

## 不完全情報下における内水排除施設運用に関する研究 ——状態量の部分観測性に着目して——

田中成尚\*・多々納裕一・岡田憲夫

\*京都大学大学院工学研究科，株式会社 日水コン

### 要 旨

都市の内水排除の排除施設を効果的に運用する場合、その運用ルールと観測システムを決定することが重要である。最適制御運用ルールの決定は従来、全ての情報が得られるとした完全情報下のもとで構築が行われてきたが、実際に、部分的な情報のみに基づいた不完全情報下での制御を行わずをえない。本稿は、このような問題を有限な観測情報に基づいた運用ルールとして確率ダイナミックプログラミングを用いて定式化する。

キーワード：内水排除，最適運用，確率DP

#### 1. はじめに

都市の内水排除の問題は集中豪雨による浸水被害の発生と、都市域から排出される面源負荷による河川の汚染である。内水排除施設を効果的に運用してこれらの問題に対処する場合、その運用ルールと、それを実現するための観測システムを決定することが重要である。流末にポンプ場を有する内水排除施設の場合、このような問題はポンプの最適制御問題として議論が行われてきた。

多くの文献ではポンプ制御問題に、完全情報が利用可能との仮定で、最適制御システムの研究が行われてきている。例えば Dabke(1988)らは下水道のポンプの維持管理費削減のための制御問題を最適制御手法を用いて解いている。また、Kuoら(1991)は台湾における内水排除のためのポンプの配置計画を、コスト最小化を評価指標として DP を用い定式化を行っている。いずれもこれらの最適問題は、全ての情報が得られると

した完全情報下のもとで行われている。

しかしながら、実際の運用を行う場合は、全ての情報を観測可能とする観測システムの構築はコスト面や、観測計器のメンテナンスの困難さ等の面で実質不可能であり、部分的な情報のみに基づいた不完全情報下での制御を行わずをえない。

このような不完全情報下における最適制御を決定しようとする場合、この問題は確率ダイナミックプログラミング等で定式化は可能であるが（例えば Bertsekas(1995)）、これが解けるのは極めて限られた条件に限られるといわれてきた。すなわち最適制御を決定しようとする場合過去の観測情報全てを用いなければならぬ。このため無限期間の問題では最適制御ルールが得られないという問題が存在している。

さらに、システムと観測方程式がいずれも線形であり、目的関数が2次形式である必要があるとされている。

このような条件を実際の内水排除施設の運用問題に

見つけることは困難である。そのため、サブ・オプティマルな方法について研究が進められてきた。例えば、サブオプティマルな制御では、部分観測情報から全体情報を推定し、これに完全観測下で定めた運用ルールに適用する制御や、AI や FUZZY を用いた制御について研究（高棹・椎葉・堀(1990), 小尻・藤井(1990), 八木(1996), 蔵重・田中(1992)等）が進められてきた。

本稿はこのような不完全観測下における最適制御問題について、内水排除システムの部分観測性に着目して定式化し、流入量が実用的な VAR 過程で定義される場合であれば、有限の観測情報に対する最適制御ルールが設定可能であることを示す。

## 2. 対象とする内水排除システム

本稿ではFig. 1に示す内水排除システムを対象とする。Fig. 1のシステムは地下に雨天時のみに流出が生じる放水路を設置し、流末のポンプ場で河川へ内水を排除するものである。その際、河川に直接放流を行えば都市域の路面等から発生した面源負荷が河川へ排水され汚染の問題が生じる。ただし、ポンプ場は少量ではあるが放水路内の水を処理場に送水可能であり、この場合は河川の汚染による被害を防止できる。さらに、放水路内の水位が上昇すれば都市域に雨水が氾濫し、浸水被害が生ずるといった特徴を有している。このため、頻度の多い小降雨では放水路内に雨水を貯留し、これの処理を行い、大雨のときには河川へ速やかに雨水を放流することが被害最小化のための運用となる。

このようなシステムにおける観測は、通常、ポンプ場地点の水位のみの観測に限られる。水位計はその精度を考えれば、計測機器としての信頼性は高く、観測値の誤差を無視し得る範囲にある。最適制御を考える上でむしろ考慮すべき情報の不完全性は、ポンプの制御に影響を及ぼすと考えられる放水路内の全体の水理的な挙動や、系内に流入する流入量が計測できないことである。

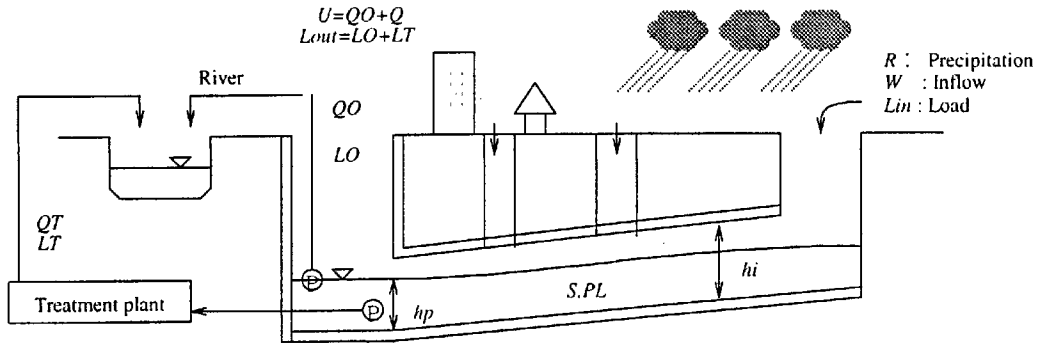
## 3. 内水排除システム制御における不完全情報

内水排除システムにおける情報の不完全性はFig. 2のように考えることができる。内水排除施設における状態量として、施設内に存在している貯水量および施設への流入量があり、これを観測するためのモ

ニタリングシステムが構成される。モニタリングシステムにおいて、通常、施設内の水位やポンプの放流量のみが観測され、これをもとにして施設内の状態量の推定が行われる。本稿ではこのように、計測システムと状態量の推定システムを合わせてモニタリングシステムとして考える。さらに、推定された状態量を入力として、予め定められたポンプの運転ルールのもとにポンプの運転を決定する。この運転にともない、状態量は変化し、これがモニタリングシステムによって観測される。被害はこのポンプ放流による河川の汚染と貯水量が増加することによる浸水の発生によって生ずる。

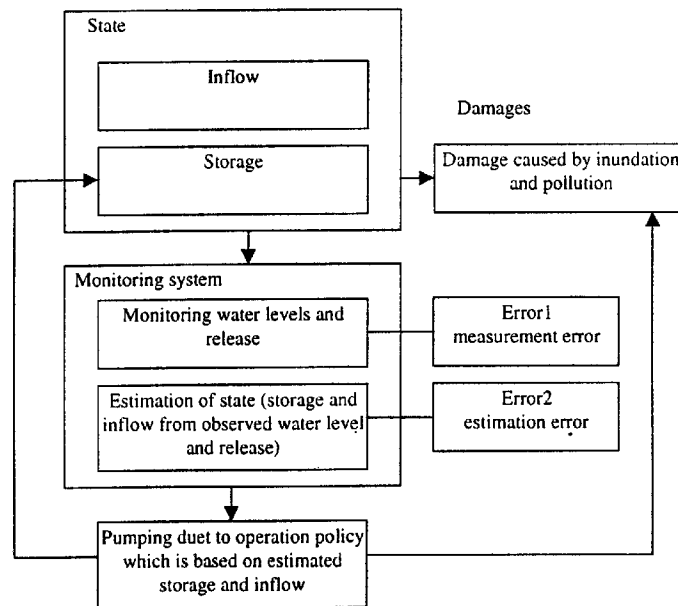
本稿の問題において考えるべき情報の不完全性はモニタリングシステム内における、「計測誤差（水位計等の計器誤差）」と観測された一部の情報から全体の状態量を推定するための「推定誤差」の2つであり、ここではこれらを合わせて「観測誤差」として定義する。

この中で、「計測誤差」については、水位の計測であれば実際上その誤差は小さなものである。一方「推定誤差」はこれに比べて大きな誤差と考えることができる。この「推定誤差」を生む要因は、降雨が時空間的に非常に多くのパターンで発生することにともない、内水排除施設内の水面の形状パターンが多く発生するためである。このため、計測した一部の水位と全ての状態量の関係が一意的に決定されず、一部の情報から全体の状態量を推定するために何らかの近似を用いなければならない。この近似のために状態量の推定値は誤差を有することになる。Fig. 3に想定される水面形の種類を例示する。図中①は水平湛水の状態であり、③は等流状態であり、②は①と③の中間の流れ、さらに、④は上流端のみで流入が発生するような流れの水面形を示し。このような水面形を精度よく把握するためには施設内の非常に多くの場所に水位計を設置し、リアルタイムでこれを把握することが必要になる。しかし、現実の水位計の設置は、コストや維持管理の困難さがあり、ポンプ場地点の1ヶ所の場合がほとんどであり、多くても2,3箇所の設置にとどまっている。このため、推定誤差を極力小さく推定するための推定システムを構成することが、最適なポンプの運転を行う上で重要な役割を果たすことになる。



*S*: water storage in flood channel, *PL*: load storage in flood channel, *hp*: water level at pumping station, *hi*: observed depth at some point, *R*: rainfall in the inner basin, *Q<sub>in</sub>*: water inflow to the flood channel, *Lin*: load inflow to the flood channel, *QT*, *LT*: discharge and treated load, *QO*, *LO*: discharge and load non treated, *Q<sub>out</sub>*: total release ( $U = QO + QT$ ), *L<sub>out</sub>*: total load ( $L_{out} = LO + LT$ )

**Fig. 1 Outline of Target Inner Basin Drainage**



**Fig. 2 Control system for inner basin drainage under imperfect monitoring system**

以上の考えをもとに、本稿で考える「情報の完全性」について整理する。

- 「完全情報（完全観測）」：次の2つのいずれかの場合
  - 「a. 全地点を計測し、計測誤差がない場合」
  - 「b. 一部地点を誤差無しで計測し、全体を誤差無しで推定できる場合」
- 「不完全情報（不完全観測）」：次の3つのいずれかの場合。
  - 「c. 全地点観測で計測誤差がある場合」
  - 「d. 一部地点観測で計測誤差がなく、全体推定に誤差がある場合」
  - 「e. 一部地点観測で計測誤差がある場合」

本稿では、前述の説明のように、内水排除の情報の不完全性の中のdに着目して最適制御問題を考える。また、本稿では、上記の分類の中のdとeを「部分観測」と定義する。

#### 4. 部分観測下での最適制御

部分観測下（前述のeの場合）での最適制御問題はBertsekas(1995)によれば以下のように定式化できる。

まずk期の状態量を $X_k$ とおき、その中で観測可能な状態量を $Z_k$ とおき、これを以下のように定義する。

$$\begin{aligned} Z_k &= h_k(X_k, U_k, \xi_k) \\ Z_0 &= h_0(X_0, \xi_0) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで $\xi_k$ はランダム擾乱である。

ここで利用可能な情報ベクトルを以下のように定義する。

$$\mathbf{I}_k = \{Z_0, Z_1, \dots, Z_k, U_0, U_1, \dots, U_{k-1}\} \quad k = 1, 2, \dots, N-1 \quad (2)$$

$$\mathbf{I}_0 = Z_0$$

これを用いて1期後の情報ベクトルは

$$\mathbf{I}_{k+1} = (\mathbf{I}_k, Z_{k+1}, U_k) \quad (3)$$

この表現を用いて確率DPの問題に適用すれば次のような形で記述できる。

$$\begin{aligned} V_k(\mathbf{I}_k) &= \min_{U_k} [E \{g_k(X_k, U_k) + V_{k+1}(\mathbf{I}_k, Z_{k+1}, U_k) \mid \mathbf{I}_k, U_k\}] \\ & \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (4)$$

ここで関数 $g_k(X_k, U_k)$ はk期の被害を、 $V_k(\mathbf{I}_k)$ はコントロール $U_k$ を適切に選択した場合のN期からk期にいたる最小の累積被害を表す。さらに、

$V_{k+1}(\mathbf{I}_k, Z_{k+1}, U_k \mid \mathbf{I}_k, U_k)$ は情報 $\mathbf{I}_k$ のもとでコントロール $U_k$ を実行した場合に、システムの出力として得られる最小累積被害である。なお、システムは内水排除問題の場合は例えば連続式を用いて次のように定義される。

$$\begin{aligned} X_{k+1}^i &= X_k^i - U_k^i + W_k^i + f(X_k^{i+1}, X_k^i) \\ i \neq 1 \text{ のとき } U_k^i &= 0 \\ i = M \text{ のとき } f(X_k^{i+1}, X_k^i) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここで $i=1, \dots, M$ は状態の番号で連続していれば隣り合わせであることを表し、 $f(X_k^{i+1}, X_k^i)$ は運動方程式を用いた状態間の水の移動量を表す。

これより最適コントロール $\mu_k(\mathbf{I}_k)$ は情報ベクトル $\mathbf{I}_k$ にマッピングされる( $\mathbf{I}_k$ の関数として定義される)ことになる。ここで定義より $\mathbf{I}_k$ は過去の情報全てを含んでいる。このため、新たな情報が得られれば、最適制御も新たに得られた情報に応じて変更する必要がある。これは先に示した計測誤差の場合のように、計測値が多く得られるだけ、状態量をより正確に把握できる場合に採用すべきルールである。このような性質であるため、計測誤差が存在する場合は最適制御を定義することは実際上困難である。

このため、このような問題には厳密な最適制御ルールを用いずに、サブオプティマルな手法が用いられることになる。例えば、完全情報で求めた最適制御ルールを用いるために、観測値から全体の貯水量を推定する観測方程式を導入し、これを用いて制御を決定する方法等が考えられる。この方法は比較的ルールの設定が容易であり、観測方程式の精度をルールとは別に議論できるため実用的な方法であるといえる。観測方程式の設定は水面形の形状を仮定した簡易なものからカルマンフィルターを用いた方法等が考えられる。

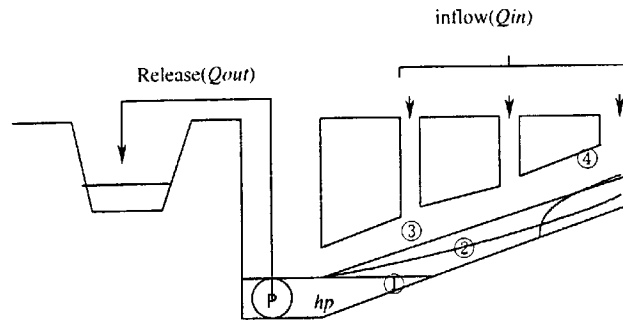
Fig. 4は完全観測下での最適制御、部分観測下での最適制御および部分観測下でのサブオプティマルコントロールについての例を示したものである。

これらのシステムは確率変数である流入量を入力として、システムを記述するシステム（連続式や水の流れを規定する運動方程式等）、計測システム、観測方程式、最適制御ルールおよび被害の発生から構成される。Fig. 4(a)は完全観測の場合であり、Fig. 4(b)は不完全観測における最適制御の場合で、前記(4)式に相当する。さらに、Fig. 4(c)は不完全観測のサブオプティマルコントロールの場合で、特に観測方程式を用いて状態量を推定し、これに完全観測の場合の最適制御

を用いる場合を示している。この方法は観測方程式の性能を上げれば完全観測の制御のパフォーマンスに近づくため、サブオプティマルな制御といえる。さらに、観測方程式は、適用する内水排除システムの特徴に応じて簡易なものから、高度なものまで選定すれば良く、実用的な方法でもある。本稿では、このFig. 4(c)による方法が有効な方法であると考えているが、この観測方程式のパフォーマンスを計測する、あるいは、内

水排除制御システムの特徴を把握する上でFig. 4(b)の特徴が極めて重要な役割を果たすと考えている。

以下では不完全観測下における最適制御問題の設計方法について説明する。



$hp$ : water level at pumping station

- ① condition of horizontal storage
- ② condition of transition flow from ① to ②
- ③ condition of uniform flow
- ④ condition of abrupt wave

Fig. 3 Shapes of water surface and storage

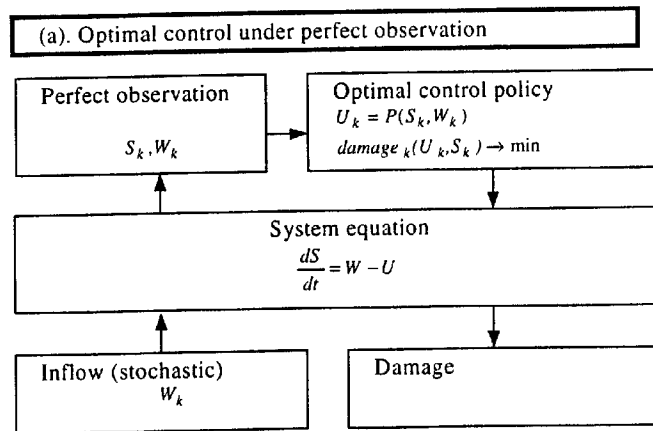


Fig. 4(a). Pump operation system under several monitoring systems

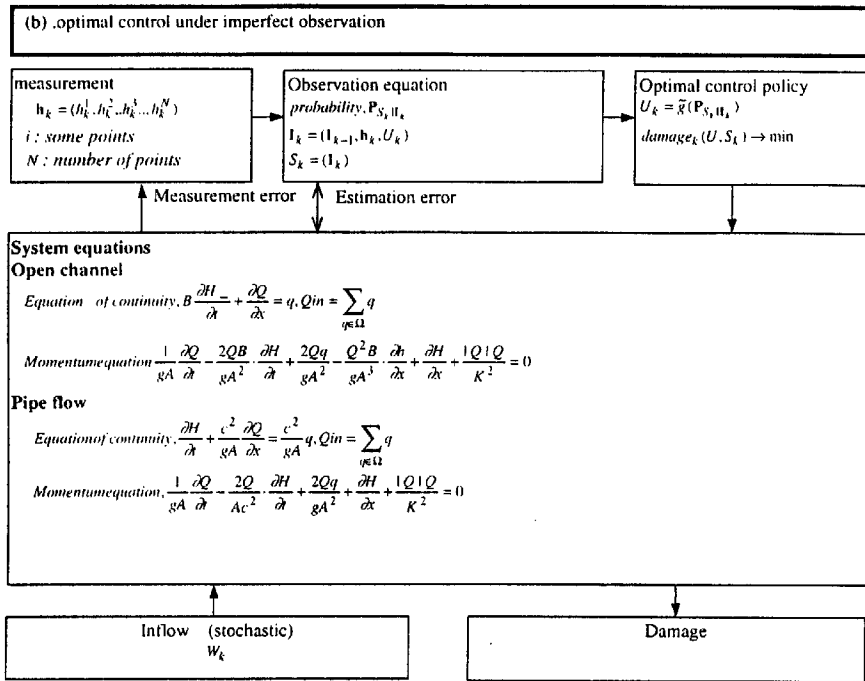


Fig. 4(b). Pump operation system under several monitoring systems

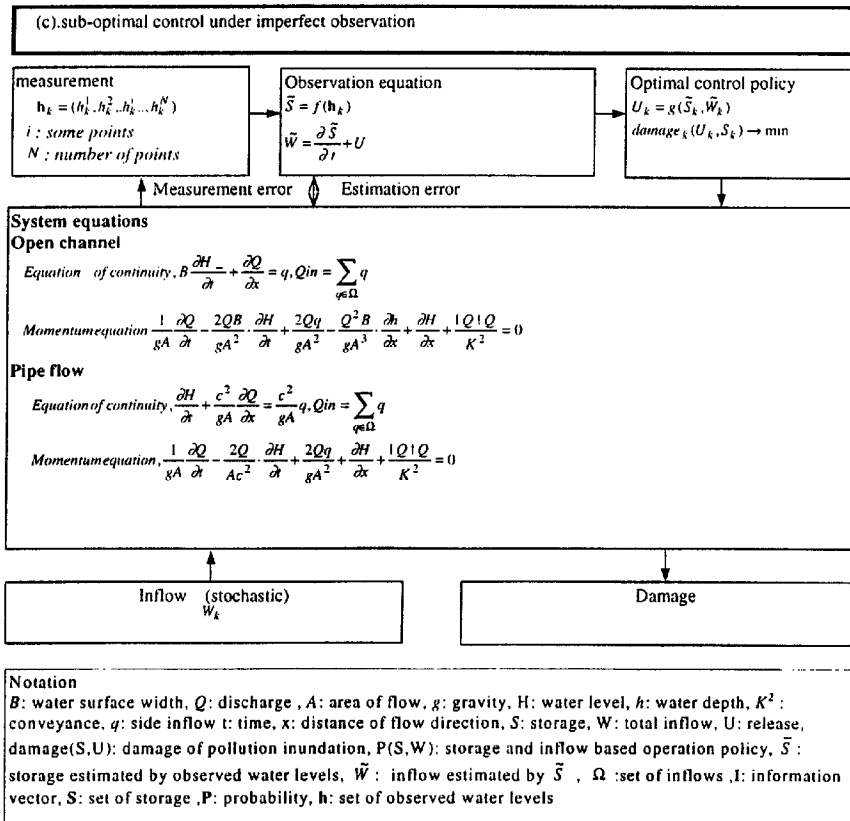


Fig. 4(c). Pump operation system under several monitoring systems

## 5. 部分観測下でのポンプルールの設計

### 5.1. 基本モデルの定式化

内水排除の制御は先に述べたように部分観測問題の d タイプ、すなわち、「一部の計測が誤差無しで行われ、これを用いて全体の状態量を推定する際にのみ誤差が生じる場合」として考える。このような問題を考えるために、まず Fig. 5 に示す 2 段タンクの場合の最適制御問題を考え、情報の不完全性と最適制御の関係について分析する。

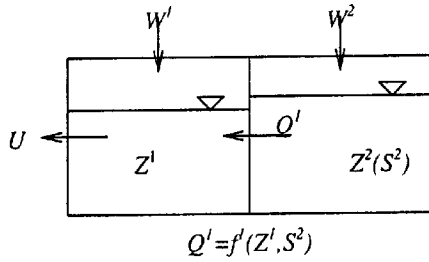


Fig. 5 Basic model under partially observed information

内水排除施設内の水理解析は放水路を細かいメッシュに分割した不定流解析手法により行われるのが一般的であるが、ここではそのメッシュ分割の最も簡単なケースとして放水路を 2 分割した場合について考える。このような分割において部分観測下での最適制御問題の定式化が可能であれば、放水路をより細かく分割した水理解析においても最適制御問題の本質は基本的には変わらないと考えられるため、定式化が可能であると考えられる。

下段のタンクを 1、上段のタンクを 2 として、下段のタンクの貯水量のみ観測可能と考える。下段のタンクの貯水量を  $Z^1$ 、上段のタンクの貯水量を  $S^2$  とし、さらに下流、上流タンクへの流入量をそれぞれ  $W^1, W^2$  とする。ここで  $W^1$  および  $W^2$  は長期間の水文観測資料よりその生起確率が分かっており、それは VAR(1) で表されるとする。その生起確率を以下のように定義する。

$$\begin{aligned} \Pr(W_k^1 = w_k^1, W_k^2 = w_k^2, W_{k-1}^1 = w_{k-1}^1, W_{k-1}^2 = w_{k-1}^2) \\ = \theta(w_k^1, w_k^2, w_{k-1}^1, w_{k-1}^2) \end{aligned} \quad (6)$$

また、タンク 1, 2 の間を流れる流量  $Q^1$  は簡単に下流と上流の貯水量の関数  $f^1(Z^1, S^2)$  で表されるものとする。このモデル化に際しては不定流解析で用いら

れるような陽解法を用いれば 1 次精度の近似ではあるが  $f^1(Z^1, S^2)$  の形で表されるため、この関数は水理学で用いられる流れの解析の場合も同じように記述できる。さらに放流は下段のタンクから行われその量を  $U$  とおく。

この場合  $k+1$  期のシステム方程式は以下の式で表される。

$$\begin{aligned} \text{タンク 1 } Z_{k+1}^1 &= Z_k^1 + W_k^1 + f^1(Z_k^1, S_k^2) - U_k \\ \text{タンク 2 } S_{k+1}^2 &= S_k^2 + W_k^2 - f^1(Z_k^1, S_k^2) \end{aligned} \quad (7)$$

これらの中で、未知数は  $Z_{k+1}^1, S_{k+1}^2, S_k^2$  の 3 つであり、式は二つであるからこのままではこれらの生起確率を求めることができない。そこで、さらに 1 期前の情報とシステム方程式を追加して考える。すなわち、

$$\begin{aligned} \text{タンク 1 } Z_k^1 &= Z_{k-1}^1 + W_{k-1}^1 + f^1(Z_{k-1}^1, S_{k-1}^2) - U_{k-1} \\ \text{タンク 2 } S_k^2 &= S_{k-1}^2 + W_{k-1}^2 - f^1(Z_{k-1}^1, S_{k-1}^2) \end{aligned} \quad (8)$$

これによって未知数は  $S_{k-1}^2$  の 1 個が増加するのに対して、式は 2 つ追加されるから 4 個の未知数の確率が定義できることになる。これを以下のように表す。

$$\begin{aligned} \Pr(Z_{k+1}^1 = z_{k+1}^1, S_{k+1}^2 = s_{k+1}^2, S_k^2 = s_k^2, S_{k-1}^2 = s_{k-1}^2) \\ | Z_k^1 = z_k^1, Z_{k-1}^1 = z_{k-1}^1, U_{k-1} = u_{k-1}, U_k = u_k) \\ \equiv P(z_{k+1}^1, s_{k+1}^2, s_k^2, s_{k-1}^2 | z_k^1, u_{k-1}, u_k) \\ \equiv P(z_k^1 + w_k^1 + f^1(z_k^1, s_k^2) - u_k, s_k^2 + w_k^2 - f^1(z_k^1, s_k^2), \\ s_{k-1}^2 + w_{k-1}^2 - f^1(z_{k-1}^1, s_{k-1}^2), s_{k-1}^2 | z_k^1, z_{k-1}^1, u_{k-1}, u_k) \end{aligned} \quad (9)$$

ここで最下段の  $s_{k-1}^2$  は (8) 式上段の式を  $s_{k-1}^2$  について解いた式を代入する。この確率は  $\theta(w_{k+1}^1, w_{k+1}^2, w_k^1, w_k^2)$  を用いて次のように表現できる。

$$\begin{aligned} P(z_{k+1}^1, s_{k+1}^2, s_k^2, s_{k-1}^2 | z_k^1, u_{k-1}, u_k) \\ = \theta(z_{k+1}^1 - z_k^1 - f^1(z_k^1, s_k^2) + u_k, \\ s_{k+1}^2 - s_k^2 + f^1(z_k^1, s_k^2), \\ z_k^1 - z_{k-1}^1 - f^1(z_{k-1}^1, s_{k-1}^2) + u_{k-1}, \\ s_k^2 - s_{k-1}^2 + f^1(z_{k-1}^1, s_{k-1}^2)) \end{aligned} \quad (10)$$

この表現を用いて、コントロール  $u_k$  のもとでタンク 1 の貯水量  $z_{k+1}^1$  が観測される確率および、タンク 2 の貯水量  $s_k^2$  である確率は以下のように定義できる。

$$\begin{aligned} R(z_{k+1}^1 | z_k^1, z_{k-1}^1, u_{k-1}, u_k) = \\ \sum_{s_{k+1}^2} \sum_{s_k^2} \sum_{s_{k-1}^2} P(z_{k+1}^1, z_{k+1}^2, s_k^2, s_{k-1}^2 | z_k^1, z_{k-1}^1, u_k, u_{k-1}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$Q(s_k^2 | z_k^1, z_{k-1}^1, u_{k-1}, u_k) = \sum_{z_{k+1}^1} \sum_{s_{k+1}^2} \sum_{s_k^2} P(z_{k+1}^1, s_{k+1}^2, s_k^2, s_{k-1}^2 | z_k^1, z_{k-1}^1, u_k, u_{k-1}) \quad (12)$$

これより最適制御問題は確率 DP を用いて以下のよう  
に定式化できる。

$$V_k(z_k^1, z_{k-1}^1, u_{k-1}) = \min_{0 \leq u_k \leq U_{\max}} \left[ \sum_{s_k^2} g(z_k^1, s_k^2, u_k) \cdot Q(s_k^2 | z_k^1, z_{k-1}^1, u_{k-1}, u_k) + \beta \cdot \sum_{z_{k+1}^1} V_{k+1}(z_{k+1}^1, z_k^1, u_k) \cdot R(z_{k+1}^1 | z_k^1, z_{k-1}^1, u_{k-1}, u_k) \right] \quad (13)$$

ここで  $U_{\max} = \min\{U_{cap}, z_k^1 + f^1(z_{k-1}^1, s_{k-1}^2)\}$  で、ポン  
プの放流能力  $U_{cap}$  と貯水量と流入量から逆算できる  
放流可能量を比較した小さい方の値である。

である。また、 $g(z_k^1, s_k^2, u_k)$  は貯水量が  $z_k^1$  および  $s_k^2$   
のときの浸水被害と放流量  $u_k$  のときの河川の汚染被  
害の合計を表す。式 (13) の右辺第 1 項は情報  
 $z_k^1, z_{k-1}^1, u_{k-1}$  のもとでコントロール  $u_k$  を実行した場合  
の  $k$  期の被害期待値を表し、第 2 項は同様な条件のも  
とで観測値  $z_{k+1}^1$  が観測される (これはシステムより  
決定される) 場合の  $k+1$  期の最小の累積被害期待値  
を示す。右辺第 1 項と第 2 項の割引率  $\beta$  によって割  
り引かれた値の合計が最小となるよう  $u_k$  を選択して  
いくことで最適制御ルール  $\mu(z_k^1, z_{k-1}^1, u_{k-1})$  が設計さ  
れる。

このような定式化により、最適コントロールは観  
測情報  $z_k^1, z_{k-1}^1$  およびコントロール  $u_{k-1}$  という現在  
と過去 1 期前の情報に対してマッピングされることにな  
る。すなわち有限の観測情報に最適制御ルールがマ  
ッピング可能である。

## 5.2. 一般モデルの定式化

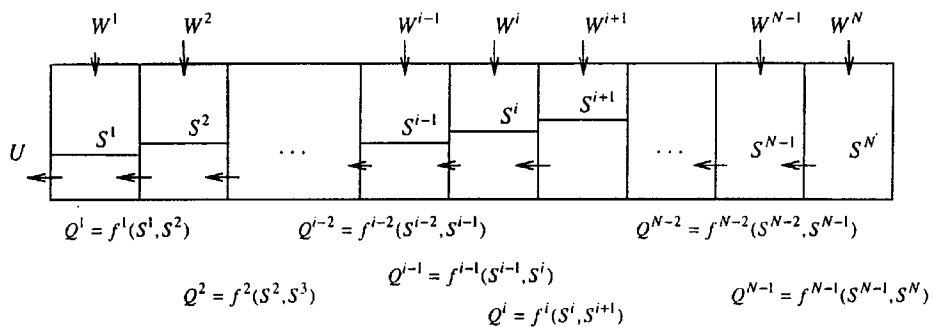


Fig. 6 Multi tanks model

さらに、 $N$  段のタンクが連続する場合を考える。  
この場合、記号は Fig. 6 のように定義する。

この場合システム方程式は以下の通りで  $k+1$  期に  
対して  $N$  個が定義できる。

$$\begin{aligned} S_{k+1}^1 &= S_k^1 + W_k^1 - U_k^1 + f^1(S_k^1, S_k^2) \\ &\vdots \\ S_{k+1}^i &= S_k^i + W_k^i - f^{i-1}(S_{k-1}^{i-1}, S_k^i) + f^i(S_k^i, S_k^{i+1}) \\ &\vdots \\ S_{k+1}^N &= S_k^N + W_k^N - f^{N-1}(S_k^{N-1}, S_k^N) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで水位計を用いてタンク 1 の貯水量のみ計測  
する場合を考える。この場合、未知数 (確率分布が不  
明) は  $k+1$  期の貯水量全ての  $N$  個と計測していな  
い地点の貯水量  $N-1$  個の合計  $2 \cdot N-1$  個である。  
したがって式は  $N-1$  個が不足する。そのため過去に  
さかのぼって情報を利用することが必要になる。ここ  
で 1 期前のシステム方程式を追加すれば以下の通りで  
ある。

$$\begin{aligned} S_k^1 &= S_{k-1}^1 + W_{k-1}^1 - U_{k-1}^1 + f^1(S_{k-1}^1, S_{k-1}^2) \\ &\vdots \\ S_k^i &= S_{k-1}^i + W_{k-1}^i - f^{i-1}(S_{k-1}^{i-1}, S_{k-1}^i) + f^i(S_{k-1}^i, S_{k-1}^{i+1}) \\ &\vdots \\ S_k^N &= S_{k-1}^N + W_{k-1}^N - f^{N-1}(S_{k-1}^{N-1}, S_{k-1}^N) \end{aligned} \quad (15)$$

この場合、観測地点以外の地点の貯水量が未知数とし  
て増加するため  $N-1$  個の未知数の増加に対して式が  
 $N$  個増加となる。このため観測地点が 1 の場合は 1  
期前までさかのぼれば 1 個の未知数の減少が可能とな  
る。すなわち、全ての非観測地点の確率を得るために  
は  $N-1$  期前までさかのぼったシステム方程式を用い  
れば良い。



さらに観測地点が  $M$  の場合は 1 期前のシステム方程式を追加すれば式が  $N$  増加するのに対して未知数は  $N - M$  の増加である。したがってこの場合は以下の  $L$  以上のシステム方程式を用いれば良い。

$$L \geq \frac{N}{M} - 1, L \text{ は整数} \quad (16)$$

このように、最適制御は有限期間の過去の情報に対するコントロールのマッピングであり、たとえ無限期間の問題であっても有限個の情報に対する最適制御が定義できることになる。

以上の関係を用いて  $N$  個のタンクから構成される放水路に対して  $M$  観測可能な場合の最適制御システムは確率 DP を用いて次のように定義できる。

まず、有限の観測によって得られる情報をベクトルで以下のように表す。

$$\tilde{\mathbf{I}}^k = (\mathbf{Z}^{k-1}, \mathbf{Z}^{k-2}, \dots, \mathbf{Z}^{k-L}, \mathbf{U}^{k-1}, \mathbf{U}^{k-2}, \dots, \mathbf{U}^{k-L}) \quad (17)$$

ここで  $\tilde{\mathbf{I}}^k$  は  $k$  期のインフォメーションベクトル、 $\mathbf{Z}$  は貯水量の中の観測可能な貯水量の集合を、 $L$  は最適制御マッピングするための観測情報の過去にさかのぼる数を表す。

観測可能な貯水量の集合を  $\mathbf{Z}$  とおいて各貯水量を  $\mathbf{Z}^j$  ( $\mathbf{Z}^j \in \mathbf{Z}$ ) で表す。また、観測不可能な貯水量の集合を  $\mathbf{S}$  とおいてその貯水量を  $\mathbf{S}^i$  ( $\mathbf{S}^i \in \mathbf{S}$ ) で表す。なお、観測可能な地点数は  $M$ 、観測不可能な地点数は  $N$  であり、 $M + N$  は放水路の全分割メッシュ数である。

これらの記号を用いて最適制御問題を解くために必要となる同時生起確率分布を以下のように定義する。

$$\Pr(\mathbf{S}_{k+1} = \mathbf{s}_{k+1}, \mathbf{S}_k = \mathbf{s}_k, \dots, \mathbf{S}_{k-L} = \mathbf{s}_{k-L} | \tilde{\mathbf{I}}^k = \tilde{\mathbf{i}}_k, \mathbf{U}_k = \mathbf{u}_k) \quad (17)$$

式(17)は流入量の集合  $\mathbf{W}_{k+1}, \mathbf{W}_k, \dots, \mathbf{W}_{k-L}$  の同時生起確率が定義されていれば式(9)、(10)と同様にシステム方程式から決定される。

この確率を用いて最適制御システムは以下のように定義できる。

$$V_k(\tilde{\mathbf{i}}_k) = \min_{0 \leq u_k \leq u_{\max}} \left[ \sum_{\mathbf{s}_k} \{g(\mathbf{s}_k, \mathbf{z}_k, \mathbf{u}_k) \cdot Q(\mathbf{s}_k | \tilde{\mathbf{i}}_k, \mathbf{u}_k)\} + \beta \cdot \sum_{\mathbf{z}_{k+1}} \{V_{k+1}(\tilde{\mathbf{i}}_{k+1}) \cdot R(\mathbf{z}_{k+1} | \tilde{\mathbf{i}}_k, \mathbf{u}_k)\} \right] \quad (18)$$

$$Q(\mathbf{s}_k | \tilde{\mathbf{i}}_k, \mathbf{u}_k) = \sum_{\mathbf{a}_k / \mathbf{s}_k} P(\mathbf{a}_k | \tilde{\mathbf{i}}_k, \mathbf{u}_k) \quad (20)$$

$$R(\mathbf{z}_{k+1} | \tilde{\mathbf{i}}_k, \mathbf{u}_k) = \sum_{\mathbf{a}_k / \mathbf{z}_{k+1}} P(\mathbf{a}_k | \tilde{\mathbf{i}}_k, \mathbf{u}_k) \quad (19)$$

ここで  $\mathbf{a}_k$  は未知変数の集合で

$\mathbf{a}_k = \{\mathbf{z}_{k+1}, \mathbf{s}_{k+1}, \mathbf{s}_k, \dots, \mathbf{s}_{k-L}\}$ 。また  $\mathbf{a}/\mathbf{b}$  は集合  $\mathbf{a}$  の中から  $\mathbf{b}$  を除いた集合で  $\mathbf{a}/\mathbf{s}_k$  は  $\mathbf{a} = \{\mathbf{a}/\mathbf{s}_k, \mathbf{s}_k\}$  を満たす。

以上のように複数タンク、すなわちメッシュを多くきつた場合においても最適制御ルールは有限の観測情報にマッピングできる。

## 6. 結論および今後の課題

本研究では、内水排除問題を対象として部分観測情報下においても、有限の観測情報に対して最適コントロールがマッピングされ、ルールの作成が可能であることを示した。この考えは放水路内の流量を規定する関数  $f^i(\mathbf{S}^i, \mathbf{S}^{i+1})$  が運動量保存の式を 1 次精度の陽解法で近似するスタグガードスキームで近似した場合にも適用可能であると考えられ、このルールは水の流れを扱う放水路の最適制御問題を考える上で重要な情報を提示するものと考えられる。例えば、観測システムの性能評価や放流能力の決定が、観測システムの性能と合わせて行えるなどが考えられる。

しかしながら、実際の問題への適用には情報ベクトル  $\tilde{\mathbf{i}}_k$  が多く、計算のための組み合わせ数が膨大になり、確保すべきメモリの量や計算速度は現実的ではなくなる。また、上記のように時間的に離散的な問題として捕らえた場合は、通常の 1 次精度の差分による陽解法で用いられる計算の安定条件を満たす程度の  $\Delta t$  での積分が必要であり、この時間間隔とコントロールの時間間隔は一致しない。この場合は先に示したシステムをコントロールの期間について安定条件を満たす時間間隔で積分する関数として取り扱う等の工夫が必要がある。さらに、状態量(貯水量や流量)を離散的に扱うため、これに伴う誤差が精度上許容できる範囲で分割する必要がある。この場合、貯水量の大規模な施設ほど離散化の分割数が多くなり計算時間の増大を増すことになる。

本稿で提案したモデルをより現実的で複雑なものに対して適用するためにはメモリを節約し、高速演算が可能な何らかの近似計算法の開発(バンドマトリクスの利用等)が必要と考えられる。今後は以上の考え方を実際の放水路に適用し、数値実験を行い、部分観測下での最適制御ルールの効果や特性について分析を行うと共に、実際の計算可能性等について研究を行う予定である。

## 参考文献

- 蔵重俊夫・田中成尚(1992)：大規模下水道による内水排除施設運用計画に関する一考察, 環境工学研究論文集, Vol.29, pp. 47-57.
- 八木・金子(1989)：ファジィ理論を用いた合流式下水道のポンプ制御, 下水道協会誌, vol. 26, No.303, pp. 71-80.
- 高棹琢馬・椎葉充晴・堀智晴・佐々木秀紀(1990)：協調問題解決型洪水制御支援環境の設計, 土木学会水工論文集, vol. 34, pp. 589-594
- 小尻・藤井(1990)：知識ベースを用いたファジィ貯水池操作に関する研究, 水工学論文集, vol.34, pp.601-606.
- 八木(1996)：合流式下水道ポンプ場におけるファジィ制御ルールの学習に対する遺伝アルゴリズムの適用, ファジィシステムシンポジウム講演論文集, vol. 12, pp. 837-840.
- Dimitri, P. Bertsekas (1995): Dynamic programming and optimal control vol. 1. MIT Press.
- Harmangioglu, N. B., Alpaslan, N. and Singh, V. P. (1994): Assessment of the entropy principle as applied to water quality monitoring network design, in K. W. Hipel and L. Fang (eds.) "Stochastic and statistical methods in hydrology and environmental engineering" Vol.3, Kluwer, 135-148.
- J-T, Kuo, G-P, Hwang and B. C. Yen, (1991): Optimal design for storm sewer system with pumping station, Water Res. Plann. Man., vol.117, 11-27.
- Kurashige, T. and N. Tanaka (1994): Expert system for inner basin drainage, in K. W. Hipel and L. Fang (eds.) "Stochastic and statistical methods in hydrology and environmental engineering", Vol.4, Kluwer, 309-320
- Ormsbee, L. E. (1989): Methodology for improving pump operation efficiency, Water Res. Plann. Man. Vol.115, No. 2, 148-164.
- P. C. Tan, K. P. Dabke and R. G. Mein (1988), Modelling and control of sewer flow for reduced cost operation of a sewerage pumping station, IEEE Trans. Syst. Man. Cybern., vol.18, No.5, 807-813
- Price, R. K. 1997. Monitoring and modeling in urban drainage, Water sci. technol. Vol.36, No.8/9, 283-287.
- Song, C. C. S, Cardle, J. A and Leung, K. S. (1983): Transit Mixed Flow Models for Storm Sewer, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.109, No.11, 1487-1503.
- Tan, P. C. ,Dabke, K. P. and Mein, R. G. (1988): Modeling and control of sewer flow for reduced cost operation of a sewerage pumping station, IEEE Trans. Sys. Man. Cyb. Vol.18, No.5, 807-813.
- Yacv, Y. Haimes (1981): Risk benefit analysis in water resources planning and management, Plenum Pub Corp.

## An Optimal Operation Model of an Urban Drainage System under Imperfect State

Naruhisa TANAKA\*, Hirokazu TATANO\*\* and Norio OKADA\*\*

\*Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, Nihon Suido Consultants Co., LTD.

### Synopsis

Major issues of urban drainage are to cope with flooding caused by torrential downpour and water pollution caused by washing load from non-point sources. To reduce the damage, pump operation has key roles. To obtain the optimal policy of such operation, many types of optimization method has been proposed. Most of models assume the state variables are perfectly observable. However, for actual operation, these facilities should be controlled under imperfect information. This paper shows that formulation of the optimal control under imperfect (partially observed) information by using a SDP model. And we shows that the optimal control policy can be a function of finite observable information.

**Keywords:** Inner-Basin Drainage, Optimal Control, Stochastic DP