の便益計量化手法についても推計便益の信頼性を直接的に評価する手法を確立しておくことは、精度ある費用便益分析の実施において有用であると考えられる。

以上を踏まえ、本研究では、上述の便益計量化手法の中から旅行費用法に着目し、レクリエーション施設の整備便益について、推計便益の信頼性評価手法を提示する。具体的には、離散選択モデルをもとに、レクリエーション施設の整備に関する個人の期待効用から得られるオプション価格の推定量につい

て、解析的（近似的）な信頼区間推定法およびシミュレーション法を用いた信頼区間推定法を提示する。次いで仮想データを基にした数値実験を行うことで両推定法から得られた信頼区間について考察を行い、本研究で得られた知見をとりまとめることで本研究のまとめとする。

## 2. 離散モデルを用いたレクリエーション便益の推定法

### 2.1 ランダム効用モデル

ここでは、離散選択モデルとして、ロジットモデル(Logit Model)をもとにしたランダム効用モデルの定式化を行う。

状況としては、既設の（新しく整備する）レクリエーション施設利用に対するRP(SP)調査の実施を想定する。既設の（新しく整備する）レクリエーションサイトの環境・アメニティ質を $Q$ とする。個人 $n$ の属性を $Z_n = (z_{1n}, \dots, z_{jn})$ とし、現在の所得を $Y_n$ 、レクリエーションサイトまでの旅行利用（一般化費用）を $c_n$ とする。個人 $n$ が、当該レクリエーションサイトを訪問する( $i = 1$ )か否( $i = 0$ )かに関する選択行動を次のような効用最大化行動としてモデル化する。

$$\max_{i \in \{0,1\}} U_{in}(Q, Z_n, Y_n - c_{in}) \quad (1)$$

$U_{in}$ は選択肢 $i$ を選択した場合の効用であり、式(2)のように確率変動項 $\varepsilon_{in}$ と確定効用項 $V_{in}$ に区分されるものとする。

$$U_{in}(Q, Z_n, Y_n - c_{in}) = V_{in}(Q, Z_n, Y_n - c_{in}) + \varepsilon_{in} \quad (2)$$

ここで、 $c_{1n} = c_n$ 、 $c_{0n} = 0$ である。今、 $V_{in}$ が所得に関して準線形であるものと仮定する。確定効用項 $V_{in}$ は、式(3)のように特定化される。

$$V_{in} = v(Q, Z_n) + \gamma(Y_n - c_{in}) \quad (3)$$

また、各選択肢の効用は式(4),(5)で示される。

$$U_{1n} = v(Q, Z_n) + \gamma(Y_n - c_n) + \varepsilon_{1n} \quad (4)$$

$$U_{0n} = \gamma Y_n + \varepsilon_{0n} \quad (5)$$

$\varepsilon_{1n}$ 、 $\varepsilon_{0n}$ がそれぞれ式(6)に示す独立かつ同一のガンベル分布(平均0,分散 $\pi^2/6\lambda^2$ )に従うものと仮定する。

$$\psi(\varepsilon_{in}) = \lambda \exp(-\lambda \varepsilon_{in} - \tau) \exp[-\exp(-\lambda \varepsilon_{in} - \tau)] \quad (6)$$

ここで、 $\tau$ はオイラー定数である。このとき、個人 $n$ の選択確率 $P_{in}$ は下式のロジットモデルとして定式化される。

$$P_{1n} = \frac{\exp(\lambda V_{1n})}{\sum_{i=0}^1 \exp(\lambda V_{in})}$$

$$= \frac{1}{1 + \exp(-(\lambda v(Q, Z_n) - \lambda \gamma c_n))} \quad (7)$$

$$P_{0n} = 1 - P_{1n} \quad (8)$$

なお、ロジットモデルでは、最尤推定法によりパラメータの点推定量 $\hat{\theta}$ とパラメータの分散共分散行列 $\Sigma(\hat{\theta})$ が推計される。推計パラメータ $\hat{\theta}$ は、漸近的に平均 $\theta_\mu$ と分散共分散行列 $\Sigma(\hat{\theta})$ を有する多変量正規分布 $MVN[\theta_\mu, \Sigma(\hat{\theta})]$ で示される(土木学会編,1995)。

また、個人 $n$ が選択した選択肢の選択確率を $P_n = f(x_n, \theta)$ で表すと、サンプル数 $N$ に対する尤度関数 $L$ は、

$$L = \prod_{n=1}^N f(x_n, \theta) \quad (9)$$

であり、最尤推定量の特性から、 $\hat{\theta}$ はデータの数 $N$ が大きいほど真値 $\theta_\mu$ に近づく一致推定量であり、 $\hat{\theta}$ の分散共分散行列 $\Sigma(\hat{\theta})$ はデータの数 $N$ を十分大きくした時、全ての $\theta$ の一致推定量の中で最小の分散共分散行列を持つ(クラメール・ラオ不等式の等号が成立)。また、式(10)より分散共分散行列 $\Sigma(\hat{\theta})$ の推定値は、 $N^{-1}$ のオーダーでデータ数の影響を受ける。

$$\Sigma(\hat{\theta}) = \frac{-1}{E\left(\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_i \partial \theta_j}\right)} = \frac{1}{E\left(\frac{\partial \log L}{\partial \theta}\right)^2} = \frac{1}{N \cdot E\left(\frac{\partial \log f}{\partial \theta}\right)^2} \quad (10)$$

### 2.2 レクリエーション施設の整備便益

既設の（新しく整備する）レクリエーション施設の利用に対する個人の期待効用 $SA_n$ はログサム関数をもとに式(11)として表される、

$$SA_n = E\left\{\max_{i=0,1} [V_{in}(Q, Z_n, Y_n - c_{in}) + \varepsilon_{in}]\right\} \\ = \frac{1}{\lambda} \ln\{\exp(\lambda \gamma Y_n) + \exp[\lambda v(Q, Z_n) + \lambda \gamma(Y_n - c_n)]\} \quad (11)$$

一方、施設の整備以前はレクリエーションサイトが存在しないことから、施設の整備前の期待効用 $SB_n$ は式(12)となる。

$$SB_n = \frac{1}{\lambda} \ln[\exp(\lambda \gamma Y_n)] \quad (12)$$

そのため、既設の（新しく整備する）レクリエーション施設の利用可能性に対する個人のオプション価格 $OP_n$ は式(13)を満足するよう定義できる。

$$SA_n = SB_n \\ \frac{1}{\lambda} \ln\{\exp[\lambda \gamma(Y_n - OP_n)] \\ + \exp[\lambda v(Q, Z_n) + \lambda \gamma(Y_n - OP_n - c_n)]\}$$

$$= \frac{1}{\lambda} \ln[\exp(\lambda\gamma Y_n)] \quad (13)$$

ここでは、オプション価格を等価変分により定義しているが、効用関数に所得に準線形を仮定していることから、等価変分と補償変分によるオプション価格は一致する。

以上をもとに、既設の（新しく整備する）レクリエーション施設整備に関する個人のオプション価格  $OP_n$  は式(14)として定式化される。

$$OP_n(\theta) = \frac{1}{\lambda\gamma} \ln[1 + \exp(\lambda v(Q, Z_n) - \lambda\gamma c_n)] \quad (14)$$

### 2.3 個人のオプション価格の信頼区間推定法

式(14)の個人のオプション価格の推定量は、推計パラメータ  $\theta$  の確率変数である。そのため、 $\overline{OP}_n$  および  $\underline{OP}_n$  を個人のオプション価格の  $(1-\alpha) \times 100\%$  信頼上方限界、信頼下限限界とすると、個人のオプション価格の信頼限界は式(15)、式(16)を満たすものとして定式化される。

$$P\{OP_n(\theta) \geq \overline{OP}_n\} = \alpha/2 \quad (15)$$

$$P\{OP_n(\theta) \leq \underline{OP}_n\} = \alpha/2 \quad (16)$$

一方、式(14)の場合、個人のオプション価格推定量が  $\theta$  の非線形関数となっていることから、解析的な信頼区間（信頼限界）の直接推計が困難となっている。

## 3. 近似法に基づく個人のオプション価格の信頼区間推定法

### 3.1 テーラー展開に基づく信頼区間推定法

ここでは、解析的な直接推計が困難な個人のオプション価格の信頼区間推計について、近似法に基づく信頼区間推計法を定式化する。

最尤推定法により求められた推計パラメータは漸近的に、平均  $\hat{\theta}$  と分散共分散行列  $\Sigma(\hat{\theta})$  の多変量正規分布で示される。パラメータの数を  $d$  とすると、個人のオプション価格の期待値と分散は次式から求められる。

$$E[OP(Z_n)] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} OP(\theta|Z_n) \phi(\theta) d\theta_1 \dots d\theta_d \quad (17)$$

$$V[OP(Z_n)] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \{OP(\theta|Z_n) - E[OP(Z_n)]\}^2 \phi(\theta) d\theta_1 \dots d\theta_d \quad (18)$$

ここで、 $\phi$  は多変量正規分布の確率密度関数である。

ただし、この場合、 $OP(\theta|Z_n)$  が  $\theta$  の非線形関数であることから、 $E[OP(Z_n)]$  と  $V[OP(Z_n)]$  の近似解を求めることを目的に、 $OP(\theta|Z_n)$  を  $\hat{\theta}$  の周りでテーラー展開した式(19)の2次近似式をもとに定式化を進める。

$$OP(\theta|Z_n) \approx OP(\hat{\theta}|Z_n) + \sum_{i=1}^d C_i(\theta_i - \hat{\theta}_i) + \frac{1}{2}(\theta_i - \hat{\theta}_i)^t H(\theta_i - \hat{\theta}_i) \quad (19)$$

$$C_i = \frac{\partial OP(\theta|Z_n)}{\partial \theta_i} \Big|_{\theta_i = \hat{\theta}_i}, \quad H = \frac{\partial^2 OP(\theta|Z_n)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \Big|_{\theta_i = \hat{\theta}_i}$$

当近似式をもとに、個人のオプション価格の期待値の近似値  $E[\overline{OP}(Z_n)]$  と分散の近似値  $V[\overline{OP}(Z_n)]$  が求まる。

一方、個人のオプション価格の分布形は未知であるが、サンプル数が十分大きい場合、オプション価格は中心極限定理より正規分布に漸近する。このことを援用すると、オプション価格は平均  $E[OP(Z_n)]$  と分散  $V[OP(Z_n)]$  を有した正規分布に近づく。 $z_{\alpha/2}$  を標準正規分布の片側  $\alpha/2$  確率を与える値とすると、個人のオプション価格の近似的な  $(1-\alpha) \times 100\%$  信頼区間は式(20)をもとに求めることが可能となる。

$$[\text{Lower}_{E[\overline{OP}(Z_n)]}, \text{Upper}_{E[\overline{OP}(Z_n)]}] \quad (20)$$

ここで、

$$\text{Lower}_{E[\overline{OP}(Z_n)]} = E[\overline{OP}(Z_n)] - z_{\alpha/2} \sqrt{V[\overline{OP}(Z_n)]}$$

$$\text{Upper}_{E[\overline{OP}(Z_n)]} = E[\overline{OP}(Z_n)] + z_{\alpha/2} \sqrt{V[\overline{OP}(Z_n)]}$$

ただし、当推定量は対称分布を仮定した信頼区間推定量である。

### 3.2 エッジワース展開に基づく信頼区間推定法

次に、漸近理論（エッジワース展開）を用いた個人のオプション価格の信頼区間推定量を定式化する。エッジワース展開とは個々の統計量について漸近展開の手法を用いて近似的な分布を求める手法である（Hall,1992）（竹村,1991）。

基本的なケースとして、 $\theta_1 \dots \theta_j$  を独立同一分布からの  $d$  変数ベクトルの連続確率変数とし、母平均を  $\hat{\theta}$ 、平均値を  $\bar{\theta} = n^{-1} \sum \theta_j$  とすると、関数  $g(\theta)$  について式(21)は中心極限定理により標準正規分布に分布収束する。

$$S_n = \frac{\sqrt{n}[g(\bar{\theta}) - g(\hat{\theta})]}{h(\hat{\theta})} \quad (21)$$

ここで、 $h(\hat{\theta})$  は、関数  $g(\theta)$  の標準偏差である。 (30)

$\Phi(x)$  を標準正規分布の分布関数とすれば、任意の  $x$  について  $S_n$  の分布関数は  $P(S_n \leq x) \rightarrow \Phi(x)$  ( $n \rightarrow \infty$ ) となる。これが基本的な漸近理論である。また、任意の高次のモーメントの存在を仮定すると、独立同一分布に従う連続変量  $\theta_j$  をもとにした関数の和の分布関数のエッジワース展開は式(22)で示される。

$$P(S_n \leq x) = \Phi(x) + n^{-1/2} p_1(x) \phi(x) + \dots + n^{-j/2} p_j(x) \phi(x) + o(n^{-j/2}) \quad (22)$$

上式は  $n^{-j/2}$  のオーダーまでのエッジワース展開であり、 $\phi$  は標準正規分布の確率密度関数、 $p_j$  は  $j+1$  次のエルミート多項式と  $j+2$  次の基準化されたキュムラントとから求まる多項式であり、 $o(n^{-j/2})$  は剰余項である。また、式(21)において、母分散が既知の場合、多項式  $p_1$  は式(23)で示されるが、母分散が未知の場合、推定値を用いることから、式(23)は式(24)として再定義される。

$$p_1 = -\frac{1}{6} \kappa_3(x^2 - 1) \quad (23)$$

$$q_1 = -[\kappa_{1,2} + \frac{1}{6} \kappa_{3,1}(x^2 - 1)] \quad (24)$$

以上の基礎理論をもとに、個人のオプション価格の推定量について定式化する。Hall(1992)の枠組みに従うと、個人のオプション価格の母分散は未知であることから、

$$A(\theta) = OP(\theta|Z_n) - OP(\hat{\theta}|Z_n) \quad (25)$$

と定義し、パラメータの数を  $d$ 、そして、

$$Z = n^{1/2}(\bar{\theta} - \hat{\theta}) \quad (26)$$

$$a_{i_1 \dots i_j} = \frac{\partial^j A(\theta)}{\partial \theta_{i_1} \dots \partial \theta_{i_j}} \Big|_{\theta = \hat{\theta}} \quad (27)$$

とすることで、テーラー展開をもとに次式が導出される。

$$S_n = n^{1/2} A(\bar{\theta}) = S_{nr} + o_p(n^{-r/2}) \quad (28)$$

$$S_{nr} = \sum_{i=1}^d a_i Z_i + n^{-1/2} \frac{1}{2} \sum_{i_1=1}^d \sum_{i_2=1}^d a_{i_1 i_2} Z_{i_1} Z_{i_2} + \dots + n^{-(r-1)/2} \frac{1}{r!} \sum_{i_1=1}^d \dots \sum_{i_r=1}^d a_{i_1 \dots i_r} Z_{i_1} \dots Z_{i_r} \quad (29)$$

ここで式(28),(29)につき、 $r=1$  を適用とすると式(30)が定式化される。

$$S_n = \sum_{i=1}^d a_i Z_i + n^{-1/2} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d a_{ij} Z_i Z_j + o_p(n^{-1/2})$$

さらに、

$$\begin{aligned} \sigma_{i_1 \dots i_j} &= COV[\theta_{i_1}, \dots, \theta_{i_j}] \\ &= E[(\theta_{i_1} - \hat{\theta}_{i_1}) \dots (\theta_{i_j} - \hat{\theta}_{i_j})] \end{aligned} \quad (31)$$

とすると、式(30)のモーメントは、

$$E(S_n) = n^{-1/2} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d a_{ij} \sigma_{ij} + o(n^{-1/2}) \quad (32)$$

$$E(S_n^2) = \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d a_i a_j \sigma_{ij} + o(n^{-1/2}) \quad (33)$$

$$\begin{aligned} E(S_n^3) &= n^{-1/2} \left[ \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^d a_i a_j a_k \sigma_{ijk} + \right. \\ &\quad \left. \frac{3}{2} \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^d \sum_{l=1}^d a_i a_j a_k l (\sigma_{ij} \sigma_{kl} + \sigma_{ik} \sigma_{jl} + \sigma_{il} \sigma_{jk}) \right] + \\ &\quad o(n^{-1/2}) \end{aligned} \quad (34)$$

となり、最初の3次のキュムラントは、式(35)~式(37)から求まる。

$$\kappa_{1,n} = E(S_n) = n^{-1/2} A_1 + o(n^{-1/2}) \quad (35)$$

$$\kappa_{2,n} = E(S_n^2) - (E(S_n))^2 = \sigma'^2 + o(n^{-1/2}) \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{3,n} &= E(S_n^3) - 3E(S_n^2)E(S_n) + 2(E(S_n))^3 \\ &= n^{-1/2} A_2 + o(n^{-1/2}) \end{aligned} \quad (37)$$

ここで、

$$A_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d a_{ij} \sigma_{ij} \quad (38)$$

$$\sigma'^2 = \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d a_i a_j \sigma_{ij} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^d a_i a_j a_k \sigma_{ijk} + \\ &\quad 3 \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^d \sum_{l=1}^d a_i a_j a_k l \sigma_{ik} \sigma_{jl} \end{aligned} \quad (40)$$

である。また、式(39)より式(28)の漸近分散  $\sigma'^2$  が求まることから、式(28)を  $S_n = n^{1/2} A(\bar{\theta}) / \sigma'$  と再定

義することで、式(24)における  $\kappa_{1,2}$  と  $\kappa_{3,1}$  キュムラントが求まり、

$$\kappa_{1,2} = A_1\sigma'^{-1} \quad (41)$$

$$\kappa_{3,1} = A_2\sigma'^{-3} \quad (42)$$

式(24)は式(43)として再定義される。

$$q_1 = -[A_1\sigma'^{-1} + \frac{1}{6}A_2\sigma'^{-3}(x^2 - 1)] \quad (43)$$

以上をもとに、個人のオプション価格の分布関数のエッジワース展開は式(44)として定式化される。

$$P(S_n \leq x) = \Phi(x) +$$

$$n^{-1/2}\{-[A_1\sigma'^{-1} + \frac{1}{6}A_2\sigma'^{-3}(x^2 - 1)]\}\phi(x) + o(n^{-1/2}) \quad (44)$$

以上のエッジワース分布が求められた場合、分布関数の逆関数を展開することで、信頼区間推定に必要なエッジワース分布の片側  $\alpha/2$  確率を与える漸近展開値  $w_{\alpha/2}$  を求めることが可能となる。これが、コーニッシュ-フィッシャー展開である。

コーニッシュ-フィッシャー展開より、個人のオプション価格の片側  $\alpha/2$  確率を与える漸近展開値の下限値  $w_{L(\alpha/2)}$  および上限値  $w_{U(\alpha/2)}$  は、式(45)(46)より求まる。

$$w_{L(\alpha/2)} = -z_{\alpha/2} +$$

$$n^{-1/2}\{A_1\sigma'^{-1} + \frac{1}{6}A_2\sigma'^{-3}[(-z_{\alpha/2})^2 - 1]\} + o(n^{-1/2}) \quad (45)$$

$$w_{U(\alpha/2)} = z_{\alpha/2} +$$

$$n^{-1/2}\{A_1\sigma'^{-1} + \frac{1}{6}A_2\sigma'^{-3}[(z_{\alpha/2})^2 - 1]\} + o(n^{-1/2}) \quad (46)$$

ここで、 $-z_{\alpha/2}$  および  $z_{\alpha/2}$  は、標準正規分布の片側  $\alpha/2$  確率を与える値である。

以上をもとに、エッジワース展開およびコーニッシュ-フィッシャー展開を用いた個人のオプション価格の  $(1-\alpha) \times 100\%$  信頼区間は式(47)より求められる。

$$[Lower_{OP(\hat{\theta}|Z_n)}, Upper_{OP(\hat{\theta}|Z_n)}] \quad (47)$$

ここで、

$$Lower_{OP(\hat{\theta}|Z_n)} = OP(\hat{\theta}|Z_n) + w_{L(\gamma/2)}\sqrt{\sigma'}$$

$$Upper_{OP(\hat{\theta}|Z_n)} = OP(\hat{\theta}|Z_n) + w_{U(\gamma/2)}\sqrt{\sigma'}$$

一方、式(44)のエッジワース分布は分布に3次のキュムラント(歪度)が考慮されていることから、対称分布とは異なり個人のオプション価格の中央値を求める必要がある。個人のオプション価格の中央値は式(48)より求まる。

$$Median_{OP(\hat{\theta}|Z_n)} = OP(\hat{\theta}|Z_n) + w_{(0.5)}\sqrt{\sigma'} \quad (48)$$

ここで、

$$w_{(0.5)} = z_{0.5} +$$

$$n^{-1/2}\{A_1\sigma'^{-1} + \frac{1}{6}A_2\sigma'^{-3}[(z_{0.5})^2 - 1]\} + o(n^{-1/2})$$

#### 4. シミュレーション法に基づく個人のオプション価格の信頼区間推定法

次に、シミュレーション法による個人のオプション価格の信頼区間推定量を定式化する。

推計されたロジットパラメータは漸近的に多変量正規分布であることから、個人のオプション価格の推定量について、式(49)から発生させた多変量正規乱数を適用することで、個人のオプション価格のシミュレーション値  $OP^*(\theta^*|Z_n)$  が推計される。

$$\theta^* = random[MVN[\hat{\theta}, \Sigma(\hat{\theta})]] \quad (49)$$

ここで  $MVN$  は、平均  $\hat{\theta}$  と分散共分散行列  $\Sigma(\hat{\theta})$  を有する多変量正規分布である。乱数を任意に ( $R$  回) 発生させることで、 $OP^*(\theta^*|Z_n)$  の分布が形成される。なお、乱数の発生回数  $R$  は1000程度(以上)において、安定した推計結果が得られることが報告されている(Krinsky and Robb,1986)。

$OP^*(\theta^*|Z_n)$  の推計値をもとに、順列評価を行い、 $R/2$  番目の推計値が中央値であり、 $(1-\alpha) \times 100\%$  信頼区間は、 $\alpha/2 \times R$  番目が信頼下限、 $(1-\alpha/2) \times R$  番目が信頼上限となる。

#### 5. モンテカルロシミュレーションを用いた数値検証

本章では、前章までに定式化した信頼区間推定法について、幾つかの仮想データを用いた数値実験を行ない、近似法(テラー展開・エッジワース展開)およびシミュレーション法から求められる信頼区間の推定精度について考察する。なお、シミュレーション法については乱数発生回数による精度の変化を検証する意味からも( $R=500,1000,10000$ )を実施する。

##### 5.1 仮想データの概要

本研究では、数値事例の検証データとして、モンテカルロ法を適用した仮想データを作成している。

検証に用いるRP(SP)選択行動モデルの効用差関数は簡単のため式(50)を用いる。

$$\Delta U_n = U_{1n} - U_{0n} = \alpha Q + \beta Z_n - \gamma c_n + \varepsilon_n \quad (50)$$

また、回答結果は、設定した仮想パラメータをもとに各個人の仮想データを適用することで作成している。

なお、設定したデータセットはサンプル数  $N = 200, 500, 1000, 5000$  の4ケースである。

Table 1 Outline of Monte Carlo data

変数	乱数	レンジ	備考
Q 環境・アメニティ質	定数	1	—
$z_n$ 個人属性	一様乱数	0 ~ 10	—
$c_n$ 一般化費用	一様乱数	0 ~ 10	—
$\varepsilon_n$ 誤差項	logistic 乱数	$(\eta, \lambda) = (0, 3)$	—
N サンプル数	200, 500, 1000, 5000		
仮想パラメータ	$\alpha = 3.0, \beta = 1.0, \gamma = 1.0$		

## 5.2 数値事例による検証結果

仮想データをもとにしたモデルの推定結果を表-2に示す。構築したモデルは仮想データを適用していることから、各パラメータのt値、尤度比等の統計指標は有意である。また、パラメータの符号条件も一致している(個人属性は郊外活動頻度等を想定している)。さらに、各モデルの分散共分散行列の要素は概ね  $N^{-1}$  のオーダーで変化している。

次に、表-2のモデルをもとに、個人の代表値として各データセット毎の属性平均値を適用した個人のオプション価格に対する中央値および95%信頼区間推計を行う。

近似法(テラー展開・エッジワース展開)およびシミュレーション法( $R=500, 1000, 10000$ )による信頼区間推計結果を表-3に示す。また、近似法(テラー展開・エッジワース展開)による個人のオプション価格の確率密度関数およびシミュレーション法による結果の分布  $R=10000$  を図-1に示した。

まず、信頼区間推計結果について全体的な傾向を整理すると、信頼区間のレンジおよび変動係数については、サンプル数が大きなモデルになるに従い、その精度は向上する。このことは、図-1からも明らかである。

各手法毎について整理すると、テラー展開はオプション価格推定量の2次近似式をもとに対称分布(正規分布)を仮定した信頼区間推計法である。しかし、得られた中央値は、サンプルモデル全体を通してエッジワース法およびシミュレーション法の中央値より過大推計となっている。このことは、テラー近似の2次項の影響と考えられるが、サンプル

Table 2 Logit estimations

N ; サンプル数	200	500	1000	5000	
$\hat{\alpha}$ (個人属性) <t 値>	0.918 <2.12>	1.280 <4.42>	0.968 <4.70>	1.105 <12.33>	
$\hat{\beta}$ (環境・アメニティ質) <t 値>	0.300 <4.40>	0.293 <7.02>	0.383 <12.02>	0.317 <23.60>	
$\hat{\gamma}$ (一般化費用) <t 値>	0.307 <5.05>	0.359 <8.37>	0.354 <11.13>	0.324 <24.04>	
$\rho^2$ ; 尤度比	0.212	0.214	0.257	0.206	
Hit Ratio ; 適中率	0.740	0.734	0.778	0.756	
$\Sigma(\hat{\theta})$	$\hat{\sigma}_{\alpha\alpha}$	0.1865	0.0837	0.0424	0.0080
	$\hat{\sigma}_{\alpha\beta}$	-0.0159	-0.0048	-0.0024	-0.0005
	$\hat{\sigma}_{\alpha\gamma}$	0.0167	0.0088	0.0045	0.0008
	$\hat{\sigma}_{\beta\beta}$	0.0047	0.0017	0.0010	0.0002
	$\hat{\sigma}_{\beta\gamma}$	0.0007	0.0005	0.0003	0.0001
	$\hat{\sigma}_{\gamma\gamma}$	0.0037	0.0018	0.0010	0.0002

数が大きなモデルになるに従い、他の手法の結果に近づいていくことが確認できる。

次に、エッジワース展開については、推定量の3次のキュムラントまでを適用した分布の歪度を考慮した信頼区間推計であり、結果として、片側2.5%確率を与える漸近展開値から分布は右側に歪んだ信頼区間推計結果となっている。また、エッジワース展開から求められた中央値は、サンプル数が大きなモデルになるに従い、シミュレーション値の結果( $R=10000$ )に近づき、特に、5000サンプルモデルでは、エッジワース展開とシミュレーション法( $R=10000$ )の中央値は0.001のオーダーで一致している。

シミュレーション法については、一般的に乱数発生回数  $R=1000$  で十分といわれるが、ここでは、漸近特性をより厳密に把握することを目的に、 $R=10000$  を実施し、これを他の比較評価に対しての基準と位置づけている。乱数発生回数による変動については、 $R=500 \rightarrow 1000$  と  $R=1000 \rightarrow 10000$  では、前者の方が結果の変動程度が大きく、この傾向はサンプル数が大きなモデルになるに従い影響は軽微になるが、精度あるシミュレーションを行う上では、可能な限り  $R$  を大きくとることが妥当であると判断する。また、シミュレーション法による信頼区間推計結果では、全てのサンプルモデルにおいて、他の手法と比べレンジが大きく、また図-1からも分布が強く右に歪んでいることが確認できる。分布の歪みは、オプション価格の推定量が非線形関数であることが影響していると考えられ、サンプル数が少ないモデルにおいて分布の歪みが顕著であることは、得られた

Table 3 95 % confidence interval estimations

注1) <>内の数値は、標準正規分布またはエッジワース分布の片側2.5%の確率を与える値  
 注2)  $z_{\alpha}$ ,  $c_{\alpha}$ には各ケース毎の仮想データの平均値を適用

<N=200サンプルモデル>

I ; 近似法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
テラー展開	2.626 <-1.96>	4.289	5.953 <1.96>	3.327	0.849	0.198
エッジワース展開	2.567 <-1.913>	4.139	5.787 <2.007>	3.220	0.821	0.192
II ; シミュレーション法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
多変量正規乱数 (R=500)	2.876	4.148	6.228	3.353	0.852	0.200
多変量正規乱数 (R=1000)	2.993	4.174	6.485	3.493	0.908	0.211
多変量正規乱数 (R=10000)	2.938	4.170	6.829	3.891	1.105	0.254

<N=500サンプルモデル>

I ; 近似法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
テラー展開	2.629 <-1.96>	3.417	4.206 <1.96>	1.577	0.402	0.118
エッジワース展開	2.601 <-1.942>	3.374	4.160 <1.978>	1.559	0.398	0.116
II ; シミュレーション法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
多変量正規乱数 (R=500)	2.731	3.420	4.380	1.648	0.412	0.120
多変量正規乱数 (R=1000)	2.721	3.383	4.404	1.683	0.411	0.120
多変量正規乱数 (R=10000)	2.723	3.382	4.344	1.621	0.418	0.122

<N=1000サンプルモデル>

I ; 近似法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
テラー展開	3.228 <-1.96>	3.891	4.554 <1.96>	1.326	0.338	0.087
エッジワース展開	3.208 <-1.951>	3.863	4.525 <1.969>	1.317	0.336	0.086
II ; シミュレーション法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
多変量正規乱数 (R=500)	3.293	3.861	4.724	1.431	0.355	0.091
多変量正規乱数 (R=1000)	3.305	3.867	4.657	1.352	0.341	0.088
多変量正規乱数 (R=10000)	3.289	3.869	4.639	1.350	0.347	0.089

<N=5000サンプルモデル>

I ; 近似法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
テラー展開	3.847 <-1.96>	4.174	4.501 <1.96>	0.655	0.167	0.040
エッジワース展開	3.841 <-1.958>	4.168	4.495 <1.962>	0.654	0.167	0.040
II ; シミュレーション法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
多変量正規乱数 (R=500)	3.855	4.165	4.542	0.687	0.178	0.043
多変量正規乱数 (R=1000)	3.871	4.165	4.520	0.649	0.166	0.040
多変量正規乱数 (R=10000)	3.871	4.167	4.523	0.652	0.166	0.040

分散共分散行列の精度に起因する。一方、5000サンプルモデルにおいては、分布の歪みは緩和され、中央値・レンジともエッジワース展開の結果と概ね一致する。

以上の結果を総括していくと、(1)テラー展開については、サンプル数の増加に従い推計された中央値およびレンジ、変動係数は他の手法の結果に漸近していくが、サンプル数5000モデルにおいても中央

値は過大推計となっており、非線形関数の推定量に対しては、対称分布を仮定した信頼区間推計結果は誤差が生じる可能性が示唆される。(2)エッジワース展開については、推定量の漸近正規性を前提とした、分布の歪みを考慮した推計法であるが、サンプル数が少ない場合においては、シミュレーション結果と比べ、適用限界性が確認されるものの、1000サンプル

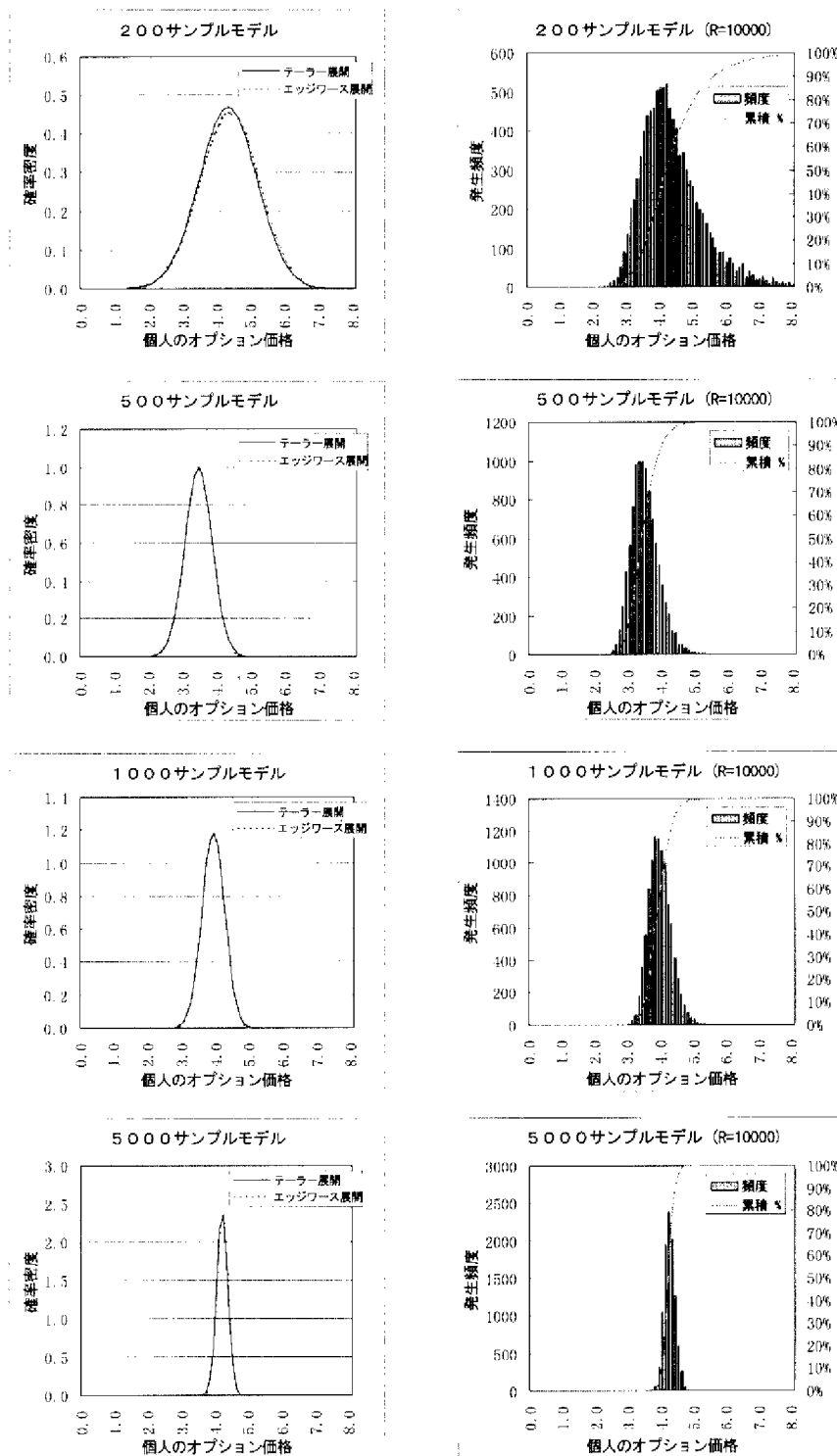


Fig. 1 Comparison of probability density functions of expansion methods and distributions of simulation method

ル以上のモデルにおいては、シミュレーション結果の中央値およびレンジに概ね一致する結果が得られており、サンプル数が大きい場合においては、解析的なアプローチとして有用な手法であるといえる。(3)シミュレーション法については、推定量の漸近特性をより厳密に把握することを目的に乱数発生回数を

多くとることが妥当であり、本研究では  $R = 10000$  を採用し、他の比較評価に対する基準と位置づけている。シミュレーション法による推計結果については、 $R = 1000$  以上において推計結果は安定傾向を



示し、また、1000サンプル以上のモデルにおいて、エッジワース展開の推計結果と概ね一致傾向が確認されており、シミュレーション法の有用性を肯定する結果が得られているといえよう。

## 6. おわりに

本研究では、レクリエーション施設の整備便益について、旅行費用法に着目し、個人のオプション価格の推計便益の信頼性の評価手法として、近似法（テラー展開・エッジワース展開）およびシミュレーション法による信頼区間推計法を提示した。特に実証的な検証は行っていないが、簡略化した数値検証による結果からは、非線形関数である推定量に対し、信頼区間を求める上では、シミュレーション法による推計が有効であり、対象とするサンプル数が大きい場合においては、漸近理論からのアプローチであるエッジワース展開の推計値とも一致する結果が得られている。

また、エッジワース展開は推定量の漸近正規性を前提とした近似値の誤差オーダーを規定可能な推計法であるが、非線形関数である推定量に対しては、サンプル数が少ない場合はある程度の適用限界性が確認されたものの、サンプル数が大きい場合においては、解析的な直接アプローチとして有用であり、また、シミュレーション結果の妥当性に対する数学的な検証も可能であるといえる。

一方、テラー展開については、非線形関数の推定量に対する簡便な信頼区間推計法であるが、対称分布を仮定しない他の2つの信頼区間推定法に対しては、誤差を伴う可能性が高いことが示唆される。

以上の結果は、費用便益分析における推計便益の信頼区間推定を行う上での有効な知見を提供するものと考えられる。なお、今後の精度向上としては、説明変数を増加させた場合や同一サンプル数における誤差精度を変化させた場合のシミュレーション法とエッジワース展開の推定結果の検証や、レクリエーションサイトの選択枝数を増やした場合の信頼区間推定についても検討を進めることも予定している。また、本研究ではSP(RP)データに焦点をおいて分析を行ったが、SP・RPデータを同時に用いた場合の信頼分析法等についても検討を行っていく必要がある。この点に関しては今後の課題としたい。

## 参考文献

- 嘉田良平・浅野耕太・新保輝幸(1995)：農林業の外部経済効果と環境農業政策，多賀出版。
- 川除隆広・多々納裕一・岡田憲夫(1998)：CVMによる推計便益の信頼区間推定法，土木計画学研究・講演集，No.21(1)，pp13-16。
- 小林潔司・文世一・多々納裕一(1995)：交通情報の経路誘導システムの経済便益評価に関する研究，土木学会論文集，No.506/IV-26，pp.77-86。
- 竹村彰通(1991)：多変量推測統計の基礎，共立出版。
- 多々納裕一・小林潔司・馬場淳一(1999)：滞在時間分布を考慮した旅行費用法によるレクリエーション便益の計測，土木学会論文集，No.625/IV-44，pp.113-124。
- 土木学会編(1995)：非集計行動モデルの理論と実際。
- ネルソン W.(1988)：寿命データの解析，日科技連。
- 林山泰久(1998)：非市場財の存在価値，土木計画学研究・講演集，No.21(2)，pp.35-48。
- 養谷千風彦(1996)：計量経済学の理論と応用，日本評論社。
- 森杉壽芳(1997)：社会資本整備の便益評価，勁草書房。
- Ben-Akiva and Lerman(1985)：Discrete Choice Analysis，MIT Press。
- Davison A.C. and D.V. Hinkley(1997)：Bootstrap methods and their application，Cambridge University Press。
- Downing M. and T. Ozuna,Jr.(1996)：Testing the Reliability of the Benefit Function Transfer Approach，Journal of Environmental Economics and Management，30，pp.316-322。
- Duffield J.W. and D.A. Patterson(1991)：Inference and Optimal Design for a Welfare Measure in Dichotomous Choice Contingent Valuation，Land Economics，67(2)，pp.225-239。
- Freeman III A. M.：The Measurement of Environmental and Resource Values，Resource for the Future，pp.469-472。
- Hall P.(1992)：The Bootstrap and Edgeworth Expansion，Springer Series in Statistics。
- Krinsky I. and A.L. Robb(1986)：On Approximating the Statistical Properties of Elasticities，The Review of Economics and Statics，68，pp.715-719。
- McCullagh P.(1987)：Tensor Methods in Statistics，Chapman and Hall。
- Park T., J.B. Loomis and M. Creel(1991)：Confidence Intervals for Evaluating Benefits Estimates from Dichotomous Chice Contingent Valuation Studies，Land Economics，67(1)，pp.64-73。
- Train K.E.(1998)：Recreation Demand Models with Taste Differences Over People，Land Economics，74(2)，pp.230-239。

## **Interval Estimation Methods for Recreation Benefits Based on a Discrete Choice Model**

Takahiro KAWAYOKE\*, Hirokazu TATANO and Norio OKADA

\* Graduate School of Engineering, Kyoto University , Nikken Sekkei Ltd.

### **Synopsis**

This paper presents several methods to estimate confidence intervals of mean (median) option price of individual measured by the travel cost method based on a discrete choice model which involves improvement of recreation site quality. One is an approximation method with Taylor series for option price estimator of individual. Second is an approximation method with Edgeworth expansion. These approximate confidence intervals are formulated in forms analytically tractable. Third is simulation method for option price estimator of individual. Monte Carlo simulations are executed to illustrate performances of these proposed confidence intervals of mean (median) option price of individual.

**Keywords :** travel cost method; willingness to pay; option price; confidence interval; reliability analysis