京都大学防災研究所年報　第42号　B-2　平成11年4月
Annuals of Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., No. 42 B-2, 1999

安全性診断を考慮した木造家屋の更新システムに関するモデル分析

榊原　弘之*・岡田　憲夫・土屋　哲**

*山口大学工学部社会建設工学科
**京都大学大学院工学研究科

要旨

阪神・淡路大震災における主な死亡原因の一つとして，老朽木造家屋の倒壊が挙げられる。震災以降，老朽家屋の更新（修繕）の促進を目的として，自治体による安全性診断の補助制度が導入されている。本研究では木造家屋を所有かつ居住する者の家屋更新に関する意思決定モデルを構築し，安全性診断が意思決定に及ぼす影響について分析する。さらに政府による補助政策が所有者の意思決定に与える影響についても分析を行う。

キーワード: 家屋更新, 安全性診断, 意思決定モデル，補助政策

1.　はじめに

阪神・淡路大震災による被害は様々な方面にまで及んだが，そのうちでも木造家屋の半壊や倒壊とそれに伴う二次，三次災害の発生による被害は最も顕著な例のひとつであろう。耐震対策が不十分であった家屋が地震外力に耐えうることができずに半壊，倒壊した。それとともに人々が家屋内でまだ眠っている時間帯に地震が発生したために，倒壊する家屋の下敷きとなって多くの人々が亡くなるという悲惨な結果を招いた。全半壊した家屋の 7，8 割が木造家屋であり，その特性を調べていくと，死亡者の住んでいた家屋形態には長屋や共同低層家屋が多いこと，伝統構法の古い家屋に被害が多いことなどがあげられる。総じて築後年数の古い家屋に被害が多いことは木造老朽家屋の耐震性を改善していく上での大きな課題であるといえよう。

一般に，建物を設計するとき地震に対して安全に設計することを耐震設計と言い，耐震設計のもとになる基準を耐震基準と言う。我が国の建築物の耐震基準は，過去の地震を教訓に何度も改正されている。耐震規定が初めて設けられたのは 1923 年に起こった関東大震災の後であり，その後部分的な改正が行われてきた。そして 1980 年に建築基準法施工令の構造規定が大改正されて翌年に施行され，この新しい基準（新耐震設計法）が現在適用されている現行の耐震基準となっている。新耐震基準は，建物の耐用年限内に一度は遭遇する可能性のある大地震に対して崩壊までには至らないように設計する最低基準として，施行以降すべての新築の建物に適用が義務付けられている。しかし，家屋の建替えは数十年という長い時間単位でなされるため，最新の耐震基準が適用され始めてから 20 年も経っていない現時点においては旧基準の下で建てられた家屋が未だ多く残存している。そこで，旧基準に準拠した家屋についても安全性を調査し，必要ならば更新等の措置をとることが必要となる。

既存の建物の地震に対する安全性を明らかにする手段として，安全性診断制度がある。本研究では，安全性診断が提供する情報の価値に着目し，それが個々の世帯における家屋の更新（改築）に関する意思決定とどのように関わっているかについて基礎的な分析モデルを提示する。すなわち更新の是非やそれを決める上での耐震診断の利用に関して家屋の所有者が合理的な意思決定をする状況を想定し，その意思決定の行動メカニズムを数学的にモデル化する。次に政府によって実施される可能性のあるいくつかの補助政策の妥当性を比較検討することにより，社会全体の効用を高めるためにとるべき政策について基礎的な知見を得ることを目的とする。

2. 家屋所有者の効用

2.1 家屋の質の時間的遷移

家屋の質は，居住性と安全性の 2 種類から成るとする。ここでは居住性とは平常時における所有者の効用を決定する要因を指す。一方安全性は，災害発生後の家屋の状態（倒壊・非倒壊）を決定付ける要因を意味する。

居住性，安全性はともに時間の経過につれて劣化してゆく。本論文では，居住性は時間に対する決定変数，安全性は確率変数としている。また所有者は居住性については完全な情報を得ることができるが，安全性については診断を実施しなければ知ることができないものとする。Table1 は以上を整理したものである。

次に時間軸に関する変数の定義を行う。時刻を t で表し，意思決定の時点を $t = 0$ とする。$t = 0$ における老朽木造家屋の所有者兼所有者の余命を T とする。また家屋の履歴（完成後の経過時間）を h とする。つまり当該家屋は $t = -h$ において建設されたことになる。

経年劣化に伴い，居住性は Fig.1 に示すように指数的に低下するとする。その結果，（家屋が災害で倒壊していない場合）時刻 t における居住性 $q(t)$ は次式で表される。

$$q(t) = e^{-\alpha(h+t)} \tag{1}$$

ここで α はそれぞれ居住性の低下パラメータ及び時間割引率である。

安全性の質に関しては，「良」，及び「不良」の 2 種類が存在し，時間の経過とともに次第に「良」から「不良」へと遷移するものとする。平常時においては安全性の「良」，「不良」の違いが居住性に影響を及ぼすことはないが，地震発生時に「不良」であった家屋は必ず倒壊してしまうものとする。また微小時間経過後に「良」から「不良」へと遷移する確率を π とし，地震が γ の指数分布に従うとする。t において家屋の状態が「良」，「不良」及び「倒壊」である確率をそれぞれ $P_g(t), P_b(t), P_d(t)$ とすると，以下の微分方程式が成立する。

$$\frac{dP_g(t)}{dt} = -\pi P_g(t) \tag{2}$$

$$\frac{dP_b(t)}{dt} = \pi P_g(t) - \gamma P_b(t) \tag{3}$$

$$\frac{dP_d(t)}{dt} = \gamma P_b(t) \tag{4}$$

Fig.2 は「良(g)」，「不良(b)」，「倒壊(d)」という 3 つの状態間の遷移図である。

Table1 Properties of Housing in the Model

Amenity	Safety
Deterministic	Probabilistic
Perfect Information	Imperfect Information

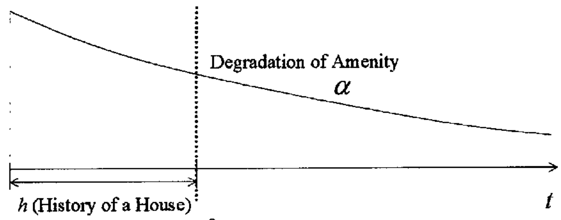

Fig.1 Degradation of Amenity

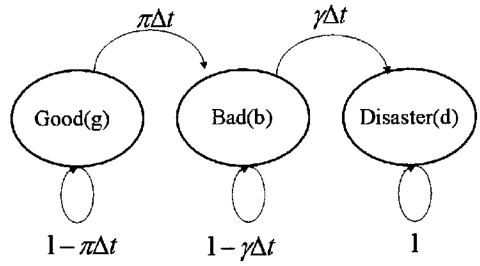

Fig.2 Transition between States

家屋の状態が「良」であることが明らかな時点から時間 s が経過した時点における家屋の状態が「良」，「不良」及び「倒壊」である確率 $P_{gg}(s), P_{gb}(s), P_{gd}(s)$ は，微分方程式(2), (3), (4)式を解くことにより以下のように導かれる。

$$P_{gg}(s) = e^{-\pi s}$$

$$P_{gb}(s) = \frac{\pi(e^{-\gamma s} - e^{-\pi s})}{\pi - \gamma}$$

$$P_{gd}(s) = 1 - \frac{\pi e^{-\gamma s} - \gamma e^{-\pi s}}{\pi - \gamma} \tag{5}$$

また家屋の状態が「不良」であることが明らかな時点から時間 s 経過した時点における家屋の状態が「良」，「不良」及び「倒壊」である確率 $P_{bg}(s), P_{bb}(s), P_{bd}(s)$ についても同様に

$$P_{bg}(s) = 0$$

$$P_{bb}(s) = e^{-\gamma s}$$

$$P_{bd}(s) = 1 - e^{-\gamma s} \tag{6}$$

となる。

家屋修繕に関する意思決定を行う際には通常家

屋は倒壊に至っていないため，実際の意思決定時点(t=0)において家屋の状態が「良」，「不良」である確率$\widetilde{P}_g,\widetilde{P}_b$は

$$\widetilde{P}_g=\frac{P_{gg}(h)}{P_{gg}(h)+P_{gb}(h)}=\frac{e^{-\pi h}}{\{\frac{\pi e^{-\gamma h}-\gamma e^{-\pi t}}{\pi-\gamma}\}}=\frac{(\pi-\gamma)e^{-\pi h}}{\pi e^{-\gamma h}-\gamma e^{-\pi h}} \tag{7}$$

$$\widetilde{P}_b=\frac{P_{gb}(h)}{P_{gg}(h)+P_{gb}(h)}=\frac{\frac{\pi(e^{-\gamma h}-e^{-\pi h})}{\pi-\gamma}}{\{\frac{\pi e^{-\gamma h}-\gamma e^{-\pi h}}{\pi-\gamma}\}}=\frac{\pi(e^{-\gamma h}-e^{-\pi h})}{\pi e^{-\gamma h}-\gamma e^{-\pi h}} \tag{8}$$

以上により$t(t\geq 0)$における各状態の確率$P_g(t),P_b(t),P_d(t)$は

$$P_g(t)=\widetilde{P}_gP_{gg}(t)=\frac{(\pi-\gamma)e^{-\pi h}}{\pi e^{-\gamma h}-\gamma e^{-\pi h}}e^{-\pi t}$$

$$P_b(t)=\widetilde{P}_gP_{gb}(t)+\widetilde{P}_bP_{bb}(t)=\frac{(\pi-\gamma)e^{-\pi h}}{\pi e^{-\gamma h}-\gamma e^{-\pi h}}\frac{\pi(e^{-\gamma t}-e^{-\pi t})}{\pi-\gamma}+\frac{\pi(e^{-\gamma h}-e^{-\pi h})}{\pi e^{-\gamma h}-\gamma e^{-\pi h}}e^{-\gamma t}$$

$$P_d(t)=\widetilde{P}_gP_{gd}(t)+\widetilde{P}_bP_{bd}(t)=\frac{(\pi-\gamma)e^{-\pi h}}{\pi e^{-\gamma h}-\gamma e^{-\pi h}}\left\{1-\frac{\pi e^{-\gamma(t+h)}-\gamma e^{-\pi(t+h)}}{\pi-\gamma}\right\}+\frac{\pi(e^{-\gamma h}-e^{-\pi h})}{\pi e^{-\gamma h}-\gamma e^{-\pi h}}(1-e^{-\gamma t}) \tag{9}$$

2.2　所有者の効用の定義

所有者が時刻tにおいて得る効用は，そのときの家屋の質と所得に依存する。家屋が災害で倒壊していない場合，時刻tにおける所有者の準線形間接効用関数を以下のように仮定する。

$$u(t)=y(t)+v(t) \tag{10}$$

$y(t)$は時刻tにおける所有者の所得を意味する。一方，$v(t)$は家屋の居住性$q(t)$に依存して決定される項である。以下ではこれを部分効用と呼ぶこととする。$v(t)$の意思決定時点($t=0$)における現在価値は次式で表される。

$$v(t)=B_0q(t)e^{-\beta t}=B_0e^{-\alpha(h+t)-\beta t} \tag{11}$$

t以前において家屋が倒壊していない限り，部分効用$v(t)$を得ることができるため，所有者の生涯部分効用の期待値は以下のように定式化される。

$$B(T,h,-h\mid g)=\int_{t=0}^{T}\{P_g(t)+P_b(t)\}v(t)dt \tag{12}$$

ここで$B(T,-h,-h\mid g)$は，$t=0$において余命Tの所有者が，履歴hの家屋を修繕することなく，また完成時($t=-h$)の情報のみで（安全性診断を受けずに），居住しつづけた場合の期待生涯効用を意味する。

一方本研究では家屋の更新を以下のように定義する。

定義1　家屋の更新

居住性と安全性の両面において新築時($h=0$)と同様の状態に変化させる行為を家屋の更新として定義する。

$t=0$において家屋の更新が実施された場合，$t=0$移行における居住性及び安全性は以下のように表される。

$$q(t)=e^{-\alpha t}\quad(\alpha\geq 0,t\geq 0) \tag{13}$$

$$P_g(t)=e^{-\pi t}$$

$$P_b(t)=\frac{\pi(e^{-\gamma t}-e^{-\pi t})}{\pi-\gamma}$$

$$P_d(t)=1-\frac{\pi e^{-\gamma t}-\gamma e^{-\pi t}}{\pi-\gamma}\quad(t\geq 0) \tag{14}$$

また家屋の更新には費用C_Rを要するものとする。

次に家屋の安全性診断を以下のように　定義する。

定義2　家屋の安全性診断

倒壊していない家屋について，現時点における安全性が「良」，「不良」いずれであるかを確定する行為を家屋の安全性診断と呼ぶ。

実際の安全性診断においては，検査の精密性に応じた複数段階の診断手法が存在し，信頼度もそれぞれ異なる。しかし本論文における安全性診断では常に正しい結果が得られるものとしている。

安全性診断で「良」，「不良」いずれの結果となっても，t ($t\geq 0$)における居住性$q(t)$は変わらない。一方安全性に関しては以下のような差違が生じる。

診断結果が「良」の場合：

$$P_g(t)=e^{-\pi t}$$

$$P_b(t) = \frac{\pi(e^{-\gamma t} - e^{-\pi t})}{\pi - \gamma}$$

$$P_d(t) = 1 - \frac{\pi e^{-\gamma t} - \gamma e^{-\pi t}}{\pi - \gamma} \qquad (t \geq 0) \qquad (15)$$

診断結果が「不良」の場合：

$$P_g(t) = 0$$

$$P_b(t) = e^{-\gamma t}$$

$$P_d(t) = 1 - e^{-\gamma t} \qquad (t \geq 0) \qquad (16)$$

3. 家屋更新と安全性診断に関する意思決定の分析

3.1 家屋更新に関する意思決定

家屋更新に関する意思決定は，Fig.3 に示すような決定木で表される。まず所有者は安全性診断を受けるか否かを決定する。診断を受けた場合，「良」，「不良」いずれかの判定が下される。これは所有者の意思決定に依存しないチャンスノードである。最後に修繕するか否かを決定する。安全性診断を受けなかった場合も，修繕を選択することは可能である。家屋所有者の生涯部分効用の期待値は(1)−(16)式より以下のように表される。

家屋を更新した場合：

$$B(T,0,0 \mid g) = \int_{t=0}^{T} \{P_g(t) + P_b(t)\} v(t) dt$$
$$= \int_{t=0}^{T} B_0 \{e^{-\pi t} + \frac{\pi(e^{-\gamma t} - e^{-\pi t})}{\pi - \gamma}\} e^{-\alpha t - \beta t} dt \qquad (17)$$

診断結果が「良」で更新しない場合：

$$B(T,h,0 \mid g) = \int_{t=0}^{T} \{P_g(t) + P_b(t)\} v(t) dt$$
$$= \int_{t=0}^{T} B_0 \{e^{-\pi t} + \frac{\pi(e^{-\gamma t} - e^{-\pi t})}{\pi - \gamma}\} e^{-\alpha(t+h) - \beta t} dt \qquad (18)$$

診断結果が「不良」で更新しない場合：

$$B(T,h,0 \mid b) = \int_{t=0}^{T} \{P_g(t) + P_b(t)\} v(t) dt$$
$$= \int_{t=0}^{T} B_0 e^{-\gamma t} e^{-\alpha(t+h) - \beta t} dt \qquad (19)$$

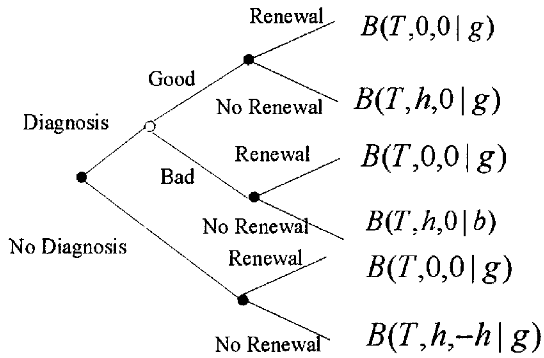

Fig.3 Decision Making Model on Housing Renewal

診断も更新も行わなかった場合：

$$B(T,h,-h \mid g) = \int_{t=0}^{T} \{P_g(t) + P_b(t)\} v(t) dt$$
$$= \int_{t=0}^{T} B_0 \{ \frac{(\pi - \gamma)e^{-\pi h}}{\pi e^{-\gamma h} - \gamma e^{-\pi h}} e^{-\pi t} + \frac{(\pi - \gamma)e^{-\pi h}}{\pi e^{-\gamma h} - \gamma e^{-\pi h}} \frac{\pi(e^{-\gamma t} - e^{-\pi t})}{\pi - \gamma} + \frac{\pi(e^{-\gamma h} - e^{-\pi h})}{\pi e^{-\gamma h} - \gamma e^{-\pi h}} e^{-\gamma t} \} e^{-\alpha(t+h) - \beta t} dt \qquad (20)$$

更新した場合の生涯部分効用の期待値は，更新前の状態に関わらず(17)式で表される。

ここで次の定理が成立する。証明は付録に譲る.

定理 1

生涯部分効用の期待値に関して，大小関係

$$B(T,h,0 \mid b) \leq B(T,h,-h \mid g) \leq B(T,h,0 \mid g) \leq B(T,0,0 \mid g)$$

が常に成立する。

更新の純価値は，更新したときの生涯部分効用の期待値の増加分と，更新費用との差として与えられる。従って各ケースについて次のようになる。

診断なし：

$$f_1(T,h) = B(T,0,0 \mid g) - B(T,h,-h \mid g) - C_R \qquad (21)$$

診断結果「良」：

$$f_2(T,h) = B(T,0,0 \mid g) - B(T,h,0 \mid g) - C_R \qquad (22)$$

診断結果「不良」

$$f_3(T,h) = B(T,0,0 \mid g) - B(T,h,0 \mid b) - C_R \qquad (23)$$

さらに次のことが明らかとなった。

定理 2

$f_1(T,h), f_2(T,h), f_3(T,h)$ は T,h に関して単調増加関数である。

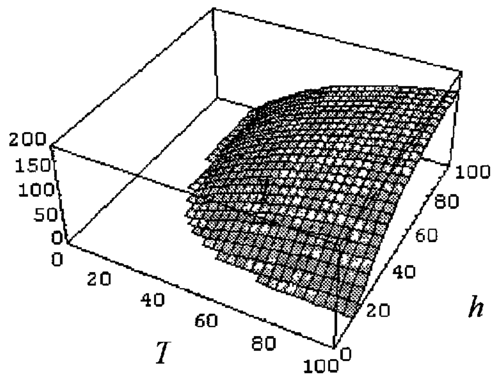

Fig.4　Net Value of Housing Renewal

定理 2 についても証明は付録に譲る。

Fig.4は更新の純価値が正となる領域を例示したものである。Tが小さい（高齢の）所有者ほど修繕の純価値が低いという傾向が見られる。また，hが大きい（家屋が老朽化している）所有者ほど更新の純価値は大きくなる。

更新の純便益が正であるとき，所有者は更新を選択する。定理 1 により，$f_2(T,h) \le f_1(T,h) \le f_3(T,h)$ の関係が常に成立するため，診断を受けなかった場合，診断結果が「良」の場合，診断結果が「不良」の場合において更新が実施される条件を T,h の領域内で図示すると，Fig.5 のようになる。各領域において所有者は以下のような意思決定を行う。

- $f_2(T,h) > 0$ の場合，安全性診断の有無に関わらず所有者は更新を実施する。すなわち余命が十分長く，家屋が十分老朽化している場合，必ず更新が実施される。
- $f_2(T,h) \le 0, f_1(T,h) > 0$ の場合，安全性診断によって「不良」と判断された場合は更新を実施し，「良」と判断された場合は更新を実施しない。安全性診断を実施しなかった場合は更新を実施する。
- $f_1(T,h) \le 0, f_3(T,h) > 0$ の場合，安全性診断によって「不良」と判断された場合は更新を実施し，「良」と判断された場合は更新を実施しない。安全性診断を実施しなかった場合は更新を実施しない。
- $f_3(T,h) \le 0$ の場合，安全性診断の有無に関わらず所有者は更新を実施しない。高齢で，家屋が比較的新しい所有者は常に更新を実施しない。

以上より，本モデルにおいては，所有者の余命，家屋の履歴と更新の意思決定の間の関係について以上のことが明らかとなった。

- 高齢者ほど更新のインセンティブが低い。
- 老朽化した家屋の所有者ほど更新のインセンティブが高い。

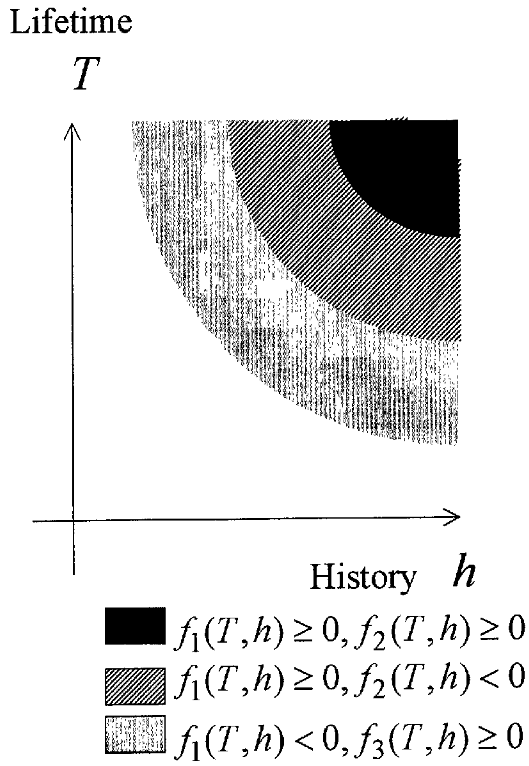

Fig.5　Relationship between Lifetime T, History h and Decision on Renewal

これらの結果は家屋更新に関する意思決定の実態にも概ね合致したものと考えられる。また，安全性診断の有無が更新に関する意思決定に影響を与えていることが明らかとなった。

3.2　安全性診断に関する意思決定

次に安全性診断を受けるか否かの意思決定過程を分析する。安全性診断により得られる情報が正の価値を有するのは，診断の結果によりその後の意思決定が異なる場合のみである。言い換えれば，診断結果が「良」ならば更新せず，「不良」ならば更新するような T,h の組において所有者は安全性診断を選択する。従って，Fig.5 における $f_2(T,h) \le 0, f_1(T,h) > 0$ 及び $f_2(T,h) \le 0, f_1(T,h) > 0$ となる領域においてのみ安全性診断が実施される。

安全性診断の純価値は次のように定義される。

$f_2(T,h) \le 0, f_1(T,h) > 0$

$$I_1(T,h) = \tilde{P}_g B(T,h,0 \mid g) + \tilde{P}_b \{B(T,0,0 \mid g) - C_R\} - \{B(T,0,0 \mid g) - C_R\} - C_I \tag{24}$$

$f_1(T,h) \le 0, f_3(T,h) > 0$

$$I_2(T,h) = \tilde{P}_g B(T,h,0 \mid g) + \tilde{P}_b \{B(T,0,0 \mid g) - C_R\} - B(T,h,-h \mid g) - C_I \tag{25}$$

$I_1(T,h)$, $I_2(T,h)$ に関して次の関係が成立する。

定理 3

$f_2(T,h) \le 0, f_1(T,h) > 0$ において常に

$$\frac{\partial I_1}{\partial T} < 0, \frac{\partial I_1}{\partial h} < 0$$

$f_1(T,h) \le 0, f_3(T,h) > 0$ において常に

$$\frac{\partial I_2}{\partial T} > 0, \frac{\partial I_2}{\partial h} > 0$$

定理3により，安全性の純価値はFig.6の矢印で示された区間内において正である。$f_1(T,h)=0$ の曲線上から右上(T,hがともに大きくなる方向)，及び左下(T,hがともに小さくなる方向)に向かうほど安全性診断の純価値は小さくなり，破線上で0となる。これにより次のことが明らかとなった。

- T,hが十分大きい場合，及び十分小さい場合は，安全性診断の純価値は負となり，診断は選択されない。更新によって生涯部分効用の期待値が改善される可能性が非常に高い（居住性が低下していて，かつ安全性が「不良」である可能性が高い）場合，及び更新費用に対して部分効用の期待値の改善の可能性が非常に低い（居住性がまだ十分高く，かつ安全性が「良」である可能性が高い）場合には，安全性診断によって選られる情報の価値が低いため，所有者の安全性診断を受けるインセンティブが低下する。
- 安全性診断の純価値は $f_1(T,h)=0$ の曲線上において最も大きな値をとる。$f_1(T,h)=0$ のとき，診断を受けなければ，更新時と非更新時の部分効用の期待値は等しく，更新に関する意思決定は無差別である。安全性診断を受けることによって更新時と非更新時の部分効用の期待値に差が生じ，期待値のより高い方を選択することが可能となる。従って安全性診断によって得られる情報の価値は高くなる。

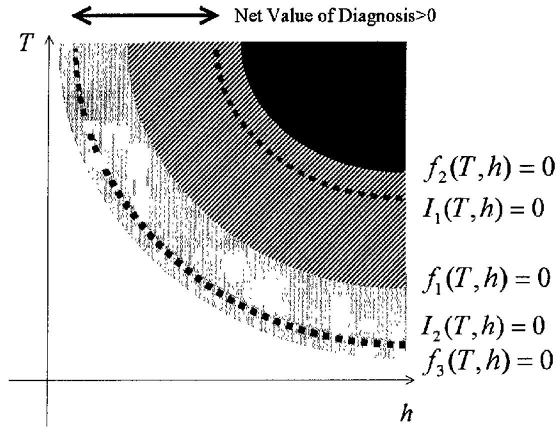

Fig.6 Net Value of Diagnosis

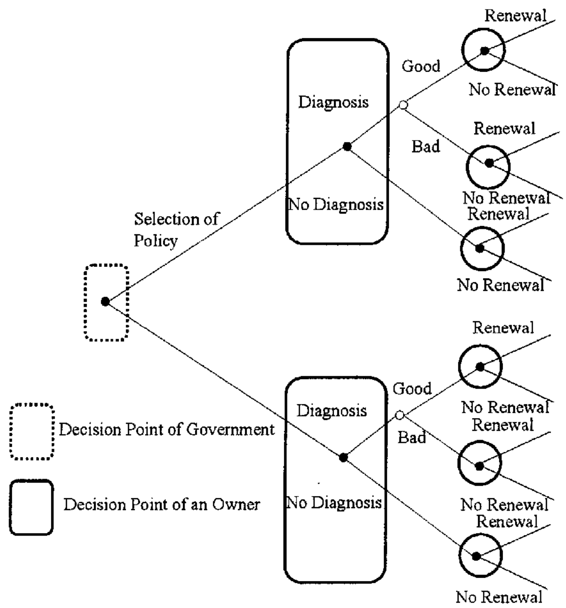

Fig.7 Decision Making Model on Housing Renewal with Government's Policy

4. 補助政策を考慮した意思決定

3. においては所有者の家屋の更新と安全性診断に関する意思決定をモデル化し，所有者の余命及び家屋の履歴と決定との相関について分析を行った。本章では，政府が老朽家屋の更新を促進するために補助政策を実施した場合の効果について分析を行う。

Fig.7に政府の補助政策を含めた意思決定モデルを示す。ここではまず政府は補助政策を選択する（全く補助を実施せず，放任政策をとることもあり得る）。政府の選択は所有者に対して周知され，所有者は自らの選択の結果補助が受けられるか否かについて完全な情報を有するものとする。その上で所有者は補助政策が存在する下で効用の期待値 $u(t)$ を最大化する意思決定を行う。これは政府と所有者の間での展開型の非協力ゲームと考えることができ，後戻り推論法(Backword Induction)に基づいた部分ゲーム完全均衡解(岡田，1996)が実現すると考えられる。

本論文では以下の3種類の補助政策を想定する。

①安全性診断に対して補助する。補助額を S_I とす

る。

②安全性診断で「不良」と判定された家屋のみに対して修繕費用の一部を補助する。補助額を S_R とする。

③安全性診断に関わらず，申請のあった家屋に対して修繕費用を補助する。補助額を S_R とする。

各政策を実施した場合， $f_1(T,h), f_2(T,h), f_3(T,h)$ 及び $I_1(T,h)$, $I_2(T,h)$ は以下のように変化する。

①安全性診断に対する補助

$$f_1(T,h) = B(T,0,0 \mid g) - B(T,h,-h \mid g) - C_R \quad (26)$$

$$f_2(T,h) = B(T,0,0 \mid g) - B(T,h,0 \mid g) - C_R \quad (27)$$

$$f_3(T,h) = B(T,0,0 \mid g) - B(T,h,0 \mid b) - C_R \quad (28)$$

$$I_1(T,h) = \tilde{P}_g B(T,h,0 \mid g) + \tilde{P}_b \{B(T,0,0 \mid g) - C_R) - \{B(T,0,0 \mid g) - C_R\} - C_I + S_I \quad (29)$$

$$I_2(T,h) = \tilde{P}_g B(T,h,0 \mid g) + \tilde{P}_b \{B(T,0,0 \mid g) - C_R\} - B(T,h,-h \mid g) - C_I + S_I \quad (30)$$

②「不良」家屋の更新に対する補助

$$f_1(T,h) = B(T,0,0 \mid g) - B(T,h,-h \mid g) - C_R \quad (31)$$

$$f_2(T,h) = B(T,0,0 \mid g) - B(T,h,0 \mid g) - C_R \quad (32)$$

$$f_3(T,h) = B(T,0,0 \mid g) - B(T,h,0 \mid b) - C_R + S_R \quad (33)$$

$$I_1(T,h) = \tilde{P}_g B(T,h,0 \mid g) + \tilde{P}_b \{B(T,0,0 \mid g) - C_R\} - \{B(T,0,0 \mid g) - C_R\} - C_I + \tilde{P}_b S_R \quad (34)$$

$$I_2(T,h) = \tilde{P}_g B(T,h,0 \mid g) + \tilde{P}_b \{B(T,0,0 \mid g) - C_R\} - B(T,h,-h \mid g) - C_I + \tilde{P}_b S_R \quad (35)$$

③家屋の更新に対する補助

$$f_1(T,h) = B(T,0,0 \mid g) - B(T,h,-h \mid g) - C_R + S_R \quad (36)$$

$$f_2(T,h) = B(T,0,0 \mid g) - B(T,h,0 \mid g) - C_R + S_R \quad (37)$$

$$f_3(T,h) = B(T,0,0 \mid g) - B(T,h,0 \mid b) - C_R + S_R \quad (38)$$

$$I_1(T,h) = P_g(0) B(T,h,0 \mid g) + P_b(0) \{B(T,0,0 \mid g) - C_R + S_R\} - \{B(T,0,0 \mid g) - C_R + S_R\} - C_I \quad (39)$$

$$I_2(T,h) = P_g(0) B(T,h,0 \mid g) + P_b(0) \{B(T,0,0 \mid g) - C_R\} - B(T,h,-h \mid g) - C_I + P_b(0) S_R \quad (40)$$

Fig.8は，①（上左），②（上右）及び③（下）を実施した場合に，Fig.6に示した意思決定の境界がどのように変動するかを模式的に示したものである。

・安全性診断に対する補助を実施した場合，$I_1(T,h) = 0$ の曲線は右上に，$I_2(T,h) = 0$ の曲線は左下に移動する。その結果所有者が安全性診断を選択する領域は拡大する。従って①の政策は安全性診断を受けることと，「不良」と判断された場合に家屋を更新することを促進するのに有効であると考えられる。

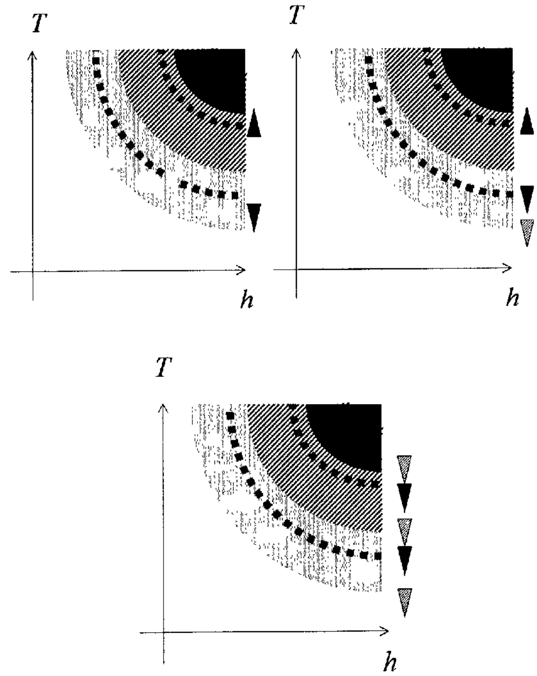

Fig.8 Effects of Government's Policies to Owners' Decision: Subsidies for Diagnosis(Upper, Left), Subsidies for Renewal of Houses Judged to be "Bad" in Safety Diagnosis (Upper Right), and Subsidies for Renewal of All Applicants (Below)

・安全性診断で「不良」と判定された家屋のみに対して更新費用の補助を行った場合，$I_1(T,h) = 0$ の曲線は右上に，$f_3(T,h) = 0$ と $I_2(T,h) = 0$ の曲線は左下に移動する。その結果①と同様に所有者が安全性診断を選択する領域は拡大する。②においては安全性診断が補助の前提となっているため，(34),(35)式に見られるように診断の純価値が $P_b(0)S_R$ だけ増加し，安全性診断が促進される。従って，①の診断自体に対する補助と同様の効果を有することがわかる。

・安全性診断に関わらず更新に対する補助を実施する場合は，$f_1(T,h) = 0$ $f_2(T,h) = 0$ $f_3(T,h) = 0$ 及び $I_1(T,h) = 0$，$I_2(T,h) = 0$ の曲線はすべて左下に移動する。その結果，Fig.8に示すように，所有者が安全性診断を選択する領域は拡大するとは限らない。また比較的T,hが大きい領域では，安全性診断を受けずに更新を実施する領域が拡大する。安全性診断と関係なく補助を実施すると，診断を受けなくとも更新に対する補助を受けることができるため，(39)式のように安全性診断の純価値 $I_1(T,h)$ は減少してしまう。その結果更新される家屋の数が過大となり，更新の必要のない家屋までもが更新されてしまう可能性が存在する。

以上より，老朽家屋の更新を促進するための政策として,安全性診断に対する補助は有効であることが明らかとなった。また，家屋の更新自体に対する補助を実施する場合も,安全性診断による家屋の質の特定を条件とすることにより,すべての申請者に対して補助する場合に比べより効率的な補助政策が実施可能であることが明らかとなった。ただし，補助政策によってどのような余命,家屋の履歴を有する所有者も安全性診断を受けることにはならない。Fig.8に示すように,診断によって得られる情報の価値が低い所有者（余命が長く家屋の履歴が古い所有者と,余命が短く家屋の履歴が新しい所有者）の診断を受けるインセンティブは低い。

Fig.8においては，すべてのタイプの所有者に対して同一の政策を実施した場合の結果を示している。しかし所有者の年齢,家屋の履歴は政府が比較的入手しやすい情報であることから,T,hによって異なる政策を実施することも可能である。

5.おわりに

以上本研究では，老朽家屋の更新に関する所有者の意思決定過程を分析するため,家屋の安全性診断を考慮したモデルを構築し,所有者の余命及び家屋の履歴という時間的要素と,意思決定との関係について検討した。さらに政府が家屋の更新を促進するために補助政策を実施した場合の影響について,複数の政策を想定して分析を行った。

本研究では現在自治体が実施している安全性診断に対する補助政策の有効性が示されたが,実際にこれらの制度が所有者の自発的な家屋更新を促す効果を持っているかは明らかではない。本研究のモデルでは政府と所有者の地震による倒壊のリスクに対する認知が等しいと仮定している。しかし，実際には所有者のリスク認知（本研究のモデルにおける$P_g(t),P_b(t)$の大きさ等）は政府の認識に比べて過小な可能性がある。その場合には政府の観点からは安全性診断を受けるべき所有者が診断を受けないことになる。そこで今後は情報提供の方法も含めた補助政策の検討が必要になると考えられる。

また所有者個人としては，安全性診断を受けなかったり,家屋を更新しないことが最適な意思決定であっても,災害時の家屋倒壊が周辺部へ大きな悪影響を及ぼす場合は,政府の政策により所有者が診断・更新を選択するように促す必要性が生じる。このとき，補助政策は周辺住民から所有者への一種の所得移転となる。従って，補助政策の適用に当たっては，当該政策が都市全体の効用の改善につながるかどうかを分析する必要が生じる。

以上の点について，今後の課題としたい。

付録 定理の証明

定理1の証明

$$B(T,0,0\,|\,g)-B(T,h,0\,|\,g)$$
$$=\int_{t=0}^{T} B_0\{e^{-\pi t}+\frac{\pi(e^{-\gamma t}-e^{-\pi t})}{\pi-\gamma}\}e^{-(\alpha+\beta)t}dt$$
$$-\int_{t=0}^{T} B_0\{e^{-\pi t}+\frac{\pi(e^{-\gamma t}-e^{-\pi t})}{\pi-\gamma}\}e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$

$$=(1-e^{-\alpha h})B(T,0,0\,|\,g) \tag{A.1}$$

$B(T,0,0\,|\,g)\geq 0, 0<e^{-\alpha h}<1$であるため，

$B(T,h,0\,|\,g)\leq B(T,0,0\,|\,g)$が成立する。

$$B(T,h,0\,|\,g)-B(T,h,-h\,|\,g)$$
$$=\int_0^T B_0\{P_{gg}(t)+P_{gb}(t)\}e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$
$$-\int_0^T B_0\left[\widetilde{P}_g\{P_{gg}(t)+P_{gb}(t)\}+\widetilde{P}_b\{P_{bb}(t)\}\right]e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$
$$=\int_0^T B_0(\widetilde{P}_g+\widetilde{P}_b)\{1-P_{gd}(t)\}e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$
$$-\int_0^T B_0\left[\widetilde{P}_g\{1-P_{gd}(t)\}+\widetilde{P}_b\{1-P_{bd}(t)\}\right]e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$
$$=\int_0^T B_0\widetilde{P}_b\{P_{bd}(t)-P_{gd}(t)\}e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt \tag{A.2}$$

ここで$P_{bd}(t)-P_{gd}(t)$を展開すると，

$$P_{bd}(t)-P_{gd}(t)=(1-e^{-\gamma t})-\left\{1-\frac{\pi e^{-\gamma t}-\gamma e^{-\pi t}}{\pi-\gamma}\right\}$$
$$=\frac{-\pi e^{-\gamma t}+\gamma e^{-\gamma t}+\pi e^{-\gamma t}-\gamma e^{-\pi t}}{\pi-\gamma}$$
$$=\frac{\gamma(e^{-\gamma t}-e^{-\pi t})}{\pi-\gamma} \tag{A.3}$$

$\pi>\gamma$の場合は，分子,分母とも正となり，$\pi<\gamma$の場合は，分子,分母とも負となる。従って(A.3)式は常に正となることから,(A.2)式もまた常に正となり，$B(T,h,-h\,|\,g)\leq B(T,h,0\,|\,g)$が成立する。

$$B(T,h,-h\,|\,g)-B(T,h,0\,|\,b)$$
$$=\int_0^T B_0\{\widetilde{P}_g(1-P_{gd}(t))+\widetilde{P}_b(1-P_{bd}(t))\}e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$
$$-\int_0^T B_0(1-P_{bd}(t))e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$
$$=\int_0^T B_0\widetilde{P}_g\{P_{bd}(t)-P_{gd}(t)\}e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt \tag{A.4}$$

(A.3) 式より，(A.4) 式は常に正となり，$B(T,h,0\,|\,b) \le B(T,h,-h\,|\,g)$ が成立する。

以上により，次の大小関係は常に成立する。

$$B(T,h,0\,|\,b) \le B(T,h,-h\,|\,g) \le B(T,h,0\,|\,g) \le B(T,0,0\,|\,g) \tag{A.5}$$

定理 2 の証明

例として $f_1(T,h)$ が履歴 h,余命 T に対して単調増加であることを示す。$f_1(T,h)$ は次のように展開される。

$$\begin{aligned}
f_1(T,h) &= B(T,0,0\,|\,g) - B(T,h,-h\,|\,g) - C_R \\
&= \int_{t=0}^{T} B_0\{1-P_{gd}(t)\}e^{-\alpha t-\beta t}dt \\
&\quad - \int_{t=0}^{T} B_0\left[\tilde{P}_g\{1-P_{gd}(t)\}+\tilde{P}_b\{1-P_{bd}(t)\}\right]e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt \\
&\quad - C_R \\
&= \int_{t=0}^{T} B_0\tilde{P}_g\{1-P_{gd}(t)\}e^{-(\alpha+\beta)t}(1-e^{-\alpha h})dt \\
&\quad + \int_{t=0}^{T} B_0\tilde{P}_b e^{-(\alpha+\beta)t}\{1-P_{gd}(t)-e^{-\alpha h}+e^{-\alpha h}P_{bd}(t)\}dt \\
&\quad - C_R \\
&= B_0\tilde{P}_g(1-e^{-\alpha h})\int_{t=0}^{T}\{\frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)t}-\gamma e^{-(\alpha+\beta+\pi)t}}{\pi-\gamma}\}dt \\
&\quad + B_0\tilde{P}_b\int_{t=0}^{T}\{\frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)t}-\gamma e^{-(\alpha+\beta+\pi)t}}{\pi-\gamma}-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)t-\alpha h}\}dt \\
&\quad - C_R \\
&= B_0\tilde{P}_g(1-e^{-\alpha h})\left\{\frac{\pi(1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)}-\frac{\gamma(1-e^{-(\alpha+\beta+\pi)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\pi)}\right\} \\
&\quad + B_0\tilde{P}_b\left\{\frac{\pi(1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)}-\frac{\gamma(1-e^{-(\alpha+\beta+\pi)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\pi)}\right. \\
&\qquad \left. -e^{-\alpha h}\frac{(1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T})}{\alpha+\beta+\gamma}\right\} - C_R
\end{aligned} \tag{A.6}$$

(A.6)式を h で偏微分すると，

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_1(T,h)}{\partial h} &= B_0\left\{\frac{\partial \tilde{P}_g}{\partial h}(1-e^{-\alpha h})+\tilde{P}_g(\alpha e^{-\alpha h})\right\} \\
&\quad \left\{\frac{\pi(1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)}-\frac{\gamma(1-e^{-(\alpha+\beta+\pi)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\pi)}\right\} \\
&\quad + B_0\tilde{P}_b\left\{\alpha e^{-\alpha h}\frac{(1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}}{\alpha+\beta+\gamma}\right\}
\end{aligned} \tag{A.7}$$

を得る。ここで

$$\begin{aligned}
&\frac{\pi(1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)}-\frac{\gamma(1-e^{-(\alpha+\beta+\pi)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\pi)} \\
&=\frac{\pi\{1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}\}(\alpha+\beta+\pi)-\gamma\{1-e^{-(\alpha+\beta+\pi)T}\}(\alpha+\beta+\gamma)}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha+\beta+\pi)}
\end{aligned} \tag{A.8}$$

$\alpha>0, \beta>0, \gamma>0, h>0, T>0$ より，π, γ の大小関係に関わらず(A.8)式は正である。従って(A.7)式もまた常に正となることから，家屋修繕の価値 $f_1(T,h)$ は履歴 h に対して単調増加である。

同様にして，修繕の純価値の所有者の余命に対する変化を見るために $f_1(T,h)$ を T で偏微分すると，

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_1(T,h)}{\partial T} &= B_0\tilde{P}_g(1-e^{-\alpha h})\left\{\frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}}{(\pi-\gamma)}-\frac{\gamma e^{-(\alpha+\beta+\pi)T}}{(\pi-\gamma)}\right\} \\
&\quad + B_0\tilde{P}_b\left\{\frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}-\gamma e^{-(\alpha+\beta+\pi)T}}{(\pi-\gamma)}-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T-\alpha h}\right\} \\
&= B_0\tilde{P}_g(1-e^{-\alpha h})\left\{\frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}-\gamma e^{-(\alpha+\beta+\pi)T}}{(\pi-\gamma)}\right\} \\
&\quad B_0\tilde{P}_b\frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}(1-e^{-\alpha h})+\gamma e^{-(\alpha+\beta)T}(e^{-\gamma T-\alpha h}-e^{-\pi T})}{(\pi-\gamma)}
\end{aligned} \tag{A.9}$$

を得る。π と γ の大小関係によらずに

$$\frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}-\gamma e^{-(\alpha+\beta+\pi)T}}{\pi-\gamma}>0 \tag{A.10}$$

が成立するため，(A.9)式の第 1 項は常に正である。一方第 2 項は h=0 において

$$B_0\tilde{P}_b\frac{\gamma e^{-(\alpha+\beta)T}(e^{-\gamma T}-e^{-\pi T})}{(\pi-\gamma)} \tag{A.11}$$

となり，常に正である。さらに第 2 項を h で偏微分すると，

$$\begin{aligned}
&B_0\tilde{P}_b\frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}(\alpha e^{-\alpha h})-\gamma e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}(\alpha e^{-\alpha h})}{(\pi-\gamma)} \\
&= B_0\tilde{P}_b\alpha e^{-\alpha h}\frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}-\gamma e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}}{(\pi-\gamma)}
\end{aligned} \tag{A.12}$$

となり，(A.10)式より常に正である。以上により第 2 項もまた常に正であることが明らかであり,(A.9)式もまた正であることから，家屋修繕の価値 $f_1(T,h)$ は余命 T に対して単調増加である。

定理 3 の証明

a) $f_1(T,h)>0, f_2(T,h)<0$ の場合

診断の純価値を表す式は

$$\begin{aligned} I_1(T,h) &= \tilde{P}_g B(T,h,0\,|\,g) + \tilde{P}_b\{B(T,0,0\,|\,g) - C_R\} \\ &\quad - \{B(T,0,0\,|\,g) - C_R\} - C_I \\ &= -\tilde{P}_g\{B(T,0,0\,|\,g) - B(T,h,0\,|\,g) - C_R\} - C_I \end{aligned} \quad \text{(A.13)}$$

で与えられる。ここで(A.1)式より

$B(T,h,0|g) = e^{-\alpha h}B(T,0,0|g)$ の関係を用いると，

(A.13)式は

$$I_1(T,h) = -e^{-\pi h}\left\{(1-e^{-\alpha h})B(T,0,0\,|\,g) - C_R\right\} - C_I \quad \text{(A.14)}$$

となり，$B(T,0,0|g)$ は T に対して単調増加であるから $f_I^{(1)}$ は T に対して単調減少である。

また，$I_1(T,h)$ を h で偏微分すると，

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_1(T,h)}{\partial h} &= \pi e^{-\pi h}\left\{(1-e^{-\alpha h})B(T,0,0\,|\,g) - C_R\right\} \\ &\quad - e^{-\pi h}\alpha e^{-\alpha h}B(T,0,0\,|\,g) \\ &= \pi e^{-\pi h}\left\{B(T,0,0\,|\,g) - B(T,h,0\,|\,g) - C_R\right\} \\ &\quad - \alpha e^{-(\pi+\alpha)h}B(T,0,0\,|\,g) \end{aligned}$$

(A.15)

となる。$f_2(T,h) = B(T,0,0\,|\,g) - B(T,h,0\,|\,g) - C_R < 0$ の条件の下では $\dfrac{\partial I_1(T,h)}{\partial h} < 0$ である。従って，家屋の履歴が大きくなるほど耐震診断受診の価値は小さくなる。

b) $f_1(T,h)<0, f_3(T,h)>0$ の場合

$I_2(T,h)$ を展開すると，

$$\begin{aligned} I_2(T,h) &= \tilde{P}_g B(T,h,0\,|\,g) + \tilde{P}_b\{B(T,0,0\,|\,g) - C_R\} \\ &\quad - B(T,h,-h\,|\,g) - C_I \\ &= \tilde{P}_b\left\{B(T,0,0\,|\,g) - B(T,h,0\,|\,b) - C_R\right\} - C_I \\ &= \tilde{P}_b\left[\int_{t=0}^{T} B_0\{e^{(-\alpha-\beta-\pi)t} + \frac{\pi e^{(-\alpha-\beta-\gamma)t} - \pi e^{(-\alpha-\beta-\pi)t}}{\pi-\gamma}\}dt \right. \\ &\quad \left. - \int_{t=0}^{T} B_0\{e^{(-\alpha-\beta-\gamma)t-\alpha h}dt - C_R\right] + C_I \\ &= \tilde{P}_b\left[\frac{\{1-e^{(-\alpha-\beta-\pi)T}\}}{\alpha+\beta+\pi} + \frac{\pi\{1-e^{(-\alpha-\beta-\gamma)T}\}}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\pi\{1-e^{(-\alpha-\beta-\pi)T}\}}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\pi)} - \frac{e^{-\alpha h}\{1-e^{(-\alpha-\beta-\pi)T}\}}{\alpha+\beta+\gamma} - C_R\right] \\ &\quad - C_I \end{aligned}$$

(A.16)

$I_2(T,h)$ を T で偏微分すると，

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_2(T,h)}{\partial T} &= \tilde{P}_b\left[e^{(-\alpha-\beta-\pi)T} + \frac{\pi\{e^{(-\alpha-\beta-\gamma)T} - e^{(-\alpha-\beta-\pi)T}\}}{(\pi-\gamma)} \right. \\ &\quad \left. - e^{(-\alpha-\beta-\pi)T-\alpha h}\}\right] \\ &= \tilde{P}_b\left[\{(1-e^{-\alpha h})e^{(-\alpha-\beta-\pi)T} + \frac{\pi\{e^{(-\alpha-\beta-\gamma)T} - e^{(-\alpha-\beta-\pi)T}\}}{(\pi-\gamma)}\right] \end{aligned}$$

(A.17)

(A.17)式は常に正であるため，$I_2(T,h)$ は T に関して単調増加である。

次に，$I_2(T,h)$ を h で偏微分すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_2(T,h)}{\partial h} &= \frac{\partial \tilde{P}_b}{\partial h}\{B(T,0,0\,|\,g) - B(T,h,0\,|\,b) - C_R\} \\ &\quad + \tilde{P}_b\left[\frac{\alpha e^{-\alpha h}\{1-e^{(-\alpha-\beta-\pi)T}\}}{\alpha+\beta+\gamma}\right] \end{aligned} \quad \text{(A.18)}$$

$\tilde{P}_b$ は h に対して単調増加であり，$f_1(T,h)<0, f_3(T,h)>0$ の場合，常に $B(T,0,0\,|\,g) - B(T,h,0\,|\,b) - C_R > 0$ が成立するため，(A.18)式の第 1 項は正となる。第 2 項も常に正であるから，$I_2(T,h)$ は h に関しても単調増加であることが明らかとなった。

参考文献

岡田章(1996)：ゲーム理論，有斐閣.

亀田弘行・池渕周一・春名攻(1992)：新体系土木工学 2　確率・統計解析，技法堂出版.

京都市(1996)：木造家屋被害調査報告書.

損害保険料率算定会(1998)：日本の地震学と地震工学.

損害保険料率算定会(1998)：地震保険調査 46　地震時の家財被害予測に関する研究.

土屋　哲(1999)：木造家屋の修繕に関する所有者と

政府の意思決定過程のモデル分析，京都大学工学部卒業論文.
日本建築学会特別研究課題検討会(1998)：家屋の検査制度と性能保証・保険制度－日米比較調査.

A Model Analysis of Renewal of Old Wooden Houses Taking into Safety Diagnosis

Hiroyuki Sakakibara*, Norio Okada, and Satoshi Tsuchiya**

*Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Yamaguchi University
**Graduate School of Engineering, Kyoto University

Synopsis

In Hanshin-Awaji earthquake, many old wooden houses collapsed, and the number of people died from it. It is becoming critical to check the safety of such houses and improve the quality of them. In order to help owners to obtain the information on safety of their own houses, some local governments in Japan have founded safety diagnosis scheme. In this paper, the decision making model on diagnosis and renewal of old houses is constructed, based on the hypothesis that owners try to maximize their lifelong expected utilities. The effect of deterioration of houses is also taken into account. That results in that temporal factors, such as lifetime of owner or history of houses, will affect owner's decision on renewal. It is also shown that safety diagnosis has positive worth for the part of owners. Finally, the effectiveness of government's intervention to owners' decision, such as subsidies, is also discussed.

Keywords: Housing Renewal, Safety Diagnosis, Decision Making Model, Subsidizing Policy