

構造基本断面の非定常空気力に関する研究

松本 勝・白石 成人・白土 博通
重高 浩一・新原 雄二・山口 滋弘

AERODYNAMIC DERIVATIVES OF VARIOUS STRUCTURAL SECTIONS

By *Masaru MATSUMOTO, Naruhito SHIRAISHI, Hiromichi SHIRATO*
Kouichi SHIGETAKA, Yuji NIHARA, Shigehiro YAMAGUCHI

Synopsis

Increasing of span length of suspension bridges, it has become more important how to evaluate the stability of flutter phenomena than before. Recent investigations have paid, in consequence, a lot of considerations on identification of aerodynamic derivatives.

This study is concerned with identification of aerodynamic derivatives of structural sections of 2-D rectangular and truss girder sections. In order to identify them by wind tunnel tests, two different system identification methods, forced vibration method and free vibration method, are used. The result of identification of aerodynamic derivatives were mainly discussed from the point of superposition of unsteady aerodynamic force corresponding to different mode.

1. ま え が き

現在、神戸市と淡路島とを結ぶ明石海峡大橋の建設が1998年の完成を目指し急ピッチですすめられており、昨年12月には、両主塔の基礎が完成し、今後は上部工の建設に着手することになった。上部工は、橋長3910 m、中央支間長1990 m、主塔高さ297 mの3径間2ヒンジ補剛トラス吊橋であり、完成すればわが国の土木技術が世界に誇る最大の長大橋梁となる。このような超長大橋梁においては、従来の橋梁では非現実的と思われていた現象が、現実的なものとして認知されるようになった。そのような現象の一つとして、従来から指摘されているように¹⁾²⁾、風による補剛桁の振動、とりわけ連成フラッターの問題を取り上げることができる。

これまでの長大橋梁の補剛桁の形式としては、偏平な箱桁とトラス形式の2つが採用されてきた。偏平箱桁においては、Selbergの経験式により推定される連成フラッター発現風速自体がかなり低下すること、連成フラッターに有効な制振対策の中には渦励振をむしろ大きく発振するトレードオフの関係が認められるものがある等の問題が生ずる¹⁾。トラス補剛桁においては、ねじれフラッターが発生しやすいものの、偏平箱桁に比較すると空力安定化対策の効果が大きく出る。その反面、桁端部の小さな形状の変化や、桁の付属物(管理路、公共添加物など)の設置によっても空力特性が敏感に反応するという問題を抱えている²⁾³⁾。また、最近では、補剛桁がトラス形状であっても連成フラッターが発現する例も報告されている⁴⁾。

連成フラッターに対する耐風安定性を検証するために、従来よりフラッター解析結果が一つの判断資料として使用されている。このときに、フラッター発生時の振動モードとして、無風時のたわみ1次振動とねじ

れ1次振動の組合せを用いて、解析が行われてきた。ところが、有風時におけるモード形状は、それ固有のものが現れるはずであり、原理的には最初からモード形状を仮定する解析は、曖昧なものになる。このような理由により、最近、長大橋梁のマルチモードフラッターに関する研究が盛んに行われている⁵⁾⁶⁾。しかし、このような解析を行うに当たっては、構造物に作用する非定常空気力を正確に把握する必要がある。

以上のような現状を踏まえ、本研究では、各種構造断面に作用する非定常空気力を求めることを試みた。また、断面による非定常空気力特性の変化、さらには、発生するフラッター振動特性の変化を把握し、フラッター振動発生メカニズムの解明並びに体系化に寄与することを最終的な目的としている。その第一歩として、従来より問題となっている、非定常空気力の振動モード別の重ね合せの可否についての問題に対して、各種構造断面を対象に検討を行い、より正確な非定常空気力の把握を試みる。

2. 振動物体に作用する非定常空気力

フラッター振動について考察を行うにあたっては、振動中に作用する非定常空気力についての検討を避けて通ることは出来ない。振動中の物体に作用する空気力は一般的には、理論的に求めることは困難であるが、2次元平板翼に作用する空気力は解析的に求めることの出来る数少ない例の一つである。Theodorsenは、微小一定振幅の調和振動を行う2次元薄平板翼について、平板翼周りの流れを循環流れと吸い込み流れの合成とし、ポテンシャル流理論を用いて、断面中心に作用する非定常揚力 $L(t)$ および非定常モーメント $M(t)$ を次式のように求めた⁶⁾。

$$\begin{aligned} L &= -\pi\rho b^2(U\dot{\phi} + \dot{\eta}) - 2\pi\rho bUC(k)\left(U\phi + \eta + \frac{b\dot{\phi}}{2}\right) \\ M &= -\pi\rho b^2\left(U\frac{b\dot{\phi}}{2} + \frac{b^2\ddot{\phi}}{8}\right) + \pi\rho b^2UC(k)\left(U\phi + \eta + \frac{b\dot{\phi}}{2}\right) \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ただし、 L : 単位スパン当りの揚力 (下向き正)

M : 単位スパン当りのモーメント (頭上げ正)

η : たわみ変位 (下向き正)

ϕ : ねじれ変位 (頭上げ正)

($\dot{\quad}$) : 時間微分, U : 流速, ρ : 空気密度

b : 半弦長

k : 換算振動数 (振動角振動数を ω とすれば $k = b\omega/U$)

$C(k)$ は Theodorsen 関数と呼ばれる非定常空気力特性を表す重要な関数で、換算振動数 k に関する複素関数であり、その厳密な値は、Bessel 関数によって計算できる。しかし、容易に任意の k の値に対する Theodorsen 関数の値を知るために、いろいろな近似式が与えられている。本研究では、W.P. Jones⁷⁾ によって与えられた、次の近似式を用いて、解析を行った。

$$C(k) = 1 - \frac{0.165}{1 - \frac{0.041i}{k}} - \frac{0.335}{1 - \frac{0.32i}{k}} \dots\dots\dots (2)$$

式(1)から、たわみ振動およびねじれ振動をする平板翼に作用する非定常空気力は、それぞれ各振動変位、速度さらに加速度の関数として表され、しかも微小振動を仮定しているため線形関数となっていることがわかる。また、非定常空気力が連成項を持っていることも知られる。すなわち、揚力はその作用方向のたわみ変位のみならず、ねじれ変位の関数にもなっており、逆にモーメントもねじれ変位のみならず、たわみ変位の関数にもなっている。このような連成項の存在は平板のフラッターの発生において重要な役割を演じている。

さらに、式(1)において、非定常空気力は複素関数である Theodorsen 関数 $C(k)$ を含む。この関数を $C(k) = F(k) - iG(k)$ とおくと、 $C(k)$ の絶対値は、非定常空気力と準定常空気力との比を表し、その位

相角は、非定常空気力と平板の運動との間の位相差を示す。この位相差の存在が、平板のフラッター特性に大きな影響を及ぼしている。

いま、Fig. 1 に示すようなたわみ振動とねじれ振動を行う 2 自由度振動系では、次のような運動方程式が成り立つ。

$$\begin{aligned} m(\ddot{\eta} + 2\zeta_{\eta 0}\omega_{\eta 0}\dot{\eta} + \omega_{\eta 0}^2\eta) &= L(t) \\ I(\ddot{\phi} + 2\zeta_{\phi 0}\omega_{\phi 0}\dot{\phi} + \omega_{\phi 0}^2\phi) &= M(t) \\ \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ただし、 m ：単位スパン当りの質量
 I ：単位スパン当りの慣性 2 次モーメント
 $\zeta_{\eta 0}, \zeta_{\phi 0}$ ：無風時のたわみ、ねじれ振動の減衰定数
 $\omega_{\eta 0}, \omega_{\phi 0}$ ：無風時のたわみ、ねじれ振動の固有角振動数

また、流体力のうち virtual mass の項 ($\dot{\eta} \cdot \dot{\phi}$ の項) による影響を無視して、連成振動系の平板に作用する非定常空気力を次のようにおく、

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}\rho U^2 (2b) \left\{ kH_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + kH_2^* \frac{b\dot{\phi}}{U} + k^2 H_3^* \phi + k^2 H_4^* \frac{\eta}{b} \right\} \\ M &= \frac{1}{2}\rho U^2 (2b^2) \left\{ kA_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + kA_2^* \frac{b\dot{\phi}}{U} + k^2 A_3^* \phi + k^2 A_4^* \frac{\eta}{b} \right\} \end{aligned} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $H_i^*, A_i^* (i = 1 \sim 4)$ は非定常空気力係数と呼ばれる。このように無次元された非定常空気力係数 $H_i^*, A_i^* (i = 1 \sim 4)$ は式 (1) および式 (3) ~ (4) より、Theodorsen 関数の実部 $F(k)$ および虚部 $G(k)$ を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned} H_1^* &= -\frac{2\pi}{k} F(k) & A_1^* &= \frac{\pi}{k} F(k) \\ H_2^* &= -\frac{2\pi}{k} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} F(k) - \frac{1}{k} G(k) \right) & A_2^* &= \frac{\pi}{k} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} F(k) - \frac{1}{k} G(k) \right) \\ H_3^* &= -\frac{2\pi}{k} \left(\frac{1}{k} F(k) + \frac{1}{2} G(k) \right) & A_3^* &= \frac{\pi}{k} \left(\frac{1}{k} F(k) + \frac{1}{2} G(k) \right) \\ H_4^* &= -\frac{2\pi}{k} G(k) & A_4^* &= \frac{\pi}{k} G(k) \end{aligned} \dots\dots (5)$$

従って、種々の断面における非定常空気力係数を求めることができれば、上式を用いて Theodorsen 関数による平板翼の非定常空気係数の理論値との比較を行うことが可能である。

3. 強制振動法による矩形断面の非定常空気係数

3.1 等価 Theodorsen 関数の導入

たわみ振動とねじれ振動が連成する場合の非定常空気力は、8 個の非定常空気力係数 H_i^*, A_i^* を用いて式 (4) で表される。近年、連成振動する構造断面の非定常空気力係数を、自由振動法や強制振動法から拡張カルマンフィルターなどの同定手法を用いて求めようとする試みがなされている⁸⁾⁹⁾、しかし、連成振動波形から同定しようとする場合、未知数の数に対して条件式が不足することから不定問題となり、非定常空気力係数を同定することは解析上できないと考えられる。先に述べた平板理論によると、これら 8 個の非定常空気係数は相互に独立ではなく Theodorsen 関数 $C(k) = F(k) - iG(k)$ の実部と虚部の 2 つの関数で表現できる。これに対し、一般の構造断面では揚力とモーメントの非定常性を表す関数は必ずしも一致しないこ

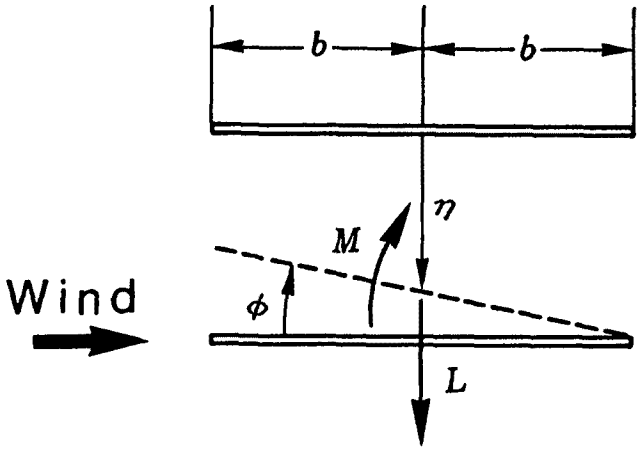


Fig. 1. Definition of force and deflection.

とが考えられる。そこで、等価 Theodorsen 関数 F_L, G_L, F_M, G_M を式(6)で定義した。

$$L = -\pi\rho b^2 U \dot{\phi} - 2\pi\rho b U \left\{ F_L \left(U\phi + \dot{\eta} + \frac{b}{2} \dot{\phi} \right) - G_L \left(\frac{U}{\omega} \dot{\phi} - \omega\eta - \frac{b\omega}{2} \phi \right) \right\}$$

$$M = -\frac{\pi}{2} \rho b^3 U \dot{\phi} + \pi\rho b^2 U \left\{ F_M \left(U\phi + \dot{\eta} + \frac{b}{2} \dot{\phi} \right) - G_M \left(\frac{U}{\omega} \dot{\phi} - \omega\eta - \frac{b\omega}{2} \phi \right) \right\} \dots\dots\dots (6)$$

この4個の等価 Theodorsen 関数をカルマンフィルターで同定した後、式(5)を用いて8個の非定常空気力係数を求めた。なお、入力した時系列データは、 $L \cdot M \cdot \eta \cdot \dot{\eta} \cdot \phi \cdot \dot{\phi}$ である。

この方法を用いると、非定常空気力係数相互の間に、等価 Theodorsen 関数 $F \cdot G$ を媒介変数とした従属関係が存在することを利用することにより、未知係数の数を減らすことができ、連成振動実験から8つの非定常空気力係数を同時に計算することが出来る。また、1自由度強制振動実験からも、同様に8つの非定常空気力係数を計算することができ、 $\eta, \dot{\eta}$ の項である $H_1^*, H_4^*, A_1^*, A_4^*$ についてはたわみ1自由度振動から、 $\phi, \dot{\phi}$ の項である $H_2^*, H_3^*, A_2^*, A_3^*$ についてはねじれ1自由度振動から求められる非定常空気力係数を、1自由度強制振動実験による非定常空気力係数とした。

3.2 強制加振実験概要

(1) 解析方法の流れ

本章では、密に圧力孔を設けた2次元模型を用いて、強制振動により非定常空気力係数を求め、その結果について考察を行う。

たわみねじれ2自由度強制加振を行う時の、振動モード(たわみとねじれの振幅比・位相差)を設定するに当たって、あらかじめ、2自由度バネ支持実験(ねじれとたわみの無風時振動数比を約1.2に設定)を行い、たわみとねじれが連成した定常振動が発生したときに得られた値に設定して加振を行った。それらを **Table 1** に示す。定常振動が得られる風速域

Table 1. Test condition of forced vibration method (B/D=20, 10)

B/D	Amplitude ratio η/ϕ (m/rad.)	Phase Difference θ (deg.)
20	0.1408	24.1
10	0.0637	23.1

は、ごく限られた風速域であるが、その時に得られたたわみとねじれの振幅比・位相差を、全ての風速での測定に適用した。2自由度強制加振実験では、たわみ倍振幅 $2\eta_0$ を 10 mm に設定し、ねじれの振幅を調整することにより、振幅比の設定を行った。たわみ1自由度・ねじれ1自由度強制加振実験では、それぞれの振幅を、2自由度強制加振実験で用いた振幅に合わせて実験を行った。このことにより、非定常空気力の振幅依存性の有無にかかわらず、非定常空気力の振動モード別の重ね合せの仮定の議論を行うことが可能となる。

非定常圧力測定実験により得られたデータは次のように整理し、解析を行った。模型表面の各測定点での時間平均圧力は、接近流の動圧を用いて無次元化し、平均圧力係数として、整理を行った。変動圧力は、模型振動数成分の圧力変動の倍振幅を読み取り、動圧により無次元化し変動圧力係数として整理を行った。また、変位と圧力の位相差 ϕ は、たわみねじれ2自由度加振・たわみ1自由度加振を行った場合は、たわみ変位がピーク(下向き最大)となる瞬間から上面の負圧がピークとなるまでの位相遅れを正として定義した。ねじれ1自由度加振を行った場合は、ねじれ変位がピーク(頭上げ最大)となる瞬間から上面の負圧がピークとなるまでの位相遅れを正として定義した。

2次元矩形断面は上下対称であるため、下面側の変動圧力成分は上面側の変動圧力成分の位相を 180° ずらした値となり、これらより上下面の圧力差が求められる。この圧力差を、断面前縁から後縁まで積分することにより、各瞬間に断面中心に作用する非定常空気力(非定常揚力 $L(t)$ および非定常モーメント $M(t)$) が求められる。

(2) 非定常圧力測定

実験に使用した風洞は、京都大学工学部土木工学教室に設置された。吹き出し式エッフェル型風洞（測定部高さ 1.0 m、幅員 0.7 m、長さ 5.0 m）である。また、側面境界層および模型支持アームによる気流の乱れによる影響を防止するため、測定部側面より 35 mm の位置に、導流壁を設けてある。模型設置位置付近ではほぼ一様な風速分布となることと、主流平均乱れ強さが、平均風速 4 m/sec 付近で 0.5% 以下となることが確認されている。

本章で対象とした模型は、断面辺長比 B/D (B : 断面幅員, D : 桁高) = 20, 10 の 2 次元矩形断面である。Fig. 2 に、それぞれの模型の横断面形状を示す。2 自由度強制加振時の振動モード決定のために行った 2 自由度バネ支持実験に用いた模型は木製の模型であり、強制加振実験で用いた表面圧力測定用の模型はメタクリル酸樹脂製である。模型寸法はバネ支持実験模型と同じであり、スパン中央部の模型表面には圧力測定用の圧力孔が設けてある。各模型の端部には、気流の 2 次元性を確保するため、端板を取り付けてある。模型のスパン長は 600 mm である。

本実験は、一様流中のみで実施した。風速設定は、NPL 型ピトー管により、風洞内の総圧・静圧を検出し、その差圧をデジタルマノメータ（岡野製作所、DP-20A）で読み取ることにより行った。ピトー管の先端は導流壁の前縁に合わせて設置し、模型設置位置との風速差を補正係数で補正した。

非定常圧力測定用の模型の加振は、2 自由度電動加振機（Fig. 3）により行った。加振機はリンク機構で構成されており、上部に取り付けられたモーター（出力 90 W）の回転並行に配置された 2 本の軸にタイミングベルトを介して滑ることなく伝達し、リンク機構により模型のたわみ変位・ねじれ変位を任意の連成振動状態で作り出すことができる。最大振動数は約 2.75 Hz、最大たわみ振幅は倍振幅で 30 mm である。

圧力測定は、模型表面の圧力孔から取り出した圧力を、模型内部のアルミ製の導圧管により端板まで導き、ビニールチューブ、1 シリンダ 24 チャンネル × 3 シリンダのスキヤニバルブ（スキヤニバルブ K.K., WO602/IP24T）を通じ、差圧計に総圧として入力した。一方、ピトー管の静圧を差圧計に入力し、両者の差圧をプレッシャーマイク（豊田工機 K.K., DD101K）により検出し、直流増幅器（豊田工機 K.K., AA3004, AA6010）を通し、ローパスフィルター（NF 回路設計プロック K.K., E3021）を介して、マルチ

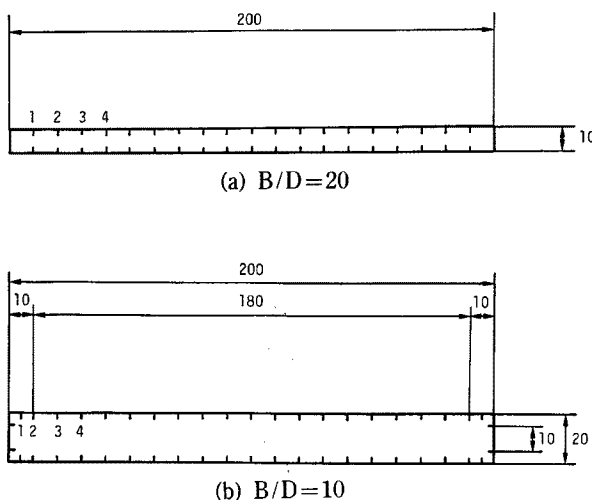


Fig. 2. Model of rectangular cross sections.

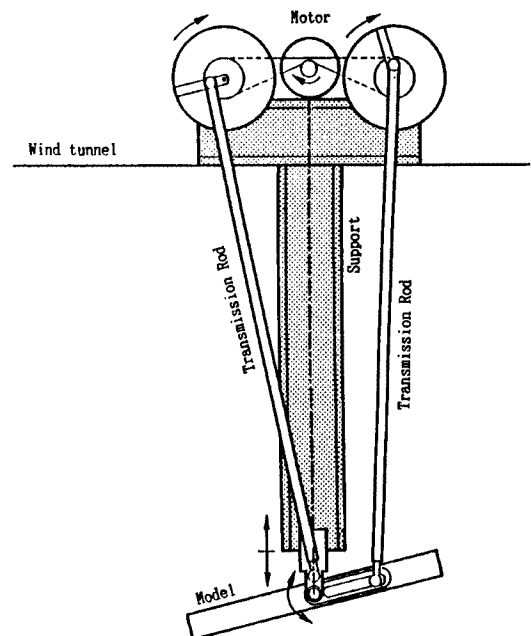


Fig. 3. Side view of 2-D.O.F. oscillator.

コーダ (渡辺測器製作所 K. K. MC6612) により平均圧力を読み取った。変動圧力は、ローパスフィルター (前出) を介して、リニアコーダ (グラフテック K. K., WR3101) により読み取った。

非定常圧力測定実験では、振動変位と変動圧力の間に生じる位相差を精度良く測定することが求められるため、測定系のもつ位相特性を知るための、予備実験を行った。振動変位に対する圧力変動の遅れを位相差補正量として求め、本研究の実験結果は全てこの値で補正した。

一方、模型の振動状態は、加振機の模型指示アームに取り付けられた、2 本の変位検出用コイルスプリング基部のコの字型ピックアップに添付した抵抗線歪ゲージにより電氣的に検出し、リニアコーダに変動圧力と同時に出力した。

3.3 等価 Theodorsen 関数による非定常空気力係数の同定結果

等価 Theodorsen 関数を用いて、式(5)により非定常空気力係数を計算した結果について、考察を行う。1 自由度振動、2 自由度連成振動から求められた 8 つの非定常空気力係数を Fig. 4 に示す。

(1) $B/D = 20$ 矩形断面

全般的に、2 自由度加振時と 1 自由度加振時の非定常空気力係数の値は、相互によく一致している。たわみ 1 自由度加振時の等価 Theodorsen 関数 G_L は、圧力変動が非常に小さいため計測が困難であり、2 自由度加振時の G_L との違いが大きかった。したがって、 G_L の項そのものである H_4^* では、2 自由度と 1 自由度で値が若干異なっている。しかし、 H_4^* が断面の空気特性に及ぼす影響はあまり大きくないものと考えられる。これらのことを考慮すると、 $B/D = 20$ 矩形断面では、振動モードに応じた非定常空気力の重ね合せは可能であると思われる。また、Theodorsen 関数から求められる値とは、どの非定常空気力係数も概ね一致していることから、 $B/D = 20$ 矩形断面に作用する非定常空気力は、平板翼に作用する非定常空気力と近い特性の非定常空気力が作用しているものと思われる。

(2) $B/D = 10$ 矩形断面

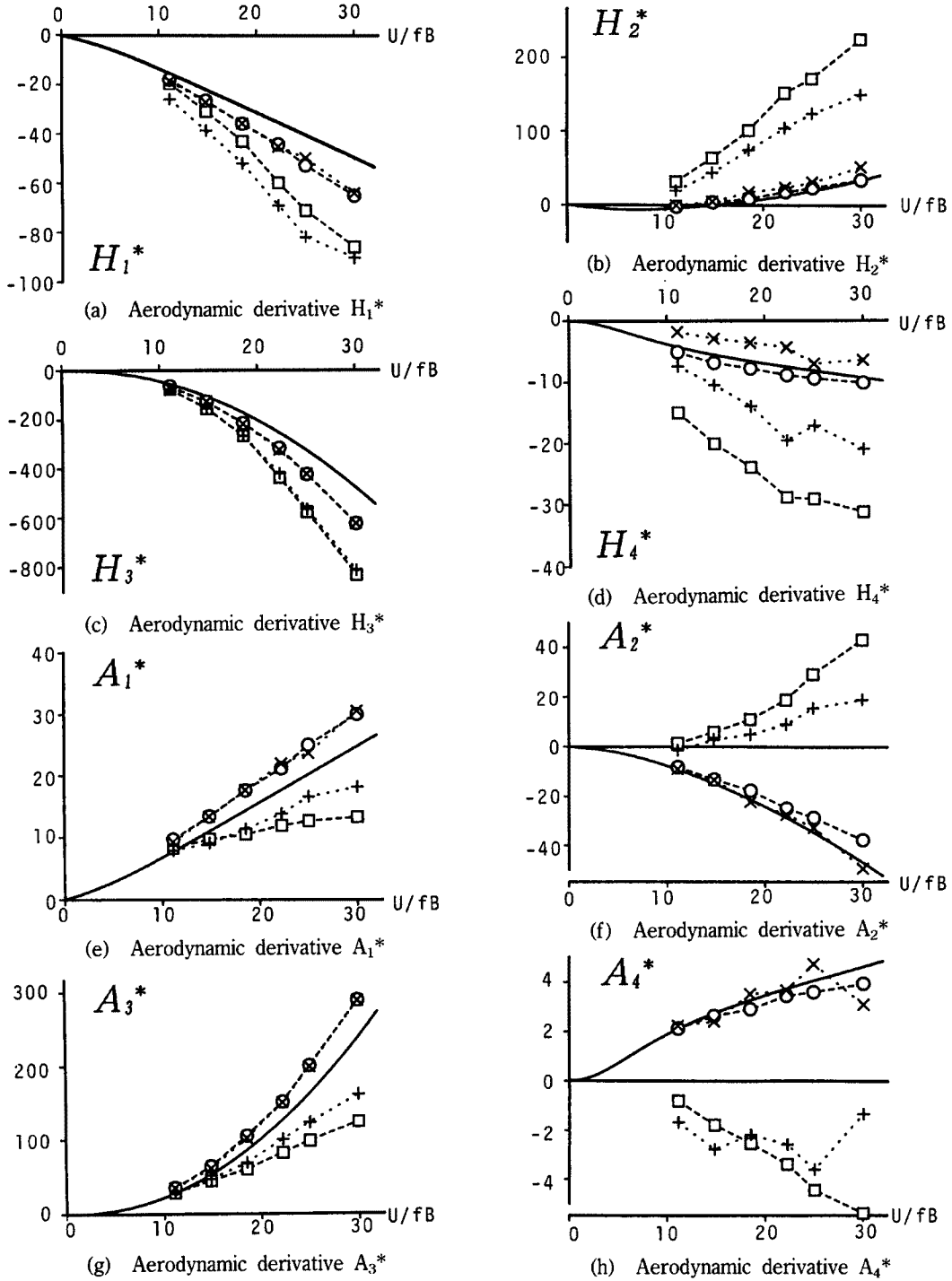
$B/D = 10$ 矩形断面の場合と比較すると、2 自由度加振時と 1 自由度加振時の非定常空気係数の値は、相互にずれがみられる。特に、 H_2^* 、 H_4^* 、 A_2^* ではそのずれが大きいようである。したがって、非定常空気力の重ね合せはやや困難であると思われる。また A_2^* では、Theodorsen 関数から求められる値が負であるのに対して、同定された結果は正の値になっており、ねじれフラッターが発生する可能性があることを示している。2 自由度バネ支持実験で連成フラッターが発生したことを考え合わせると、 $B/D = 10$ の矩形断面におけるフラッターは連成フラッターとねじれフラッターの特性を合わせもつ混在型のフラッターであるといえる。

式(6)を仮定したということは、等価 Theodorsen 関数のかかっている項 ($U\phi + \dot{\eta} + b\dot{\phi}/2$) を U で割れば明らかなように、断面中心から $b/2$ だけ後縁によった点での相対迎角を代表として断面に作用する非定常空気力を表したことになる。一般の構造断面では相対迎角の代表点は移動するものと思われ、この点に関しては今後検討する必要があるものと考えられる。

4. 自由振動法によるトラス桁断面の非定常空気力係数

トラス桁断面のような複雑な断面形状をもつ場合には、表面圧力を積分して非定常空気力を求めることが難しいため、前章で用いたような圧力積分を用いた強制振動法による非定常空気力係数の同定は困難であると考えられる。そこで本章では、従来から盛んに行われている 2 次元剛体模型を弾性支持し、その振動応答波形から非定常空気力係数を求めることを試みた。その結果について考察を行う。

模型をたわみねじれ 2 自由度支持した場合に形成される 2 自由度振動系は、無風時のみならず有風時においても 2 つの振動モードを有している。風速が低い間は 2 つの振動モードとも減衰振動を示すが、フラッター発生時にはそのうちの 1 つの振動モードが発散振動に転じる。この 1 つの振動モードの波形からシステ



- : Aerodynamic derivative of $B/D=20$ in 2-D.O.F.
- ×: Aerodynamic derivative of $B/D=20$ in 1-D.O.F.
- : Aerodynamic derivative of $B/D=10$ in 2-D.O.F.
- +: Aerodynamic derivative of $B/D=10$ in 1-D.O.F.
- : Aerodynamic derivative obtained from Theodorsen function

Fig. 4. Aerodynamic derivatives of $B/D=20, 10$ obtained by equivalent Theodorsen function.

μ同定手法を用いて非定常空気力係数を同定する場合には、情報量の少なさから安定した解が得られない。そこで本章では、フラッター限界風速よりも低風速域において、2つの振動モードを含むように加振を行い振動の減衰波形を観測することにより、8個の非定常空気力係数を求めることを試みた。しかし厳密には、2つの振動モードを含む場合でもそれぞれのモードに対して8個の非定常空気力係数が存在することから不定問題であることにはかわりはないが、ここでは非定常空気力係数を8個として同定を試み収束解を得た。このようにして得られた非定常空気力係数を用いて以後の検討を行う。

4.1 風洞実験概要

本章で対象とした断面は、トラス桁断面 (Fig. 5) であり、木製の模型である。模型は両端部に設けた端板にアームを取り付け、左右それぞれ4本ずつのコイルスプリングで風洞内に水平支持した。模型の変位は、コイルスプリング基部2カ所に挿入されたコの字型ピックアップに添付した抵抗線歪ゲージにより電氣的に検出し、ホイストブリッジ (新興通信事業部)、動歪計 (新興通信事業部, PSA602-B) を通じ、加減演算器 (日本科学工業 K.K., MODEL-1017) でたわみ変位信号とねじれ変位信号とに変換した後、アナログデータレコーダ (TEAC, MR-10) に記録した。それと同時に、ローパスフィルター (前出) を介して、リニアコーダ (前出) に出力してモニターを行った。なお、自由振動実験時の物理諸元を Table 2 に示す。

自由振動波形の記録に際して、模型を手で加振し手を離れた後の減衰振動波形を記録した。2自由度支持2自由度加振時には、たわみ振幅とねじれ振幅が共にある程度の大きさを持つように加振を行い、1自由度振動とは明らかに違う振動形状になるように心がけた。またこの時、加振の形状の違いによる解析結果への影響を軽減するため、一つの風速について複数回の加振を行い、全てのデータを記録し解析を行った。

得られたアナログデータは、京都大学大型計算機センターの F7740 ラボステーション (富士通 K.K.) を用いて AD 変換を行い、M1800 システム (富士通 K.K.) で解析を行った。

4.2 非定常空気力係数の同定方法

(1) フラッター解析

橋梁の連成フラッターの解析的研究は、Theodorsen 関数による平板空気力を吊橋に適用した、Bleich の解法¹⁰⁾ (U-g 法) に始まり、近年では、補剛桁の形状に固有な非定常空気力係数を適用する Scanlan の解法¹¹⁾ などが知られている。これらの解析では、非定常空気力から、橋梁の振動応答特性 (フラッター限界風速、フラッター振動数など) を求めることを目的としているが、本章では逆に、自由振動実験から得られた振動応答特性から、そのような応答が得られる非定常空気力係数の組合せを求めるために用いた。

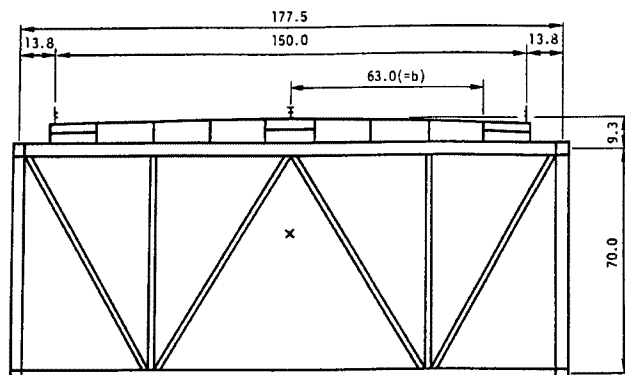


Fig. 5. Model of truss dgirder section.

Table 2. Test condition of free vibration method (truss girder section)

	η (Hz)	$f \phi / f \eta$	m ($\text{kg} \cdot \text{s}^2 / \text{m}^2$) I ($\text{kg} \cdot \text{s}^2$)	$\delta \eta$ (2 mm) $\delta \phi$ (2°)
2-D.O.F.	2.141	2.13	0.1134	0.03640
	4.561		0.001103	0.00690
1-D.O.F.	2.384		0.1151	0.03548
	4.574		0.001085	0.01162

連成フラッターは、空気力と構造系の運動が相互に影響する典型的な空気弾性振動であり、基本的には複素固有値問題として処理されているものである。たわみねじれ2自由度振動系の運動方程式の右辺に自励空気力を代入すると、次の運動方程式が得られる。

$$\begin{aligned}
 m(\ddot{\eta} + 2\zeta_{\eta_0}\omega_{\eta_0}\dot{\eta} + \omega_{\eta_0}^2\eta) &= \frac{1}{2}\rho U^2(2b)\left\{kH_1^*\frac{\dot{\eta}}{U} + kH_2^*\frac{b\dot{\phi}}{U} + k^2H_3^*\phi + k_2H_4^*\frac{\eta}{b}\right\} \\
 I(\ddot{\phi} + 2\zeta_{\phi_0}\omega_{\phi_0}\dot{\phi} + \omega_{\phi_0}^2\phi) &= \frac{1}{2}\rho U^2(2b^2)\left\{kA_1^*\frac{\dot{\eta}}{U} + kA_2^*\frac{b\dot{\phi}}{U} + k^2A_3^*\phi + k^2A_4^*\frac{\eta}{b}\right\} \\
 \dots\dots\dots &\dots\dots\dots (7)
 \end{aligned}$$

ここで、運動方程式の解として、たわみ振動とねじれ振動の連成した調和振動を仮定する。すなわち、

$$(\eta, \phi)^T = (\eta_0, \phi_0)^T \exp(i\omega t) \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 η_0 ：たわみ振幅を表す複素数

ϕ_0 ：ねじれ振幅を表す複素数

ω ：角振動数を表す複素数

式(8)を式(7)に代入して整理すると、

$$\begin{aligned}
 \left(-\omega^2 \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} + \rho b^2 \begin{bmatrix} iH_1^* + H_4^* & b(iH_2^* + H_3^*) \\ b(iA_1^* + A_4^*) & b_2(iA_2^* + A_3^*) \end{bmatrix}\right) \dots\dots\dots (9) \\
 + i\omega \begin{bmatrix} 2m\zeta_{\eta_0}\omega_{\eta_0} & 0 \\ 0 & 2I\zeta_{\phi_0}\omega_{\phi_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m\omega_{\eta_0}^2 & 0 \\ 0 & I\omega_{\phi_0}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_0 \\ \phi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

これが自明解以外の解を持つためには、式(9)の係数行列式が0でなければならない。この係数行列式は、複素角振動数 ω の4次方程式となり、しかも係数が複素数となっている。 ω の4つの解のうち、物理的意味を持つものは ω の実部が正となる2つであり、それぞれたわみ分枝成分と振れ分枝成分のものである。 ω が求められれば、固有ベクトルとして、 η_0 と ϕ_0 の比が求められる。これらより、次のような諸量を解析的に求めることができる。

- ・振動数 (ω の実部を使用)
- ・対数減衰率 (ω の虚部を使用)
- ・振れ振動に対する振動の振幅比 (η_0/ϕ_0 の絶対値)
- ・振れ振動のたわみ振動に対する位相遅れ (η_0/ϕ_0 の偏角)

(2) 2自由度バネ支持系の非定常空気力係数の同定方法

トラス桁断面をたわみねじれ2自由度支持し、2自由度加振した時の非定常空気置換等係数の同定は、フラッター解析を繰り返し行うことによって、解析結果として得られた波形と観測記録波形との間の残差二乗和が、最小となるように非定常空気力係数を求めることにより行った。

まず最初に、換算振動数 k の値を仮定して非定常空気力係数 $H_i^* \cdot A_i^* (i=1\sim 4)$ を求めてフラッター解析を行い、その風速における応答振動数・対数減衰率・たわみとねじれの振幅比・たわみとねじれの位相差の組を、たわみ分枝とねじれ分枝の2組求める。これらの諸量より計算される積分定数4つを含んだ解析波形と観測記録波形と比較し、SSLIIの実用例の最小二乗解を求めるルーチンにより積分定数を決定し、その時の残差二乗和を求めた。この課程を、非定常空気力係数を変数として残差二乗和を求め関数として定義し、SSL II の多変数関数の極小化のルーチンを用いて、フラッター解析結果として得られた波形と観測記録波形が最もよく一致する非定常空気力係数を求めた。

(3) 1自由度バネ支持系の非定常空気力係数の同定方法

1自由度バネ支持1自由度加振時の非定常空気係数の計算は、Scanlanの方法により非連成項の非定常空気力係数を求めた。たわみ1自由度系において振動実験を行い、非連成項の非定常空気力係数を次式により求める。

$$H_1^* = \frac{2m}{\rho b^2 \omega_n^2} (\zeta_{n0} \omega_{n0} - \zeta_n \omega_n) \dots\dots\dots (10)$$

$$H_4^* = \frac{m}{\rho b^2 \omega_n^2} (\omega_{n0}^2 - \omega_n^2)$$

ただし、 ζ_n : 有風時のたわみ振動の減衰定数
 ω_n : 有風時のたわみ振動の角振動数

同様に、ねじれ1自由度系において振動実験を行い、非連成項の非定常空気力係数を次式により求める。

$$A_2^* = \frac{2I}{\rho b^4 \omega_\phi^2} (\zeta_{\phi 0} \omega_{\phi 0} - \zeta_\phi \omega_\phi) \dots\dots\dots (11)$$

$$A_3^* = \frac{I}{\rho b^4 \omega_\phi^2} (\omega_{\phi 0}^2 - \omega_\phi^2)$$

ただし、 ζ_ϕ : 有風時のねじれ振動の減衰定数
 ω_ϕ : 有風時のねじれ振動の角振動数

式中の減衰定数としては、たわみ倍振幅 $2\eta_0 = 2 \text{ mm}$ ・ねじれ倍振幅 $2\phi_0 = 1 \text{ deg}$ での値を用いた。

4.3 トラス桁断面の非定常空気力係数

(1) フラッター解析結果による応答特性

フラッター解析によって得られる振動応答特性のうち、振動数変化および対数減衰率変化を Fig. 6 に示す。一般に連成フラッターの場合、ねじれ振動数とたわみ振動数が接近していく傾向を示すが、今回用いたトラス桁は振動数がほぼ一定で変化していないことから、ねじれフラッターの特性を持つ混在型のフラッターであることがうかがえる (Fig. 6(a))。対数減衰率変化では、ねじれ分枝の対数減衰率がなだらかに0に近づいていき、Theodorsen による平板の傾向とは異なっている。減衰が0になる風速でフラッターが発生することから、ねじれ分枝でフラッターが起こることがわかる (Fig. 6(c))。

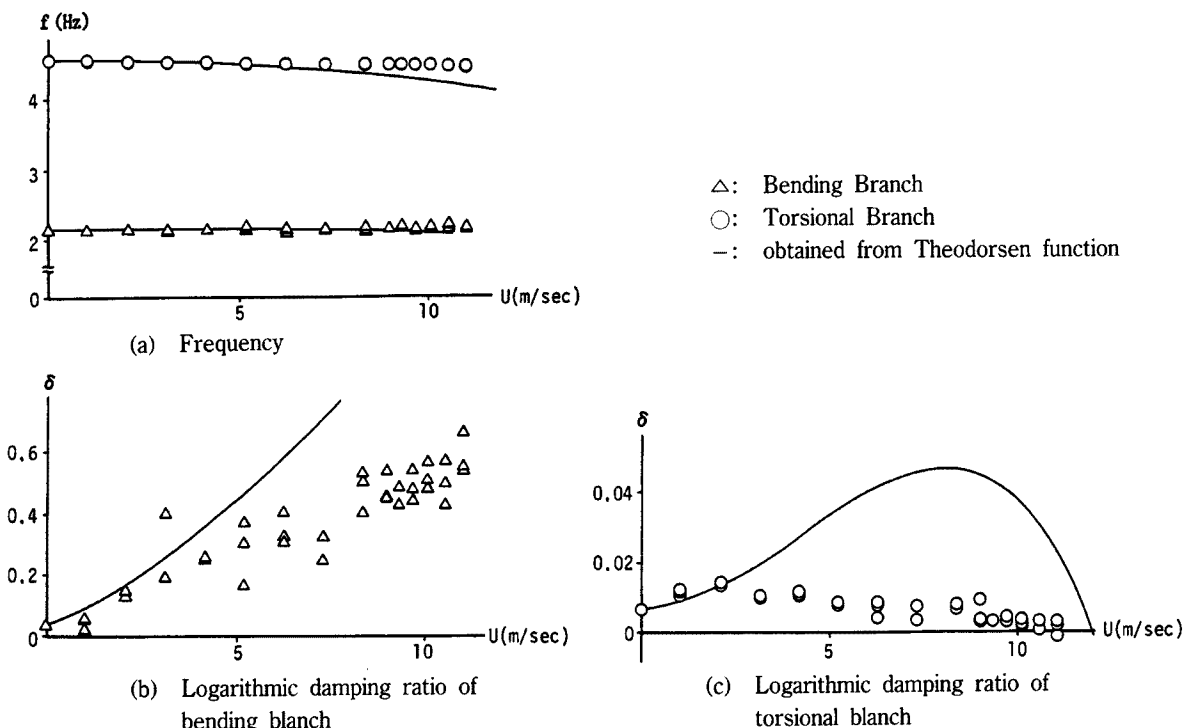
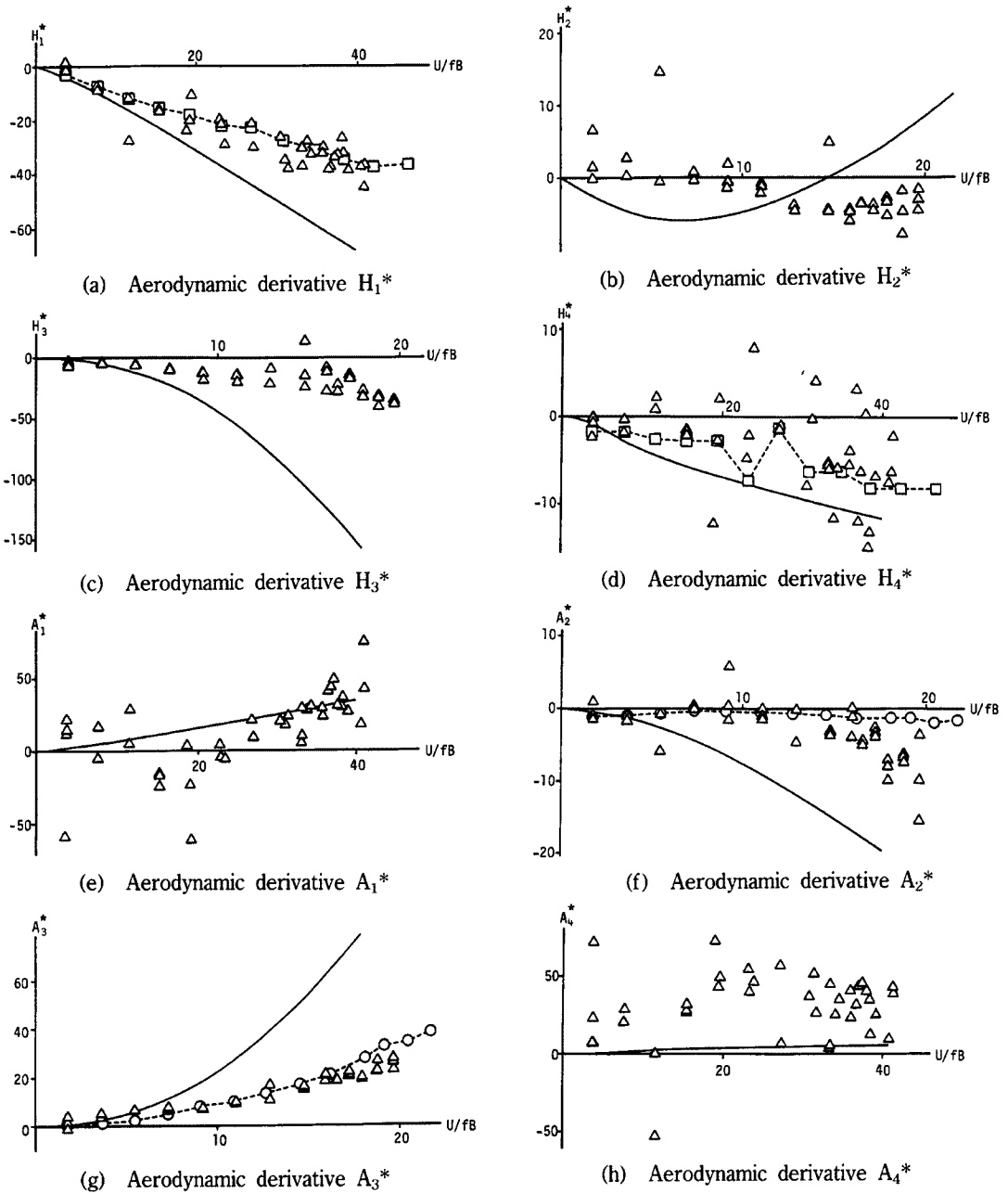


Fig. 6. Response characteristics of truss girder section obtained by flutter analysis

(2) トラス桁断面の非定常空気力係数

トラス桁断面の、たわみねじれ 2 自由度バネ支持状態において 2 自由度加振を行って求められた非定常空気力係数と、Theodorsen 関数から計算される非定常空気力係数、さらに非連成項については、Scanlan の方法によるたわみ 1 自由度支持あるいはねじれ 1 自由度支持により求められた非定常空気力係数とをまとめ



- : Aerodynamic derivative of 2-D.O.F.
- : Aerodynamic derivative of bending 1-D.O.F.
- +: Aerodynamic derivative of torsional 1-D.O.F.
- : Aerodynamic derivative obtained from Theodorsen function

Fig. 7. Aerodynamic derivatives of truss girder section obtained by 2-D.O.F. free vibration method

て、Fig. 7 に示す。

非連成項については、たわみねじれ2自由度支持により求められた非定常空気力係数と、1自由度支持により求められた非定常空気力係数は、概ね一致している (Fig. 7, (a), (d), (f), (g))。したがって、2自由度振動時に作用する非連成空気力は、1自由度振動時の非連成空気力とはほぼ一致していると考えられ、空気力の重ね合せは非連成項ではできるものとおもわれる。全体的に、どの非定常空気力係数も強制振動法による矩形断面の非定常空気力係数に比較してかなりバラついている。これは、トラス桁断面の質量や慣性モーメントが小さいため、高風速域では振動の減衰が早くなり計測時間が十分にとれず、矩形断面の場合と比較すると精度が落ちたためと思われる。

5. ま と め

本研究では、2次元構造断面の非定常空気力係数を同定し、非定常空気力特性並びにフラッター特性に関して検討した。その結果を以下に述べる。

(1) 等価 Theodorsen 関数を用いた非定常空気力係数の同定

等価 Theodorsen 関数を用いて非定常空気力係数を同定した結果、かなり広い風速域において、たわみねじれ2自由度振動時の非定常空気力係数の値を精度良く求めることができたものと思われる。しかし、圧力成分によって空気力を求める場合には、複雑な断面形状をもつ構造断面には適用することが難しいと考えられる。

(2) $B/D = 20$ 矩形断面

等価 Theodorsen 関数を用いて非定常空気力係数を求めた結果、たわみねじれ2自由度振動時の非定常空気力は、たわみ1自由度振動時及びねじれ1自由度振動時の非定常空気力の重ね合わせによって表現できる。また、非定常空気力係数が Theodorsen 関数による値に近いことから、この断面におけるフラッターは典型的な連成フラッターであるといえる。

(3) $B/D = 10$ 矩形断面

非定常空気力係数の値は、全般に、 $B/D = 20$ に比べて2自由度振動と1自由度振動のずれが大きく、特に H_2^* , H_4^* , A_2^* ではその違いが大きい。このことから、空気力の重ね合わせは困難であるといえる。また、 A_2^* が正であることからねじれフラッターの特性を有していると考えられ、バネ支持実験で連成フラッターが発生したことを考慮にいと、この断面におけるフラッターはねじれフラッターと連成フラッターの混在型であるといえる。

(4) 自由振動法による非定常空気力係数の同定

自由振動実験による振動応答波形を用いて非定常空気力係数を同定することを試みた。その結果、強制振動実験の結果に比べてばらつきが大きい。しかしトラス桁のような複雑な断面形状をもつものに対しては空気力を直接実験的に測定する必要がなく、また応答波形のみを用いることから実験装置が簡便であるなどの利点を有している。

(5) トラス桁断面

自由振動波形から非定常空気力係数を同定した結果、非連成空気力については振動モードに応じた空気力の重ね合わせが可能であるといえる。また、この断面におけるフラッター特性は、ねじれフラッターの性質と連成フラッターの性質を合わせもつ混在型であるといえる。

参 考 文 献

- 1) 大橋昭光, 宮田利雄, 岡内 功, 白石成人, 成田信之, “明石海峡大橋の耐フラッター性に関する予備的検討”, 第10回風工学シンポジウム論文集, pp. 277~282, 1988年

- 2) 松本 勝, 白石成人, 辰巳正明, 平井滋登, 伊藤裕一, “トラス桁のフラッター振動特性についての基礎的研究”, 日本風工学会誌41号, pp. 55~56, 1989年
- 3) 土木学会, 本州四国連絡橋耐風研究小委員会, “本州四国連絡橋の耐風に関する調査研究報告書”, 1985年
- 4) 平井滋登, 松本 勝, 白石成人, 辰巳正明, “トラス補剛桁のフラッター特性に関する実験的研究”, 土木学会第44回年次学術講演会講演概要集, 第1部, pp. 810~811, 1989年
- 5) T.J.A. Agar, “Aerodynamic flutter analysis of suspension bridges by a modal technique”, Eng. Structures Vol. 11, pp. 75-82, 1989
- 6) T. Theodorsen: General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter, NACA TR No. 496, 1934.
- 7) Y. C. Fung, “The Theory of Aeroelasticity”. John Wiley & Sonsinc., New York, 1955
- 8) 吉田陽一, 岩本政巳, 藤野陽三, 伊藤 学, “自由振動波形を用いた桁に作用する動的空気力の同定”, 土木学会第46回年次学術講演会講演概要集, 第1部, pp. 450~451, 1991年
- 9) 重高浩一, 松本 勝, 白石成人, 白土博通, “曲げ振れ連成状態における構造基本断面の非定常空気力に関する研究”, 土木学会第46回年次学術講演会講演概要集, 第1部, pp. 448~449, 1991年
- 10) F. Bleich, “Dynamic Instability of Truss-Stiffened Suspension Bridge under Wind Action”, Proc. ASCE. 74-8, 1948
- 11) R. H. Scanlan, “The Action of Flexible Bridge under Wind”, Part I (Flutter Theory)”, Journal of sound and Vibration, 60-2 m 1978