

豪雨の生起・発達に地形が及ぼす影響に関する数値実験的研究

大石 哲・木谷 有吾・中北 英一・池淵 周一

NUMERICAL APPROACH ON THE EFFECT OF MOUNTAINOUS TOPOGRAPHY TO DEVELOPMENT OF SEVERE RAINFALL

By Satoru OISHI, Yugo KITANI, Eiichi NAKAKITA and Shuichi IKEBUCHI

Synopsis

The mechanism of orographic convective local heavy rainfall, which is effected by mountainous topography, has been investigated numerically using the non-parametrised cumulus model expressing bottom topography. To express bottom topography, coordinate transformation and tensor analysis are used. Through simulation of the convective rainfall using the model, the physical mechanism of the effect of mountainous topography on the cumulus is clearly understood. The followings are the knowledge of the mechanism that is obtained by this study: (1) topography which is lower than bottom of a cloud plays a role as a trigger of convection and has no effect on processes of cloud development, (2) topography which is higher than bottom of cloud take an effect of to the process of cloud development, (3) effects of higher mountains depends on the horizontal scale of mountain, speed of advection and speed of development of cumulus.

1. 緒 論

日本で生起する豪雨は、局地的に生起することや2山形降雨として現れることが多く、それはメソ β スケール以下の気象システムの特徴を有していることに起因している。一方で貯水池操作などを通して洪水制御を遂行するためには洪水警戒体制の発令や住民への避難伝達などのゲート操作以前に行うべき事項の存在と、急激な河川流量の増加が望ましくないことを理由に、6時間程度のリードタイムを持ち、時・空間的に詳細な降雨予測情報が必要になる。このような予測を行う際に常に問題となるのが、豪雨をもたらすような積雲の生起・成長に対して地形が及ぼしている影響である。なぜなら、山岳地形は積雲生起のトリガーとして、あるいは降雨強度を増幅させるものとして降雨に影響を及ぼすばかりでなく、テレメータなどの地上観測装置の設置を困難にし、レーダー雨量計などのリモートセンシングを用いた観測の障害物となって洪水制御のための気象予測判断を難しいものとしているからである。こうして山岳地域においては、観測される降雨域は著しく形や強さを変化させながら対象流域にゲリラ的、局地的な豪雨をもたらすことが多く、降雨域の運動学的外挿による短時間降雨予測手法では予測不可能な降雨が出現する。その一方で、そのような山岳地域に貯水池は存在している。

このような現状を受けて、高橋・阿波田 [1] のモデルをベースにしたパラメタライズされない詳細な雲の微物理過程を有する2次元対流雲モデルに仮想的な地形情報を導入し、山岳地形が雲の微物理過程を通して対流性の豪雨の生起・発達に対して及ぼす影響を調査する。このモデルは固体の降水粒子を考慮したいわゆる冷たい雨を表現することができること、降水粒子が成長する際に経た物理過程を出力できるという利点

を持つので、日本の前線帯で生起するような積雲・積乱雲が豪雨を生起するメカニズムを調査する際に最適であると判断した。

さらに、このモデルを用いた計算結果を考察することによって山岳の影響からゲリラ的・局地的に生起するしゅう雨性の豪雨の生起場所・持続時間・生起する際の特徴を導くことを試みる。具体的には仮想的な山岳を与えて、その標高と斜面の勾配および一般風の強度を変化させることで、モデルに与えた大気の初期条件と地形が積雲の発達過程に対して及ぼす影響を考察する。導かれた降雨の特徴およびその考察過程は、貯水池操作を含むような実時間洪水制御の際の降雨の生起・持続の判断材料として貴重な定性的洪水制御支援情報となっている。

2 詳細な雲物理過程の定式化

本モデルの微物理過程は Takahashi [2] が用いたものと同じであり、大きく分けて、凝結過程、衝突併合過程、凍結・着氷過程、融解過程の 4 つからなる。ここでは、微物理過程により成長を支配されている降水粒子のクラス分け、モデル内で用いている微物理過程の基礎方程式および数値計算上のテクニックを解説する。

2.1 降水粒子

降水粒子は、相と密度によって水滴（液体・ $\rho_w = 1.0[\text{g cm}^{-3}]$ ）、雹（固体・ $\rho_h = 0.9[\text{g cm}^{-3}]$ ）、霰（固体・ $\rho_g = 0.3[\text{g cm}^{-3}]$ ）、氷晶（固体・ $\rho_i = 0.1[\text{g cm}^{-3}]$ ）に大きくクラス分けされ、さらに半径によって細かくクラス分けされる。水滴、雹、霰はその大きさによらず、球形であると仮定し、半径によって $2[\mu\text{m}]$ から $5.19[\text{cm}]$ まで 45 のクラスに細分する。その時クラス L に属する粒子の半径 $r(L)$ は、小さい粒子領域で成長が早いことから、小粒子部分を細かく分けうる指数分布を用いて、

$$r(L) = r_0 \exp\left(\frac{L-1}{DJ}\right) \dots\dots\dots (1)$$

とした。ここで、 $r_0 = 2[\mu\text{m}]$ 、 $DJ = 4.329$ である。

また考察の際には、水滴の大きさによって雲粒 ($2[\mu\text{m}] \sim 32[\mu\text{m}]$)、霧雨 ($32[\mu\text{m}] \sim 320[\mu\text{m}]$)、雨粒 ($0.32[\text{mm}] \sim$) という呼称を用いる。

自然界での氷晶の形は気温と湿度によって様々であるが、本モデルでは円盤型を仮定し、半径により 20 $[\mu\text{m}]$ から 2.05 $[\text{cm}]$ まで 21 クラスに、厚みにより 5 クラスに細分化する。半径のクラスを I 、厚みのクラスを K として、氷晶の半径 r_i と厚み h をそれぞれ次式で与える。

$$r_i(I) = r_{i0} \cdot \exp\left(\frac{I-1}{DI}\right) \dots\dots\dots (2)$$

$$h(I, K) = h_0 \exp\left(\ln \frac{K-1}{DK(r_i)}\right) \dots\dots\dots (3)$$

ここで $r_{i0} = 20[\mu\text{m}]$ 、 $DI = 2.885$ 、 $h_0 = 10[\mu\text{m}]$ 、 $DK(r_i) = (K_{\text{max}} - 1) / (\ln \frac{r_i}{r_{i0}})$ である。 DK 、 DI の値は衝突の計算の誤差が最小になるような値 (Berry [3]) を用いている。

2.2 凝結過程

凝結過程は大気中の水蒸気が拡散過程によって降水粒子に運ばれたり、逆に降水粒子から放出される過程であり、降水粒子を作る過程と降水粒子を凝結によって成長させる過程、すなわち、凝結核と氷晶核の活性化 (nucleation)、水滴と氷粒 (氷晶・霰・雹) の凝結 (vapor diffusion) による成長に細分化される。

2.2.1 凝結核の活性化 (Nucleation)

Nucleation の過程はギブスの自由エネルギーを用いて解くことが可能であり、完全に澄んだ空気中でこの過程が起こり水滴を生ずるためにはおよそ 300 % もの過飽和度が必要である。しかし大気中には吸湿性

の微粒子が多く存在し、これを核とすることによって水蒸気はわずかな過飽和度でも水滴に成長できる。このような微粒子を凝結核 (nucleus of water particles) と呼び、その数密度は海洋性気団よりも大陸性の気団のほうが多く、ニューヨークなど大都市上空では $3000[\text{cc}^{-1}]$ にも達する。本モデルの初期凝結核濃度は大陸性の雲であることを仮定し $500[\text{cc}^{-1}]$ とした。凝結核が活性化して雲粒をつくる過程の計算にはそれだけで膨大な時間を要するので、Takahashi [4] が計算した雲底付近の粒径分布をもつ雲粒が瞬時に生じると仮定する。また気塊が不飽和の場合には雲粒は蒸発し凝結核が放出される。

一方、水蒸気が氷に対して過飽和であるとき、氷晶核の活性化 (nucleation of ice particles) により氷晶ができる。凝結核の活性化の時と同様、純粋な水滴や水蒸気から初期の氷晶になる過程 (homogeneous nucleation of ice particles) は非常に低温、高過飽和度が要求される。Houze [5] によれば、純粋な水滴が氷晶になるためには、気温が -40°C 以下であることが理論的に必要であるし、水蒸気から初期氷晶になるためには気温 -65°C 、過飽和度 1000% という条件が必要となる。しかし、実際には水滴の場合と同様、空気中の微粒子を核として -40°C 以上でも氷晶核は活性化して氷晶を作る。この過程を heterogeneous nucleation of ice particles という。この過程は、水蒸気から直接微粒子の上に氷晶が成長する場合 (deposition nucleation)、何らかの核が過冷却水中を漂って起こる場合 (immersion freezing)、凝結核が活性化してできた水滴が凍る場合 (condensation nucleation)、水滴が微粒子に接触するときに凍結する場合 (contact nucleation) 等に分類される。これらのうち deposition nucleation と immersion freezing を表現するために、氷晶核の活性化割合の概念と 2 次氷晶芽の概念をモデル中に取り入れた。Contact nucleation と condensation nucleation は 2.5.1 で説明する。

本モデルの氷晶核の活性化の割合 ξ_n は、Fletcher [6] に従い温度の関数とし次式で計算した。

$$\xi_n = \xi_0 \exp[\alpha(273 - T)] \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで $\xi_0 = 10^{-8}$ 、 $\alpha = 0.6 \text{ K}^{-1}$ である。しかしこのままでは -15°C で 1l あたり 0.1 個の割合となり小さすぎるので、 $\xi_0 = 10^{-7}$ としている。またこの過程によって生じる氷晶の初期粒径分布は平均値 $50[\mu\text{m}]$ 、分散 $3[\mu\text{m}^2]$ のガウス分布で与えた。逆に氷晶、霰、雹が昇華すれば氷晶核が放出される。

上述した氷晶核に加えて、半径が $20[\mu\text{m}]$ より小さい霰・雹や 2 次氷晶芽と呼ばれるものが氷晶核として振る舞う。これを 2 次氷晶芽と呼ぶ。ここで 2 次氷晶芽とは、Hallet & Mossop [7] によって実験的に確かめられたものであり、霰と大きな水滴の衝突の際に過冷却な水滴内部に氷の層が走り、分裂することによってできると考えられている氷晶核のことである。これは氷の層が気温によって左右されるので、 -4°C から -7°C の間に限られた現象とし、2 次氷晶芽のできる確率は 1 回の衝突あたり 0.003 とした。これらの氷晶核として振る舞うものが氷に対して過飽和な状態に存在すれば、全て nucleation するものとした。

2.3 凝結による成長 (Vapor Diffusion)

まず、凝結過程の基礎式を展開する。以下では水滴の凝結成長の基礎式を誘導するが、雹、霰の凝結成長も基本的に同様の方法で行われる。氷晶はその他の降水粒子とは異なり円盤状であり、凝結成長 (昇華) によって径方向に成長するとする。

計算を簡単にするために水滴が十分大きい場合を考える。凝結の割合が弱い時、水滴 (半径 r_w) の周囲での水蒸気分布はラプラスの式で表される

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = D_f \nabla^2 \rho \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで D_f は水蒸気の拡散係数である。(5) 式を球座標に変換し、水蒸気密度が時間に関して一定であり、 ρ は半径 r のみの関数であるとすれば、

$$\frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。この式を積分して、 $r \rightarrow \infty$ で $\rho \rightarrow \rho_\infty$ とすると、

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{\rho_\infty - \rho}{r} \quad \dots\dots\dots (7)$$

となる。よって水滴表面においては単位時間あたりの水蒸気の拡散による質量 (m) の増加は、

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi r_d^2 \left[\frac{\partial \rho}{\partial r} \right]_{r_d} D_f = 4\pi r_d D_f (\rho_\infty(T_\infty) - \rho_s(T_r)) \quad \dots\dots\dots (8)$$

である。ここで ρ_s は水滴の表面での飽和水蒸気密度、 T_∞ 、 T_r はそれぞれ水滴の周囲と表面の温度、 r_d は水滴の半径である。

一方、水滴表面からの熱の流れは(8)式を導いたのと同様に、熱に関するラプラスの式を解いて、

$$L \frac{dm}{dt} = 4\pi r_d K (T_r - T_\infty) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで L は潜熱、 K は空気熱伝導度である。潜熱 L は水滴への凝結の場合は $L_v = 595$ [cal/g] を、後に述べる氷への昇華の場合は $L_s = 677$ [ca/g] を用いる。

状態方程式を用いると(8)式は、

$$\frac{(e_\infty)_{T_\infty}}{RT_\infty} - \frac{(e_s)_{T_r}}{RT_r} = \frac{dm/dt}{4\pi r_d D_f M} \quad \dots\dots\dots (10)$$

である。ここで M は水の分子量である。両辺を $(e_s)_{T_r}$ で割り、 $T_\infty \approx T_r$ として次式を得る。

$$\frac{(e_\infty)_{T_\infty}}{(e_s)_{T_r}} - \frac{(e_s)_{T_r}}{(e_s)_{T_r}} = \frac{RT_\infty dm/dt}{4\pi r_d D_f M (e_s)_{T_r}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

一方クラジウス-クラペイロンの公式、

$$\frac{de_s}{e_s} = \frac{LMdT}{RT^2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

を積分して、

$$\ln \frac{e_s(T_r)}{e_s(T_\infty)} = \frac{LM}{R} \left(\frac{T_r - T_\infty}{T_r T_\infty} \right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

が得られる。 $T_r T_\infty \approx T_\infty^2$ とすると、

$$\frac{e_s(T_r)}{e_s(T_\infty)} = \exp \left[\frac{LM}{RT_\infty^2} (T_r - T_\infty) \right] \quad \dots\dots\dots (14)$$

この式に(9)式から得られる $(T_r - T_\infty)$ を代入すると次式を得る。

$$\frac{e_s(T_r)}{e_s(T_\infty)} = \exp \left(\frac{L^2 M dm/dt}{4\pi r_d K R T_\infty^2} \right) \quad \dots\dots\dots (15)$$

この(15)式を T_∞ に関して1次までテーラー展開で近似して(11)式を加えると、

$$\frac{e_\infty(T_\infty)}{e_s(T_\infty)} - 1 = \frac{L^2 M dm/dt}{4\pi r_d K R T_\infty^2} + \frac{RT_\infty dm/dt}{4\pi D_f r_d (e_s)_{T_\infty} M} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで過飽和度を $S = e_\infty(T_\infty)/e_s(T_\infty)$ とし、通風係数 C を乗ずると凝結により単位時間当たり増加する混合比が得られる。

$$\frac{dm}{dt} = \frac{4\pi r_d C (S - 1)}{\frac{L^2 M}{K R T_\infty^2} + \frac{RT_\infty}{e_s(T_\infty) D_f M}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

凝結が生じると、そのために潜熱が放出され飽和水蒸気混合比は大きくなる。したがって実際の凝結量は(17)式で計算される値よりは少ない。本モデルではこの効果を考慮して Asai [8] の方法により凝結量を修正した。実際の凝結量は(17)式を用いて計算される量の γ 倍になる。 γ は次式で表わされる

$$r = \left[1 + \frac{L^2 Q_{vs}}{c_p R_v T^2} \right]^{-1} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで Q_{vs} は飽和水蒸気混合比, R_v は水蒸気に対する気体定数である。

氷晶が凝結成長する方程式は, 物体が静電気を帯びる電荷帯電現象と同様に扱うことで, 以下のような式となる。

$$\frac{dm}{dt} = \frac{4\pi C C_0 (S-1)}{\frac{L^2 M}{K R T_\infty^2} + \frac{R T_\infty}{e_s(T_\infty) D_f M}} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで, C_0 は容量であり, 円盤の時には,

$$C_0 = \frac{2r}{\pi} \quad \dots\dots\dots (20)$$

である。

これらの凝結成長の方程式を用いて, 質量保存則を満たしながら凝結成長を計算する方法を以下に述べる。

降水粒子は多数のクラス分け(種類・大きさ)がなされており, 限られた過飽和水蒸気混合比で全ての降水粒子が凝結成長できるわけではない。そこで, 全降水粒子の全クラスが凝結および nucleation を行ったときに必要な水蒸気混合比の量を,

$$Q_{total} = \sum_x \frac{dQ_x}{dt} \cdot dt = \sum_x \left[\int_0^\infty \frac{dm}{dt} \right]_x \cdot dt \quad \dots\dots\dots (21)$$

として求めておく。ここで x は降水粒子の種類である。その上で, 過飽和水蒸気混合比の必要な水蒸気混合比に対する比

$$\alpha = \frac{Q_v}{Q_{total}} \quad \dots\dots\dots (22)$$

にしたがって, それぞれの降水粒子の凝結による成長量および nucleation により生成される量を

$$\frac{dm_{real}}{dt} = \alpha \frac{dm}{dt} \quad \dots\dots\dots (23)$$

として決定する。

また, 降水粒子は離散的にクラス分けされているので凝結により降水粒子が成長した時には, 成長量に応じて水滴の数と質量を保存した上でクラスを変える必要が生じる。これを Kovetz & Olund [9] のスキームで行う。その方法を以下に述べる。

クラス $i(1 \sim i_{max})$ の水滴の半径を r_i , 数密度を $N(r_i)$ とする。半径 r_n の水滴が凝結成長して $r_n + \Delta r_n$ なる半径になったとする。いま, この半径 $r_n + \Delta r_n$ が,

$$r_{i-1} < r_n + \Delta r_n < r_i \quad \dots\dots\dots (24)$$

の範囲にあるとする。この水滴をクラス $i-1$ に

$$\frac{(r_n + \Delta r_n)^3 - r_{i-1}^3}{r_i^3 - r_{i-1}^3} \times N(r_n) \quad \dots\dots\dots (25)$$

だけ振り分け, クラス i に

$$\frac{r_i^3 - (r_n + \Delta r_n)^3}{r_i^3 - r_{i-1}^3} \times N(r_n) \quad \dots\dots\dots (26)$$

だけ振り分ける。これにより凝結成長した水滴の数と質量が保存できて, 凝結成長後の数密度 $N'(r_i)$ は次式で表される。

$$N'(r_i) = \sum_{n=1}^i G(n, i) \cdot N(r_n) \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$G(n, i) = \begin{cases} \frac{(r_n + \Delta r_n)^3 - r_{i-1}^3}{r_i^3 - r_{i-1}^3} & (r_{i-1}^3 < (r_n + \Delta r_n)^3 \leq r_i^3) \\ \frac{r_i^3 - (r_n + \Delta r_n)^3}{r_i^3 - r_{i-1}^3} & (r_i^3 < (r_n + \Delta r_n)^3 \leq r_{i+1}^3) \\ 0 & (\text{その他の場合}) \end{cases}$$

蒸発して小さくなる場合は次式を用いる。

$$N'(r_i) = \sum_{n=i}^{i_{max}} G(n, i) \cdot N(r_n) \quad \dots\dots\dots (28)$$

2. 4 衝突併合過程 (Coalescence, Aggregation)

ここでは、水滴同志の衝突による成長 (coalescence) と氷晶同志の衝突による成長 (aggregation) について説明する。この過程による成長は、前述した凝結過程が、粒径の小さな降水粒子に対して支配的成長要因であるのに対し、粒径の大きな降水粒子に対して支配的に作用する。

まず、衝突 (collection) の基礎式を展開する。いま体積 u と体積 $v - u$ の 2 水滴が衝突して体積 v の水滴が形成されたとすると、体積 v をもつ水滴の数密度 $n(v, t)$ の時間変化は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(v, t)}{\partial t} = & \frac{1}{2} \int_0^v n(v, t) V(v - u|u) n(v - u, t) du \\ & - \int_0^\infty n(v, t) V(v|u) n(u, t) du \quad \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

である。ここで $V(v|u)$ は衝突因子 (collection kernel) である。(29) 式の右辺第 1 項は体積 v の水滴が形成される割合、第 2 項は体積 v の降水粒子が他の大きさの降水粒子と衝突併合して体積 v でなくなる割合である。第 1 項を 2 で割っているのは u と $v - u$ の衝突と $v - u$ と u の衝突を結果的に重複して数えているためである。水滴の場合には、 $V(v|u) = \pi R^2 E(R|r)^2 \cdot \Delta U(R, r) \xi$ とする。ここで R は大水滴の半径、 r は小水滴の半径である。 $E(R|r)$ は衝突係数 (collection efficiency) であり、大水滴の中心から半径 Y_c 以内にある小水滴がすべて補足されるとき、 $E(R|r) = Y_c/R$ で定義される。 ξ は付着係数であり、衝突した水滴が併合せずにはねかえったり、衝突によって分裂することを表現したものである。水滴の付着係数は 1 とした。 $\Delta U(R, r)$ は大水滴と小水滴の落下速度の差である。水滴の衝突係数は半径が $30 [\mu\text{m}]$ 以下の粒子には Klett & Davis [10] の値、それより大きな粒子には Shafir & Neiburger [11] の値を用いる。また大きさがほぼ等しい粒子同士の衝突の場合は Woods & Mason [12] の値により修正し、大きさが非常に異なる粒子同士の場合は Beard & Grover [13] の値により修正した。

次に、降水粒子は離散的にクラス分けされているため必要な数値計算上のテクニックを述べる。これは Berry [3] のスキームといわれるものである。クラス N の水滴 (半径 $r(N)$) が併合によってクラス L の水滴 (半径 $r(L)$) をつくるためには、仮想的なクラス DM の水滴 (半径 $r(DM)$) と衝突しなければならない。このとき質量が保存されるので次式が成り立つ。

$$\frac{4}{3} \pi \rho_w r(N)^3 + \frac{4}{3} \pi \rho_w r(DM)^3 = \frac{4}{3} \pi \rho_w r(L)^3 \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$r(N)^3 + r(DM)^3 = r(L)^3 \quad \dots\dots\dots (31)$$

ここで $r(L) = r_0 \exp((L - 1)/Df)$ であるから上式は、

$$r_0^3 \exp \frac{3(N-1)}{DJ} + r_0^3 \exp \frac{3(DM-1)}{DJ} = r_0^3 \exp \frac{3(L-1)}{DJ} \quad \dots\dots\dots (32)$$

となる。これを変形すると、

$$\exp \frac{3(DM-L)}{DJ} = 1 - \exp \frac{3(N-L)}{DJ} \quad \dots\dots\dots (33)$$

であるので、対数を取って

$$\frac{3(DM-L)}{DJ} = \ln \left(1 - \exp \frac{3(N-L)}{DJ} \right) \quad \dots\dots\dots (34)$$

よって DM は次式で表わされる。

$$DM = L + \frac{DJ}{3} \ln \left(1 - \exp \frac{3(N-L)}{DJ} \right) \quad \dots\dots\dots (35)$$

次に、クラス N の水滴と、クラス DM の水滴との衝突因子を求める。クラス N の水滴とクラス L 、 $L-1$ 、 $L-2$ の水滴との衝突因子をそれぞれ $DK(L-N)$ 、 $DK(L-1-N)$ 、 $DK(L-2-N)$ とすると、三点内挿法よりクラス N の水滴とクラス DM の水滴の衝突因子は、

$$\begin{aligned} DK(DM|N) &= DK(L) \\ &\quad + (L-DM) \{-1.5DK(L) + 2DK(L-1) + 0.5DK(L-2)\} \\ &\quad + \frac{1}{2}(L-DM)^2 \{DK(L) - 2DK(L-1) + DK(L-2)\} \quad \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

となる。続いてクラス DM の水滴の数密度 $n(DM)$ を4点内挿法により求める。 $L-1 \leq DM$ の場合、 $P = DM - (L-1)$ として、

$$\begin{aligned} n(DM) &= -\frac{P(P-1)(P-2)}{6} n(L-2) + \frac{(P^2-1)(P-2)}{2} n(L-1) \\ &\quad - \frac{P(P+1)(P-2)}{2} n(L) + \frac{P(P^2-1)}{6} n(L+1) \quad \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

$L-2 \leq DM < L-1$ の場合、 $P = DM - (L-2)$ として、

$$\begin{aligned} n(DM) &= -\frac{P(P-1)(P-2)}{6} n(L-3) + \frac{(P^2-1)(P-2)}{2} n(L-2) \\ &\quad - \frac{P(P-1)(P-2)}{2} n(L-1) + \frac{P(P^2-1)}{6} n(L) \quad \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

ここで、 $DM \leq L-2$ となることはありえないことを用いている。

(36)式、(37)式、(38)式の各式で計算される数密度と衝突因子を用いて(29)式を変形すると、クラス L の水滴の単位時間あたりの変化の割合は、次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(L)}{\partial t} &= \sum_{N=1}^{L-1} \exp \left(\frac{3(L-DM)}{DJ} \right) \cdot n(DM) \cdot DK(DM|N) \cdot n(N) \\ &\quad - \sum_{N=1}^{N_{max}} n(N) \cdot DK(N|L) \cdot n(L) \quad \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

ここで、

$$\frac{dDM}{dL} = \exp \left(\frac{3(L-DM)}{DJ} \right) \quad \dots\dots\dots (40)$$

は DM の密度関数として求められているものを L の密度関数にするために乗じてある。

水滴と同様、着氷していない氷晶、すなわち最も薄いクラスの氷晶は衝突併合過程によって径方向に成長

する。氷晶の衝突併合の計算では、衝突因子は氷晶のゆらぎによる付着を考慮して以下のように表す。

$$DK(x|y) = [\pi r(x)^2 E(x|y)^2 (V(x) - V(y)) + (r(x) + r(y))^2 2\sigma^* (2\pi)^{\frac{1}{2}}] \xi_s \quad \dots\dots\dots (41)$$

ここで $r(x)$, $r(y)$ は雪辺 x , y の半径, $E(x|y)$ は衝突係数であり, 水滴どうしの衝突の場合と同様に計算する。 $V(x)$, $V(y)$ はそれぞれの落下速度, σ^* はゆらぎの標準偏差 (5[cm/s]) [14] である。 ξ_s は付着係数であり, Hosler et al [15] の実験結果より氷飽和において,

$$\xi_s = \exp\left(-\frac{273-T}{7}\right) \quad \dots\dots\dots (42)$$

で計算する。

氷晶に関する Berry (1967) のスキームは水滴に関するものとはほぼ同様であるが, 氷晶が円盤状であり, 径方向に成長することを考慮して仮想クラス計算が異なる。すなわち,

$$DM = L + \frac{DJ}{2} \ln\left(1 - \exp\frac{2(N-L)}{DJ}\right) \quad \dots\dots\dots (43)$$

$$\frac{dDM}{dL} = \exp\left(\frac{2(L-DM)}{DJ}\right) \quad \dots\dots\dots (44)$$

を用いる。

2.5 凍結・着氷過程 (Freezing・Riming)

凍結過程とは 2.2.1 で述べた condensation nucleation と contact nucleation のことであり, 着氷過程とは大気中の氷晶, 霰および雹が小さな水滴と衝突した時にその水滴を取り込んで成長することである。モデル中では水滴の落下速度が氷の落下速度より早いときには contact nucleation が起こり, その逆の時には着氷 (riming) が起こるとしている。

2.5.1 凍結過程

Condensation nucleation は Vali (1968) の凍結確率により表現されている。氷点下の水滴の一部は凍結するが, Vali はその割合 ξ_v は気温 T [K] の関数であるとし, 実験によってこの関数を以下のように求めた。

$$\xi_v = x_w \exp[-0.66(T - 273) - 1.0] \quad \dots\dots\dots (45)$$

ここで x_w は水滴の質量である。モデルでは, この過程で凍結した水滴は同じ半径をもつ雹となるとした。

Contact nucleation は大きな過冷却水滴と小さな氷晶との衝突によって起こる。氷晶と水滴の衝突の計算は衝突係数の値の他は 2.4 で述べた水滴同士の衝突併合の計算と同様に行う。氷晶と水滴の衝突係数は Pitter & Pruppacher [16] の室内実験値と Ono [17] の野外観測値を修正して求めた。氷晶の半径が $100\mu\text{m}$ より小さいか, 水滴の半径が $5\mu\text{m}$ より小さい場合は衝突係数は 0 とした。

凍結水滴のうち半径が $20\mu\text{m}$ を越える大きなものは密度によってクラス分けされる。すなわち, 密度が $0.7[\text{g cm}^{-3}]$ 以上の時は雹, $0.7[\text{g cm}^{-3}]$ より小さい時は霰のクラスに入れる。半径が $20\mu\text{m}$ より小さなものは氷晶核として振る舞う。Macklin [18] によれば, 凍結水滴の密度 ρ_g は凍結したときの落下速度と表面の温度に依存し,

$$\ln \rho_g = 0.77 \ln Z_m - 2.3 \quad \dots\dots\dots (46)$$

$$Z_m = \frac{\bar{r} V_s}{(T_0 - T_s) 10^2}$$

により計算される。ここで $\bar{r}$ はその体積が中央値であるような水滴の直径, V_s は水滴の落下速度, T_0 は $273[\text{K}]$, T_s は凍結水滴の表面温度である。凍結水滴の表面温度は Mason [19] を参考に計算する。

$$K_a(T_s - T_a) + \rho_a L_v D_f [Q_{vs}(T_a)] = \frac{L_f}{4\pi r_g C_g} \frac{\partial m}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (47)$$

ここで T_a は空気の温度, K_a は空気の熱伝導度, L_v は蒸発の潜熱, D_f は水蒸気の拡散係数, $\partial m / \partial t$ は単位時間あたりの霰の質量増加量である。

2.5.2 着氷過程

小さな水滴と大きな氷晶の衝突あるいは水滴と雹, 霰の衝突により氷晶, 雹, 霰は水滴を取り込み成長する。この過程を着氷過程 (riming) と呼ぶ。着氷に関する衝突の計算は 2.5.1 の contact nucleation の時と全く同じである。

氷晶は着氷過程により厚さを増し, Cotton [20] にしたがって, 厚さが径に等しくなれば霰のクラスに入れる。霰が着氷過程により成長し密度を変えて $0.7 [\text{g cm}^{-3}]$ より大きくなった場合には雹のクラスに入れる。密度の計算は 2.5.1 で述べた落下速度と表面温度から求めるものを用いる。

2.6 融解過程 (Melting)

落下する雹, 霰, 氷晶は 0°C 層を横切る瞬間から融解を始める。融解を始めた降水粒子が完全に融けきるまでに要する時間と落下距離は粒子の大きさにより計算される。この落下距離を経過時間で割ったものは限界落下速度として知られている。

限界落下速度は, 粒子の大きさと周りの気温により求められるものである。 0°C 層以下のある高度における粒子の落下速度とその気温における限界落下速度を比較して, 粒子の落下速度が限界落下速度より大きければ粒子は融解しておらず, 粒子の落下速度が限界落下速度と一致したところで完全に融解したものとする。

限界落下速度は雹, 雹に対しては次式で計算される。

$$V_g^* = \left[\frac{1}{6} + \frac{K_w}{3C_g(K_a + L_v D_f \beta)} \right]^{-1} \frac{K_w}{L_f \rho_g r_g^2} \int (T_a - 273) dz \quad \dots\dots\dots (48)$$

氷晶に対しては次式で計算される。

$$V_i^* = \left[1 + \frac{2\pi r_i}{h} \frac{K_w}{C_i(K_a + L_v D_f \beta)} \right]^{-1} \frac{8K_w}{L_f \rho_i h^2} \int (T_a - 273) dz \quad \dots\dots\dots (49)$$

ここで h は氷晶の厚み, K_a , K_w はそれぞれ空気と水の熱伝導度, L_v , L_f は蒸発と融解の潜熱である。

しかし実際に風洞内での融解を観察すると, 氷はその落下中に融解氷球の上部に移り, 下部に水の対流が見られ, このため熱は水中で早く放出され計算値の半分の時間で完全に融解する。この効果を考え本モデルにおいても限界落下速度の値に 2 を掛けて用いている。

3. 地形を導入した力学過程の定式化

本節では地形を下層境界条件として導入するために直交座標系で記述されている基礎式を, 地形に沿った一般化座標系 (σ 座標系) に変換する方法を説明する。

ここで, 本研究で用いた力学過程は, 潜熱放出による局地的な気圧の変化や降水粒子による下降気流などを考慮する必要があり鉛直方向の運動方程式も解く必要があるため, 非静水力学 (Non-Hydrostatic) モデルである。非静水力学モデルを解くためには, 大気密度の時間変化を計算する弾性系 (Elastic, E-系) の方法と, 運動方程式から気圧を診断的に求める非弾性系 (An Elastic, AE-系) の方法がある。大気密度の時間変化を計算する際には雲物理過程にはほとんど影響しない音波が解に現れて解を乱すことがあるため, ここでは AE-系を用いた。AE-系を用いるとポアソン方程式型の気圧の方程式が現れるが, 座標変換にともなって式が対角行列で表されない形となるので, FFT を用いたポアソン方程式の数値解法をそのまま用いることができなくなる。そのため, AE-系でかつ地形を導入した数値実験の例はほとんどない。ここ

では、この問題の解法もあわせて説明する。

3.1 座標系の変換

地形を下層境界条件として導入する方法には直交座標系のまま階段状の地形を導入する方法と、地形に沿った一般化座標系を導入する方法があるが、様々な形状の山岳に速やかに対応できるという利点から山岳の導入には座標変換を用いて対応する。水平方向の座標は直交座標のまま用い、鉛直座標を(50)式に示す地形に沿った形状の一般化座標系(σ 座標系)に変換する。以下の数式の中で「 $\bar{}$ 」が施されている変数は座標変換後の変数である。

$$\begin{aligned}\bar{x}^1 &= x^1 \\ \bar{x}^2 &= x^2 \\ \bar{x}^3 &= H \left(\frac{x^3 - Z_g}{H - Z_g} \right) \dots\dots\dots (50)\end{aligned}$$

ここで H は解析領域の高さ、 Z_g は山岳の標高である。

山岳の標高は $\bar{x}^1$, $\bar{x}^2$ の関数であり次のように与える。

$$Z_g(\bar{x}^1) = \frac{M_h \cdot A_l^2}{(\bar{x}^1)^2 + A_l^2} \dots\dots\dots (51)$$

ここで、 M_h は山岳の標高を決定するパラメータ、 A_l は山岳の裾野の幅を決定するパラメータである。山岳の標高に対する裾野の幅の広がり表現する指標として(52)式で定義される HVR (Horizontal distance versus Vertical height Ratio) という値を導入する。

$$HVR = \frac{A_l}{M_h} \dots\dots\dots (52)$$

3.2 基礎式の変換

モデルの各基礎式を直交座標系から σ 座標系に変換する座標変換の手段としては、1) テンソル解析の手法を用いる方法、2) チェーンルールを用いる方法の2通りある。2) の方法では、ベクトルの方向の変化が考えられていないので一般には正しくない。しかし、Wong & Hage[21] は、静水圧近似を用いている場合は、連続式や拡散項にあらわれるその差は静水圧近似によって隠されて、1) と 2) による変換結果は一致することを示した。本研究では用いた非静水圧モデルを用いているのでチェーンルールを使用することはできない。そこで、テンソル解析の手法を用いる方法を採用した。

テンソル解析を用いる際には、基礎式の各項をテンソルとして扱うことによりテンソルの性質として既知の様々な性質や解析手法を利用することができるので、以下ではそれらの性質を用いて基礎式を変換する。以下の数式で各項右下の添字、 ij は変換前の式系ではそれぞれ x^i , x^j 方向の微分を表し、変換後の式系では $\bar{x}^i$, $\bar{x}^j$ 方向の共変微分を表す。また、式中の計量テンソル、Christophel 記号、共変微分などのテンソル解析固有の記号については説明を割愛する。

3.2.1 運動方程式

z 座標系での運動方程式は、(53)式で表される。

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{\rho_0} (\rho_0 u^i) \right\} &= - \frac{1}{\rho_0} (\rho_0 u^i u^j)_{,j} - C_p \theta_0 (\delta^{ij} \pi')_{,j} \\ &\quad + \delta^{i3} g \left(\frac{\theta'}{\theta_0} + 0.61 Q'_v - Q_w \right) + F^i_j \dots\dots\dots (53)\end{aligned}$$

それを σ 座標系に変換し、展開すると(54)式となる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{\rho_0} (\rho_0 \bar{u}^i) \right\} = & - \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{1}{G^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^j} (G^{1/2} \rho_0 \bar{u}^i \bar{u}^j) + \left\{ \begin{matrix} i \\ m \quad n \end{matrix} \right\} \rho_0 \bar{u}^m \bar{u}^n \right] \\
& + \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^3} g \left(\frac{\theta'}{\theta_0} + 0.61 Q'_v - Q_w \right) \\
& + \frac{1}{G^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^j} (G^{1/2} \bar{F}^{ij}) + \left\{ \begin{matrix} i \\ m \quad n \end{matrix} \right\} \bar{F}^{mn} \\
& - C_p \theta_0 \left[\frac{1}{G^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^j} (G^{1/2} G^{ij} \pi') \right. \\
& \left. \left\{ \begin{matrix} + C_p \theta_0 \pi' \cdot \frac{1}{G^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^j} (G^{1/2} G^{ij}) \\ - C_p \theta_0 \pi' \left\{ \begin{matrix} i \\ m \quad n \end{matrix} \right\} G^{mn} \dots\dots\dots \end{matrix} \right. \right] \quad (54)
\end{aligned}$$

ここで、 ρ_0 は大気密度、 u^i は x^i 方向の風速、 C_p は定圧比熱、 θ_0 は温位の初期値、 π' は無次元化した気圧偏差 ($\pi' = (p/p_0) \frac{\theta_0}{\theta}$)、 g は重力加速度、 Q_v は水蒸気混合比、 Q_w は全ての降水粒子の混合比の和、 K_m は渦拡散係数であり、各変数で右上に0のついた変数は初期値からの偏差を表す。また、 $\bar{F}^{ij}$ は、

$$\bar{F}^{ij} = K_m \bar{e}^{ij} = K_m \left\{ G^{in} \left(\frac{\partial \bar{u}^j}{\partial \bar{x}^n} \right) + G^{jn} \left(\frac{\partial \bar{u}^i}{\partial \bar{x}^n} \right) - \left(\frac{\partial G^{ij}}{\partial \bar{x}^n} \right) \bar{u}^n \right\} \quad (55)$$

で表される拡散項である。

3.2.2 気圧の式

次に、気圧の式を展開する。 z 座標系での気圧の式は(56)式で表される。

$$\begin{aligned}
C_p \theta_0 (\pi' \delta^{ij})_{,ji} = & - \frac{1}{\rho_0} (\rho_0 u^i u^j)_{,ji} + \delta^{i3} \left[g \left(\frac{\theta'}{\theta_0} + 0.61 Q'_v - Q_w \right) \right]_{,i} \\
& + \frac{1}{\rho_0} (\rho_0 F^{ij})_{,ji} - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{\rho_0} (\rho_0 u^i)_{,i} \right\} \quad (56)
\end{aligned}$$

これを、 σ 座標系に変換すると、(57)式になる。

$$\begin{aligned}
& \frac{C_p \theta_0}{G^{1/2}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial (\bar{x}^1)^2} (G^{1/2} \pi') + \frac{\partial^2}{\partial (\bar{x}^2)^2} (G^{1/2} \pi') + \frac{\partial^2}{\partial (\bar{x}^3)^2} (G^{1/2} G^{33} \pi') \right\} \\
& + \frac{2C_p \theta_0}{G^{1/2}} \left[\frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^1 \partial \bar{x}^3} (G^{1/2} G^{13} \pi') + \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{x}^3} (G^{1/2} G^{23} \pi') \right] \\
& + \frac{C_p \theta_0}{G^{1/2}} \left[\frac{\partial}{\partial \bar{x}^1} \left\{ \pi' \frac{\partial}{\partial \bar{x}^1} (G^{1/2}) + \pi' \frac{\partial}{\partial \bar{x}^3} (G^{1/2} G^{13}) \right\} \right] \\
& + \frac{C_p \theta_0}{G^{1/2}} \left[\frac{\partial}{\partial \bar{x}^2} \left\{ \pi' \frac{\partial}{\partial \bar{x}^2} (G^{1/2}) + \pi' \frac{\partial}{\partial \bar{x}^3} (G^{1/2} G^{23}) \right\} \right] \\
& + \frac{C_p \theta_0}{G^{1/2}} \left[\frac{\partial}{\partial \bar{x}^3} \left\{ \pi' \frac{\partial}{\partial \bar{x}^1} (G^{1/2} G^{31}) + \pi' \frac{\partial}{\partial \bar{x}^2} (G^{1/2} G^{32}) + \pi' \frac{\partial}{\partial \bar{x}^3} (G^{1/2} G^{33}) \right\} \right] \\
= & - \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\partial}{\partial \bar{x}^1} \{ \rho_0 (FLX - \overline{DEF1}) \} + \frac{\partial}{\partial \bar{x}^2} \{ \rho_0 (FLY - \overline{DEF2}) \} \right. \\
& + \frac{\partial}{\partial \bar{x}^3} \left\{ \rho_0 (FL\sigma - \overline{DEF3}) - \frac{H}{H - Z_g} g \left(\frac{\theta'}{\theta_0} + 0.61 Q'_v - Q_w \right) \right\} \\
& \left. - \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{\rho_0} \left\{ \frac{1}{G^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^1} (G^{1/2} \rho_0 \bar{u}^1) + \frac{1}{G^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^2} (G^{1/2} \rho_0 \bar{u}^2) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}^3} (\rho_0 \bar{u}^3) \right\} \right] \right] \quad (57)
\end{aligned}$$

ここで、 FXL , FLY , $FL\sigma$ はそれぞれ、(58)式、(59)式、(60)式で表される。

$$FLX = \frac{1}{G^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^j} (G^{1/2} \rho_0 \bar{u}^1 \bar{u}^j) \dots\dots\dots (58)$$

$$FLY = \frac{1}{G^{1/2} \rho_0} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^j} (G^{1/2} \rho_0 \bar{u}^2 \bar{u}^j) \dots\dots\dots (59)$$

$$FL\sigma = \frac{1}{G^{1/2} \rho_0} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^j} (G^{1/2} \rho_0 \bar{u}^3 \bar{u}^j) + \left\{ \begin{matrix} 3 \\ m \quad n \end{matrix} \right\} \bar{u}^m \bar{u}^n \dots\dots\dots (60)$$

次に、座標変換を施すことによって対角行列とならなくなった Poisson 方程式を高速フーリエ変換 (FFT) を用いて解く方法を説明する。まず、直交座標における気圧の式 (56) は、

$$C_p \theta_0 \left(\frac{\partial^2}{\partial (x^1)^2} + \frac{\partial^2}{\partial (x^2)^2} + \frac{\partial^2}{\partial (x^3)^2} \right) \pi' = f(u^1, u^2, u^3, \theta, Q'_v, \dots) \dots\dots\dots (61)$$

という対角型に書ける。この式の右辺をサブルーチンに代入すると FFT を用いて気圧偏差 π' の数値解が得られる。

一方、 σ 座標系の場合には、対角型の式にするためには次式のように右辺に π' を含む項が現れる。

$$C_p \theta_0 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial (\bar{x}^1)^2} + \frac{\partial^2}{\partial (\bar{x}^2)^2} + \frac{\partial^2}{\partial (\bar{x}^3)^2} \right\} (G^{1/2} \pi') = g(\pi', \bar{u}^1, \bar{u}^2, \bar{u}^3, \theta, Q'_v, \dots) \dots\dots\dots (62)$$

この式を数値的に解くことは容易ではないが、右辺の π' には時間的に 1 ステップ前の値を代入し左辺の π' との間で収束計算を行うことによって気圧を求めている。この方法であれば、直交座標系の Poisson 方程式の数値解を求めたサブルーチンをそのまま使用することができる。

3. 2. 3 スカラーの保存式

温位や各降水粒子の混合比、数密度、凝結核などの保存式をスカラーの保存式と呼ぶことにし、その変換前と変換後の結果を以下に示す。

z 座標系でのスカラーの保存式は (63) 式で表される。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} (\rho_0 u^i \phi)_{,i} + H^i \dots\dots\dots (63)$$

$$H^i = K_h \delta^{ij} \frac{\partial \phi'}{\partial x^j} = K_h \delta^{ij} \phi'_{,j} \dots\dots\dots (64)$$

ここで拡散係数 K_h は水蒸気混合比、温位に関しては K_m と同じ値を用い、降水粒子に対しては K_m の 3 倍の値を用いている。

σ 座標系でのスカラーの保存式は (65) 式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = & -\frac{1}{G^{1/2} \rho_0} \left\{ \frac{\partial}{\partial \bar{x}^1} (G^{1/2} \rho_0 \bar{u}^1 \phi) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}^2} (G^{1/2} \rho_0 \bar{u}^2 \phi) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}^3} (G^{1/2} \rho_0 \bar{u}^3 \phi) \right\} \\ & + \frac{1}{G^{1/2}} \left\{ \frac{\partial}{\partial \bar{x}^1} \left(G^{1/2} K_h \frac{\partial \phi'}{\partial \bar{x}^1} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}^3} \left(G^{1/2} K_h G^{13} \frac{\partial \phi'}{\partial \bar{x}^1} \right) \right\} \\ & + \frac{1}{G^{1/2}} \left\{ \frac{\partial}{\partial \bar{x}^2} \left(G^{1/2} K_h \frac{\partial \phi'}{\partial \bar{x}^2} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}^3} \left(G^{1/2} K_h G^{23} \frac{\partial \phi'}{\partial \bar{x}^2} \right) \right\} \\ & + \frac{1}{G^{1/2}} \left\{ \frac{\partial}{\partial \bar{x}^1} \left(G^{1/2} K_h G^{13} \frac{\partial \phi'}{\partial \bar{x}^3} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}^2} \left(G^{1/2} K_h G^{23} \frac{\partial \phi'}{\partial \bar{x}^3} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}^3} \left(G^{1/2} K_h G^{33} \frac{\partial \phi'}{\partial \bar{x}^3} \right) \right\} \dots\dots\dots (65) \end{aligned}$$

3. 3 初期条件および境界条件

風速に関する解析領域下端 (地表面) での境界条件は、free slip と呼ばれる境界条件で (詳細は Gal-Chen [22] 参照)、 σ 一定面に対する速度の法線成分が 0、すなわち、

$$\bar{u}^3 = 0 \dots\dots\dots (66)$$

である。気圧偏差 π' に関する解析領域下端（地表面）での境界条件は、

$$\frac{\partial \pi'}{\partial x^3} = 0 \quad \dots\dots\dots (67)$$

である。解析領域側方での境界条件はOrlanski [23] による放射境界条件を用いている。

大気の気温・湿度プロファイルは、計算時間の短縮のために **Fig. 1** に表すように条件付き不安定でありかつ対流不安定であるような初期条件としている。また、初期風速および境界風速として与える一般風のプロファイルは、全高度で一定である。

4. 山岳地形が積雲に及ぼす影響

4.1 雲底高度より低い地形の影響

ここでは雲底高度より低い山がある場合について、地形が積雲に与える影響を考察する。具体的には降雨強度の時空間分布を示した **Fig. 2** および **Fig. 3** を用いて同じ標高（600 m）で、HVR が小さい（斜面が急な）場合（**Fig. 2**）と HVR が大きい場合（**Fig. 3**）を比較して山岳の水平スケールの違いによる積雲に対する影響の違いを考察することを行う。

ここで **Fig. 2** および **Fig. 3** の説明をする。図は3つの部分からなっており、一番右の図は導入した地形を縦軸に水平スケール（ x 軸）、横軸に鉛直スケール（ z 軸）をとって描いてある。中央の図は総降雨量の分布を示してあり、縦軸が右の図の地形に対応する水平スケール、横軸は総降雨量の軸である。左の大きな図は地表面降雨強度の時空間分布を色の濃淡で表してあり、縦軸は右の図の地形に対応する水平スケール、横軸は時間である。色の濃淡がどの降雨強度に対応しているかを左の図の下に凡例で示している。

Fig. 4 は HVR が小さい場合（**Fig. 2**）の計算事例において積雲が発達期から成熟期にさしかかる 1200

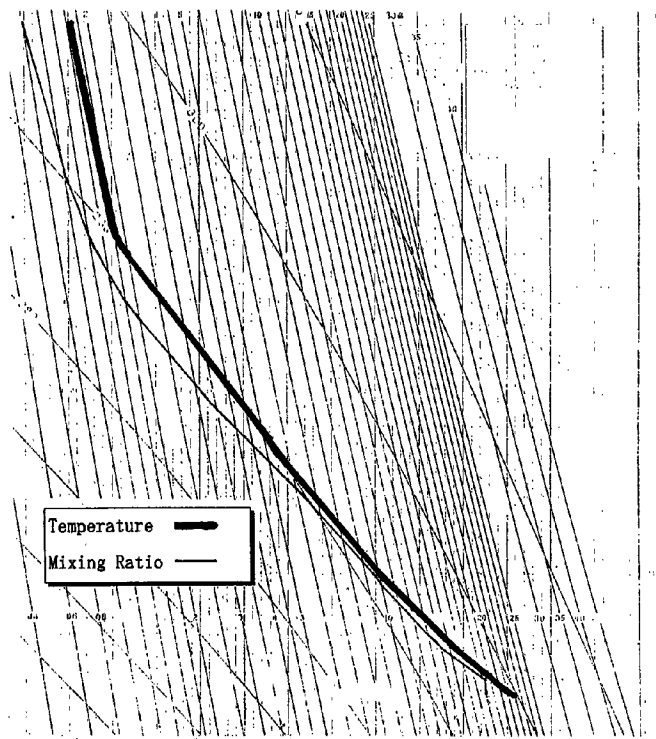


Fig. 1 Emagram of Initial and Boundary Condition.

秒経過後の積雲の全ての降水粒子の混合比と周りの大気の流れ線を示したものである。同様に、Fig. 5 は同じ計算事例の成熟期から消滅期へ移りかけた時の全ての降水粒子の混合比と周りの大気の流れ線を示している。Fig. 6 および Fig. 7 は HVR が大きい場合 (Fig. 3) において Fig. 4, Fig. 5 と同じ発達過程にある全ての降水粒子の混合比と周りの大気の流れ線を示したものである。

雲底高度より低い地形では、降雨が生起する様子はほとんど地形の水平スケールによらないことが Fig. 2 および Fig. 3 より確認できる。図には示していないが、この計算例では 200 cm/s であった風速を 400 cm/s と強くした場合も降雨の移流速度は変化するが、降雨の様子は同一であった。すなわち、降り始めてから 15 分程度経つと今まで降雨生起が見られたところより風下側で非常に強い降雨が突然生起しているというものである。このように、地形の水平スケールが影響を及ぼさない理由は、Fig. 4, Fig. 5, および Fig. 6, Fig. 7 を見ることによって説明される。すなわち、雲底高度より低い地形の場合には、積雲に対してトリガーとしての役割だけを担っており、発達期から成熟期にかけて積雲は山岳地域を通り越してしまい、積雲の発達過程において地形が与える影響はほとんどないことで説明付けることができる。HVR が小さい地形によって生起する鉛直風速は HVR が大きい地形による鉛直風速より 2 倍程度大きいので、トリガーとしての地形の効果は HVR が小さい地形の方が大きく、それは発達期初期の積雲の成長スピードとして積雲に影響を与えている。しかし、成熟期を経て積雲の大きさや形はほぼ同一となる。このことから、一般的な一般風、雲底高度より低い標高という条件下では、地形をトリガーとして風下斜面に積雲が生起するが、雲の成長およびそれにともなう降雨量・降水強度は環境の大気プロファイルによって決定されることが示された。

また、風下斜面の一部で降雨を観測している観測者の立場に立てば、Fig. 7 の場合、3 分程度前まではほとんど降雨がなく、風上側でもそれほど強い降雨を観測したという情報を得てはいないにもかかわらず、急激に強いしゅう雨を観測することになる。これは積雲の発達にともなって電が多数生じし風下側に拡がったために、支えていた上昇気流を失って落下することが原因となって電が融解して雨滴を供給すること、drag force による下降気流を生起して降雨強度をいっそう強くすることという両方の面から降雨強度を強くするというメカニズムで説明づけられる。そのため、電やその上空に存在する霰・氷晶が風下に拡がる様子が観測できれば、その直後に急激なしゅう雨があるものとして、時間と場所が特定できる。すなわち、降雨の移流速度は一般風の速度とほぼ同じであることから、一般風の速度を観測・計算することができればトリガーとなる地形からの位置によって強い降雨が生起する位置を予測することの可能性が示された。

雲底高度より低い山岳地形をトリガーとして生起する積雲は、大気の強制上昇による水蒸気の飽和をきっかけにして発達期初期の積雲となり、それが潜熱を放出しながら次々に雲頂高度を高めていく。その擾乱は風上側に伝播して第 2, 第 3 の積雲を発生させる。それらの積雲の発生位置は異なることが Fig. 6 から分かるが、Fig. 3 に示すように雨域は一つである。それは、以下のメカニズムで説明することができる。すなわち、第 1 の積雲中の強い上昇気流によって第 2, 第 3 の積雲に含まれる降水粒子は第 1 の積雲に運ばれて、そこで水滴→霰→電→大水滴 (雨滴) という成長過程を経て地上に落ちる。すなわち、第 1 の積雲は第 2, 第 3 の積雲中の未発達な降水粒子を強い水平収束によって取り込んで、降雨になるような大粒径の降水粒子に変換する場として機能し、一つの強い降雨場を形成するのである。

4. 2 雲底高度より高い地形の影響

ここでは、雲底高度より高い山 (標高: 1600 m) がある場合の積雲の発達に与える影響および降雨強度・分布に与える影響について考察する。具体的には、雲底高度より高い山の場合には積雲のトリガーとしてだけでなく、積雲生起後の発達過程にも影響を与えることを説明する。さらに、積雲の発達過程に与える影響が山の水平スケールの大きさによって異なるメカニズムを考察する。

雲底高度より高い山がある場合に、一般風速を 200 cm/s および 400 cm/s にした場合の領域平均総降雨量を Fig. 8 に示す。Fig. 8 中で HVR が等しい山がある場合の比較をした場合にその差は約 2 mm 程度ある。

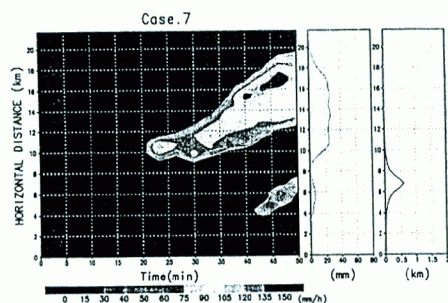


Fig. 2 Time Series and Spatial Variation of Rainfall Intensity, Case of Lower and Steep Slope.

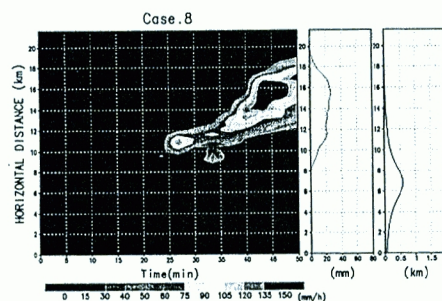


Fig. 3 Time Series and Spatial Variation of Rainfall Intensity, Case of Lower and Gentle Slope.

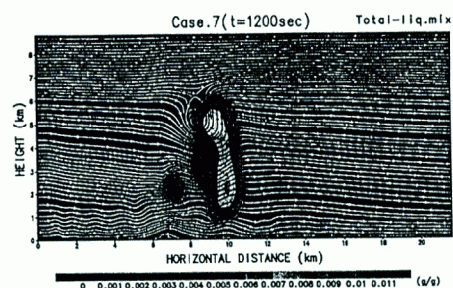


Fig. 4 Distribution of Total Droplet Mixing Ratio of Cumulus of Stage from Developing to Mature Stage, Case of Lower and Steep Slope.

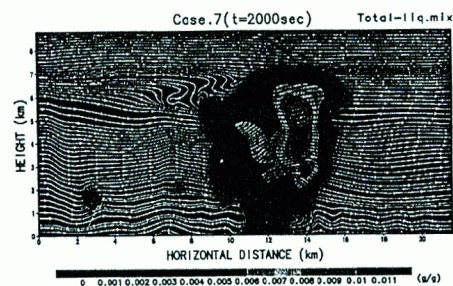


Fig. 5 Distribution of Total Droplet Mixing Ratio of Cumulus of Stage from Mature to Dissipating, Case of Lower and Steep Slope.

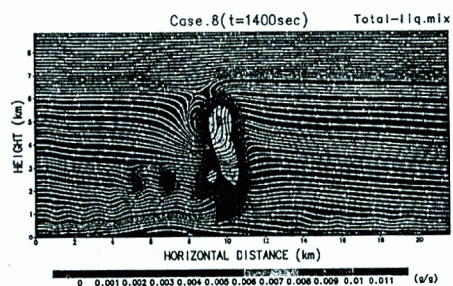


Fig. 6 Distribution of Total Droplet Mixing Ratio of Cumulus of Stage from Developing to Mature Stage, Case of Lower and Gentle Slope.

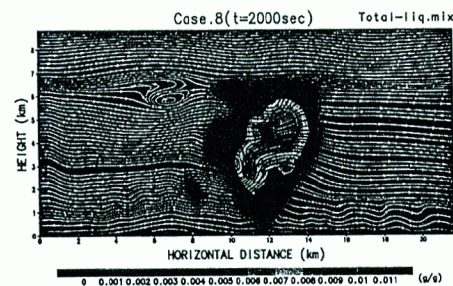


Fig. 7 Distribution of Total Droplet Mixing Ratio of Cumulus of Stage from Mature to Dissipating, Case of Lower and Gentle Slope.

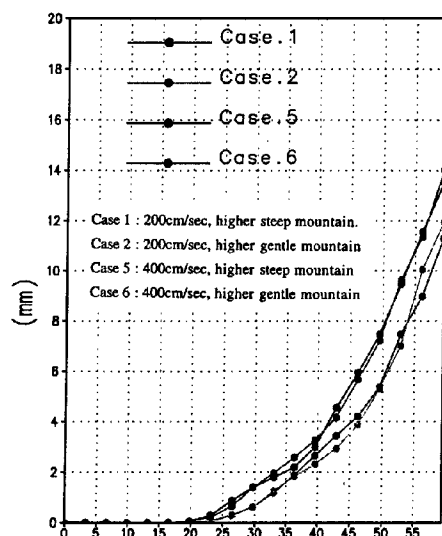


Fig. 8 Total Rainfall Amount Averaged by Total Area.

これは水平方向に 22 km の広がりを持つ領域平均の値であり、積雲からの降雨は領域の一部であることを考慮すると、その差は大きいといえる。参考までに雲底高度より低い山の場合には一般風速を同様に变化させても領域平均総降雨量は 0.2 mm の変化があっただけである。このような、雲底高度より高い山が積雲の発達過程に与える影響は次のように説明できる。説明のために Fig. 9 に雲底高度より高い山 (HVR = 1.0) と低い山 (HVR = 1.3) の場合の発達期 ($t = 1000$ sec) および成長期 ($t = 2000$ sec) の総混合比を示す。ともに一般風速は 400 cm/s である。Fig. 9 より、雲底高度より低い山の場合は、山岳をトリガーとしてできた積雲がそのまま移流しているのに対し、雲底高度より高い山の場合は 2 つ目の積雲が成長し、1 つ目の積雲が移流した後も、あたかも雲がその位置に留まっているかの様に振る舞っていることがわかる。これは、雲底高度より高い山では地形の影響による鉛直上昇流が高い高度にまで発達するため、1 つ目の積雲によってある程度解消された対流不安定であっても、下層の気塊を持ち上げることで 2 つ目の積雲を作ることが可能であるのに対し、雲底高度より低い山ではそのようなことができないためである。

次に、地形の水平スケールの違いが積雲の発達過程に与える影響について考察する。Fig. 10 と Fig. 11 に、雲底高度より標高が高く HVR が小さな山と HVR が大きな山を導入し、一般風は 400 cm/s として計算した場合の地表面降雨強度分布を示す。HVR が小さな山の場合は 120 mm/h を超えるような強雨域は一つだけ現れるが、HVR が大きな山の場合は、2700 秒経過後、3300 秒経過後および 3600 秒経過後と複数回現れる。この違いは最初に生じた積雲に取り込まれる 2 番目以降に生じた積雲の成長の違いである。その違いを説明する。

Fig. 12 に、上記の計算事例における 2600 秒経過後の降水粒子の混合比の総和を示す。HVR が大きい山の場合、山岳による上昇気流の存在域が水平方向に広いため、2 番目に生じた積雲はその上昇気流域で水の粒子を持つまで成長する。一方、HVR が小さい山の場合、2 番目に生じた積雲は HVR が大きい場合ほど成長しないうちに山頂を超えて移流する。その結果、山岳の風下斜面に沿って吹く下降気流によって成長が妨げられる。すなわち、山岳の水平スケールの違いによって、2 番目に生じる積雲が上昇気流が存在する領域で成長するか、下降気流が存在する領域で成長するかによって積雲の成長過程と降雨現象に与える影響が異なるのである。しかし、山岳の水平スケールが積雲の発達過程に大きな影響を与えない場合もある。それは一般風の強さが弱い場合には、初期状態では上昇流を生起していた領域が、積雲が生じたことによって生じる気流の乱れによって下降気流の領域となることがある。その場合には、山岳の水平スケールの違いによって 2 番目に生じた積雲の成長が変わらないので、山岳の水平スケールの影響は現れない。

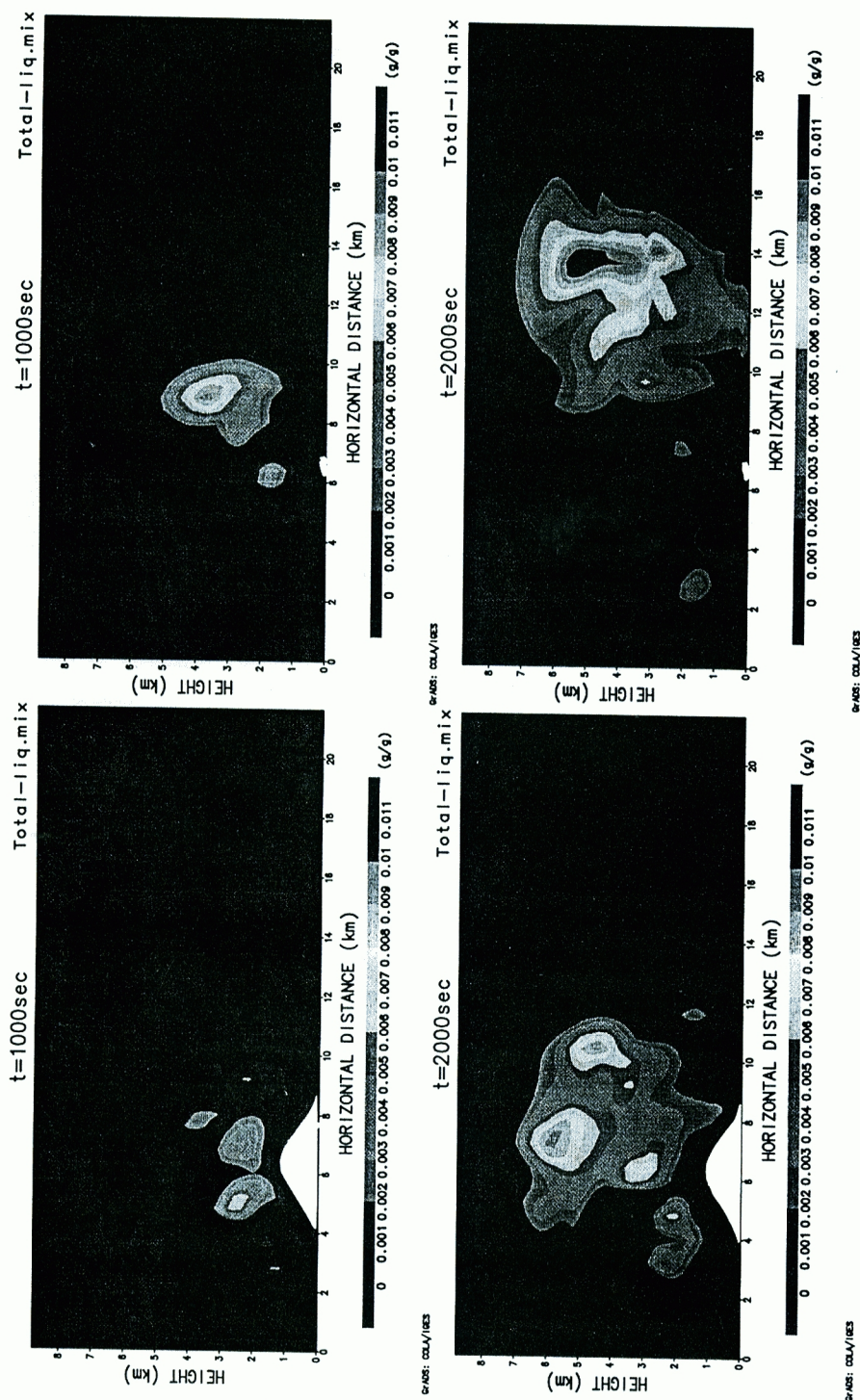


Fig. 9 Distribution of Total Droplet Mixing Ratio over the Higher Mountain (left) and the Lower Mountain (right).

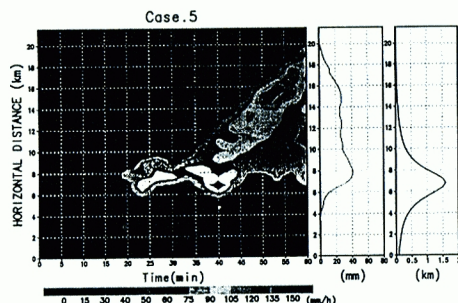


Fig. 10 Time Series and Spatial Variation of Rainfall Intensity Case of Higher and Steep Slope.

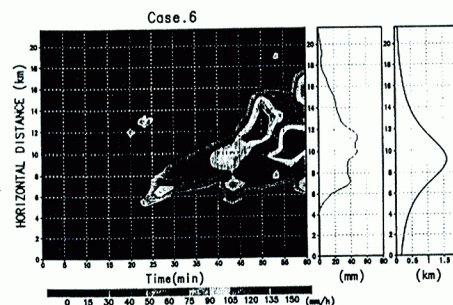


Fig. 11 Time Series and Spatial Variation of Rainfall Intensity Case of Higher and Gentle Slope.

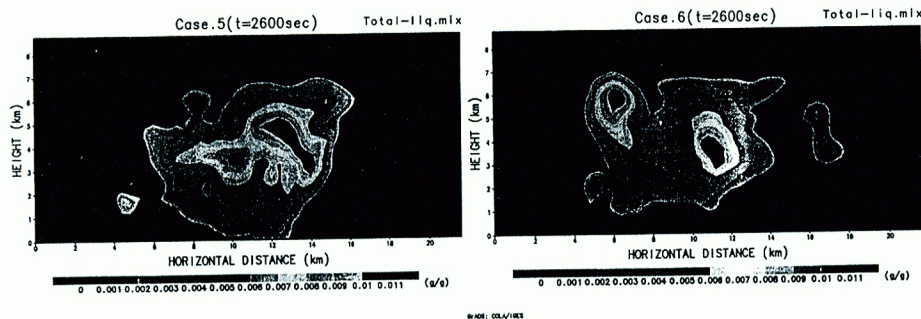


Fig. 12 Distribution of Total Droplet Mixing Ratio over the Higher Mountain ($T = 2600$ sec) : Case of Higher Steep Mountain (left) and Case of Higher Gentle Mountain (right).

5. 結論

詳細な雲の微物理過程を考慮し、山岳地形を導入した2次元雲モデルを用いて、地形が積雲などの対流性降雨に与える影響を調査した。その結果、以下のことが示された。

一般風が地形を介して積雲の成長過程に与える影響は、山岳が雲底高度よりも低い場合では対流発生のトリガーとしてだけであるのに対し、山岳が雲底高度よりも高い場合では、最初に生じた積雲によって、ある程度解消された対流不安定な大気から2つ目以降の積雲を生み出すことで、大気のエネルギーを効率よく使っているからである。

山岳の水平スケールが積雲の成長過程に与える影響は、モデル中で設定している対流不安定な成層では、雲底高度以下の山岳の場合にはその水平スケールおよび一般風の強度に関係なく積雲発生のトリガーとしての役目しか担っていないのに対し、山岳の標高が雲底高度よりも高い場合には複雑である。具体的には、山岳によって生じた最初の積雲がもたらす気流の乱れを打ち消すほどの強度の一般風が吹いている場合では、山岳の水平スケールが大きい時には2番目以降に生じた積雲が十分成長し強い降雨域を次々に生

成するが、山岳の水平スケールが小さい時には2番目以降に生起した積雲が十分成長するまでに山頂を越えて移流し、風下斜面の下降気流によってその成長が阻害されるので2番目以降の強い降雨域は発生しない。また一般風の強度が最初に生起する積雲による気流の乱れよりも弱い場合では、山岳の水平スケールに関係なく2番目以降に生起する積雲の成長は山岳に沿う下降気流が原因となって活発でなくなり、山岳の水平スケールの違いによる差は明瞭でなくなる。

以上で本論文の結論とする。

参考文献

- 1) 高橋勲・阿波田康裕：詳細な雲の微物理過程を考慮した二次元積雲の数値実験，京都大学防災研究所年報 第36号B-2，pp. 189-217，1993
- 2) Takahashi, Tsutomu : *Hail in a Axisymmetric Cloud Model*, J. Atmos. Sci. 33, pp. 1579-1601, 1976
- 3) Berry, E. X. : *Cloud droplet growth by collection*, J. Atmos. Sci. 24, pp. 688-701, 1967
- 4) Takahashi, Tsutomu : *Warm rain, giant nuclei and chemical balance*, J. Atmos. Sci. 32, pp. 1318-1330, 1976
- 5) Houze, R. J. : *Cloud Dynamics*, Academic Press, pp. 501-556, 1993
- 6) Fletcher, N. H. : *The Physics of Rainclouds*, Cambridge University Press, p. 386, 1962
- 7) Hallet, J. and S. C. Mossop : *Production of secondary ice particles during the riming process*, Nature 249, pp. 26-28, 1974
- 8) Asai, T. : *A numerical study of the airmass transformation over the Japan Sea in winter*, J. Meteor. Soc. Jpn. 43, pp. 1-15, 1965
- 9) Kovetz, A. and B. Olund : *The effect of coalescence and condensation on rain formation in a cloud of finite vertical extent*, J. Atmos. Sci. 26, pp. 1060-1065, 1969
- 10) Klett, J. D. and M. H. Davis : *Theoretical collision efficiencies of cloud droplets at small Reynolds number*, J. Atmos. Sci. 30, pp. 1070-1096, 1973
- 11) Shafrir, O. and M. Neiburger : *Collision efficiencies of two spheres falling in a viscous medium*, J. Geophys. Res. 68, pp. 4141-4148, 1963
- 12) Woods, J. D. and B. J. Mason : *Experimental determination of collection efficiencies for small water droplets in air*, Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 90, pp. 373-381, 1964
- 13) Beard, K. V. and S. N. Grover : *Numerical collision efficiencies for small raindrops colliding with micron-size particles*, J. Atmos. Sci. 31, pp. 543-550, 1974
- 14) Sasho, Y. : *Study of the formation of precipitation by the aggregation of snow particles and accretion of cloud droplets on snowflakes*, Pap. Meteor. Geophys. 22, pp. 69-142, 1971
- 15) Hosler, C. L., D. C. Jensen and P. L. Goldshlak : *On the aggregation of ice-crystal to form snow*, J. Meteor. 14, pp. 415-420, 1957
- 16) Pitter, R. L. and H. R. Pruppacher : *A numerical investigation of collision efficiencies of simple ice plates colliding with supercooled water drops*, J. Atmos. Sci. 31, pp. 551-599, 1974
- 17) Ono, A. : *The shape and riming properties of ice crystals in natural clouds*, J. Atmos. Sci. 26, pp. 138-147, 1969
- 18) Macklin W. C. : *Accretion in mixed clouds*, Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 87, pp. 30-50, 1962
- 19) Mason, B. J. : *On the melting of hailstones*, Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 80, pp. 209-216, 1956
- 20) Cotton, W. R. : *Numerical simulation of precipitation development in super-cooled nucleii Part II*, Mon. Wea. Rev. 100, pp. 764-784, 1972

- 21) Wong, R. K. and K. D. Hage : *Comment on "Terrain-following co-ordinates and the hydrostatic approximation"*, J. Atmos. Sci. 40, pp. 2875-2878, 1983
- 22) Gal-Chen, T. and R. C. J. Somerville : *On the use of a coordinate transformation for solution of the Navier-Stokes equations*, J. Comput. Phys. 17, pp. 209-228, 1975
- 23) Orlanski, I. : *A simple boudary condition for unbounded hyperbolic flows*, J. Comput. Phys. 21, pp. 251-269, 1976