

## 塑性と衝撃の研究を顧みて

野中泰二郎

京都大学防災研究所

### 要 旨

「塑性」と「衝撃」とをキーワードとする基礎的研究の成果を要約したものである。骨組構造や部材が繰り返し荷重や衝撃の厳しい载荷を受けた時、どのような過程を経て、終局状態、あるいは構造物としての使命を果たし得ない状態に至るかを主として理論的に究めた。

キーワード： 塑性，衝撃，骨組，終局状態，繰り返し荷重，構造物

### 1. はじめに

停年退官に際し一文をしたためる機会を得たので、これまでの研究のうち、「塑性」と「衝撃」の2つのキーワードのもとで、骨組みや部材の終局状態に関する諸論文を要約したいと思う。殆どが基礎的・理論的な研究であり、構造挙動を解析的な閉型解で表しているのが特徴である（参考文献<1-18>参照）。

20世紀中葉、塑性論に立脚した構造物の極限解析が急速に発展し、骨組みなどを対象として、単調载荷のもとでの静的塑性崩壊荷重と、繰り返し载荷のもとでの非塑性化限界荷重（shake-down load）を求め、それらの荷重に抵抗し得る構造物を設計する解析手法はよく研究されているが、その様な限界を越えて载荷された構造物がどのようなふるまうかを明確にしておかなければ真に合理的な設計手法を確立することはできない。以下は終局的に構造物がどのような経過を経て危険な、或いは構造物として役立たない状態に至るかを明らかにするためにに行った研究の概要である。

### 2. 研究概要

構造物の真の挙動を知るには、十分な精度を有する実験、或いは構造的諸状況を忠実に入力して数値的解析を遂行する事が考えられ、一般に採用されている研究手法ではある。しかし、云うまでも無くこれらによる結果は、採用した特殊な場合にのみ適用され得るものであって、寸法その他の数値が異なる毎に同様の操作を繰り返さねばならない。従って、その様な研究成果のみでなく、構造挙動を表現し得る閉型の数理解析的解を導くことが出来れば、より一般性のある結果が得られ、煩雑な数値解析解の妥当性を判断する根拠ともなって甚だ便利であり、それこそが筆者の指向してきた方針である。もとより実際の物理現象は非常に複雑で、厳密な閉型の解を得ることは不可能に近いから、問題に応じて適当な仮定を設けることが不可欠であり、構造形状と材料挙動を大胆に理想化することによって近似解に導く手法を貫いている。線材仮定と完全塑性がそれらの主要なものである。即ち、構造物としては、長さに対し断面寸法の小さい棒材から構成されているものを考える。この制限下に於いては構造部材要素の力学的挙動は、断面力とそれに対応する変形量とで表されるわけで、それらの関係を、一部を除き完全塑性型に理想

化している。加えて、構造部材は同一断面上にあり、ねじれること無くその平面内でのみ変形し得る場合を対象としている（それ以外の研究成果はここでは省く）。通常の平面構造物では、軸力と軸方向変形、或いは、曲げモーメントと曲率をもって解析し得る場合が多いが、ここで考察する様な崩壊ないし終局状態では、それら両者間の塑性的相互干渉が重要になり、また衝撃力の様な非常に大きい外力が作用する場合、部材の剪断作用が顕著になる。塑性域に於けるそれら断面力及びそれに対応する変形の諸成分間の干渉関係に焦点を当てて遂行した研究は以下のとおりである。

先ず文献<1>では、専門用語を定義した後、1次不静定トラスを例にとり、微小変形域に於ける弾塑性構造物の一般的挙動を、先駆者による研究成果を基礎に、筆者独自の解釈・表現をも加味して簡潔に紹介、続く論文に於ける考察の意義・位置づけの為に規範としている。即ち、トラスの応力状態を、弾性応答応力と残留応力との直交性に基づく Rzhnitsin-Prager の幾何学的表現法を用いて平面座標に表し、静的塑性崩壊のほか、繰り返し変動荷重或いは温度変化によって漸増崩壊・交番塑性・非塑性化現象等の生ずる状況を直感的に理解出来る形で説明している。併せて非塑性化定理を厳密な証明に頼らず導入、静的塑性崩壊を繰り返し载荷に於ける変動幅が小さくなった極限と見なすことにより、極限解析の基本定理を導く試みがなされている。その際、温度変化のない骨組に関して Symonds と Neal が示した、非塑性化荷重の上界を求める手法を変動荷重のみならず温度変化をも含むトラスに拡張・適用し、更に3次元連続体に対して Koiter が確立した非塑性化の運動学的定理に、トラスモデルに依る物理的解釈を与える試みがなされている。このモデルによって明らかにされた完全弾塑性的挙動は（1）相互干渉を無視して構造部材の軸方向或いは曲げ作用のみを考え、（2）幾何学的変化を無視した微小変形理論に依り、（3）慣性を無視した静的考察に基づくものであるから、これら3種の基本仮定の妥当性とそれらの仮定が成立しない場合、即ち終局状態を考察したのが<2>以後の研究である。

骨組架構の部材に存在する軸力の影響を考慮に入れて静的塑性崩壊荷重を求める汎用の手法は、部材の曲げ作用のみを考えて第1近似とし、その近似解での存在軸力に基づく低下した全塑性モーメントを用いて曲げ解析を遂行して第2近似と見なし、同様の操作を繰り返す試錯法である。もちろんそれは数値解析であり、そのような解を数理解析的な閉型解で求める手法を示したのが<2>である。その原理は曲げ解が得られているものとし、その崩壊機構の塑性関節に於いて相隣断面間には相対回転のみならず、軸方向の相対変位も考慮し、塑性流動法則に則って塑性仕事を求め、運動学的上界定理から崩壊荷重の上界値を得ようとするものである。曲げモーメント・軸力相関降伏曲面は純曲げの降伏曲面より小さいことを考えれば軸力の影響を入れた崩壊荷重は曲げ理論のそれより小さいことは明らかであり、塑性関節での軸方向変形をも許容した上での可能な総ての崩壊機構に関して求めた上界値の最低値が真の崩壊荷重に相違ないとの判断に基づいている。降伏条件が解析的連続の場合、解は微分操作に依って求められる。部分的線形で特異点のある降伏条件の場合には、各塑性関節が降伏条件のどの REGIME に属するかによって回転と相対変位の関係が異なるが、それは釣り合い或いは変形に関する物理的な考察によって判断される場合が多く、高次の微量を無視する工夫をすれば閉型解が得られることを例題をもって示している。それによって、柱軸力の影響は柱断面成と柱間隔との比が、又梁軸力の影響は梁断面成と階高との比が大きくなるほど、ますます大きくなることを明らかにしている。

<3>は繰り返し変動荷重下での、架構全体の剪断曲げを解析したものである。細長い形状の高層骨組や組立格子柱が繰り返し水平力を受けるとき、鉛直材に依存する軸力は大きく変動し、それが履歴挙動に支配的な影響を及ぼすことが予想される。これらの構造物には重力に依る一定鉛直力も同時に作用するのが普通であり、又崩壊後の撓みは必ずしも小さくはないから一定鉛直力と変動水平力を受ける単純な門型架構を例にとり、有限変形に伴う  $P \cdot \Delta$  効果をも含む弾塑性解析によって履歴現象の閉型解を求めた。降伏条件は理想 I 型断面に対する部分的線形のもので近似し、梁の変形を柱に比べて無視している。柱応力状態の変化を、無次元断面力成分を座標軸にとった応力平面上での軌跡として表現、定式化を助けている。解析の結果、柱成がスパンと比較して大きくなるほど柱軸力変動の影響が重要になり、その比が1に対して無視できれば軸力変動を無視してよいこと、軸力変化は荷重-変形曲線を滑らかならしめる効果があること、交番繰り返し塑性作用により弾性領域が広がっていき、応力軌跡は重力の作用と呼応して常に一定の方向に移動してゆく傾向があること、一旦終局的な機構状態（メカニズム形成状態）が達せられれば一定弾性領域を有する定常状態に落ち着き、その定常応力状態は载荷履歴や幾何学的変化の影響を受けないことが明らかにされた。更に、例題として一定振幅の両振り繰り返し载荷を受ける場合を詳しく調べ、部材の軸方向或いは曲げのみの作用下で微小変形域での変動载荷を受ける場合に観察されると同様の諸現象が生じる状況を明確にすると共に、非塑性化の限界変位振幅や残留変形が求められている。

<4-9>では、トラス部材や筋違いを対象として、繰り返し軸方向载荷を受ける有効長さの弾塑性棒を考慮してい

る。これらの部材は軸方向力を伝達する構造機能を有するから、軸方向の荷重・相対変位関係を知ることが重要であるが、圧縮力による座屈の後、有限変形に伴って曲げを生じ、やはり塑性干渉問題として取り扱われる。大変形域をも含めて、両材端の相対変位が材長変化に依る成分と、横撓みに伴う幾何学的変化に基づく成分とに分解できることを<8>で証明した。前者は更に、弾性成分と非弾性成分とから成り、弾性成分は存在軸力に依る伸縮のほか温度変化によっても発生するものとする。非弾性成分は粘性効果を見做すると真っ直ぐな形状での塑性伸びと、塑性関節に於ける軸方向塑性成分とから成る。塑性の非可逆性に依り棒の弾塑性履歴挙動は変位経路の全載荷履歴によって規定されるものであるが、各成分を棒の諸定数と荷重の関数として表現、基礎式を誘導し、塑性の履歴依存性を塑性関節での撓み角と塑性による伸びの成分で表した。これらの基礎式を用いれば、任意繰返し軸方向載荷に対し、棒の履歴挙動を閉型の解析解で表現される。これに依り、座屈後に於ける棒の変形性状、剛性回復状況、塑性伸びによる弛み現象、ループの安定性などに関する定量的知見が得られ、理論解はまた、第一近似の精度を持って実験値と一致することも分かった。

<4-7>では、有限変形ながら、材長変化は元の材長に比べれば無視できるほど小さく、撓み角の平方は1に比べて充分小さい、という変形量に関する2つの制限を設けて、幾何学的準線形解析を遂行、基礎式を初等関数で表現し得ている。軸力と曲げモーメントとの相関降伏曲線を<4>では理想I型断面に対する四角形の部分的線形のものに理想化、<5>ではそれに純曲げの REGIME を付加した六角形のもので修正、より実験結果に近い定式化を試みている。即ち前者を用いれば、不安定現象に依って撓み、塑性履歴を受けた材が引っ張られ、引張降伏軸力を受ければ材長も元に戻り、その間の循環は以後の挙動に関係しないことになり、延いては、循環的載荷に於いて早期に荷重・変位間の定常ループを与えることになる。しかし、ウェブの存在する汎用断面の実験では、その間に劣化現象の生ずることが観察されているわけで、後者では上記載荷循環の間に塑性関節が伸びることになって、塑性伸びの蓄積によって棒の劣化現象を良く説明でき、実験値にも近づくことが示された。相関曲線をより一般的な八角形で近似してもほぼ同じ労力で解析できることに着目し、さらに温度変化をも考慮して解いたのが<6,7>である。

これらの定式化に当たって設けられた変形量の大きさに関する2つの制限について妥当性を検討するため、<8>で引張・圧縮の両側での大変形を含み得る基礎式を導いている。<9>ではそれらが変形量の制限によって前述の基礎式に帰着する事を示した後、両者の理論解を比較検討、その結果、材端相対変位が材長の $\pm 2.0\%$ 程度の変形では大変形、即ち大撓み及び部材寸法変化の影響を見做し得ることが確認された。

以上の復元力特性は部材の構成要素が安定で、十分な靱性を備えているとの仮定に基づいている。ところが過去の地震や実験では薄肉断面などの鋼筋違い部材は局部座屈や疲労に基づく破断がしばしば観察される。そこで筆者らは試験体に山形鋼を選んで先ず圧縮力で座屈を発生せしめた後、引張・圧縮の繰返しによる疲労試験を試みた。局部的に著しい塑性変形を伴ってくびれや亀裂の発生による劣化の後、極低サイクルの疲労破断に至る過程を詳細に観察した。比較のため、有限要素解析によって歪履歴を追跡した結果、このような破断は累積歪の大きさによって支配されることがわかった（文献 <10,11>）。

構造物が静的塑性崩壊荷重を越える大きさの外力を受けると、釣り合い状態が存在し得ないから、加速運動を伴って危険な状態に至るか、或いは構造上の機能を果たし得なくなる程大きな変形の生じることが予想される。しかし、その様な大きな荷重であっても、もし作用時間が充分短ければ慣性抵抗と構造靱性によって或る程度の変形に止め得るものと考えられる。<12-16>ではその様な状況に於ける梁の動的応答を解析し塑性変形量を求めている。一部を除いて、これらの解析に於ける基本的な仮定は塑性変形に比べて弾性変形を見做した剛塑性の構成関係である。<12>は無限長さの梁が横方向のパルス荷重を受けたときの曲げ変形を求めたもので、境界条件とは関係なく、荷重の作用付近での撓み分布を位置と力積の単純な関数として閉型解で表した。無限梁の崩壊荷重は無限小であるから、対応する静的な問題の解は存在しないが、慣性力、即ち運動を考えることによって変形が時間経過と共に広がってゆく状況が明らかになった。

瞬間的にではあっても大きな荷重は大きな剪断力を引き起こすから、曲げと剪断の相互干渉による影響を考察したのが<13>である。荷重をパルス或いは作用時間を見做し得る純衝撃として取り扱い、等分布荷重を受ける単純梁の挙動に関する閉型解を導いている。梁の諸定数と荷重の大きさに応じて、塑性曲げと剪断すべりと種々の組み合わせから成る5種の異なった型の運動が生じ得るが、いずれの場合も剪断変形が先に完了することがわかり、さらに、以下のことが明らかになった。即ち、曲げに対する剪断の相対的重要性は荷重強さが増す程、又、断面形状が等しければ、それは断面成と材長の比が大きくなるほど増すこと、通常、充実断面材では剪断の影響は無視できるに反し、I型などのウェブ面積の小さい断面では、剪断変形が重要な働きをする場合も多いこと、力積の等しい荷重パルスのうち、純衝撃が最も大きい塑性変形及び剪断変形を生ぜしめ、荷重強さが静的塑性崩壊荷重と同程

度のオーダーの時には荷重・時間関係を考慮しなければならないのに反し、前者が後者より高次のオーダーの時には純衝撃と見なし得ること等である。

<14-16>は梁の有限撓みに伴って生じる塑性伸びと軸力の影響を考慮した動的塑性相互干渉問題を扱っている。両端完全固定梁が中央に集中質量を有し、その点に横方向衝撃が加わる場合を解析した。その結果、変形の初期には剪断変形が生じ得て、次に曲げ変形が支配的になり、撓みの増加に伴って、材端軸方向変位拘束によって発生する引張軸力が重要な働きをするようになり、力積が大きく撓みが断面成を越える程大きくなると、梁は引張力のみで支配される糸のような状態に移る現象が明確にされた。<14>に於いてはこの問題を軸力・曲げモーメント・剪断力の近似相関降伏条件に基づく完全剛塑性解析によって解いた。これが、動的解析に相関降伏曲面を導入した、世界で最初の論文と思われる。通常の充実断面では剪断変形を無視し得るに反し、有限撓みが生ずる場合、軸力の影響は無視し得ず、材端での変位拘束によって梁の撓みが著しく減少すること、及び、変形の主たる部分は、梁が中央で折れ曲がり両半分が直線のまま変形が進行する1自由度型のモードで生じることが明らかにされた。そしてこの干渉問題解析結果は、両端単純支持梁や2、3の骨組み架構にもそのまま適用されることが示された。<15>では<14>の解析結果に基づいて、剪断変形を無視し、1自由度型の変形モードを仮定して単純化する一方、弾性変形の影響と歪み速度の増加に伴う降伏応力度の増加、更に荷重パルス型の影響を考慮して弾粘塑性解を導いた。<16>に於いては、軟鋼及びアルミニウム合金製小型模型による実験結果を示している。支持端のために、鋸状表面を有する鋼性ブロックによる試験体支持治具を設計・製作し、これによって材軸方向へのすべりを止めて完全固定の条件を実現した。併せて、その表面を摩擦の小さいテフロン布で覆って変位拘束を除く実験をも遂行、理論解と比較・検討した結果、<15>の弾粘塑性解との良好な一致が見られ、<14>の完全剛塑性解は変形を大きく予測し過ぎるが第一近似として有効なこと、及び撓みが断面成のオーダーに達するような場合、材端での変位拘束が撓みを著しく減少せしめることが実証された。尚ここに制作・採用された鋸状拘束ブロックは後の研究者にもしばしば利用されその有効性が再確認されている。また、<15>で提示した塑性変形量域での歪速度評価法も頻繁に引用され採用されている。

上記<13, 14>の研究で衝撃問題における剪断作用の重要性が理論的に指摘されたが、曲げ剪断の剛塑性解を現実の破壊現象に応用したのが<17>である。爆発で破断した巨大な鋼部材に対し、剪断変形によって吸収されたエネルギーが塑性曲げによって吸収されたエネルギーの10倍のオーダーであったことを上記の閉型解が示し、鋭いすべり破壊の観察結果を裏付けた。

1995年兵庫県南部地震で発生した特異な構造被害が直下型地震に伴う応力波に起因する衝撃破壊であった可能性があり、それを検討するために始めた研究の一部を示したのが<18>で、柱脚に直接、鉛直地震動が入るものと考えた。柱を細長い弾性棒と仮定して一端に軸方向の入力速度が与えられるときの波動を特性曲線法で解析したものであり、棒の他端が同軸上にある無限長の棒に接続しているものとして、その有効特性インピーダンスで境界条件を表した。伝播・反射・干渉を繰り返す離散的過程を微分方程式で近似表現し、閉型の解析解を得た。柱脚近傍の応力を、入力速度を被積分関数に含む積分形で表し、厳密解と漸近的な近似式とを導いた。地震動の実記録を用いた数値例をも解析し、発生する衝撃応力は境界条件によって著しく異なること、固定端条件のもとでは顕著な応力や歪みが惹起されることなどを示した。この様な、初期の過渡応答の段階で生じた局所的な損傷が、それに続く構造物全体の振動段階で致命的な破壊へと発展する可能性があり、さらに、靱性低下を透起する他の諸要因との相乗効果とあいまって脆性破壊に至ることもあり得る。

以上、特定の論文についてのみ概要を述べたが、他の研究成果についての記述は本報の刊行遅延に繋がるので別の機会に譲りたい。

### 3. おわりに

こうして、今まで辿ってきた研究の経過を振り返るとき、私を導き支えて下さった方々に尽きる事のない感謝の念を抱く。40年もの長きに亘り、自由に基礎研究に没頭できた私は幸せであった。理論研究遂行の糧となる知識を身に就け、ポテンシャルを得ることができたのは、ブラウン大学への留学に拠るところが大きい。それは正に全額支給フルブライト留学奨学制度とアメリカ合衆国教育委員会のお陰である。具体的にブラウン大学をご推薦下さった成岡昌夫先生、無精者を励まして下さった P. S. Symonds、横尾義貴、若林実の各先生、さりげなく薫陶賜った中村恒善先生、常々ご協力戴いている高島秀雄、吉田望の両氏、事務補佐のみならず技術面でも、20年間献身的に尽力頂いた蒲生千里（旧姓山本）さんに対する謝意はとて筆舌には尽せない。文部省からは潤沢な科学研究

費による助成を受け、それを含む事務処理に高橋やよいさんの援助も得た。退官に際し、研究室の中島正愛後任教授から受けた親切なご配慮と、尚ご氏名を列記できない多くの先輩、同僚、協力者のご厚意に衷心より御礼を申し上げて筆を置く。

#### 参考文献

- <1> T. Nonaka and S. Iwai, "Failure of Bar Structures Under Repeated Loading", Structural Failure, Chapter 12, T. Wierzbicki and N. Jones, Ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, pp.389-433, 1988.
- <2> T. Nonaka, "A Kinematic Approach to the Plastic Collapse Load of a Rectangular Frame with Consideration of Axial Forces", Proceedings of the Symposium on Plastic Analysis of Structures, Vol. II, pp.193-220, Iasi (Rumania), September, 1972; Theoretical and Applied Mechanics, Vol.23, pp.301-315, 1975.
- <3> T. Nonaka, "Elastic-Perfectly Plastic Behavior of a Portal Frame with Variation in Column Axial Forces", Journal of Structural Mechanics (Marcel Dekker), Vol.6, No.1, pp.61-84, 1978.
- <4> T. Nonaka, "An Elastic-Plastic Analysis of a Bar under Repeated Axial Loading", International Journal of Solids and Structures (Pergamon Press) Vol.9, No.5, pp. 569-580, 1973.
- <5> T. Nonaka, "Approximation of Yield Condition for the Hysteretic Behavior of a Bar under Repeated Axial Loading", International Journal of Solids and Structures (Pergamon Press), Vol.13, No.7, pp.637-643, 1977.
- <6> T. Nonaka, "Formulation of Inelastic Bar under Repeated Axial and Thermal Loadings", Journal of Engineering Mechanics, American Society of Civil Engineers, Vol.113, No.11, pp.1647-1664, November, 1987.
- <7> T. Nonaka, "Elastic-Plastic Bar under Changes in Temperature and Axial Load", Journal of Structural Engineering, American Society of Civil Engineers, Vol.115, No.12, pp. 3059-3075, December, 1989.
- <8> T. Nonaka, "An Analysis for Large Deformation of an Elastic-Plastic Bar under Repeated Axial Loading-I Derivation of Basic Equations", International Journal of Mechanical Sciences (Pergamon Press), Vol.19, No.10, pp.619-627, 1977.
- <9> T. Nonaka, "An Analysis for Large Deformation of an Elastic-Plastic Bar under Repeated Axial Loading-II Correlation with Small Deformation Theory", International Journal of Mechanical Sciences (Pergamon Press), Vol.19, No.11, pp.631-638, 1977.
- <10> 岩井哲・朴鍊洙・野中泰二郎・亀田弘行, 「山形鋼部材の極低サイクル疲労破壊実験」, 日本建築学会構造系論文報告集, 第445号, 139-149頁, 平成5年3月.
- <11> Y.-S. Park, S. Iwai, H. Kameda and T. Nonaka, "Very-Low-Cycle Failure Process of Steel Angle Members", Journal of Structural Engineering, American Society of Civil Engineers, Vol. 122, No.2, pp.133-141, Feb., 1996.
- <12> T. Nonaka, "Local Plastic Deflection of Long Beam under Blast Load", Theoretical and Applied Mechanics, Vol.48, pp.95-105, Nov., 1999.
- <13> T. Nonaka, "Shear and Bending Response of a Rigid-Plastic Beam to Blast-Type Loading", Ingenieur-Archiv (Springer Verlag), Band 46, Heft 1, S.35-52, 1977.

- <14> T. Nonaka, "Some Interaction Effects in a Problem of Plastic Beam Dynamics Part 1: Interaction Analysis of a Rigid, Perfectly Plastic Beam", Journal of Applied Mechanics, Transactions of American Society of Mechanical Engineers, Vol.89, pp.623-630, 1967.
- <15> T. Nonaka, "Some Interaction Effects in a Problem of Plastic Beam Dynamics Part 2: Analysis of a Structure as a System of One Degree of Freedom", Journal of Applied Mechanics, Transactions of American Society of Mechanical Engineers, Vol.89, pp.631-637, 1967.
- <16> T. Nonaka, "Some Interaction Effects in a Problem of Plastic Beam Dynamics Part 3: Experimental study", Journal of Applied Mechanics, Transactions of American Society of Mechanical Engineers, Vol.89, pp.638-643, 1967.
- <17> T. Nonaka, "Shear Failure of a Steel Member due to a Blast", International Journal of Impact Engineering (Pergamon Press), Vol.24, No.3, pp.638-643, March, 2000.
- <18> T. Nonaka, R. J. Clifton and T. Okazaki, "Longitudinal Elastic Waves in Columns due to Earthquake Motion", International Journal of Impact Engineering(Pergamon Press), Vol.18, Nos7-8, pp.889-898, June, 1996.

## **Recollections of Studies on Structural Plasticity and Impact**

Taijiro NONAKA

Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University

### **Synopsis**

Summary is presented of past studies, upon the author's retirement, on the topics of "plasticity" and "impulsive loading" in the context of structural behaviour. Aggravating processes are theoretically analyzed for framed structures and their constituent members under repeated loading or severe pulse loads being lead to the ultimate state or the final state, in which the structures become unserviceable as such. Principal results are expressed in the original papers in the form of closed-form solutions for idealized situations.

**Keywords:** Plasticity, Impact, Structure, Repeated loading, Ultimate state, Frame