

水平力を受ける2本群杭の相互作用に関する研究

足立 紀尚・木村 亮・森本 輝

INTERACTION OF LATERALLY LOADED PILE GROUPS

By *Toshihisa ADACHI, Makoto KIMURA and Akira MORIMOTO*

Synopsis

In order to estimate the displacement of laterally loaded pile groups, it is very important to evaluate the interaction between group piles. In this study, the interaction between group piles is investigated by the centrifuge model tests (40 g). We place focus on the simplest case, that is, the interaction between two piles. The model piles have the same bending rigidity as the actual steel pile, 60 cm in diameter. Air-dried Toyoura standard sand is used for the ground material, and its relative density is more than 90%. The spacing between pile centers and the angle from the loading direction are the experimental parameters. From the test results, it is found that the load distribution decreases for the pile positioned in back, since the interaction between each pile are not equal due to the difference in subgrade reaction in front of the pile. Secondly, three-dimensional elast-plastic FEM (GPILE-3 D) is improved and analyzed above centrifuge model tests to check the validity of this analysis.

1. はじめに

我国は、軟弱な沖積粘土が堆積する沖積平野に人口の大部分が集中し、重要構造物と称されるものの多くは、杭基礎で支持されている。また、世界でも有数の地震発生国であるため、設計に当たっては水平支持力の算定が重要となる。さらに、杭基礎は、群杭として用いられるために、群杭の水平支持力の評価法を確立する必要がある。

一般に、群杭の水平抵抗の問題は、単杭の水平抵抗の考え方を直接群杭に適用できないところに、問題の難しさがある。つまり、単杭の水平抵抗は、杭と土との相互作用の問題として定義できるが、群杭の場合は、杭と土と杭の相互作用の問題として現象を考察しなければならない。

筆者らは、種々のパラメータを変化させた群杭の水平抵抗に関する模型実験を、1 g の重力場で実施した¹⁾。しかし、1 g 下の模型実験では実際の杭にその結果を応用するためには、相似則を一致させることが必要である。そこで、本研究では、遠心載荷実験装置を用いて、幾何学的相似則と力学的相似則を同時に満足させる遠心模型実験を実施した。遠心模型実験では、実物の縮尺 $1/n$ の模型を重力加速度の n 倍の遠心力場において、模型内に実物と同じ自重応力状態を再現することができ、縮尺模型に実物と同じ挙動を生じさせることが期待できる。このような遠心模型実験の利点を生かして、実地盤に近い応力状態で実験を行い、杭と地盤の相互作用について検討した。

また、筆者らは、水平力を受ける群杭の挙動を解析的に検討するために、3次元弾塑性有限要素モデル (GPILE-3 D) を開発した^{2),3)}。本研究では、GPILE-3 D に改良を加え上記の遠心模型実験を解析し、GPILE-3 D の適用性を検討した。

2. 遠心模型実験の概要

2.1 杭の水平抵抗に関する遠心模型実験の実施例

ここでは遠心模型実験の概要を述べる前に、過去に実施された杭の水平抵抗に関する遠心模型実験を紹介する。

杭の水平抵抗に関する遠心載荷装置を用いた先駆的な模型実験は、Scott による研究⁴⁾である。Scott⁴⁾は、飽和シルトを用い、繰り返し荷重を大変形領域まで与え、土にどのような影響を与えるかを調べた。また、Oldham⁵⁾は、現場の状態を再現するために、遠心加速度を付加した状態で杭を打設した後、単調載荷と繰り返し載荷実験を行った。さらに Barton⁶⁾は、杭中心間隔、杭配置を変化させた群杭実験を行い、杭中心間隔が大きくなるにつれ群杭効果は小さくなり、杭中心間隔 s が $8.0d$ (d は杭直径) のとき群杭効率は1になることを示した。Lyndon & Pearson⁷⁾や Nunez⁸⁾ とも水平載荷実験を実施し、Nunez らは、現場実験との比較を行い、遠心模型実験の有効性を検証した。

日本国内における最初の研究は、寺師ら^{9),10),11),12)}が行った実験である。まず初めに寺師ら⁹⁾は、遠心力場における模型実験の相似則の検証を行った。さらに応用例として、捨石地盤中の杭の挙動や、斜面を有する地盤内の杭の水平抵抗に関する遠心模型実験を実施した^{10),11),12)}。また、横山ら^{13),14)}は、杭径 10 ~ 20 mm の杭を用い、遠心加速度を最大 100 g まで加えることにより、杭径 200 cm までの大口径実験を可能にするシステムの確立と、水平地盤反力係数 k 値の杭径依存性について検討を行った。さらに、杭中心間隔比 s/d を 2.0 ~ 4.0 に変化させた、2 × 2 本ボックス配列群杭に関する実験より、群杭効率は、杭中心間隔比の増加にともなって増大することを示した。藤井ら^{15),16)}は、鋼管矢板井筒基礎の挙動を解明するための基礎的研究として、単杭および 2 本並列・直列群杭 ($s = 1.5d$) の遠心模型実験を行った。

以上、過去の実験例を示したが、遠心載荷装置を用いた遠心模型実験の相似則の検証に関しては、種々の文献^{5),6),9),13)}で発表されており、杭の水平抵抗に関しては、その正当性は検証されたといえる。

2.2 遠心載荷実験装置の概要

本実験で用いた遠心力載荷実験装置¹⁷⁾を Fig. 1 に示す。本遠心力載荷実験装置では、アーム (Fig. 1 中 (9)) の回転速度が上昇するとともに模型装置に作用する遠心力が大きくなり、プラットフォーム (8) が起き上がる機構 (スイングングプラットフォーム) となっている。所定の遠心加速度に達した後実験を行うが、ピット内外間の制御信号の伝達にはスリップリング (4) を利用する。また、実験中における模型の挙動は、

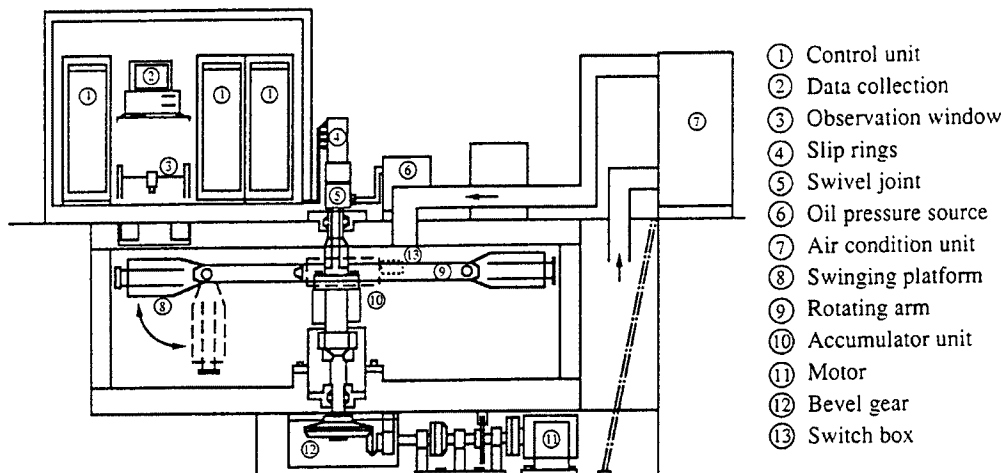


Fig. 1. Schematic view of the centrifuge.

電気的および視覚的にモニターすることができる。杭のモーメント分布を求めるためには、多点計測が必要となるが、アーム上にはスイッチボックス (13) が搭載されている。

本装置の概略仕様は、アーム回転軸より模型中心までの有効回転半径 2.5 m, 最大設計遠心加速度 200 g, スイングングプラットフォームの積載重量 120 kgf であり、実験容量は 24 g・ton である。他機関の遠心力載荷実験装置の主な仕様¹⁸⁾と比較し、世界的にみて大型装置が開発されつつある昨今では、本装置は中規模であるといえる。

2.3 模型杭と実験土槽

模型杭の水平載荷実験は、Fig. 2 および Photo. 1 に示す装置を用いて行った。土槽は、長さ 52 cm, 幅 24 cm, 高さ 43 cm の鋼鉄製箱型である。

模型杭は、Fig. 3 に示すように、杭径 $d = 1.5$ cm, 肉厚 $t = 0.1$ cm, 長さ $L = 45$ cm のアルミ管である。模型杭には杭に発生する曲げモーメントを計測するために、地表面下に 7 点にそれぞれ一対、計 14 点のひずみゲージを貼り付けている。模型杭を片持ちばりとして載荷実験を行い、模型杭の EI を求めた結果、 $EI = 7.798 \times 10^4$ kgf/cm² であった。遠心加速度としては 40 g を採用したので、想定している鋼管杭およびプロトタイプに換算した杭を含めて、杭の緒元を Table. 1 に示す。本模型杭は、アルミ管を用いること

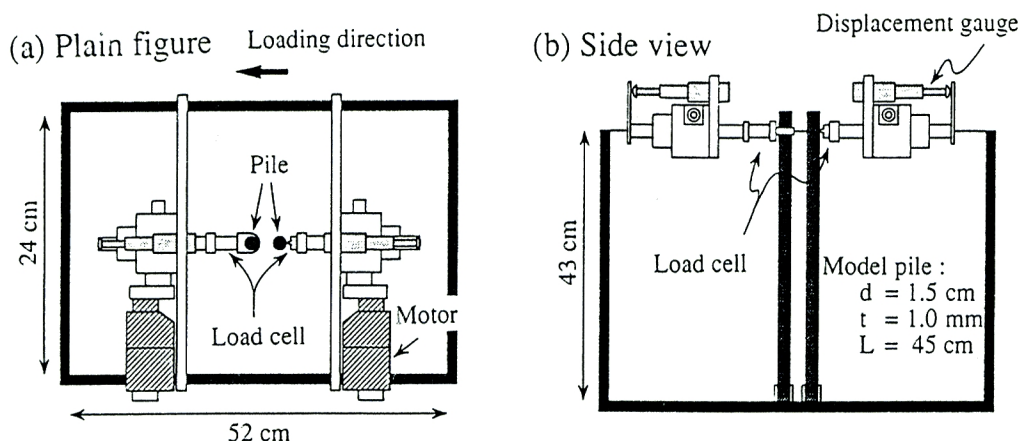


Fig. 2. Sketch of a soil chamber and lateral loading apparatus.

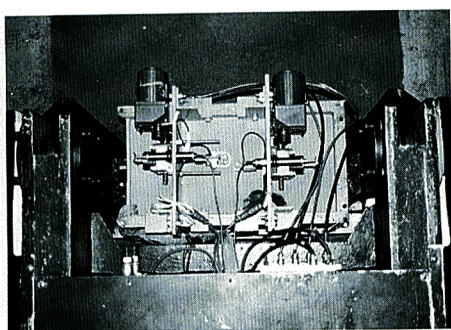
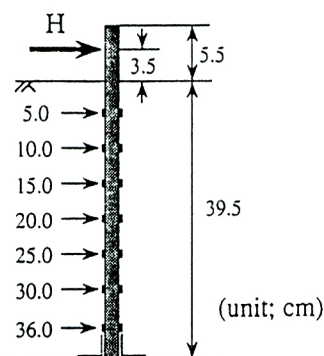


Photo. 1. A soil chamber and lateral loading apparatus.



Model pile :
 Pile diameter $d = 1.5$ cm
 Pile thickness $t = 1.0$ mm
 Pile length $L = 45$ cm

Fig. 3. Sketch of model piles.

Table 1. Details of model piles, prototype piles, and assumed steel piles

	d (cm)	t (cm)	L (m)	EI (kgf cm ²)	Material	Centrifugal acceleration
Model pile	1.5	0.1	0.4	7.80×10^4	Aluminum	
Prototype pile	60	4.0	16	2.00×10^{11}	Aluminum	40 g
Supposed pile	60	1.2	20	2.01×10^{11}	Steel	

により、想定鋼管杭と同等の曲げ剛性 EI をプロトタイプ杭が持つように設定している。

杭先端は固定、杭頭は自由とし、地表面からの載荷点高さ（自由長）は 3.5 cm である。載荷方法は、モーターを用いて変位制御で行い、種々の杭配置による複雑さを防ぐため 2 個のモーターを用いて、1 つは圧縮用、もう 1 つは引張り用として杭に別々に荷重を与える。また、変位の計測に関しては、Fig. 2 (b) に示したように杭の変位を直接計測するのではなく、荷重を加えている軸の変位を変位計で計測した。

2.4 模型地盤作成方法と物性値

本実験の地盤作成方法は、スリット幅を調整できるホッパーを用いて地盤材料を土槽下から落下させる方法を採用し、以下に述べる a) ~ d) に示す手順で地盤を作成した。

- 杭を所定の位置に設置した後、土槽上にホッパーをセットする。
- 地盤の密度は、ホッパーのスリット幅に大きく影響を受けるため、スリット幅を 1.5 mm と一定にする。
- 一定の高さ（高さ 1 m）から、土槽全体に均等にいきわたるように、一定の乾燥した豊浦標準砂を落下させ、所定の高さになるまでこの操作を繰り返す。
- 地盤の表面をはげで整形し、重さを計測する。

本実験は、杭頭が自由であるため杭間を固定することが困難であるが、杭先端を固定するねじを調整することによって、あらかじめ杭間の距離を固定した。

地盤材料には乾燥した豊浦標準砂を使用しており、土槽全体の重量を計測して単位体積重量 γ を求める

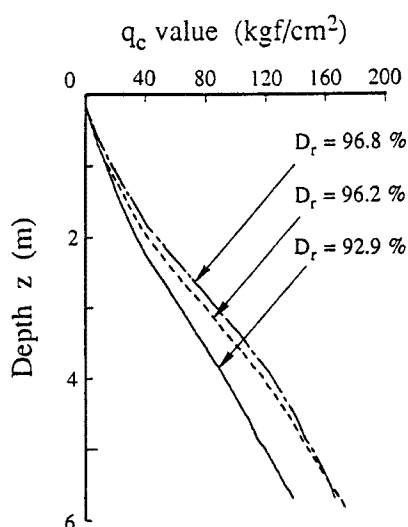


Fig. 4. Cone penetration resistance for the model ground in centrifuge condition.

(a) Single pile test (b) Group pile test

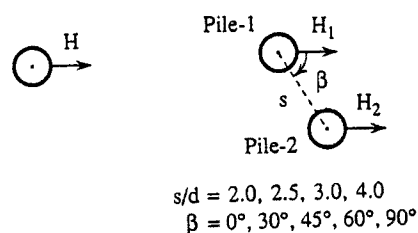


Fig. 5. Kinds of model tests.

と、 1.61 gf/cm^3 であった。間隙比 e は0.638で、相対密度 D_r は90.8%であり非常に密な状態である。

遠心場での地盤物性を調べるため、40 g 下でミニチュアコーン貫入試験（コーン径 0.8 cm）を実施した。Fig. 4 にプロトタイプ換算した q_c の分布を示す。3本の線はそれぞれ相対密度の違いを示すが、いずれの場合も深くなるにつれ q_c の値が線形的に増加する。また、全ての実験（24ケース）において、実験終了後ポータブルコーンを用いて地盤の再現性の確認を行ったが、地盤のばらつきは $\pm 10\%$ 以下で再現性は良好であった。

2.5 杭配置と載荷方法

今回の実験では、Fig. 5 に示す単杭実験と2本杭実験を行った。2本杭実験では、杭中心間隔 s および後方に位置する模型杭1から見た杭中心線と載荷方向のなす角度 β をパラメータとした。すなわち s は、杭径 d の2.0, 2.5, 3.0, 4.0倍、 β は $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ に変化させ、合計20パターンの実験を実施した。以下、模型杭1、模型杭2をそれぞれ杭1、杭2と略称する。

杭頭がフーチング等で固定された状態で、フーチングに水平荷重を直接載荷する従来の群杭実験と比べて、本実験の特徴は、杭頭が連結されていない状態で、各杭の杭頭にそれぞれ別々に同一変位を加えるところにある。つまり、本実験では、変位制御で実験を実施しており、載荷速度は 1.0 mm/min で、載荷点変位 $\delta = 1.5 \text{ mm}$ （杭径の10%、 $\delta/d = 0.1$ ）まで変位させた後、荷重がゼロになるまで除荷した。なお本実験では、再載荷は行っていない。

測定項目は、前述した各ひずみゲージ、杭頭部における荷重および変位を計測するためのロードセル、変位計の値である。これらの値を杭頭変位が 0.15 mm ($\delta/d = 0.01$) ごとに計測した。なお実験は、40 g まで加速度を上げた後、10分間遠心加速度を与え続けた後に載荷を開始した。

3. 遠心模型実験結果および考察

以下の遠心模型実験に関しては、全てプロトタイプに換算して表す。模型の縮尺を $1/n$ 、遠心加速度を $n g$ とした場合の遠心実験における相似則を Table 2 に一覧表にして示すが、長さに関しては n 倍、力に関しては n^2 倍になる。

3.1 単杭の実験結果

Fig. 6 に単杭実験における荷重～変位関係の、4回の実験における平均値（白丸）および測定値の幅（破

Table 2. Similitude for centrifugal field

	Prototype	Centrifuge model
Length	1	$1/n$
Stress	1	1
Strain	1	1
Mass density	1	1
Displacement	1	$1/n$
Force	1	$1/n^2$

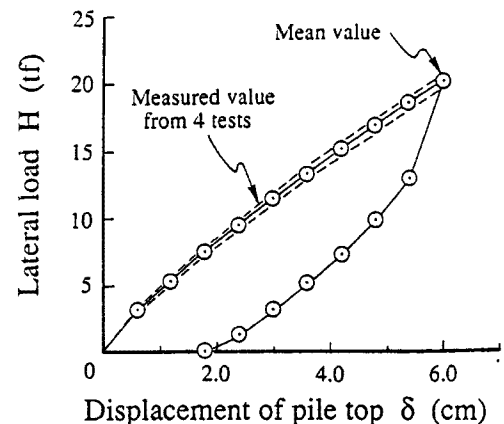


Fig. 6. Relationship between lateral load and lateral displacement of the pile top on single piles.

線)を示す。測定値のばらつきはほとんどなく、模型地盤の再現性は非常に良好である。

筆者らは、水平力を受ける単杭の変位から地盤定数を決定し、群杭の変位を推定する手法として、Randolphの解法(PIGLET)¹⁹⁾の適用性を検討し、群杭効率を定量的に評価できることを示した²⁰⁾。そこで、同様の手法で遠心模型実験結果をPIGLETで評価するため、単杭の杭頭変位 δ が6.0 cm ($\delta/d=0.1$)時の水平荷重 $H=20.6$ tfを用いて、地盤のせん断弾性係数を逆算すると、 $G_0=0$ tf/m²、 $\Delta G/\Delta z=1.53 \times 10^{-4}$ tf/m³となった。図は省略するが、この地盤定数を用いて単杭の曲げモーメント分布を計算すると、概ねモーメント分布を評価し得た。上記地盤定数は、以後の解析に使用される。

3.2 群杭の荷重～変位関係とモーメント分布

Fig. 7に杭中心間隔 s を $s/d=2.5$ と一定にし、 β を変化させた場合の荷重～変位関係の実験結果を示

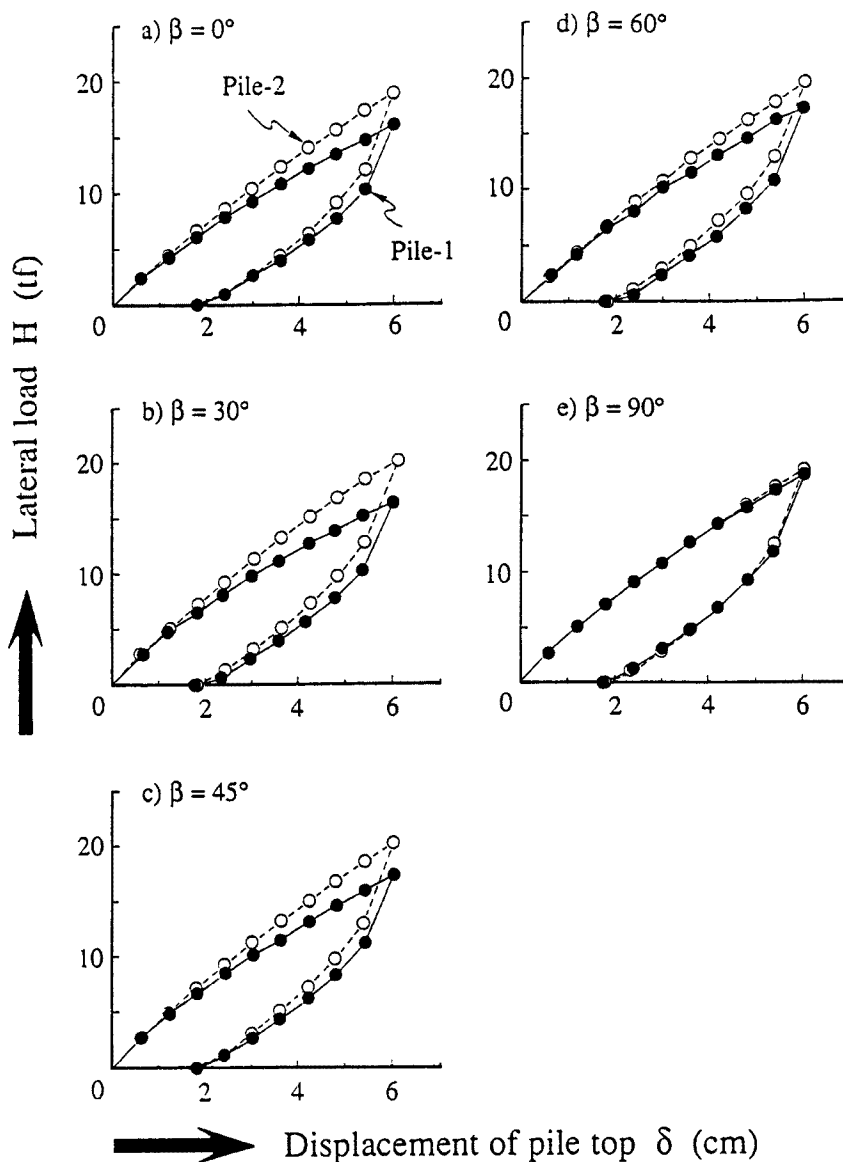


Fig. 7. Relation between lateral load and lateral displacement ($s/d=2.5$).

す。変位レベルが小さいとき ($\leq 3\text{ cm}$, δ/d が5%未満) は, 杭1と杭2の受け持つ荷重はほとんど変わらないが, 変位レベルが大きくなるにつれその差は大きくなる。実際問題としては, 変位レベルの小さいときも相互作用の影響は大きいと考えられるが, 本実験では, 変位計測の精度上 δ/d が1%ごとにしか計測できず, 変位レベルの小さい部分の議論はできない。

また, Fig. 7と単杭の荷重変位曲線を比較すると, 杭1, 杭2ともに単杭よりも杭の受け持つ荷重が少ない。また, $\beta = 90^\circ$ の場合は, 杭1と杭2は同一の挙動となるが, それ以外のパターンでは, 杭1の受け持つ荷重が杭2よりも小さい。これらは杭1と杭2の相互作用による前面地盤の地盤反力の違いによるが, 以前に実施した1gでの実験結果²⁾と定性的傾向は等しい。

次に, $s = 2.5d$, $\beta = 0^\circ$ の場合の, 杭1, 杭2の曲げモーメント分布を Fig. 8 (a) に示す。計測点間は3次スプライン関数で近似している。図から以下のことが読み取れる。

1) 杭1 (後方杭) の方が杭2 (前方杭) よりも深いところまでモーメントが発生している。また, 最大曲げモーメント発生深さ z_M は, 杭1, 杭2, 単杭の順に深くなる ($z_M(\text{Pile-1}) > z_M(\text{Pile-2}) > z_M(\text{Single})$), Fig. 8 (b) 参照)。

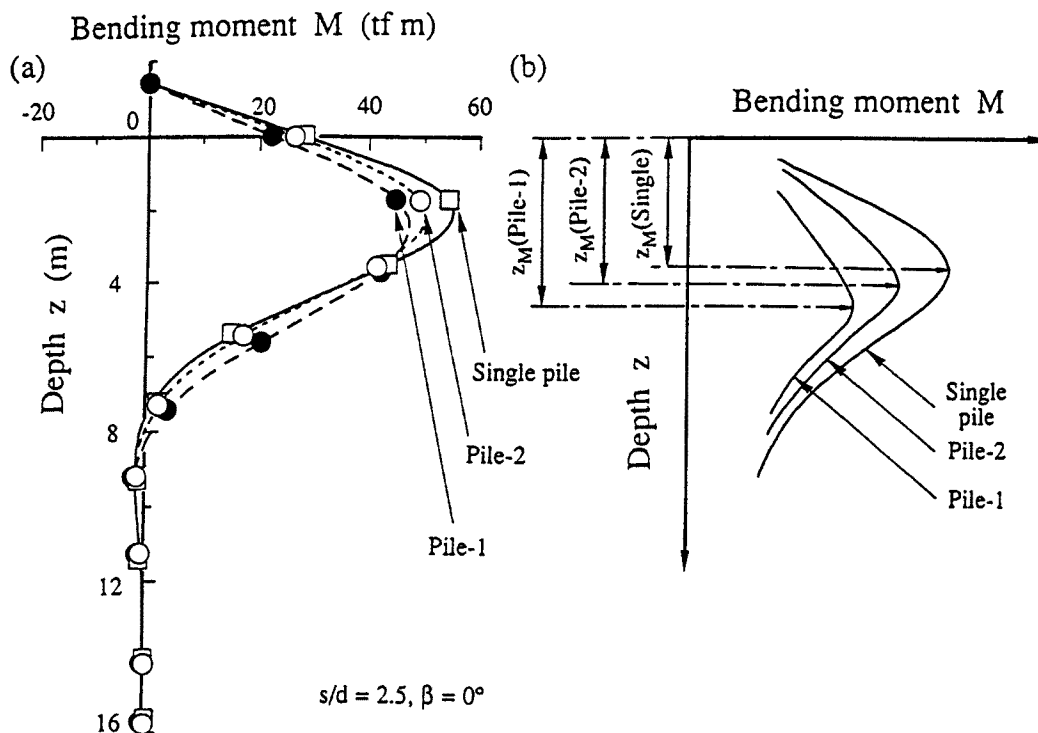


Fig. 8. Bending moments distribution ($s/d=2.5$, $\beta=0^\circ$).

2) 最大曲げモーメントの値は, 単杭の場合が最大で, 杭2, 杭1の順に小さくなっている。ただし実験は, 変位制御で行っているので各杭が杭頭で6cmと同一の変位時を比較しており, 各杭に作用する荷重は杭によって異なっている。

上記1)の傾向をより明確にするために, β をパラメータとして, 杭頭変位が6cmの場合の群杭各杭の最大曲げモーメント発生深さ ($z_M(\text{Pile-1})$, $z_M(\text{Pile-2})$) を, 単杭の発生深さ ($z_M(\text{Single})$) で規準化した図を Fig. 9 に示す。前方に位置する杭2では, 発生深さは単杭と変わらないものの, 後方に位置する杭1では杭配置に大きく影響を受け, β が小さくなり載荷方向に対して直列状態になるにつれて, 発生深さは単杭と

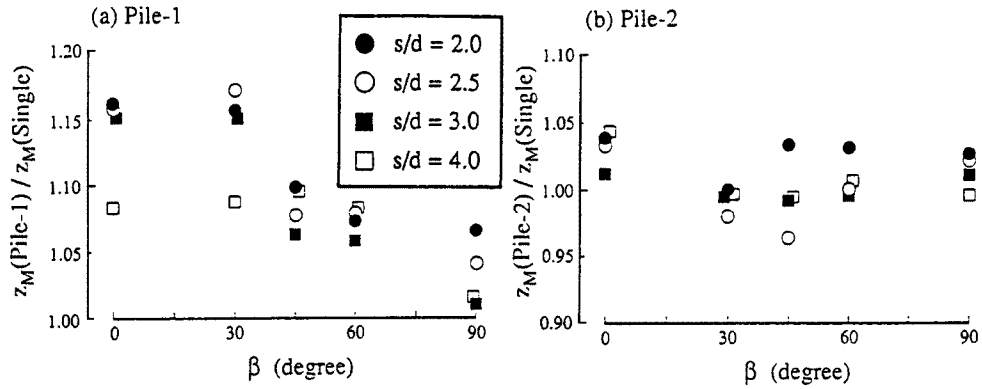


Fig. 9. Comparison of the depth of maximum moments between the single pile and group piles, (a) Pile-1, (b) Pile-2.

比較して深くなる。

3.3 地盤反力分布

杭の発生する曲げモーメント分布を2回微分することにより、杭に作用する地盤反力を求めた。

単杭に関して、地盤反力と深さの関係をFig. 10 (a)に示す。図中にはクーロンの受働土圧 $K_p \gamma z$ の深さ方向の分布も合わせて示した。ただし、 $c = 0 \text{ tf/m}^2$ 、 $\phi = 35^\circ$ とした。杭頭変位が $\delta/d = 0.02$ のときは、地表面での地盤反力の傾きは $K_p \gamma z$ 程度である。しかし、 $\delta/d = 0.04$ 以後は、地表面近傍で増加がみられ

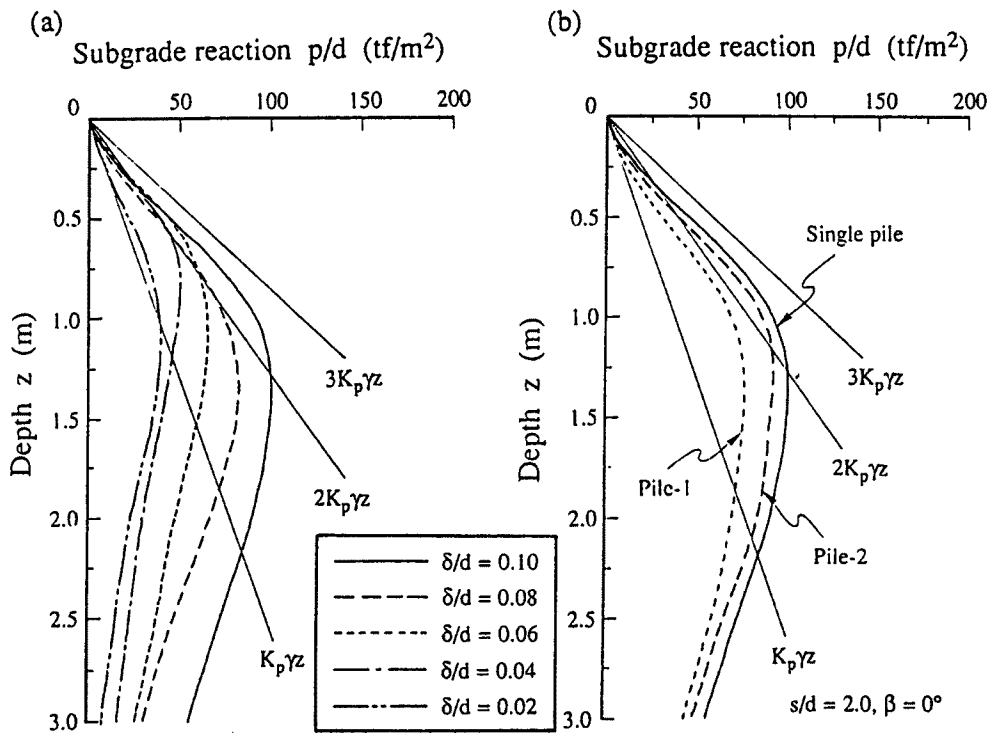


Fig. 10. Distribution of subgrade reactions, (a) Single pile, (b) Group piles ($s/d=2.0$, $\beta=0^\circ$).

ず、傾きは一定となり $K_{p\gamma z}$ の約2.5倍である。したがって、地盤の極限地盤反力は、この程度と考えられる。また、 $\delta/d = 0.04$ より大きくなると、極限地盤反力に達する地盤の深さが増加する傾向が見られ、 $\delta/d = 0.1$ において極限地盤反力に達している地盤深さは1m程度となる。土木研究所で実施された砂質地盤内の鋼管杭の大変形水平載荷実験²²⁾の結果からも、地盤反力度は概ね $3K_{p\gamma z}$ 程度とされているが、地表面に近い杭径の2.5倍までの領域では、 $3K_{p\gamma z}$ をやや下回ることが確認されている。

杭頭変位が $\delta/d = 0.1$ の時の、 $s/d = 2.0$, $\beta = 0^\circ$ の群杭と単杭の地盤反力度の分布の違いを Fig. 10 (b) に示す。初期の傾きは、 $\beta = 0^\circ$ の後方杭が最も小さく $2K_{p\gamma z}$ 程度になっているが、その他ではそれほど大きな差は生じていない。これは、後方に位置する杭は杭間からの地盤から受ける地盤反力が小さいことを意味する。このため、後方杭の支持力の低減が著しいことが理解できる。

次に、 $\delta/d = 0.1$ の時の、 $\beta = 0^\circ$ における各杭の極限地盤反力の低減率と杭中心間隔比 s/d の関係を Fig. 11 に示す。ただし、縦軸の α_p は、極限地盤反力が上記 $K_{p\gamma z}$ の何倍であるかを示す係数である。杭1 (後方杭) では、杭中心間隔が狭くなるにつれて極限地盤反力度の低減率は小さくなり、 $s/d < 2.5$ では0.6~0.7程度である。一方、杭2 (前方杭) では杭中心間隔の影響を受けずほぼ1と一定で、単杭と同一の地盤反力が期待できる。

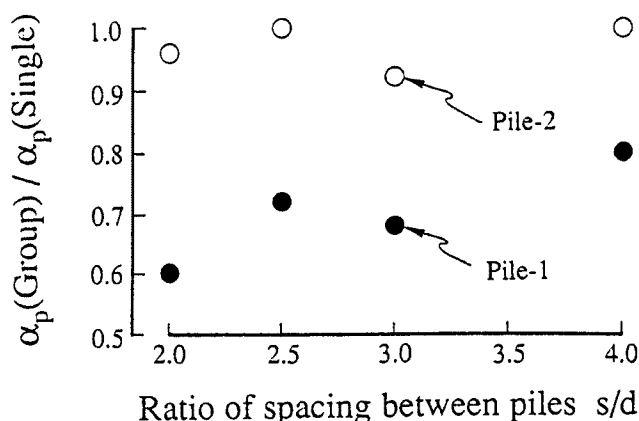


Fig. 11. Relation between the coefficient of subgrade reaction α_p and the ratio of spacing between piles s/d .

3.4 群杭効率

群杭効率 e は、単杭と群杭の杭頭変位が同一の場合作用荷重から求めることができ、群杭と単杭の作用荷重をそれぞれ H_s (単杭), H_1 (杭1), H_2 (杭2) とすると、杭1と杭2に作用する荷重の和 ($H_1 + H_2$) をもって群杭の支持力となり、以下のように群杭効率を表現することが可能となる。

$$\text{群杭効率 } e = (H_1 + H_2) / (2 \times H_s) \dots \dots \dots (1)$$

$\delta/d = 0.1$ の場合について、このような群杭効率 e を縦軸に β を横軸にとってプロットしたものを Fig. 12 に示す。 s/d が大きくなるほど、また、 β が 90° に近づくほど群杭効率が大きくなり、1に近づく。

3.5 影響係数

本節では、PIGLET と実験結果を比較するために、影響係数に関して考察を行う。PIGLET では群杭に対しては、Poulos の提案した杭相互間の影響係数 (interaction factor) ²³⁾を用いる。いま単杭の剛性を k_s (= 荷重/変位) としたとき、 n 本群杭中の i 番目の杭の杭頭変位 δ_i は一般に

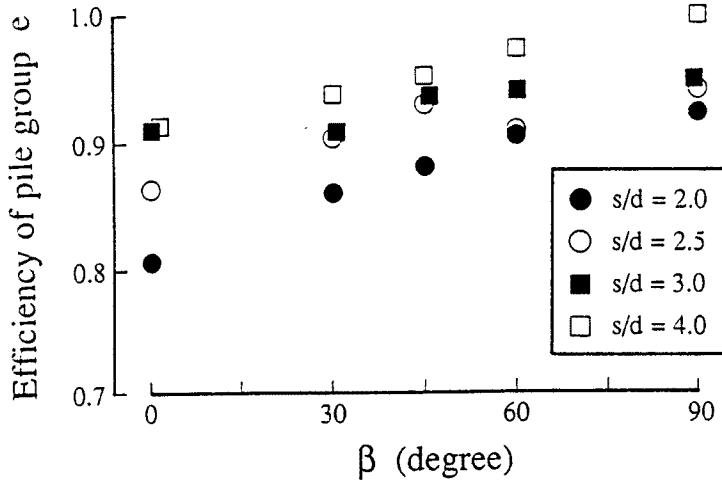


Fig. 12. Efficiency of pile group.

$$\delta_i = \frac{1}{k_s} \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} H_j \dots \dots \dots (2)$$

で与えられる。ただし α_{ij} は $i \sim j$ 番杭の間の影響係数 ($\alpha_{ii} = 1$) である。そして、水平力 H を受ける杭頭自由杭では、水平力によって杭変位を増加させる影響係数 α_{ij} を以下のように定義している。

$$\alpha_{ij} = 0.5 \rho_c \left(\frac{E_p}{G_c} \right)^{1/7} \left(\frac{r}{s} \right) (1 + \cos^2 \beta) \dots \dots \dots (3)$$

この式中 G_c は、杭の有効長さを L_c とした場合、 $L_c/2$ 深さにおける $G^* = G (1 + 3 \nu_s / 4)$ に等しい。つまり、杭の有効長さに対する平均的な G^* の値である。また、 ρ_c は地盤剛性の均一性を表すパラメータである。

PIGLET によると杭 1、杭 2 の変位 δ_1 、 δ_2 は、(2) 式より以下のように示される。

$$\begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (4)$$

しかし、PIGLET によると (3) 式において $\cos \beta$ の項が二乗であることから、 $\alpha_{12} = \alpha_{21}$ となり、Fig. 7 に示したような杭頭変位が同じ場合の杭 1 と杭 2 の作用荷重の違いを表現することができない。これは、地盤を弾性体としてモデル化しているためで、杭 1 と杭 2 がどのような配置をとっても、2 本の杭の作用荷重が同じになることを意味している。

以上の考察より、 $\alpha_{11} = \alpha_{22} = 1$ を仮定し、 $\alpha_{12} \neq \alpha_{21}$ を前提として、実験結果を用いて (4) 式から影響係数 α_{12} 、 α_{21} を求める。ここでは、 H_1 、 H_2 はそれぞれ実験で得られた杭 1、杭 2 の水平荷重を用いる。さらに、新たに β^* なるパラメータを導入して²¹⁾、杭中心線と載荷方向のなす角 β^* と影響係数 α_{ij} との関係について検討する。

まず新たに導入する β^* について説明する。本実験では、杭中心を結んだ線と載荷方向とのなす角 β については杭 1 を基準として $0^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$ となるように設定した

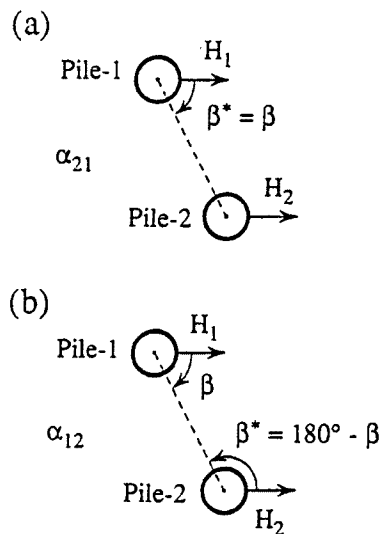


Fig. 13. Definition of the new parameter β^* .

が、 β^* については $0^\circ \leq \beta^* \leq 180^\circ$ の範囲について考える。Fig. 13 (a)に示すような杭配置のとき、つまり杭1から杭2への影響を表す影響係数 α_{21} を考えるときは、従来通り $\beta^* = \beta$ となる。しかし、Fig. 13 (b)に示すように模型杭2から模型杭1への影響を表す α_{12} を考える場合には、 $\beta^* = 180^\circ - \beta$ とする。つまり β^* は、影響をおよぼす杭から影響を受ける杭を見たときの、杭中心を結ぶ線と載荷方向とのなす角度である。

パラメータ β^* と(4)式を用いて α_{12} と α_{21} の値を実験結果から推定する。 β^* を横軸にとり影響係数を縦軸にとって、杭中心間隔比 s/d をパラメータとしてプロットしたものをFig. 14に示す。図中破線は3次多項式で実験値を近似した曲線、実線はPIGLETによる値である。図にはOchoa & O'Neill²⁴⁾、Barton⁶⁾および土木研究所²²⁾の実験結果も合わせて示した。ただしこれらの実験結果は、遠心模型実験⁶⁾あるいは大型模型実験^{22), 24)}結果である。Fig. 14から杭中心間隔比 s/d が大きくなるにつれ、影響係数の値は小さくなっている。また、 β^* が 90° から 180° に相当する α_{12} は α_{21} よりも大きな値を示しており、1g下の小型模型実験結果²¹⁾と一致する。しかし、PIGLETは、各杭の影響係数の値を過大評価しており、影響係数を定量的に表せていない。

一般に、影響係数を求める場合、同一変位時の荷重の違いから求める手法と、同一荷重時の変位の違いから求める手法がある。Fig. 14 a)の黒丸印と白丸印の比較により、影響係数は同一荷重時の変位の違いから求める方(白丸)が、 β^* が 90° から 180° に相当する α_{12} の値が大きくなる。

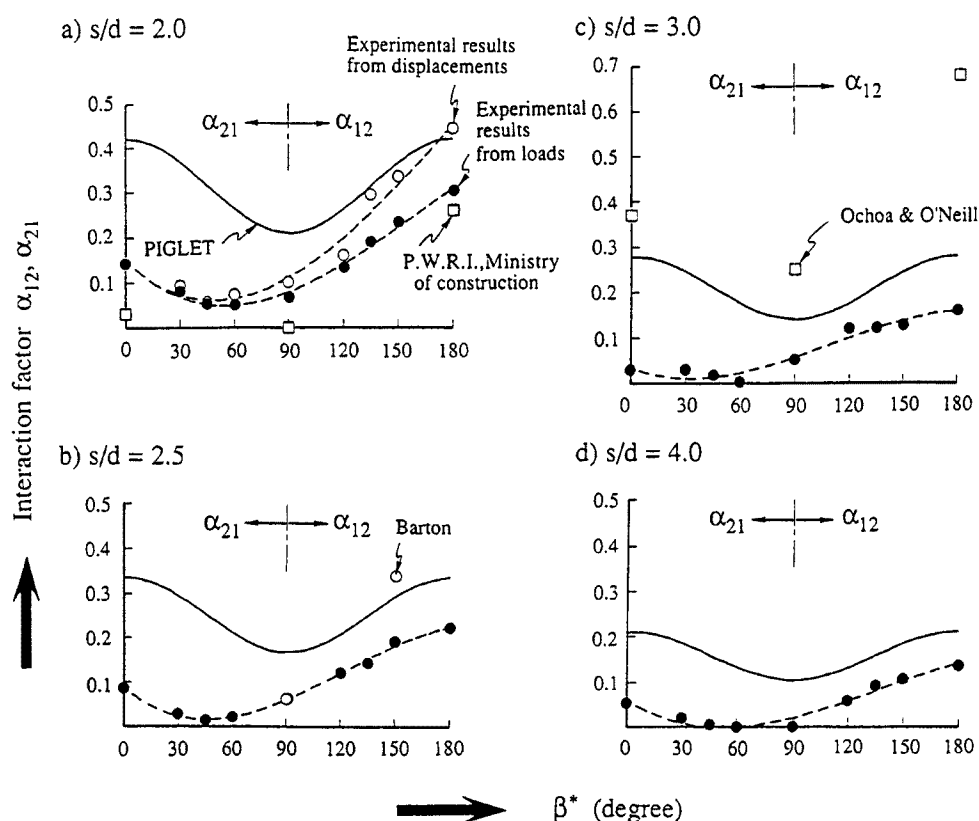


Fig. 14. Relationship between interaction factors α_{12} , α_{21} and the angle from the loading direction of piles β^* .

4. 3次元弾塑性有限要素法による解析

群杭の静的な水平抵抗の挙動を把握するためには、地盤と杭の相互作用により、杭が地盤から受ける地盤反力、杭周辺地盤の応力分布と弾性・塑性域、地盤と杭の変形状態とその非線形性を解析的に把握することが必要である。そこで、前章で述べた遠心模型実験を、以下に示す3次元弾塑性有限要素法 (GPiLE-3D) を用いて解析を行った。

4.1 GPiLE-3D の概要と問題点

一般に、杭の水平抵抗の問題を解析する場合、深さ方向の地盤定数の変化や杭の配置など、3次元効果を考慮する必要があるが、2次元モデルでは杭を矢板のような板状基礎として扱わざるを得ず、解析断面奥行き方向の板と地盤の相互作用を考慮できない。そこで、実際の杭の変形挙動を表現するためにはどうしても3次元解析が必要となり、筆者ら^{2),3)}は、3次元弾塑性有限要素法 (GPiLE-3D) を開発した。GPiLE-3D の概要をまとめると以下ようになる。

- 1) 連立方程式を解くにあたり、非ゼロ要素のみを計算する反復法の一つである共役傾斜法を用いて、記憶容量と演算量の縮小化を図る。
- 2) 弾塑性解析であり、弾塑性構成式には Drucker-Prager 型の降伏関数を用い、Associated flow rule を適用する。
- 3) 杭にはビーム要素ではなく、弾性係数の大きいコラム要素を用いる。
- 4) 杭周辺地盤の引張領域には、一定の引張応力が生じると要素の弾性係数をゼロに近い値に低下させ、それよ大きな引張応力を発生させない No-tension 解析²⁵⁾を行う。

GPiLE-3D の適用性を検討するために、様々な実験結果の解析^{2),3)}やパラメトリックスタディ²⁶⁾を実施した。これらの解析結果から得られた GPiLE-3D の利点および問題点は次のようにまとめられる。

- 1) 変形が小さい場合は、単杭の挙動を定量的に評価することができるが、変形量が大きい領域ではその非線形性をうまく表現できない。
- 2) 2本杭の群杭効果がある程度表現することが可能である。
- 3) 杭配置の違いによる2本杭の変形挙動の違いを表現することはできない。

そこで、本研究では、上記3)に着目して次節に示す GPiLE-3D の改良を行った。

4.2 GPiLE-3D の改良方法

前節の問題点の原因を次のように考え、その改良方法として2点を取り上げた。

- 1) 杭要素に弾性係数の大きいコラム要素を用いていたが、コラム要素では杭の挙動を的確に表現することはできない。特に、コラム要素で片持ちばりの試験を行うと、メッシュ依存性が強くメッシュ分割によって載荷点の変位が大きく異なる。よって、杭にはビーム要素を用いることが不可欠である。
- 2) 要素間の弾性係数の違いが非常に大きい場合、共役傾斜法では正解を得ることは困難である。つまり、杭の水平抵抗に関する場合、杭と地盤の相対剛性は $10^3 \sim 10^5$ 程度もあるため、桁落ち等の問題がある。
- 3) 計算時間短縮を目的として共役傾斜法を使用していたが、現在では大型計算機のようなスーパーコンピュータのみならず、計算機の進歩は著しい。スーパーコンピュータにはおよばないものの、計算速度の非常に早いワークステーション等が比較的安価で手に入るようになっている。このような理由から、共役傾斜法を用いる優位性が薄れつつある。

そこで、杭にはビーム要素を、計算方法には正解の得られる直接法の一つである LDLT 法を用いる。このように、GPiLE-3D の改良点として、以下に示すビーム要素の導入および LDLT 法の採用を行った。

(1) ビーム要素

コラム要素と違い、曲げ変形を的確に考慮することができる。ビーム要素に必要な変数として、杭のヤング率、断面積、 x 方向および y 方向の断面2次モーメントである。また、得られる結果は、各接点の変位のほかに x 、 y 軸まわりのたわみ角および曲げモーメントである。

ビーム要素は、面積を持たない線要素であるために、杭をモデル化する際、ビーム要素のみで表すことは不可能である。つまり、一般的なコラム要素との集合体で杭を表現しなければならない。この際重要になるのは、ビーム要素とコラム要素のヤング率の配分である。杭の変形性や杭部分のコラム要素と地盤の相対剛性等を考慮して配分を決定する必要がある。

(2) LDLT法

$n \times n$ の正値対称行列を変形コレスキー法を用いて LDL^T 分解し、連立1次方程式を解くものである。ただし、 L 、 D はそれぞれ $n \times n$ の単位下三角行列と対角行列である。このLDLT法の主な特徴は、以下のようによまとめられる。

- 1) LDLT分解によるマトリックスのバンド幅の変化がないため、計算時間が短縮され経済的である。
- 2) バンド幅を一定と仮定せず、それぞれの方程式のバンド幅を考慮しているため、要素分割を考慮すれば記憶容量の縮小化が図れ、かつ効率よく計算することができる。

5. GPILE-3Dを用いた実験のシミュレーション

前章で述べたように、1) ビーム要素の導入、2) LDLT法の採用を行い、改良を加えたGPILE-3Dの適用性を試すため、まずメッシュサイズ依存性を調べた後、実験の解析を行った。以後、特に断りのないかぎり、GPILE-3Dはこの改良したGPILE-3Dのことをさす。

5.1 解析手順

載荷試験をシミュレートするためには、地盤定数を決定する必要がある。本解析では地盤を弾塑性体と仮定しているため、必要な地盤定数は、弾性領域では土の弾性係数 E_s とポアソン比 ν_s 、塑性領域では単位体積重量 γ 、静止土圧係数 K_s 、土の粘着力 c 、土の内部摩擦角 ϕ である。また、杭要素（ビーム要素）には杭のヤング率 E_p 、断面積 A 、 x および y 方向の断面2次モーメント I_x 、 I_y である。

地盤の弾性係数 E_s はPIGLETからの逆算値を用い、ポアソン比 ν_s は0.33、静止土圧係数 K_s ($=\nu/(1-\nu_s)$)は0.5とした。その他の地盤定数は実験で得られた値を参考に、単位体積重量 γ は1.6 (tf/m³)、粘着力 c は0 (tf/m²)、内部摩擦角 ϕ は35°とした。

また、杭のヤング率は 7.2×10^6 (tf/m²)、断面積 A は0.28 m²、断面2次モーメント $I_x = I_y = 2.77 \times 10^{-3}$ (m⁴)である。杭をモデル化する際、前章で述べたように、ビーム要素は、面積を持たない線要素であるために、体積を持つ杭をビーム要素のみで表現することは不可能である。つまり、コラム要素の中心にビーム要素が存在する集合体で杭を表現しなければならない。ここで重要になるのは、ビーム要素とコラム要素のヤング率の配分である。ビーム要素に大きな配分を与えるほうが正解に近い値が得られるが、杭前面や杭背面がビーム要素と同じように変形させるため、コラム要素にもある程度の配分を与える必要がある。本研究では、ビーム要素が9割とし、コラム要素は1割とした。以下の解析に用いる地盤および杭の物性値をまとめてTable. 3に示す。

5.2 メッシュサイズ依存性のケーススタディー

有限要素法ではメッシュサイズの違いによって得られる解が異なる、いわゆるメッシュサイズ依存性が知られている。本節では、杭の水平抵抗を考える際、どのようなメッシュを用いるのが適当なのか判断するた

Table 3. Properties of the pile and ground constants

Pile Constants	Young modulus: $E_p=6.5 \times 10^6$ (tf/m ²) (beam elements) $E_p=7.0 \times 10^5$ (tf/m ²) (column elements) Cross section area: $A_p=0.28$ m ² Geometrical moment of inertia: $I_x=I_y=2.77 \times 10^{-3}$ (m ⁴)
Ground Constants	Young modulus: $E_s, \Delta E_s/\Delta z=480$ (tf/m ³) Poisson's ratio: $\nu_s=0.33$ Unit weight: $\gamma=1.6$ (tf/m ³) Coefficient of earth pressure: $K_0=0.5$ Cohesion: $c=0$ (tf/m ²) Internal friction angle: $\phi=35^\circ$

め、4パターンのメッシュを用いて比較検討を行った。

(1) ケーススタディーを行ったメッシュのパターン

地盤をモデル化する際、できるだけ細かいメッシュを用いることによって正解に近い計算結果が得られるが、特に計算時間が非常に長くなるような場合、非経済的となる。また、コラム要素部分の杭には円形に近い正多角形を用いることになるが、最も単純にモデル化した正方形を用いた場合、その影響がどのようなのか問題である。そこで、Table 4 に示すように杭に正八角形を用いてメッシュの細かさを変化させたケースを3パターン（粗、並、細）、また杭に正方形を用いたケース（細）を1パターンの合計4パターンのメッシュを用い、それぞれを Case 1～4 とする。ケーススタディーを行ったパターンを Table 5 に示すが、それぞれのパターンで単杭と2本群杭（杭中心間隔比 $s/d=2.0$ 、荷重方向と杭中心線のなす角 $\beta=0^\circ$ ）について解析を行った。単杭の場合はケース番号に添字 s を、群杭の場合は添字 g をつけて表す。

単杭および群杭のメッシュ図を Fig. 15 に示す。その大きさは、 $13.5 \times 13.5 \times 17.6$ m の直方体を仮定しているが、対称性を考慮してその半分だけを取り上げた。ただし、いずれの場合も深さ方向のメッシュの切り方は全く同じである。第1層は、厚さ 1.4 m の自由長を示すが、杭体以外の部分の要素はダミー要素として弾性係数を極端に下げたものを用いた。

また、水平荷重は、杭中心に集中荷重として作用させた。GPILE-3 D は、荷重を杭に与える荷重法を採用しているため、遠心実験のように群杭中の2本に等しい強制変位を生じさせることはできない。そこで、

Table 4. Kinds of FEM meshes

Shapes of Piles Elements	Fineness of Meshes		
	fine	medium	rough
Octagon	Case 1	Case 2	Case 3
Square	Case 4	—	—

Table 5. Kinds of case studies

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
Single Pile	○	○	○	○
Group Piles ($s/d=2.0, b=0^\circ$)	○	○	—	○

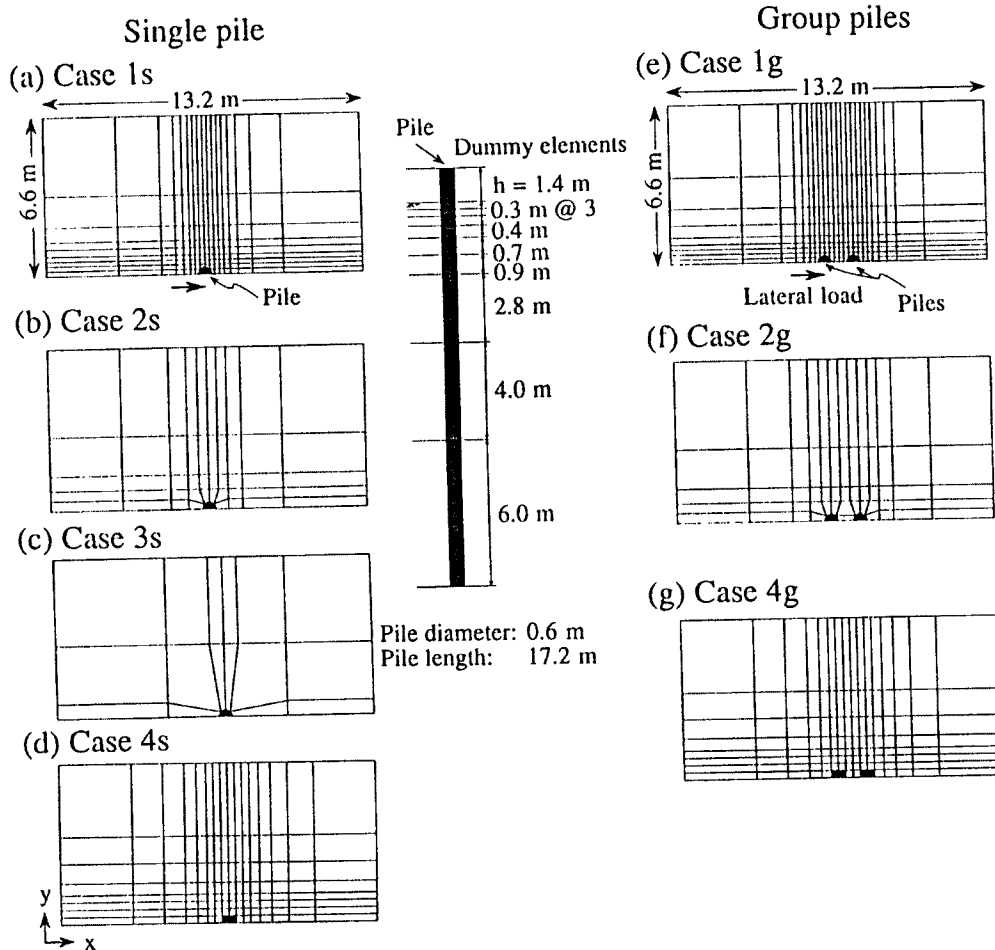


Fig. 15. Three dimensional FEM meshes for the single pile and group piles ($s/d=2.0$, $\beta=0^\circ$).

実験で得られた各杭の最大荷重を基に 80 ステップに分割して载荷した。境界条件は、底面の全節点は全方向固定、 $y-z$ 面では x 方向のみ固定、 $x-z$ 面では y 方向のみ固定、ビーム要素に関しては底面が変形およびたわみ角を許さない完全固定、また対称面では x 軸まわりのたわみおよび y 方向のみ固定で、その他は自由とした。

(2) 荷重～変位関係および曲げモーメント分布

GPILE-3D を用いて単杭の弾塑性解析を行った場合の、杭頭荷重～杭頭変位関係を Fig. 16 に示す。図中には実験データもプロットしてある。極端にメッシュの粗い Case 3s では、非常に支持力が高くなっているが、それ以外のケースではかなり似た曲線を示しており、メッシュが細かいほど支持力が低下する傾向が見られる。また、杭の形の違いによる影響も少ない。いずれにしても、Case 3s を除く弾塑性解析では、実験結果をかなり定量的に評価できているといえる。

次に、群杭の弾塑性解析による杭頭荷重～杭頭変位関係を Fig. 17 に示す。杭間が単一要素で構成されている Case 2g でも、杭位置の違いによる荷重分担率の違いを表現できており、メッシュの違いによる変化は小さい。また、Case 1g の支持力が最も低くなっているが、メッシュの違いによる前方杭と後方杭の支持力の違いはあまり見られない。単杭同様、いずれの場合も群杭の挙動を十分評価できているといえる。

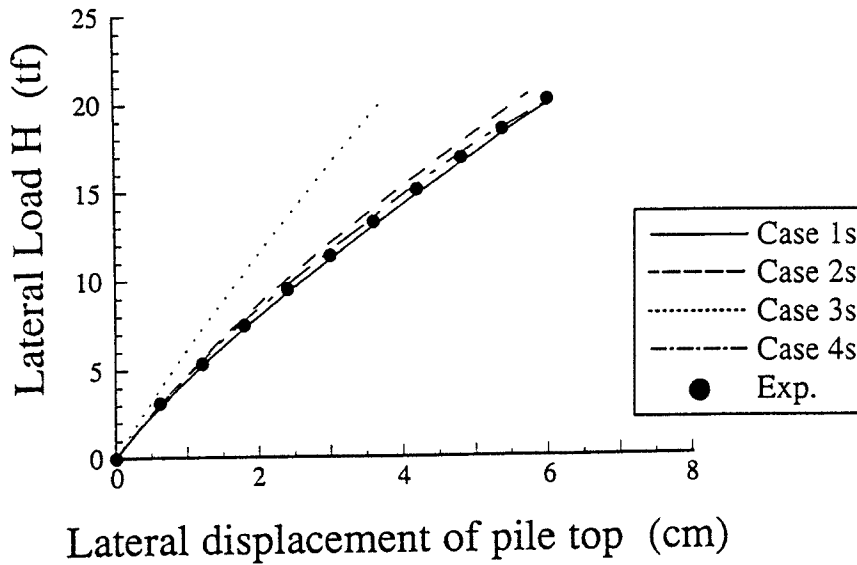
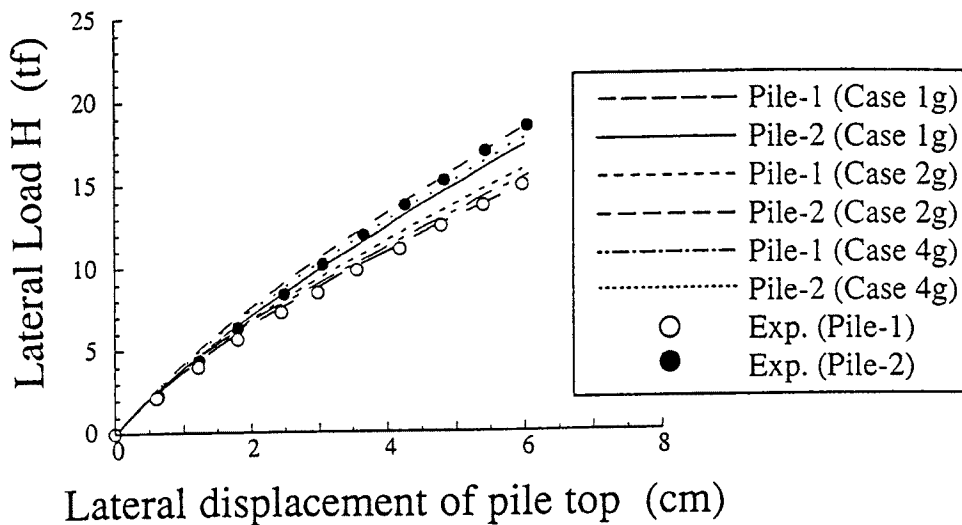


Fig. 16. Lateral load vs. lateral displacement curves on single piles.

Fig. 17. Lateral load vs. lateral displacement curves on group piles ($s/d=2.0$, $\beta=0^\circ$).

続いて、杭頭変位が 3 cm ($\delta/d=0.05$) および 6 cm ($\delta/d=0.1$) における単杭および群杭の曲げモーメント分布 (Case 4s, 4g) を Fig. 18 に示す。単杭の解析結果は、杭の変形が小さい範囲では実験結果を正確に評価できているが、変位の増加に伴う最大曲げモーメント発生点の深さを定量的には説明しえていない。さらに、深いところまで曲げモーメントが発生しており、特にマイナスの曲げモーメントの値も大きい。一方、群杭では単杭同様、前方杭、後方杭ともに深いところまで曲げモーメントが発生しており、後方杭ではその傾向はさらに顕著である。また、杭位置の違いによる曲げモーメントの分布形状の違いの定性的な傾向は実験結果と一致している。図中には示していないが、メッシュの違いによる曲げモーメント分布形状の違いは少なかった。

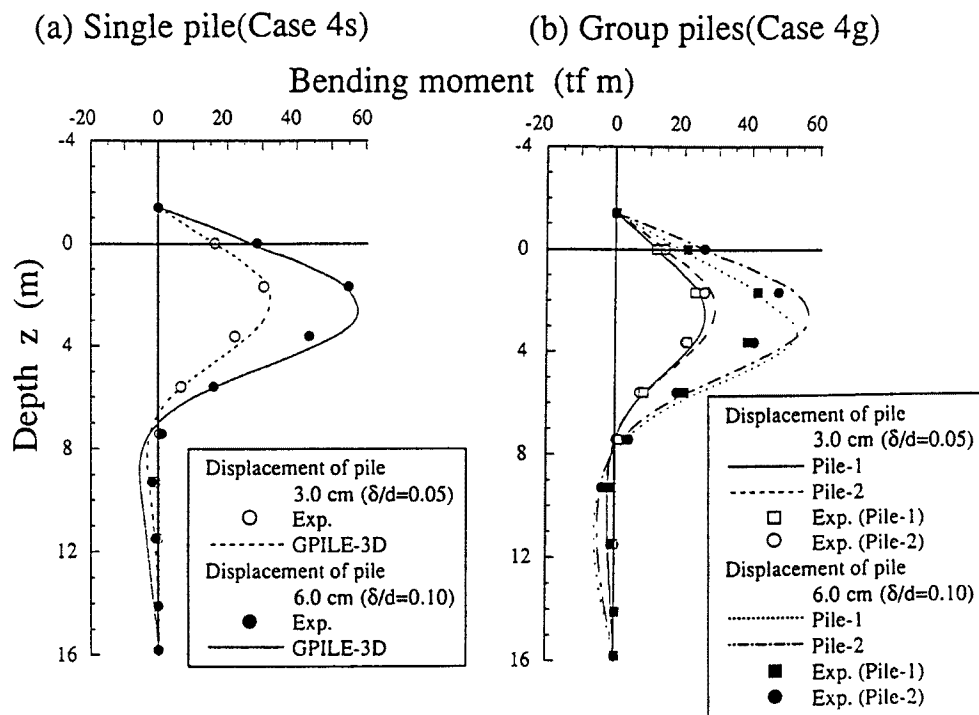


Fig. 18. Distribution of bending moments, (a) single pile, (b) group piles.

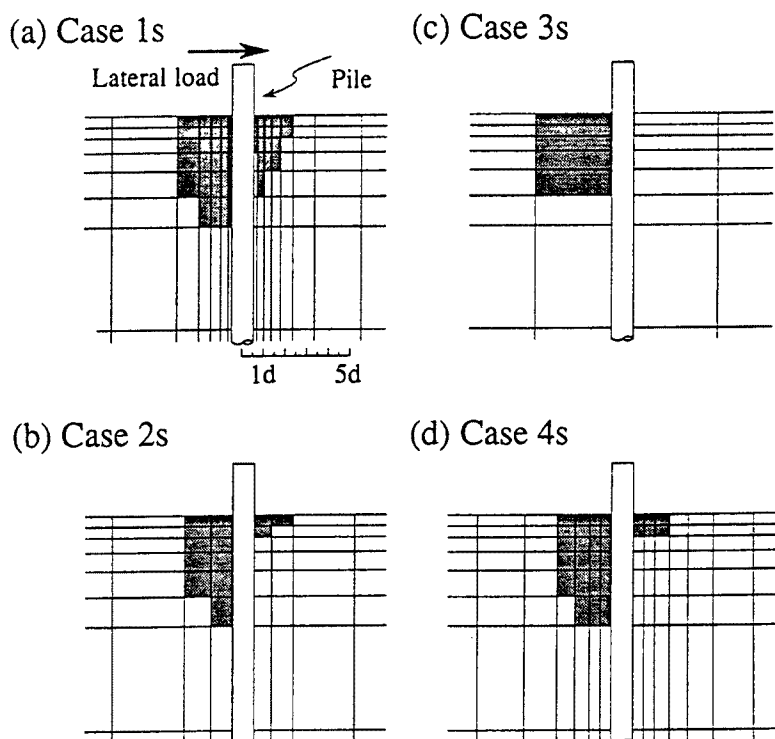


Fig. 19. Plastic region on the symmetric plain ($\delta/d=0.03$).

(3) 杭周辺地盤の塑性域

単杭の杭頭変位が 1.8 cm ($\delta/d = 0.03$) のときの、メッシュの違いによる対称面の塑性域の拡がりを Fig. 19 に示す。Case 3s では杭前面に塑性領域が発生していないが、それ以外では比較的似たような分布形状を示している。

以上より、メッシュは極端に粗くなければある程度地盤をモデル化でき、また、杭を正方形と仮定しても問題ないと考え、次節で行う群杭実験の解析は Case 4 のパターンで行うことにした。

5.3 群杭模型実験の解析

(1) 解析を行ったパターン

前節で述べたように、メッシュはある程度細かければメッシュサイズの影響は受けない。そこで、Fig. 15 の Case 4 のパターンで、杭中心間隔 s/d や載荷方向と杭中心線のなす角 β を変化させて、実験の解析を行った。解析を行ったパターンを Table 6 に示す。

杭中心間隔が等しい場合は、 β に関係なく同じメッシュを用い、その配置を変化させた。ただし、 $\beta = 45^\circ$ の場合は対称性を考慮できないため、全体を取り出した。杭間は杭径の半分の長さ ($d/2$) でメッシュを分割し、深さ方向のメッシュ分割および用いた地盤定数など、水平面方向のメッシュ分割以外の条件はすべて同一である。

Table 6. Kinds of analyses

$s/d \backslash \beta^\circ$	0	45	90
2.0	○	○	○
2.5	○	—	—
3.0	○	—	○
4.0	○	—	○

(2) 荷重～変位関係

Fig. 20 に杭中心間隔比 s/d が 2.0, 2.5, 3.0, 4.0 の場合の、荷重～変位関係の実験結果との比較を示す。全般的に見ると、杭位置の違いによる支持力の違いをかなりの確に表現できている。特に、 $\beta = 90^\circ$ の場合、 s/d の大きさに関わらず実験結果をうまく表現できている。しかし、 $\beta = 0^\circ$ の場合 $s/d = 3.0$ を除く他の場合は、前方杭の挙動は定量的に表現できているものの、後方杭は $s/d = 2.5$ では支持力を過大評価し、 $s/d = 4.0$ では支持力を過小評価している。 $\beta = 0^\circ$ 、 $s/d = 3.0$ の場合は後方杭の支持力が一致しているものの、前方杭との支持力の開きは少なく、逆に前方杭の支持力が低くなっている。また、 $s/d = 2.5$ 、 $\beta = 45^\circ$ の場合においても、前方杭では解析結果と実験結果に良い一致が見られるものの、後方杭では支持力を過大評価している。

(3) 対称面および地表面における地盤の変位ベクトル図

GPILE-3D では、実験で計測できない地盤内の変位を知ることができる。杭頭変位が 6.0 cm における地表面のベクトル図を Fig. 21 に示す。(a) 図の単杭の場合、杭の後方は前方に比べ相対的に変位が小さく、変位する領域も狭い。また、地盤は杭の背面に向かって、また杭前方から外側に拡がるように変位している。これは、杭背面の地盤が早い時期に降伏するため、後方に伝わる力が少ないからであると考えられる。(b) 図の $s/d = 2.0$ 、 $\beta = 0^\circ$ の群杭の場合も同様の傾向が見られるが、その変形する領域および変形量は大きい。さらに杭間の要素は杭に追従して変位している。また、(c) 図の $\beta = 90^\circ$ の場合でも杭間の地盤は剛体的に変位している。しかし、杭前方の要素が杭から外側に向かって変位する傾向は少なく、前方に変位する傾向が強い。(d) 図の $\beta = 45^\circ$ の場合は、その非対称性は明らかで、前方杭から前方外側（杭中心線方向）に変位する傾向がさらに強く、逆に前方内側への変位量は少ない。

次に、Fig. 22 に対称面における変位ベクトル図を示す。単杭では、杭背面の節点は深さ方向に沈みこみ、杭前面では上方に盛り上がる状態が見られる。また、2 本群杭間はやや沈みこみながら、杭に追従して水平方向に変位している。

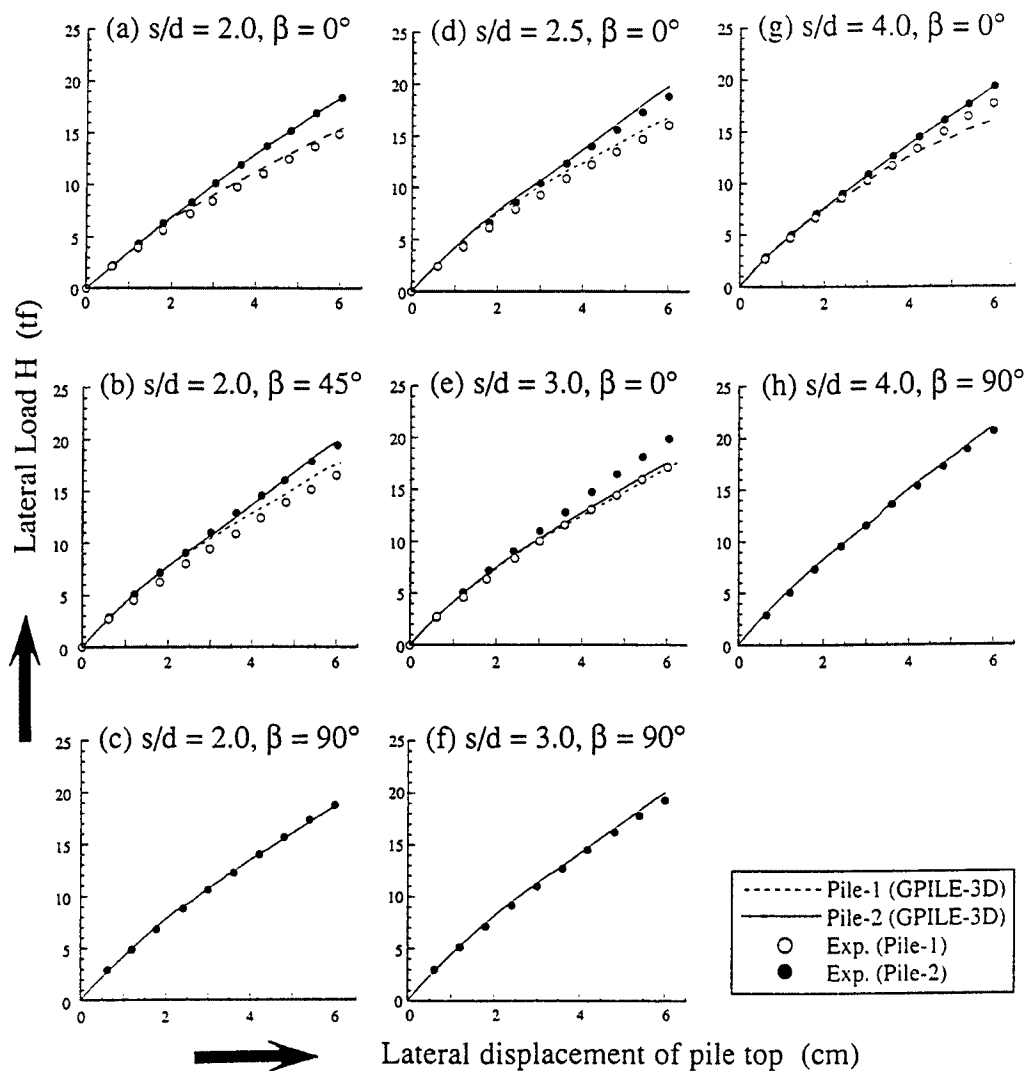


Fig. 20. Analytical results of load-displacement curves.

(4) 群杭効率および影響係数

杭頭変位が 6.0 cm ($\delta/d = 0.1$) における, GPILE-3D による群杭効率 e と杭中心間隔 s/d の関係を, β をパラメータとして Fig. 23 に示す。図中には実験値もプロットしてある。全般的に GPILE-3D と実験結果の傾向は一致している。しかし, $\beta = 0^\circ$ の場合は, 杭中心間隔 s/d が広がってもあまり群杭効率 e は大きくならない。

また, $\delta/d = 0.1$ 時の杭中心間隔 $s/d = 2.0$ における影響係数 α_{ij} と β^* の関係を Fig. 24 に示す。GPILE-3D による弾塑性解析では, 杭位置の違いによる影響係数の違いを表現できており, 実験結果と概ね一致している。

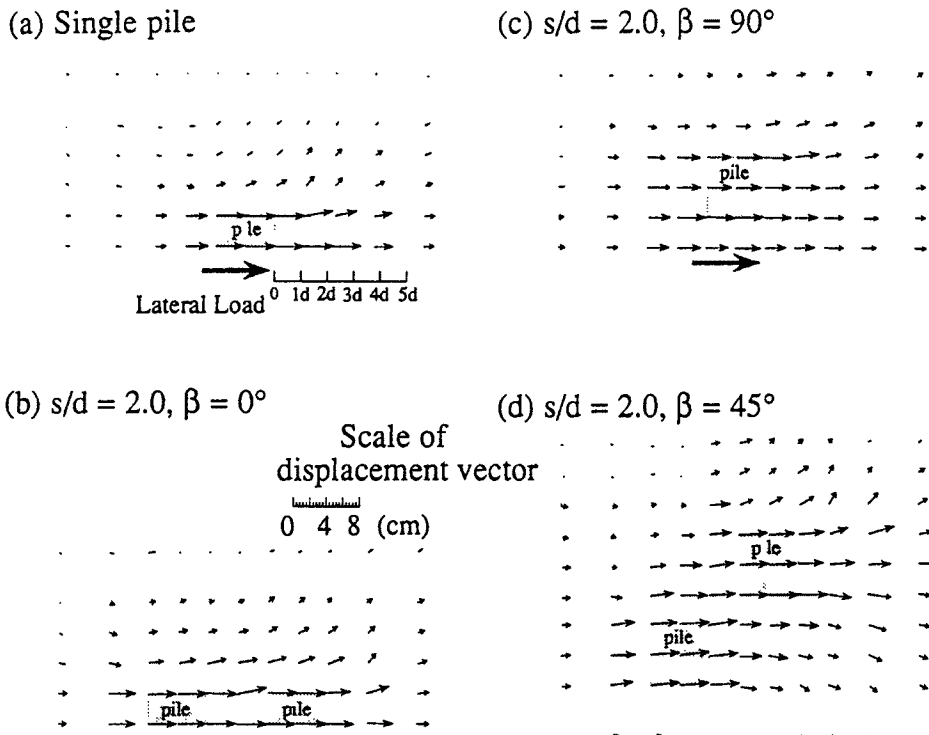


Fig. 21. Displacement vectors of the ground surface ($\delta/d=0.10$).

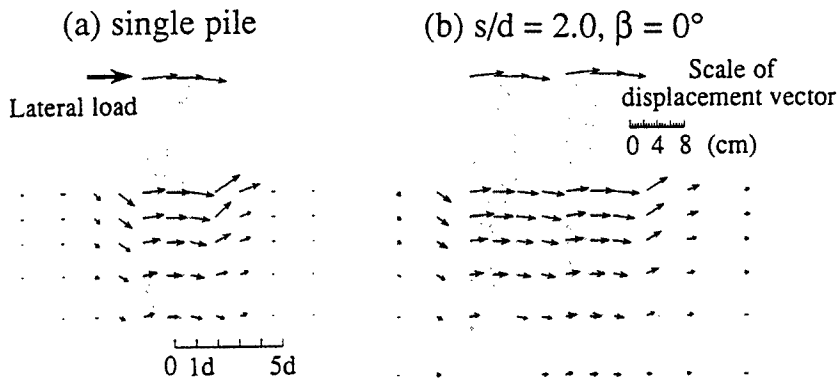


Fig. 22. Displacement vectors of the symmetric plain ($\delta/d=0.10$).

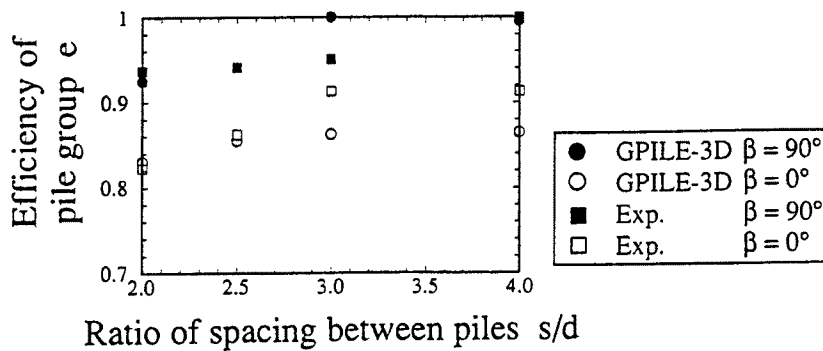


Fig. 23. Relationship between efficiency of pile group e and ratio of spacing between piles s/d .

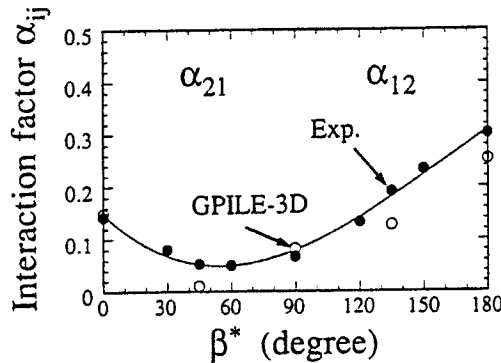


Fig. 24. Relationship between interaction factors α_{12} , α_{21} and the angle from the loading direction of piles β^* .

5. おわりに

本研究では、各杭の杭頭がフーチング等で固定されていない杭頭自由の状態、実物大の鋼管杭を想定した2本群杭の遠心模型実験を行い、杭中心間隔、杭配置を様々に変化させたとき、これらの要因が杭の荷重～変位関係、影響係数等におよぼす影響を実験的に調べ、杭－地盤－杭の相互作用について検討した。さらに、3次元弾塑性有限要素法（GPILE-3D）の改良を行い、上記2本群杭実験の解析を行い、その適用性を検討した。その結果以下の知見を得た。

・遠心模型実験結果から得られた結論

- 1) 群杭中相対的に後方に位置する杭の荷重分担率は前方に位置する杭の荷重分担率よりも小さい。
- 2) 単杭の前面に働く極限地盤反力はクーロンの受働土圧の約2.5倍で、群杭において後方杭では、杭中心間隔が小さくなるにつれその値は小さくなり、杭中心間隔比が杭径の2.0倍の場合、単杭の約0.6倍程度である。
- 3) 実験結果から計算された影響係数は、 $\beta^* = 0^\circ$ に対応する α_{21} よりも $\beta = 180^\circ$ に対応する α_{12} の方が大きい値を示す。

・有限要素解析から得られた結論

- 1) 杭体にビーム要素およびLDLT法を用いて改良を行ったGPILE-3Dでは、単杭の挙動をうまく表現することができる。
- 2) 杭配置の違いによる支持力の違いをある程度表現することができ、後方杭と前方杭の支持力の違いが説明できる。
- 3) 実験をできるだけ正確にシミュレートするためには、地盤をある程度細かく分割することが必要であるが、杭を正方形型と仮定してもあまり問題にならない。

以上、実験から得られた結論は、遠心模型実験という実物大の鋼管杭とほぼ同じ応力状態で行った実験から得られたものである。杭の水平抵抗における遠心模型実験の有効性も証明されており、本実験の結果も実際の杭の挙動を定量的に評価できていると考えられる。

また、改良したGPILE-3Dでは、杭位置の違いによる支持力の違いをある程度表現することができ、その有効性が確認できた。今後、同手法を用いたパラメトリックスタディや実大杭への適用を計ることが必要である。また、3次元的な地盤の動きについて、GPILE-3Dによる解析と実験との結び付けを行う必要がある。最後に、遠心模型実験を実施するにあたり、御協力、御指導いただいた京都大学工学部・北勝利助手に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Kimura, M. and Shibata, T.: Three Type of Model Tests on Laterally Loaded Pile Groups, Proc. 9th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 1, 1991, pp. 229-232.
- 2) 木村 亮・八嶋 厚・柴田 徹：水平力を受ける群杭基礎に関する3次元有限要素解析，京大防災研年報，第34号B-2，1991，pp. 61-71.
- 3) Kimura, M., Yashima, A. and Shibata, T.: Three-dimensional Finite Element Analysis of Laterally Loaded Piles, Proc. 7th Int. Conf. on Computer Methods and Advances in Geomechanics, A.A.Balkema, Vol. 1, 1991, pp. 145-150.
- 4) Scott, R. F.: Cyclic Static Model Pile Tests in a Centrifuge, Proc. Offshore Technology Conf., 1979, pp. 1159-1168.
- 5) Oldham, D. C. E.: Experiments with Lateral Loading of Single Piles in Sand, Application of Centrifuge Modeling to Geotechnical Design, A. A. Balkema, 1984, pp. 121-145.
- 6) Barton, Y. O.: Response of Pile Groups to Lateral Loading in the Centrifuge, Application of Centrifuge Modeling to Geotechnical Design, A. A. Balkema, 1984, pp. 457-473.
- 7) Lyndon, A. and Pearson, R. A.: Skin Friction Effects on Laterally Loaded Large Diameter Piles in Dense Sand, Application of Centrifuge Modeling to Geotechnical Design, A. A. Balkema, 1988, pp. 363-369.
- 8) Nunez, I. L., Phillips, R., Randolph, M. F. and Wesselink, B. D.: Modeling Laterally Loaded Piles in Calcareous Sand, Application of Centrifuge Modeling to Geotechnical Design, A. A. Balkema, 1988, pp. 371-381.
- 9) 寺師昌明・北詰昌樹・川端浩二：砂地盤中の単杭の横抵抗に関する遠心模型実験，第23回土質工学発表会発表講演集，1988，pp. 1431-1434.
- 10) 寺師昌明・北詰昌樹・佐藤 毅：碎石地盤中の単杭の横抵抗に関する遠心模型実験，第24回土質工学研究発表会発表講演集，1989，pp. 111-114.
- 11) 寺師昌明・北詰昌樹・丸山敦司：斜面を有する砂地盤中の単杭の横抵抗に関する遠心模型実験，第25回土質工学的研究発表会発表講演集，1990，pp. 5-8.
- 12) 寺師昌明・北詰昌樹・山本芳生：斜面を有する砂地盤中の単杭の横抵抗に関する遠心模型実験—その2—，第26回土質工学研究発表会発表講演集，1991，pp. 1439-1442.
- 13) 相川智彦・横山幸満・日下部 治・片山 猛：砂地盤中の鋼管杭の水平抵抗に関する遠心模型実験，第26回土質工学研究発表会発表講演集，1991，pp. 1435-1436.
- 14) 川端規之・横山幸満・日下部 治・萩原敏行：砂地盤中の群杭の水平抵抗に関する遠心模型実験，第26回土質工学研究発表会発表講演集，1991，pp. 1437-1438.
- 15) 関 延子・藤井齊昭・津嶋劍星・木村靖治：遠心模型実験による杭の水平抵抗に関する研究（その1 単杭），第27回土質工学研究発表会発表講演集，1992，pp. 1607-1608.
- 16) 木村靖治・藤井齊昭・関 延子・川端規之：遠心模型実験による杭の水平抵抗に関する研究（その2 組杭），第27回土質工学研究発表会発表講演集，1992，pp. 1609-1610.
- 17) 北 勝利・八嶋 厚・柴田 徹・上田孝行：遠心力場における動的システムの開発，京大防災研年報，第32号B-2，1989，pp. 207-217.
- 18) 寺師昌樹・藤井齊昭：遠心模型実験装置の基本システムと計測システム，講座「遠心模型実験」4，土と基礎，Vol. 36, No. 1, 1988, p. 81.
- 19) Randolph, M. F.: The response of flexible piles to lateral loading, Geotechnique, Vol. 31, No. 2, 1981, pp. 247-259.
- 20) Shibata, T., Yashima, A. and Kimura, M.: Model Tests and Analyses of Laterally Loading Pile Groups, Soils and Foundations, Vol. 29, No. 1, 1989, pp. 31-44.
- 21) 足立紀尚・木村 亮・草薙秀典・勝本 卓：水平力を受ける杭と地盤の相互作用に関する研究，京大防災研年報，第33号B-2，1990，pp. 83-95.

- 22) 岡原美知夫・中谷昌一・木村嘉富・高木 繁・杜森佳次：群杭模型の水平載荷実験，土木研究所資料，第3079号，1992.
- 23) Poulos, H.G.: Behaviour of laterally loaded piles II-pile groups, Jour. of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 97, SM5, 1971, pp. 733-751.
- 24) Ochoa, M. and O'Neil, M. W.: Lateral Pile Interaction Factors in Submerged Sand, Jour. of GE, ASCE, Vol. 115, No. 3, 1989, pp. 31-44.
- 25) Duncan, J. M. and Chang, C. Y.: Nonlinear analysis of stress and strain in soils, ASCE, Vol. 96, No. SM5, 1970, pp. 1629-1653.
- 26) 木村 亮・足立紀尚・森本 輝：地盤定数の分布形状が単杭の水平抵抗に与える影響，第3回地盤工学シンポジウム，土質工学会中部支部，1991, pp. 145-150.