

地層境界で発生する散乱波を考慮した地盤震動解析

澤田純男・土岐憲三・福井基史

ANALYSIS OF GROUND RESPONSE CONSIDERING THE SCATTERING WAVE GENERATED ON THE BOUNDARIES IN THE LAYERED GROUND

By Sumio SAWADA, Kenzo TOKI, and Motofumi FUKUI

Synopsis

A modified Reflection/Transmission Matrices method has been proposed to take into account scattering wave generated on the boundaries between soil layers. The proposed method can determine Reflection/Transmission Matrices without huge amount of CPU time, defining the approximate functional shape of the matrices. The case studies using this method show that the scattered waves exert two effects on the characteristics of the ground response. One is to give other peaks in response function, which can not be represented by one dimensional analysis and the other is to give the similar effect which is caused by the frequency dependent damping. It is also shown that those effects are induced by the characteristics of Reflection/Transmission Matrices.

1. はじめに

重要な土木構造物を合理的に設計するためには、建設地点の強震動を精密に予測し、予測された地震動に耐えられるように設計する必要がある。強震動を特性づける要因としては大きく分類して震源、伝播経路、サイト特性があるが、これらの要因のうち本研究では特にサイト特性を取り扱う。

サイト特性の評価を行なう場合には、水平に一樣な境界面を仮定した1次元地盤モデルを用いて、重複反射法による解析が行なわれることが多い。しかし、このような1次元解析では観測データより得られる結果を十分に説明できない場合が少なくないことが知られている。例えば時刻歴波形で見たときに、解析波形は震動継続時間が短く比較的単純な形状をしているのに対し、観測波形は震動継続時間が長く複雑な形状を示していることがある。また解析波形は、地盤の減衰効果によって短周期領域で振幅がかなり小さくなるが、観測される地震動は短周期領域でもかなり振幅が大きい。これを説明するために周波数依存性を持つ減衰¹⁾が解析に導入されている場合が多いが、この周波数依存性をもつ減衰のメカニズムについては不明確な点が多い。

このような現象の原因として、波動散乱が多くの研究者によって指摘されている。そこで本研究では、散乱波が地盤震動特性に与える影響を調べた。局所的な地盤構造における散乱波は、地盤材料の不均質性によって発生する散乱波と、地層境界の不規則性によって発生する散乱波が考えられるが、本研究では、後者の理由によって発生する散乱波を対象とする。ただし、ここで言う「不規則性」は、irregularの意味であり、randomの意味ではない。地層境界の不規則性による散乱波を解析することは、2次元および3次元構造の地盤震動を解析することに帰着する。つまり、基本的には従来不整形地盤の震動解析に用いられてきた手法が利用できる。しかしながら、これらの不整形地盤の震動特性を論じた従来の研究の多くが、主に堆積盆地

構造の境界端部から発生する表面波の確認, および表面波の影響による地震応答の空間的な変化について述べたものであり, これを曲がった地層境界が原因で発生する散乱波ととらえた研究はあまり見当たらない。

本研究の目的は地層境界の不規則性によって発生する散乱波を効率良く解析できる手法を提案し, この手法を用いた解析を実施することによって地層境界で発生する散乱波の特性を明らかにし, 散乱による地盤震動特性を検討することにある。不整形地盤の震動解析と地層境界の散乱波の解析で最も大きく異なることは, 散乱波の解析は基本に 1 次元構造による波動伝播の現象があり, これに付加する形で散乱波の影響が論じられなければならないことである。本研究では, このような議論に適する解析手法として反射/透過行列法²⁻⁹⁾を選び, これを拡張することによって, 地層境界で発生する散乱波が地盤震動特性に与える影響を議論する。

2. 反射/透過行列法

2.1 1 次元構造に対する反射/透過係数

本研究では, SH 波問題のみを扱うことにする。構造が深さ方向にしか変化しないような 1 次元構造に水平波数 k_q の平面波が入射する場合には, 反射波も透過波も水平波数 k_q の平面波である。すなわち Snell の法則が成り立つ。Fig. 1 に示す地盤構造に下方から水平波数 k_q の平面波 $\Phi_2^-(k_q)$ が基準面 2 に入射した場

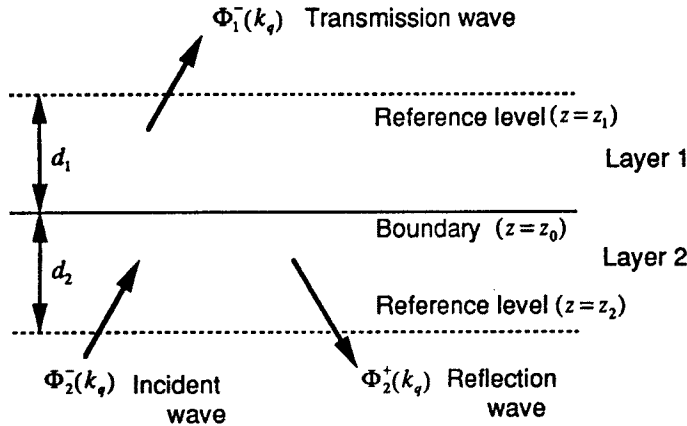


Fig. 1 Wave propagation in 2 layer model.

合, 基準面 1 における媒質 1 の上昇波 (透過波) $\Phi_1^-(k_q)$ および基準面 2 における媒質 2 の下降波 (反射波) $\Phi_2^+(k_q)$ は以下の式で表される。

$$\Phi_2^+(k_q) = r_U^{(1D)}(k_q) \cdot \Phi_2^-(k_q)$$

$$\Phi_1^-(k_q) = t_U^{(1D)}(k_q) \cdot \Phi_2^-(k_q)$$

$$t_U^{(1D)}(k_q) = \frac{\exp[-j\nu_2 d_2]}{\exp[j\nu_1 d_1]} \cdot \frac{2\mu_2 \nu_2}{\mu_1 \nu_1 + \mu_2 \nu_2} \dots \dots \dots (1)$$

$$r_U^{(1D)}(k_q) = \frac{\exp[-j\nu_2 d_2]}{\exp[j\nu_2 d_2]} \cdot \frac{\mu_2 \nu_2 - \mu_1 \nu_1}{\mu_1 \nu_1 + \mu_2 \nu_2}$$

$$\nu_1 = \sqrt{\frac{\rho \omega^2}{\mu_1^2} - k_q^2} \quad \nu_2 = \sqrt{\frac{\rho \omega^2}{\mu_2^2} - k_q^2}$$

ここに, $r_U^{(1D)}(k_q)$ は反射係数, $t_U^{(1D)}(k_q)$ は透過係数, ω は角振動数であり, μ_i , ρ_i , d_i , ν_i は各媒質のせん

断弹性係数、密度、境界から基準面までの距離と鉛直波数を表わしている。同様に、上方から入射した場合の透過波および反射波に対する反射／透過係数 $r_b^{(1D)}(k_q)$, $t_b^{(1D)}(k_q)$ も定義できる。

2.2 2次元構造に対する反射／透過行列

水平方向にも構造が変化する2次元構造に水平波数 k_q の平面波が入射した場合には、1次元構造の場合と違って、水平波数 k_q の平面波の他に、 k_q 以外の水平波数を持つ平面波も生じる。この現象は「波数カップリング」^[3), 8)]と呼ばれている。したがって、2次元構造に対する離散化された反射／透過係数を表現する場合には、次式で示すように入射波数と反射／透過波数を行と列を持つ行列で表現する必要がある。

$$\begin{aligned} \{\Phi_2^+\} &= \sum_{p=-N}^N r_U^{(2D)}(k_p; k_q) \cdot \Phi_2^-(k_q) \Delta k_p = [R_U(k_p; k_q)]^{(2D)} \{\Phi_2^-\} \\ \{\Phi_1^-\} &= \sum_{p=-N}^N t_U^{(2D)}(k_p; k_q) \cdot \Phi_2^-(k_q) \Delta k_p = [T_U(k_p; k_q)]^{(2D)} \{\Phi_2^-\} \dots\dots\dots (2) \\ \{\Phi_i^+\} &= \{\Phi_i^+(-N), \dots, \Phi_i^+(N)\}^T \end{aligned}$$

竹中²⁾は、Rayleigh の仮定の下での応力・変位の連続条件から、任意の2次元構造に対する反射／透過行列を以下のように求めた。

$$\begin{aligned} [T_D]^{(2D)} &= [E_2^-][M_2^+]^{-1}[S_2^+ - S_1^-]^{-1}[S_1^+ - S_1^-][M_1^+][E_1^+] \\ [R_D]^{(2D)} &= [E_1^+][M_1^-]^{-1}[S_2^+ - S_1^-]^{-1}[S_1^+ - S_2^+][M_1^+][E_1^+] \\ [T_U]^{(2D)} &= [E_1^+][M_1^-]^{-1}[S_2^+ - S_1^-]^{-1}[S_2^+ - S_2^-][M_2^-][E_2^-] \dots\dots\dots (3) \\ [R_U]^{(2D)} &= [E_2^-][M_2^+]^{-1}[S_2^+ - S_1^-]^{-1}[S_1^+ - S_2^-][M_2^-][E_2^-] \\ [S^\pm] &= [N_i^\pm]^{-1}[M_i^\pm] \end{aligned}$$

ここに、 $[E_i]$ は境界面から規準面までの波動による位相の違いを表す位相行列、 $[M_i]$ は $\{\Phi_i\}$ を境界面の変位に変換する行列、 $[N_i]$ は $\{\Phi_i\}$ を境界面の応力に変換する行列であり、それぞれ境界形状 $z=h(x)$ の関数となっている。なお、それぞれの行列の右肩の $+$ は下降波および上昇波を表している。以上の式を用いて反射／透過行列を求めるためには、解析周波数毎に $[S_2^+ - S_1^-]$, $[M_1^+]$, $[M_1^-]$, $[N_1^+]$, $[N_1^-]$ の5つの逆行列を求める必要がある。

ここで、1次元構造に対する反射／透過係数を2次元構造に対する反射／透過行列と同列に扱うため、1次元反射／透過行列を以下の形で定義する。

$$\begin{aligned} [R_U]^{(1D)} &= [r_U^{(1D)} \cdot \delta_{pq}] (p, q = -N, \dots, 0, \dots, N) \\ &= \begin{bmatrix} r_U^{(1D)}(-N) & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & r_U^{(1D)}(0) & & \\ & & & \ddots & \\ & [0] & & & r_U^{(1D)}(N) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$[T_U]^{(1D)}$, $[R_D]^{(1D)}$, $[T_D]^{(1D)}$ についても同様に定義する。

2.3 反射／透過行列を用いた地盤震動解析法

反射／透過行列が求まれば、地盤応答は以下の手法で求めることができる。まず Fig. 2 に示すような、半無限媒質1、3に媒質2がサンドイッチされた3層構造の反射／透過行列を考える。この場合、層3～2間の透過波が層2～1間の入射波となり、層2～1間の反射波が層2～3間の入射波となるので、図中に示したように反射波と透過波が無限に生じる。この反射波群と透過波群は、それぞれ一つの反射／透過行列で

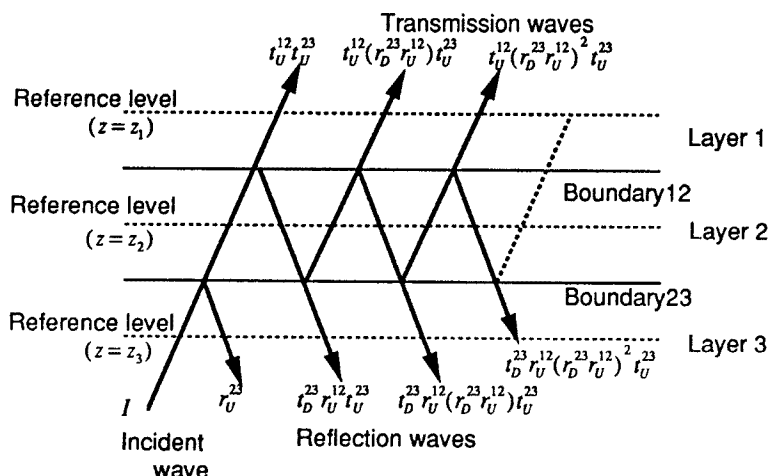


Fig. 2 Wave propagation in 3 layer model.

表すことができる。すなわち、反射波の2番目以降の波群と透過波群は Neumann 級数となっているから、層1～3をまとめて2層構造と考えたときの反射／透過行列は、

$$\begin{aligned}
 T_{\theta}^{13} &= T_{\theta}^{12} T_{\theta}^{23} + T_{\theta}^{12} (R_{\theta}^{23} R_{\theta}^{12}) T_{\theta}^{23} + T_{\theta}^{12} (R_{\theta}^{23} R_{\theta}^{12})^2 T_{\theta}^{23} + \dots \\
 &= T_{\theta}^{12} (I - R_{\theta}^{23} R_{\theta}^{12})^{-1} T_{\theta}^{23} \\
 R_{\theta}^{13} &= R_{\theta}^{23} + T_{\theta}^{23} R_{\theta}^{12} T_{\theta}^{23} + T_{\theta}^{23} R_{\theta}^{12} (R_{\theta}^{23} R_{\theta}^{12}) T_{\theta}^{23} + T_{\theta}^{23} R_{\theta}^{12} (R_{\theta}^{23} R_{\theta}^{12})^2 T_{\theta}^{23} + \dots \quad (5) \\
 &= R_{\theta}^{23} + T_{\theta}^{23} R_{\theta}^{12} (I - R_{\theta}^{23} R_{\theta}^{12})^{-1} T_{\theta}^{23}
 \end{aligned}$$

と表せる。ただし、 I は単位行列、 $()^{-1}$ は逆行列を示す。3層以上の構造についても、式(5)を繰り返し用いることによって、全ての層をまとめて2層構造と考えたときの反射／透過行列を求めることができる。

同様の考え方で、自由表面を含む多層構造の地盤応答を求めることができる。地表面は Fig. 2 に示した3層構造のうち、媒質1が存在しない特殊な場合と考えられ、層2～1間の透過行列 T_{θ}^{12} は零行列で反射行列 R_{θ}^{12} は単位行列となる。従って、媒質3に Φ_{IN} が上向きに入射した場合の地表面における応答変位 $u(k, \omega)$ は、媒質2中の上昇波の2倍となることから、

$$\begin{aligned}
 u(k, \omega) &= 2 \{ T_{\theta}^{23} + (R_{\theta}^{23}) T_{\theta}^{23} + (R_{\theta}^{23})^2 T_{\theta}^{23} + \dots \} \Phi_{IN} \\
 &= 2 (I - R_{\theta}^{23})^{-1} T_{\theta}^{23} \Phi_{IN} \quad (6)
 \end{aligned}$$

と表せる。式中の級数和となっている項は地表と地層境界間での重複反射を表しており、級数解を用いずに適当な項だけ考慮することによって、直達波だけを考慮したり、重複反射の内の1次反射だけを考慮するような解析も可能である³⁾。このことは理論地震記象中の各波群の生成原因を調べる際に役立つと考えられる。

3. 反射／透過行列の近似

3.1 不規則散乱係数

前述したように、反射／透過行列法は、各地層境界の波動伝播特性を反射／透過行列で表現し、これを級数状に足し合わせることによって、地盤応答を計算する。つまり各地層境界の反射／透過行列は言わば部品であって、それぞれの部品の特性が地層全体の応答特性に直接反映される。従って、反射／透過行列の関数

形が明確に表現されると、地盤モデル全体の応答特性が反射／透過行列の関数形から表現できることになる。しかしながら、前章で示した反射／透過行列は、その式中に逆行行列を含んでいるため、実際に数値解析を行なって行列の値を求めないと、その特性を議論することができない。また数値解析的にも、数多くの逆行行列演算を行なうことは計算機の実力の制限を受けやすく、解析の対象とする周波数領域が制限される。そこで本章では、式（３）に示した反射／透過行列を、かなり良い精度で近似する式を提案する。

まず１次元解析とそれに付加すべき散乱波の影響を分離するために、Kennett⁹⁾にならい、２次元構造地盤における反射・透過係数を、水平境界面における反射／透過係数と、境界面の不規則性による散乱を表現する係数の和で表現する。すなわち上昇平面波に対する２次元の透過係数 $t_{ij}^{(2D)}(k_p; k_q)$ を次のように分解する。

$$t_{ij}^{(2D)}(k_p; k_q) = t_{ij}^{(1D)}(k_q) \delta_{pq} + t_{ij}^{(Sc)}(k_p; k_q) \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 $t_{ij}^{(1D)}(k_q)$ は曲がった境界面の代わりに仮想的な水平境界面を設定し、その境界面で計算した一次元の透過係数である。 $t_{ij}^{(Sc)}(k_p; k_q)$ は境界形状の不規則性のために生じる波数カップリングを表現するために付加する係数であり、「不規則散乱係数」と呼ぶこととする。この係数は境界面が水平である場合には０となる。式（７）を行列表示すると、

$$[T_U]^{(2D)} = [T_U]^{(1D)} + [T_U]^{(Sc)} \dots \dots \dots (8)$$

となる。 $[T_U]^{(Sc)}$ は不規則散乱係数 $t_{ij}^{(Sc)}(k_p; k_q)$ を各要素に持つ行列であり、不規則散乱行列と呼ぶ。 $[R_U]$, $[T_D]$, $[R_D]$ についても同じように不規則散乱行列 $[R_U]^{(Sc)}$, $[T_D]^{(Sc)}$, $[R_D]^{(Sc)}$ を定義できる。これらの不規則散乱係数は深さ方向の位相のずれの効果も内包することから、一般に複素数となる。このため、この係数を振幅と位相角に分けて考察する。 $t_{ij}^{(Sc)}(k_p; k_q)$ に対して振幅 A 及び位相角 θ は次式により決定される。

$$t_{ij}^{(Sc)}(k_p; k_q) = A \cdot \exp(j\theta) \dots \dots \dots (9)$$

$$A = |t_{ij}^{(Sc)}(k_p; k_q)|$$

Kennett⁹⁾ はこの振幅 A を水平波数に対する簡単なスペクトル関数で表し、疑似の位相関数と組み合わせることで不規則散乱係数のモデル化を行なっている。しかし、このスペクトル関数は特定地点から得られた観測データより概算した定数であり、本研究では地層境界の形状から不規則散乱係数の特性を考察する。

3. 2 不規則散乱係数の関数形

本節では、不規則散乱係数の近似式が、どのような関数形をとるべきかを考察する。まず、波動伝播の際の位相の変化に着目する。**Fig. 3** に示すような境界形状が $z = h(x)$ で与えられる２次元成層構造に基準面

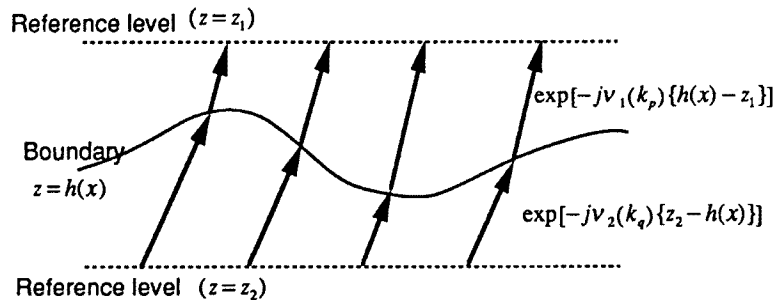


Fig. 3 Phase shift generated by the irregular boundary.

2 から水平波数 k_q の平面波が入射し、基準面 1 に到達するという波動伝播経路を考える。基準面 2 上の $x=0$ なる点での振幅を 1、位相を 0 とすると、基準面 2 での水平波数 k_q の平面波の複素振幅は、

$$\exp[jk_q x] \cdots \cdots \cdots (10)$$

で与えられる。基準面 2 から境界面まで媒質 2 中を水平波数 k_q の上昇平面波が進むときの位相のずれは、

$$\exp[-j\nu_2(k_q)\{z_2-h(x)\}] \cdots \cdots \cdots (11)$$

である。また、境界面から基準面 1 まで媒質 1 中を水平波数 k_p の上昇平面波が進むときの位相のずれは、

$$\exp[-j\nu_1(k_p)\{h(x)-z_1\}] \cdots \cdots \cdots (12)$$

である。したがって、基準面 1 における複素振幅は式 (10) ~ (12) の積で与えられる。ここで、境界形状による位相の変化を明確にする目的で、 $z_1=z_2=0$ とする。複素振幅は次式で示される。

$$g_{tv}(k_p; k_q) = \exp[-j\{\nu_1(k_p) - \nu_2(k_q)\}h(x) + jk_p x] \cdots \cdots \cdots (13)$$

ここで式 (13) を空間領域から波数領域へと Fourier 変換する。

$$G_{tv}(k_p; k_q) = \frac{1}{L} \int_0^L g_{tv}(k_p; k_q) \cdot \exp[-jk_p x] dx \cdots \cdots \cdots (14)$$

これは、基準面 1 における透過波に対して水平波数 k_p の平面波についての一種の Fourier スペクトルを求めることになる。

ここで様々な形状を持つ境界モデルに対して式 (14) を計算し、式 (3) の竹中の手法にしたがって逆行列演算を行って求めた不規則散乱係数 $t_{ij}^{(sc)}(k_p; k_q)$ と比較した。これより次の事柄が確認された。

まず、 $k_p = k_q$ の場合は振幅、位相角ともに互いに全く異なった計算結果を示した。ただし、これは式 (7) で示したように、行列 $[T_{ij}]^{(sc)}$ の対角要素となるときの不規則散乱係数は、1 次元と 2 次元の透過係数の差で与えられることを考慮することにより、関数形状を一致させることができる。

つぎに、逆行列演算を行って求めた不規則散乱係数 $t_{ij}^{(sc)}(k_p; k_q)$ の振幅は、式 (14) より得られる係数 $G_{tv}(k_p; k_q)$ の振幅に一定の倍率を乗じた値となっている。この倍率は 1 次元の透過係数 $t_{ij}^{(D)}(k_q)$ にほぼ等しい。

さらに、 $p-q$ が偶数となると、竹中による式 (3) と式 (14) から求めた位相角の周波数特性を示す両曲線は、かなりの精度で一致する。また、 $p-q$ が奇数となると両者の差は一定値 π をほぼ保っている。したがってこの差をなくすためには、 $p-q$ が奇数のときのみ $G_{tv}(k_p; k_q)$ に対し「-1」を掛ければ良い。

以上の考察から、上昇波に関する透過係数 $t_{ij}^{(sc)}$ の近似式の関数形が次式で与えられる。

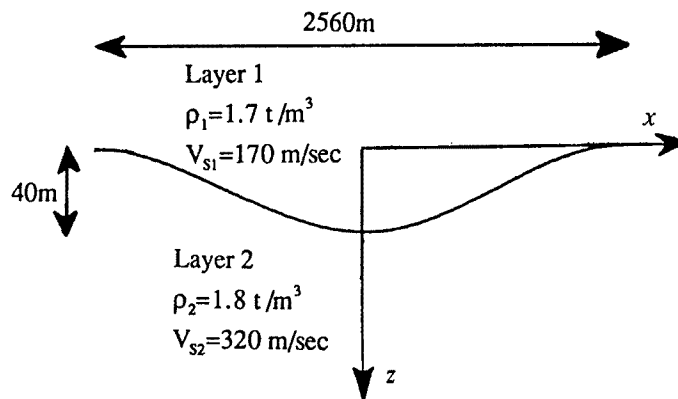


Fig. 4 Model analysed.

$$\bar{t}_U^{(Sc)}(k_p; k_q) = (-1)^{b-q} t_U^{(1D)} G_{tw}(k_p; k_q) - t_U^{(1D)} \delta_{pq} \dots\dots\dots (15)$$

Fig. 4 に示すような単一周期のサイン波で表現される特殊な境界モデルに対して、式 (15) を計算した

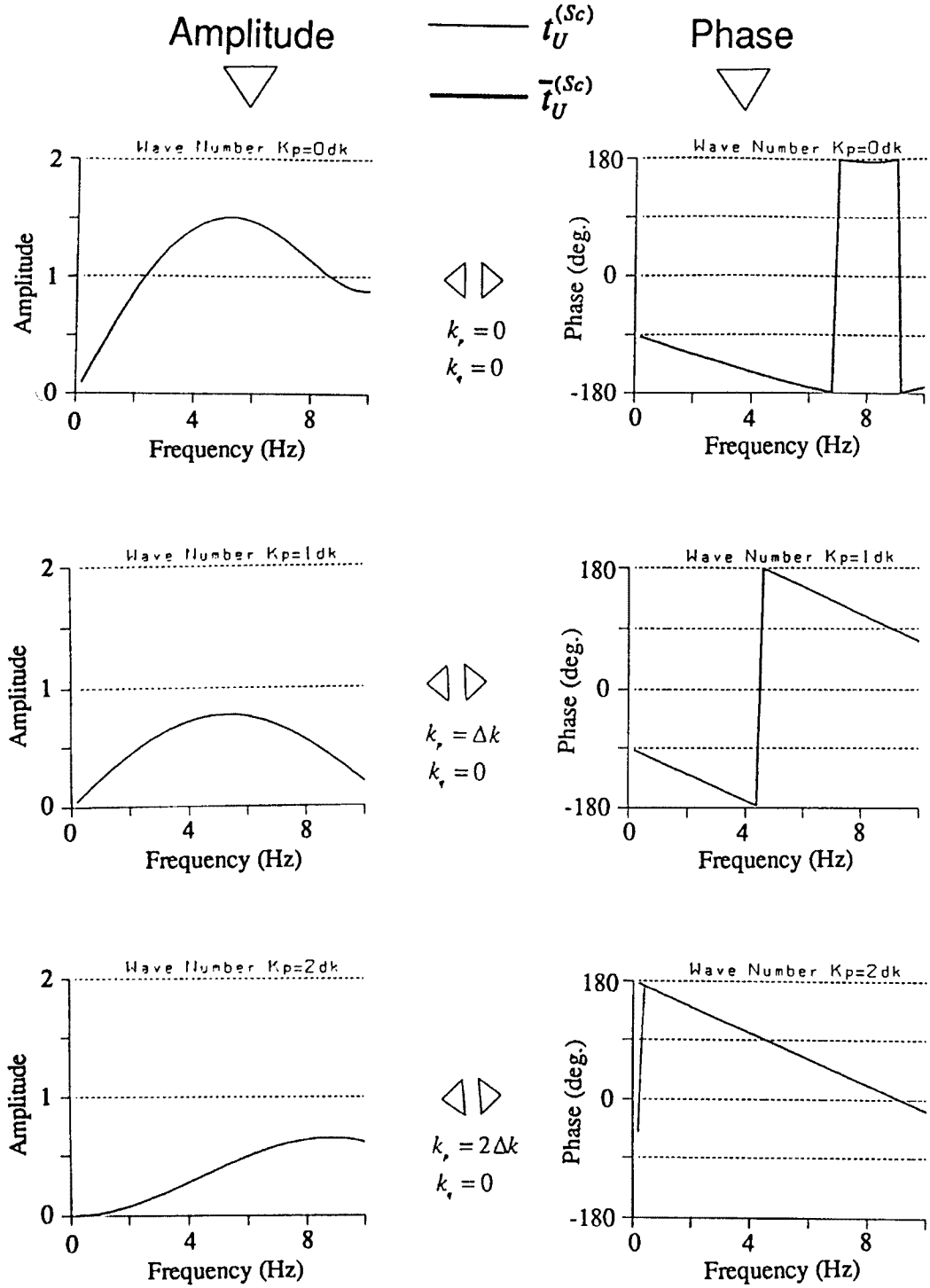


Fig. 5 Comparison of $t_U^{(Sc)}(k_p; k_q)$ and $\bar{t}_U^{(Sc)}(k_p; k_q)$.

ものと式 (3) の竹中の手法で求めたものを比較したのが **Fig. 5** である。図中の太線が式 (13~15) の近似式によるもの、細線が式 (3) の竹中の手法によるものであるが、両者はほぼ一致しているため、重なって太線しか見えないところがある。先に述べた問題点は全て解決されており、近似式が十分な精度を持っていることがわかる。同様に $r_U^{(sc)}(k_p; k_q)$, $t_D^{(sc)}(k_p; k_q)$, $r_D^{(sc)}(k_p; k_q)$ についても、各係数の定義に即した波動の伝播経路を考えることにより、次式のように近似式の関数形を与えることができる。

$$\begin{aligned}\bar{r}_U^{(sc)}(k_p; k_q) &= (-1)^{p-q} r_U^{(1D)} G_{ru}(k_p; k_q) - r_U^{(1D)} \delta_{pq} \\ G_{ru}(k_p; k_q) &= \frac{1}{L} \int_0^L g_{ru}(k_p; k_q) \cdot \exp[-jk_p x] dx \cdots \cdots \cdots (16) \\ g_{ru}(k_p; k_q) &= \exp[j\{\nu_2(k_p) + \nu_2(k_q)\} h(x) + jk_q x]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{t}_D^{(sc)}(k_p; k_q) &= (-1)^{p-q} t_D^{(1D)} G_{td}(k_p; k_q) - t_D^{(1D)} \delta_{pq} \\ G_{td}(k_p; k_q) &= \frac{1}{L} \int_0^L g_{td}(k_p; k_q) \cdot \exp[-jk_p x] dx \cdots \cdots \cdots (17) \\ g_{td}(k_p; k_q) &= \exp[-j\{\nu_1(k_p) - \nu_2(k_q)\} h(x) + jk_q x]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{r}_D^{(sc)}(k_p; k_q) &= (-1)^{p-q} r_D^{(1D)} G_{rd}(k_p; k_q) - r_D^{(1D)} \delta_{pq} \\ G_{rd}(k_p; k_q) &= \frac{1}{L} \int_0^L g_{rd}(k_p; k_q) \cdot \exp[-jk_p x] dx \cdots \cdots \cdots (18) \\ g_{rd}(k_p; k_q) &= \exp[-j\{\nu_1(k_p) + \nu_1(k_q)\} h(x) + jk_q x]\end{aligned}$$

さらに、これらの式が単一周期のサイン波で表現される特殊な境界面以外の、任意形状の地盤についても適用可能であることを示す。**Fig. 6** は複数のサイン波を合成した境界モデルである。このモデルに対して式 (13~15) で求めた値と式 (3) の竹中の手法で求めた値を比較したのが **Fig. 7** である。これより、任意形状の境界面についても式 (13~18) は十分適用できることが示された。

ただし式 (13) において $z_1 = z_2 = 0$ としているので、実際の地盤の応答解析を行なう場合には、各地層のせん断波速度や厚さに応じて、地層内を波動伝播する際の位相の変化を表す行列を、ここで求めた反射/透過行列に掛けなければならないことに注意が必要である。

3.3 不規則散乱係数の近似式

式 (13~18) で定式化を行った不規則散乱係数は、入射波の水平波数 k_q と散乱波の水平波数 k_p に対して定義された $g_{ru}(k_p; k_q)$ を Fourier 変換する形になっている。すなわち、行列要素の一つ一つに対し Fourier 変換を施す必要があり、高速 Fourier 変換 (FFT) を用いるにしても、かなり計算時間を必要とする。そこで本節では、計算時間を大幅に短縮する目的で、式 (13~18) を変形し、不規則散乱係数の近似式を提案する。

すなわち、式 (13) 中の k_p を k_q に変え $g_{ru}(k_p; k_q)$ を

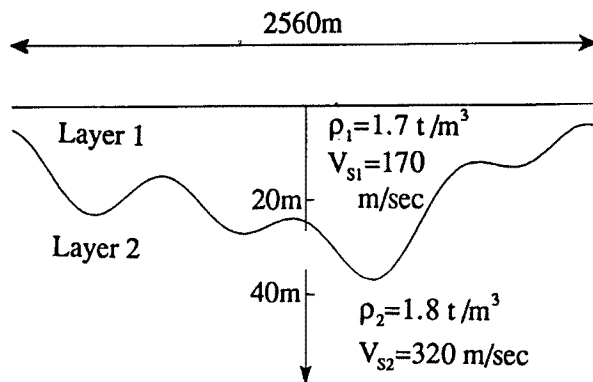
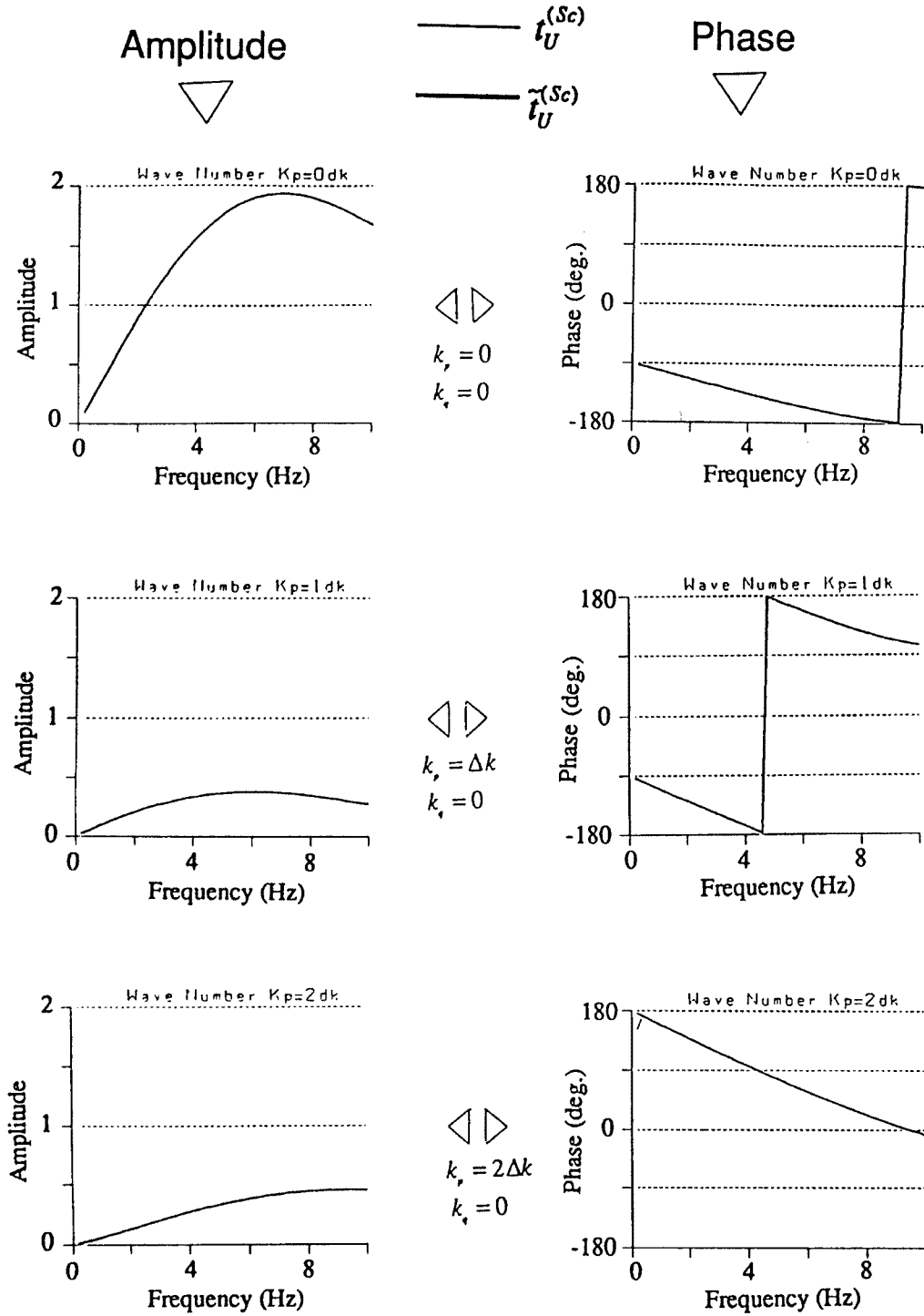


Fig. 6 Complex boundary model.


 Fig. 7 Comparison of $t_U^{(Sc)}(k_p; k_q)$ and $\tau_U^{(Sc)}(k_p; k_q)$.

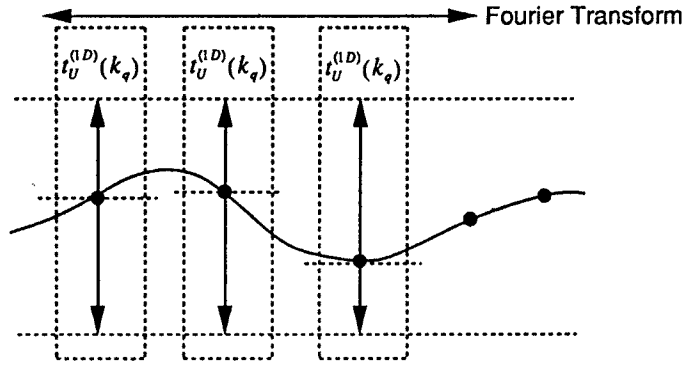


Fig. 8 Mathematical image of approximate equation.

$$\tilde{g}_{iv}(k_q) = \exp[-j\{v_1(k_q) - v_2(k_q)\}h(x) + jk_q x] \cdots \cdots (19)$$

と近似する。これを式 (13) の代わりに式 (14~15) に代入したものを不規則散乱係数 $t_U^{(Sc)}(k_p; k_q)$ の近似式とする。

$$\begin{aligned} \tau_U^{(Sc)}(k_p; k_q) &= (-1)^{p-q} t_U^{(1D)} \tilde{G}_{iv}(k_p; k_q) - t_U^{(1D)} \delta_{pq} \\ \tilde{G}_{iv}(k_p; k_q) &= \frac{1}{L} \int_0^L \tilde{g}_{iv}(k_q) \cdot \exp[-jk_p x] dx \end{aligned} \cdots \cdots (20)$$

式 (19) から $\exp[-jk_q x]$ の項を除いたものは式 (12) において、2つの基準面の深さを $z_1 = z_2 = 0$ とし、透過波の水平波数を1次元構造の場合と同じように $k_p = k_q$ とした式に等しく、1次元成層構造の透過波の位相を求める形になっている。つまり Fig. 8 に示すようにに地表面に連続的に観測点を配置し、各観測点直下の構造を水平近似する。そこで得られる1次元の透過係数 $t_U^{(1D)}(k_q)$ を水平方向に Fourier 変換したものが式 (20) と数学的に等しくなる。

また、波数カップリングにとまない散乱波全体の波面は Fig. 9(a) に示すようにに曲率を持つが、ここでは Fig. 9 (b) に示すように「入射波と同じ水平波数を持つ透過波の波面が散乱波全体の波面となる」と仮定したことになる。つまり、入射波の水平波数との差が大きい透過波は、実際とはかなり異なる波面を持つようになる。Fig. 4 に示した境界モデルに対する、特定の周波数において入射水平波数を同じくする散乱係数を比較してみると、Fig. 10 に示すとおり水平波数の差が大きな係数は位相角についてズレを生じるよう

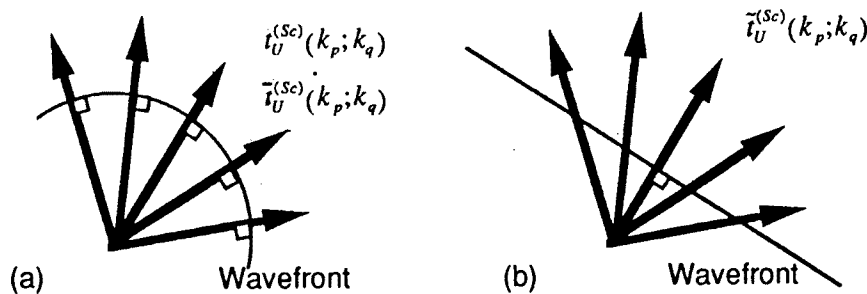


Fig. 9 Physical image of approximation.

- (a) The case of $t_U^{(Sc)}(k_p; k_q)$ and $\tilde{t}_U^{(Sc)}(k_p; k_q)$.
 (b) The case of $\tau_U^{(Sc)}(k_p; k_q)$.

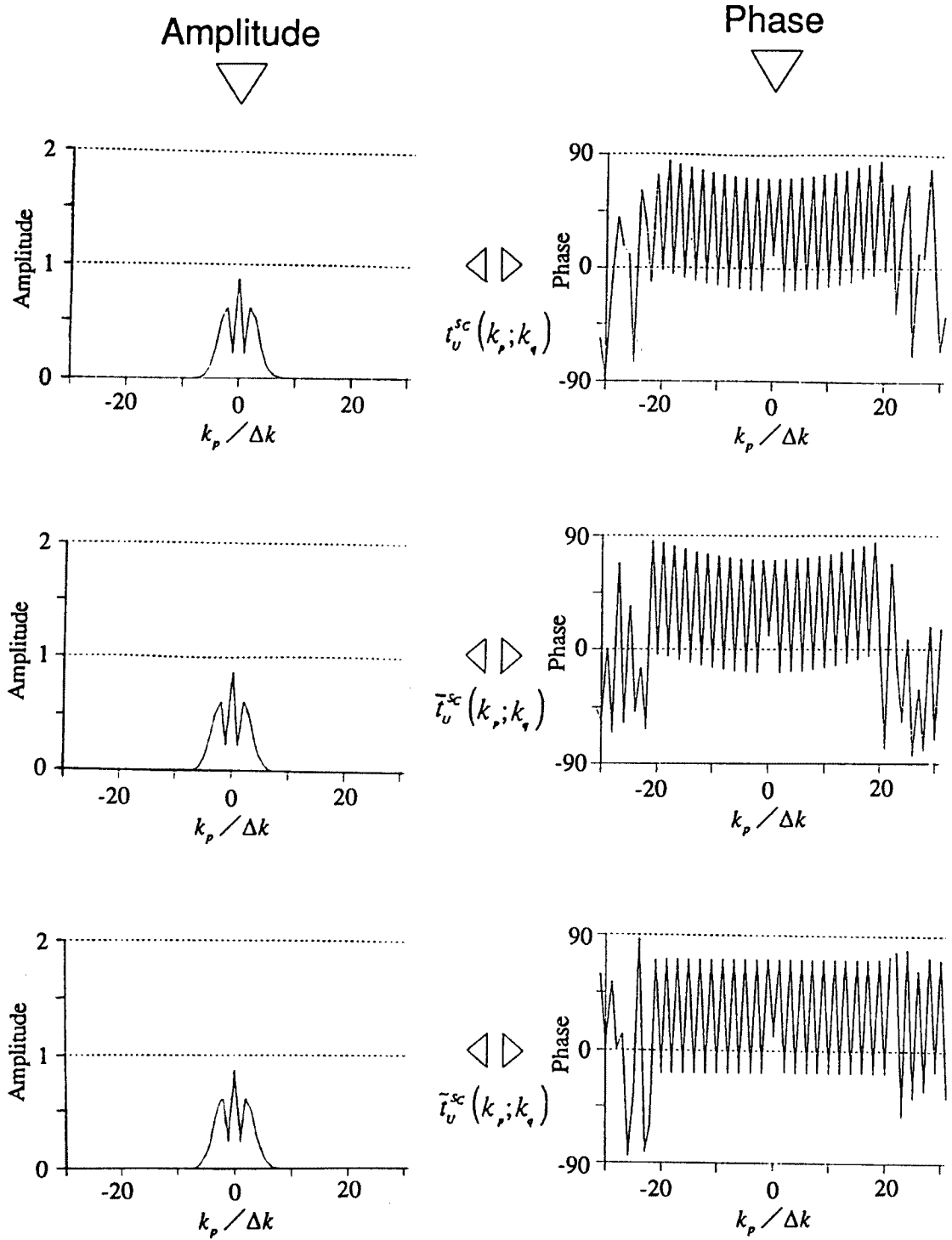


Fig. 10 Comparison of $t_v^{sc}(k_p; k_q)$, $\tilde{t}_v^{sc}(k_p; k_q)$ and $\tilde{\tau}_v^{sc}(k_p; k_q)$.
 ($k_q=0$; $k_{-31} \leq k_p \leq k_{31}$; $f=8\text{Hz}$)

になる。しかし、このような係数は波動の広がり大きい低周波数域では振幅が非常に小さく、この位相角のズレが大きな影響を及ぼすことはないと考えられる。

このように、式 (19~20) を不規則散乱係数の近似式として用いると、高速 Fourier 変換を 1 度使用することにより不規則散乱行列 $[T_U]^{(Sc)}$ の列要素を 1 度に求めることができる。このため、行列の大きさに対して計算量が 1 次のオーダーとなるため、竹中の手法等に比べて大幅に計算時間が短縮されることになる。

他の不規則散乱係数についても

$$\begin{aligned}\tilde{r}_U^{(Sc)}(k_p; k_q) &= (-1)^{p-q} r_U^{(1D)} \tilde{G}_{rv}(k_p; k_q) - r_U^{(1D)} \delta_{pq} \\ \tilde{G}_{rv}(k_p; k_q) &= \frac{1}{L} \int_0^L \tilde{g}_{rv}(k_q) \cdot \exp[-jk_p x] dx \cdots \cdots \cdots (21) \\ \tilde{g}_{rv}(k_q) &= \exp[j\{v_2(k_q) + v_2(k_q)\}h(x) + jk_q x]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{r}_D^{(Sc)}(k_p; k_q) &= (-1)^{p-q} t_D^{(1D)} \tilde{G}_{td}(k_p; k_q) - t_D^{(1D)} \delta_{pq} \\ \tilde{G}_{td}(k_p; k_q) &= \frac{1}{L} \int_0^L \tilde{g}_{td}(k_q) \cdot \exp[-jk_p x] dx \cdots \cdots \cdots (22) \\ \tilde{g}_{td}(k_p; k_q) &= \exp[-j\{v_1(k_q) - v_2(k_q)\}h(x) + jk_q x]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{r}_D^{(Sc)}(k_p; k_q) &= (-1)^{p-q} r_D^{(1D)} \tilde{G}_{rd}(k_p; k_q) - r_D^{(1D)} \delta_{pq} \\ \tilde{G}_{rd}(k_p; k_q) &= \frac{1}{L} \int_0^L \tilde{g}_{rd}(k_q) \cdot \exp[-jk_p x] dx \cdots \cdots \cdots (23) \\ \tilde{g}_{rd}(k_q) &= \exp[-j\{v_1(k_q) + v_1(k_q)\}h(x) + jk_q x]\end{aligned}$$

により、式 (16~18) に対する近似式を与えることができる。

式 (19~23) の近似式によって求められた反射／透過行列を用いて計算された地盤応答は、AL 法¹⁰⁾を用いて計算された結果と周波数領域、時間領域ともほぼ完全に一致することが確かめられている¹¹⁾。これらの検討から、不規則散乱行列の近似式を用いた反射／透過行列法の拡張手法は地盤震動解析に十分適用できると考えることができる。

4. 散乱波が地盤震動特性に与える影響

4.1 解析モデル

本章では、水平面に微小な凹凸を加えた境界面を持つモデル地盤に対して散乱現象を考慮にいたれた震動解析を行ない、地層境界で発生する散乱波が地盤震動特性に与える影響について考察する。

Fig. 11(a) に解析に用いたモデルの概要を示す。すなわち、表層と基盤との間の境界面が一定周期で波打つような形状の場合を解析の対象とする。境界面を単一周期のサイン波でモデル化したため、「不規則成層構造」という言葉のイメージからは外れるが、波動散乱の影響の把握を容易にするためにこのような形状を採用した。平均表層厚 $H=40\text{m}$ 、凹凸の波長 $L=320\text{m}$ 、凹凸の両振幅 $B=20\text{m}$ の場合を基本ケースとし、これらの値を変化させることによってケーススタディを行なう。**Fig. 11(b)** は、この基本ケースに対して凹凸の実際の縦横比を表したものである。SH 波が鉛直入射する場合のみを取り扱い、波数の離散化個数は $2N+1=255$ として、周波数は 0.05Hz 間隔で 0.0Hz から 10.0Hz まで計算を行なう。なお、散乱による影響のみを見るために地盤材料の粘性減衰は考慮していない。

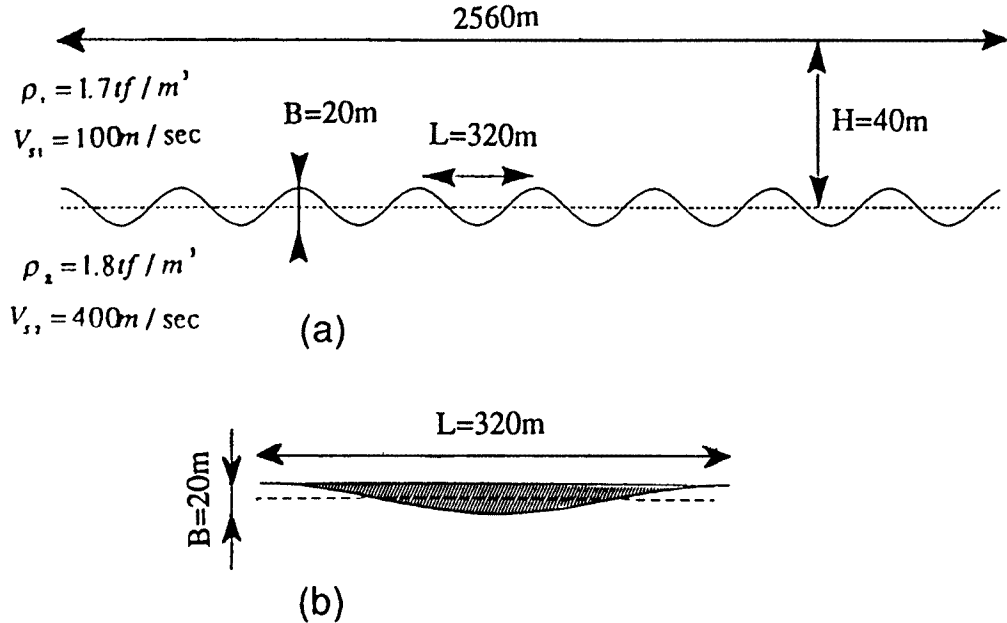


Fig. 11 Model analysed
 (a) Model Parameters.
 (b) The boundary with actual aspect ratio.

4.2 観測点位置による散乱波の影響の相違

Fig. 12 は基本ケースの地盤モデルに対して、地表面に配置した3観測点で得られた周波数応答曲線である。各観測点の位置は、観測点Aが堆積層の最も薄い所、観測点Bが境界面の平均深さと同じ堆積層厚を持つ所、観測点Cが堆積層の最も厚い所に位置している。また各観測点直下の地下構造を水平成層近似した構造に対して求めた1次元解析の結果を破線で示している。

Fig. 12 より、1次元解析における応答曲線は卓越振動数が等間隔で現れ、その応答倍率も等しくなる。しかし散乱を考慮した場合には、低周波数域において1次元解析では現れない周波数に対してピークを持つなど1次元解析とはかなり応答性状が異なる。例えば、観測点Bにおける応答を示した Fig. 12(b) において第1のピーク(図中矢印1)は0.5Hzあたりに、また第2のピーク(図中矢印2)は0.8Hzあたりに現れるが、これは、それぞれ堆積層の最も厚い部分と最も薄い部分における1次元解析の卓越振動数と等しい。逆に、観測点Bで1次元解析を行ったときの1次の卓越振動数は約0.6Hzとなるが、Fig. 12(a)および(c)中においても同じ周波数でピークが現れている(矢印3, 4)。これらは鉛直入射をしたにもかかわらず、斜め方向に進む波動が散乱により発生することを意味しており、1次元解析では表現できない特徴である。さらに観測点Cには境界の各点で散乱した波動が集まることが予想される。その結果、Fig. 12(c)においては卓越振幅が1次元解析の結果を大きく上回っている。

また、Fig. 12(b)において5.5Hz~8.5Hzまで明瞭なピークは確認されず全体的に応答倍率が1次元解析に比べ小さくなっている。そして9.0Hz付近から再び応答倍率が増加している。つまり、波動散乱の効果により応答が1次元解析に比べ大きくなる領域や小さくなる領域が現れる。これは周波数依存型の減衰を与える効果と等しい。

以上の結果より、曲がった境界面による波動の散乱を考慮することの重要性が確認される。波動の散乱が

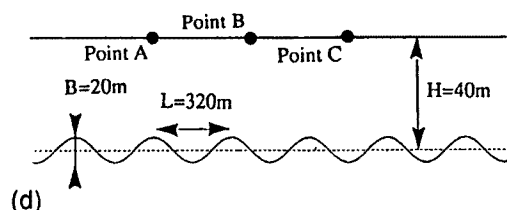
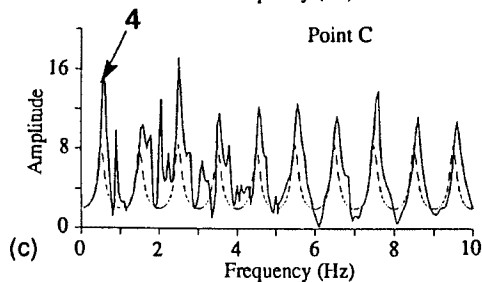
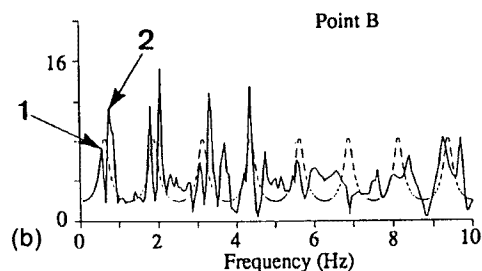
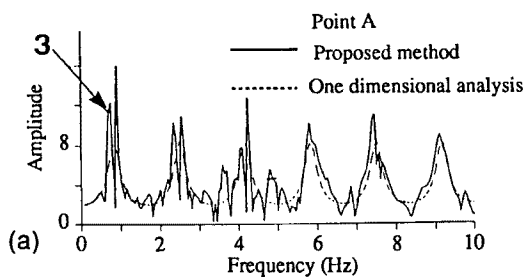


Fig. 12 Effects of the location of observation point on the ground response.

- (a) Point A.
- (b) Point B.
- (c) Point C.
- (d) Boundary shape and location of observation point.

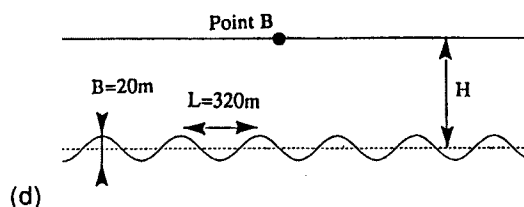
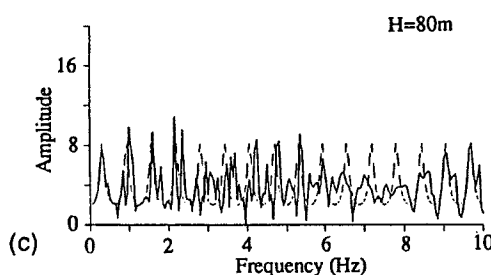
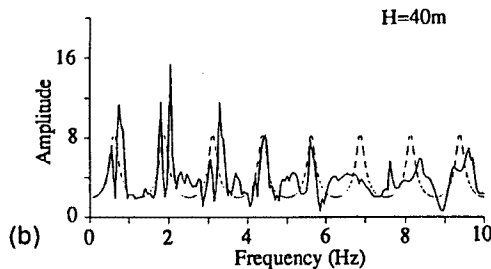
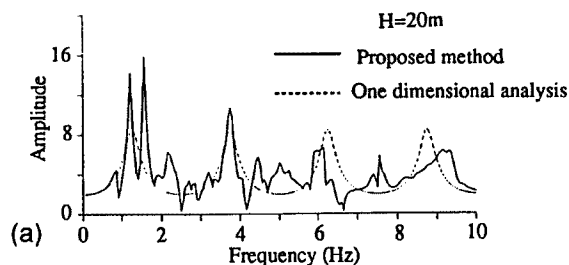


Fig. 13 Effects of the thickness of surface layer on the ground response.

- (a) $H = 20\text{m}$.
- (b) $H = 40\text{m}$.
- (c) $H = 80\text{m}$.
- (d) Boundary shape and location of observation point.

応答曲線に与える影響は大きく分けて2つある。1つは、1次元解析結果に「周波数依存型の増幅特性」を加えることである。もう1つは波動が2次的に散乱することにより、水平層を仮定した解析では得られないピークを与えることである。また、これらの影響は観測点の位置により異なり、特に境界が最も深くなる点の直上の観測点では、応答倍率が大きくなる傾向がある。

4.3 表層厚の影響

Fig. 13 は表層の厚さ H を変えた場合の地盤応答特性の違いを示したものである。表層厚さ以外の解析条

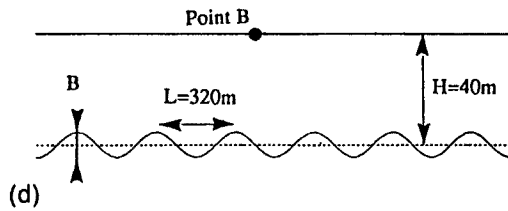
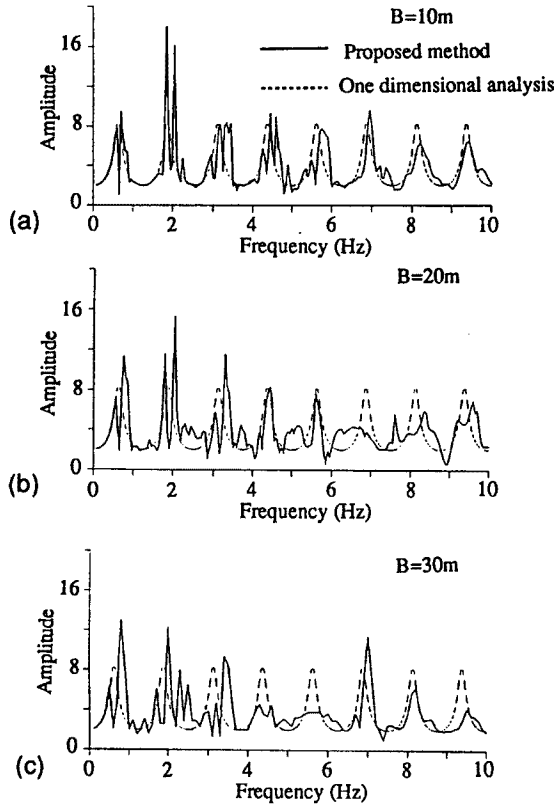


Fig. 14 Effect of the amplitude of irregular boundary on the ground response.
 (a) $B = 10\text{m}$.
 (b) $B = 20\text{m}$.
 (c) $B = 30\text{m}$.
 (d) Boundary shape and location of observation point.

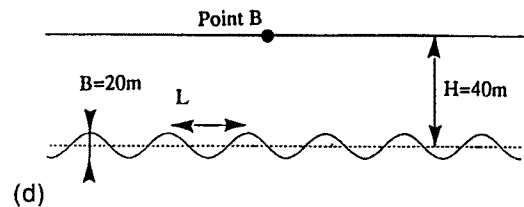
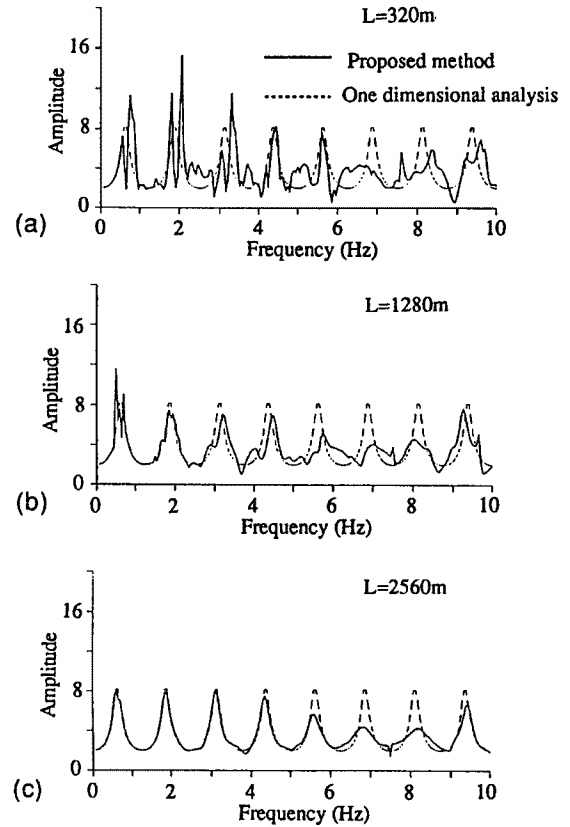


Fig. 15 Effects of the wavelength of irregular boundary on the ground response.
 (a) $L = 320\text{m}$.
 (b) $L = 1280\text{m}$.
 (c) $L = 2560\text{m}$.
 (d) Boundary shape and location of observation point.

件は基本ケースと等しい。また、図中の実線、破線の意味するものは Fig. 12 と等しい。

Fig. 13 からわかるように、低次モード域で応答倍率がかなり大きくなる傾向があり、高次モードの応答倍率は 1 次元解析の結果とはほぼ等しいか、それより減少している。そして表層が厚くなるにつれ、低次モード域での倍率の増幅レベルは減少し、1 次元解析結果に近づく。この現象は、表層内の波の干渉に大きく関係すると思われる。つまり、低次モードでは波長が長くなり、波が境界面から地表面まで到達する間に繰り返す振動数が少なくなる。同様に表層が浅いときにも、伝播経路の中には数周期分の波しか含まれない。したがって、散乱波の位相は揃いやすく、卓越周波数では大きい応答倍率を示すことになる。逆に、高次モー

ドや表層厚が厚いときには、伝播経路の中に含まれる波の数は多くなる。このような場合、位相の異なる波が干渉しあうので応答倍率も小さくなると考えられる。

ただし、全ての図において 5.5Hz~8.5Hz の範囲で全体的に応答倍率が低くなっていることが確認される。つまり、表層厚を変化させることで応答倍率が 1 次元解析に比べ増減するレベルは変わるが、その周波数領域は変わらないことがわかる。

4. 4 不規則形状の振幅の影響

Fig. 14 は境界面の凹凸振幅 B を変えたケーススタディの結果を示したものである。図から、振幅が小さくなるにつれ、応答曲線が 1 次元解析の結果に近くなる様子が分かる。凹凸の振幅が小さいときには境界面も水平に近似されやすくなることは明らかで、この結果は十分納得できるものである。

また、1 次元解析に比べ応答倍率が全般的に低くなっている領域を、境界面の上下変動の小さい **Fig. 14(a)** では見ることはできないが、**(b)** では 5.5Hz~8.5Hz の範囲に現れ、**(c)** では 4.0Hz~6.0Hz と 8.0Hz~10.0Hz の 2 つの範囲に現れる。このことから、応答倍率が 1 次元解析に比べ大きくなる領域や小さくなる領域が現れる効果は、境界の凹凸の振幅の大きさに関係があることがわかる。

4. 5 不規則形状の波長の影響

Fig. 15 は境界面の凹凸の波長 L を変えたケーススタディの結果を示したものである。ただし、 L が大きくなるにつれ解析モデルの全長も大きくしている。

図から、境界面の凹凸の波長 L が大きくなるにつれ、応答曲線が 1 次元解析の結果をほぼトレースするようになることが分かる。凹凸の波長が大きいときには、散乱波動の広がり方は小さくなる。そのため、観測点の震動特性は 1 次元解析の結果にかなり近くなる。逆に、**Fig. 15(a)** のように凹凸の波長が短いときには、散乱波動の広がり方が大きいために、境界面のいろいろな地点で散乱した波動が観測点に集まってくる。したがって、震動特性は 1 次元解析とはかなり異なる。ただし、全てのケースにおいて応答倍率が低くなる領域はほぼ等しく、約 6.0Hz~8.0Hz あたりの範囲に現れる。特に、**Fig. 15(c)** では応答曲線がなめらかになるので、その領域が明瞭にわかる。

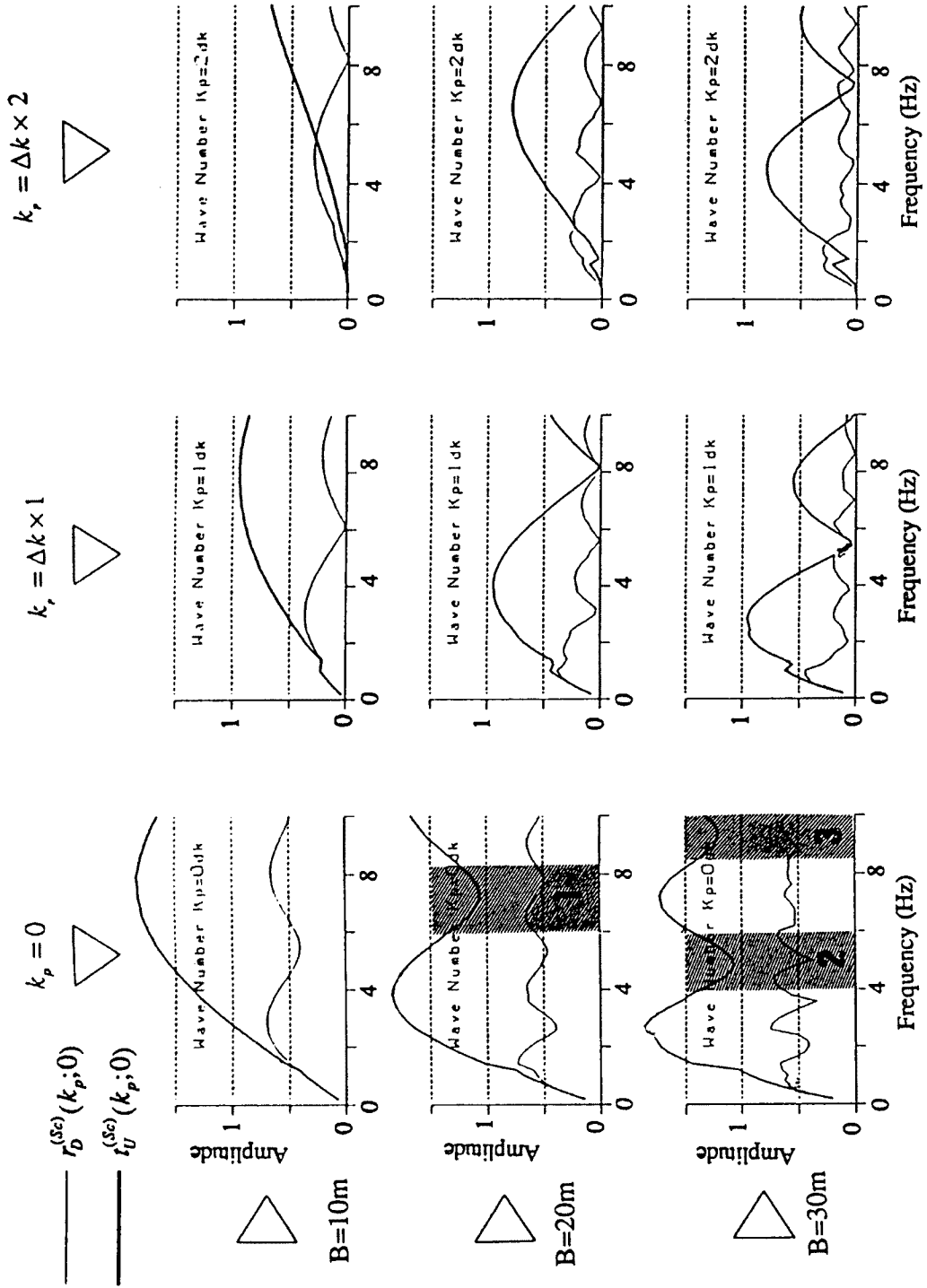
4. 6 不規則散乱係数と地盤応答特性の関係

前節までの検討で、地層境界で発生する散乱波が地盤応答特性に与える影響が明かになった。本節では、不規則散乱係数の周波数特性と対比させて地表面応答曲線の特徴を検討する。

本章では SH 波が鉛直に入射する問題を扱っているので、入射波の水平波数 $k_q=0$ の場合の不規則散乱係数をとりあげる。また、表層と基盤からなる地盤モデルの重複反射の特性を考える場合、問題となるのは透過行列 $[T_0]$ と反射行列 $[R_0]$ なので、不規則散乱係数 $t_B^{(sc)}(k_p;0)$, $r_B^{(sc)}(k_p;0)$ を検討の対象とする。地盤応答の周波数特性が大きく変化するのは凹凸の振幅 B を変化させた場合なので、 B が 10, 20, 30m のケースについて考察を進める。

それぞれのケースより得られる $t_B^{(sc)}(k_p;0)$ の振幅を太線で、 $r_B^{(sc)}(k_p;0)$ の振幅を細線で示した図が **Fig. 16** である。ここでは、**Fig. 14** の結果と併せて **Fig. 16** の結果を考察する。1 次元の反射・透過係数は式 (1) に示すように周波数に依存しない。しかし不規則散乱係数は周波数によって振幅が大きく変動する。この影響が地表面応答にも反映されている。

Fig. 14 において凹凸の振幅 B が 20m ときの応答倍率は 5.5Hz~8.5Hz の範囲で 1 次元解析の結果に比べ明らかに小さくなる。この領域は **Fig. 16** に示した $t_B^{(sc)}(0;0)$ の極小値付近の領域 (図中斜線 1) にあたる。同様に凹凸の振幅が 30m のモデルの場合、**Fig. 14** に示す応答倍率は 4.0Hz~6.0Hz と 8.0Hz~10.0Hz の 2 つの範囲で 1 次元解析の結果に比べ小さくなる。このとき **Fig. 16** では $t_B^{(sc)}(0;0)$ の値が小さい (図中斜線 2, 3)。すなわち、応答曲線が著しく減衰する周波数域は $t_B^{(sc)}(0;0)$ の振幅が小さくなる周


 Fig. 16 Effect of the amplitude of irregular boundary on $t_D^{(sc)}(k_p; 0)$ and $t_U^{(sc)}(k_p; 0)$.

波数域に概ね一致することが分かる。

逆に、Fig. 16 の各図の中で斜線を施さなかった領域は、Fig. 14 において散乱を考慮した応答解析の応答倍率が 1 次元解析の結果に比べ増幅される領域に一致する。さらに、反射係数 $r_b^{(sc)}(0;0)$ が奇数番目のピークをもつ付近で特に応答倍率が大きくなっている。つまり、入射波が境界を透過し、さらに地表面で全反射した波動の多くが境界面で再び上昇波に変わるような場合には、波動のエネルギーは表層内にトラップされた状態になり、地表面での応答倍率も大きくなると考えられる。

5. 結 論

本研究では、地層境界の不規則性によって発生する散乱波を効率良く解析できる手法として反射／透過行列法の拡張手法を提案した。さらに、この手法を用いた解析を実施することによって地層境界で発生する散乱波の特性を明らかにし、散乱を考慮した場合の地盤震動特性を検討した。以下に、本研究で得られた成果を示す。

- 1) 2次元の反射・透過行列から境界面の不規則性による波動の散乱効果を抽出する関数として、4つの不規則散乱係数を定義した。
- 2) 曲がった地層境界面をもつ地盤を、波動が伝播する際の位相の変化に着目して、不規則散乱係数の関数形を推定した。つぎに、竹中の手法より得られる結果との差異を補正することで不規則散乱係数の関数形を定式化した。さらに、任意形状に対してもこの式が適用できることを示した。
- 3) 反射／透過行列法の計算時間を大幅に短縮する目的で、先に提案した不規則散乱係数の関数形を基に、係数の近似を行った。そしてこの式を用いて各反射・透過行列を直接計算する手法を提案した。その結果、十分な精度を保ちながら、竹中の手法に比べ計算時間が大幅に減少されることが確認された。
- 4) 提案手法を用いて、波動の散乱現象を考慮にいた震動解析を行った。その結果より、波動散乱が地盤の応答性状に与える影響を検討した。散乱現象は地表面応答に対して周波数依存型の増幅特性を付加したり、水平層を仮定した解析では得られないピークを与えることが確認された。
- 5) 不規則散乱係数の周波数特性を用いることにより、地表面応答曲線にしばしば見られる周波数依存型の増幅特性を表現できることを確認した。

本研究は、(1)2次元のSH波動場について、(2)境界面の不規則性による波動散乱、を研究対象とした。(1)に関しては、2次元P-SV波動場、3次元波動場についても検討する必要がある。(2)については地盤材料の不均一性による波動の散乱も考慮する必要があるが、この分野の研究を進めるには、まず地盤材料の不均一性による波動散乱を効率よく解析できる手法の確立が必要である。

なお本研究を進めるにあたり、九州大学理学部地球惑星科学教室の竹中博士助手に有益な助言を頂いた。記して謝意を表す。また本研究の研究費の一部は文部省科学研究費一般研究C（課題番号05680365）による。

参 考 文 献

- 1) 杉戸真太・合田尚義・増田民夫・悦永賢司：周波数特性を考慮した等価線形手法に関する一考察，第28回土質工学研究発表会，pp.1129-1132，1993.
- 2) 竹中博士：不規則成層構造における地震波動場の理論的研究，北海道大学博士論文，1990.
- 3) 竹中博士・額額一起：反射・透過行列を用いた2次元不規則成層構造における地震波動の計算，「表層地質が地震動に及ぼす影響」シンポジウム論文集，pp.115-119，1989.

- 4) Kohketsu, K. : 2-D reflectivity method and synthetic seismograms in irregularly layered structures. I. SH-wave generation, *Geophys. J.R. astr. Soc.*, 89, pp.821-838, 1987.
- 5) Kohketsu, K. : synthetic seismograms in realistic media; A wave-theoretical approach, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 62, pp.201-245, 1987.
- 6) Kennett, B.L.N. : *Seismic Wave Propagation in Stratified Media*, Cambridge University Press, 1983.
- 7) Kennett, B. L. N. : Refraction operator methods for elastic waves II-composite regions and source problems, *Wave Motion*, 6, pp.419-429, 1984.
- 8) Kennett, B.L.N. : Wavenumber and wavetype coupling in laterally heterogeneous media, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 87, pp.313-331, 1986.
- 9) Kennett, B.L.N. : Observational and theoretical constraints on crustal and upper mantle heterogeneity, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 47, 319-332, 1987.
- 10) Aki, K. and Larner, K. L. : Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *J. Geophys. Res.*, 75, pp.933-954, 1970.
- 11) 福井基史：2次元不規則成層構造による地震動の散乱を考慮した地盤震動解析，京都大学修士論文，1994.