

## エスチャリーにおける長周期波の数値計算

— 田辺湾の潮流・吹送流シミュレーション —

山下 隆男・山中 久生 土屋 義人

### NUMERICAL MODEL FOR LONG WAVE PROPAGATION IN ESTUARY

— Simulation of Tidal and Wind-Induced Currents in Tanabe Bay —

By Takao YAMASHITA, Hisao YAMANAKA, Yoshito TSUCHIYA

#### Synopsis

A numerical model for long wave propagation in an estuary is developed in terms of the time fractional finite difference method, in which three calculation steps of advection, diffusion and propagation are executed by effective scheme for each step. The method of characteristics, ADI method and iterative ADI method are employed in this study making reference to the numerical solvers developed by SOGREAH & INH (Laboratoire National d'Hydraulique) in 1982. Open and moving boundary conditions are also discussed and incorporated into the model. Effects of wind stresses and moving atmospheric pressure are introduced in the developed model to calculate wind-induced currents in Tanabe bay where several kinds of observations, such as current profiles by ADCP, STD, tides etc., have been conducted by Shirahama Oceanographic Observatory, DPRI, Kyoto University for a period of 25 years.

#### 1. 緒 言

高潮、津波、洪水およびそれらの氾濫等、災害の諸現象の伝播・変形をシミュレートするためのソフトウェアの開発は、水災害の防止、軽減に関わる研究上の主要テーマのひとつであり、数値流体力学の進歩により、最近20年間に多くのツールが開発、実用化されてきた。吹き寄せ効果の卓越する高潮、大陸棚斜面を伝播する津波のような問題に対しては、水平2次元の長波近似は必ずしも適切ではないが、海岸、河川水理学における自由表面を有する流れの問題には水平2次元長波近似方程式が適用されることが多い。

この方程式の数値計算においては、非線形移流項の処理、開境界や移動境界条件の設定方法が重要な課題となる。前者では非線形効果をどの程度再現するかによって計算効率に大きな差が生じるし、線形の移流問題として処理しても、ギブス現象と数値粘性とを抑制するためのスキームの適用が必須である。また、後者の問題は適用する計算スキームに依存するが、開境界でのじょう乱の放射、力学的裏付けのある移動境界条件の設定が重要である。

本研究では、SOGREAHとLNH (Laboratoire National d'Hydraulique) との共同開発による数値モデル<sup>1)</sup>を参考にして、tidal flat上での長周期波の伝播、構造物の越流、大気圧変動、吹送流が計算できる数値モデルを開発し、田辺湾における潮流、吹送流の数値シミュレーションへの適用を試みる。

モデルの特色は、基礎式を移流計算、水平拡散計算および伝播計算の3ステップの時間分割計算とし、各ステップを数値計算するのに最も適したスキームを用い有意な数値解を得ようとする点にある。すなわち、移流項には特性曲線法を、水平方向への運動量拡散およびコリオリ力と局所的加速度項のつり合として記述される拡散計算にはADI法(交互陰解法)を適用する。この2ステップで得られた流量値を近似値として、長波の伝播を支配する伝播計算(圧力勾配、海底面、自由水面上での摩擦力に関する運動方程式および連続式の連立系)を行う。この場合、水位変動の時間変化量を未知数として伝播計算の連立系を楕円型偏微分方程式に書き換え、Iterative ADI法(繰り返し交互陰解法)により、許容誤差範囲になるまで繰り返し計算する。

2. 数値モデル

2.1 基礎方程式

Fig. 1 に示す直交座標系において、長波近似に基づく水平2次元の流体の運動方程式は、流れの鉛直分布、鉛直方向加速度が無視できる(静水圧分布)と仮定すると、よく知られているように次式で表される。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial uU}{\partial x} + \frac{\partial vU}{\partial y} = -gh \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{h}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\tau_{sx}}{\rho} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + fV + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial uV}{\partial x} + \frac{\partial vV}{\partial y} = -gh \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{h}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\tau_{sy}}{\rho} - \frac{\tau_{by}}{\rho} - fU + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right\} \dots\dots\dots (2)$$

一方、連続式は次式のようなである。

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $Z(x, y, t)$ : 基準面から自由水面までの高さ、 $h(x, y, t)$ : 水深、 $U(x, y, t)$ 、 $V(x, y, t)$ :  $x, y$ 方向の単位幅当りの流量、 $u(x, y, t)$ 、 $v(x, y, t)$ :  $x, y$ 方向の流速、 $g$ : 重力加速度、 $F$ : コリオリの係数、 $\tau_{bx}$   $\tau_{by}$ : 海底面での $x, y$ 方向のせん断応力、 $\tau_{sx}$   $\tau_{sy}$ : 自由水面上での $x, y$ 方向のせん断応力(主に台風などによって生じるもの)、 $p$ : 大気圧低下分、 $\rho$ : 水の密度、 $K$ : 水平方向の渦拡散係数である。

海底、海面でのせん断応力は相対速度の2次関数表示がよく用いられる。本研究では海底摩擦の表示として、次式を用いる。

$$\vec{\tau}_b = \rho \frac{g \vec{U} |\vec{U}|}{C^2 h^2} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $C$ はChézy係数である。

式(1), (2), (3), (4)の未知数は平均流速  $U, V$  および

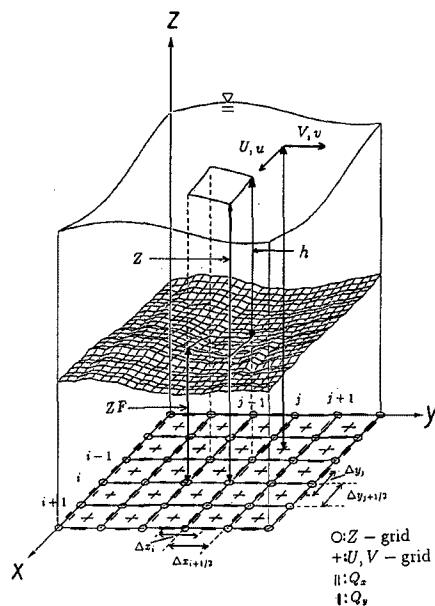


Fig. 1. Coordinate system.

基準面からの自由表面の位置  $Z$  であり、これらは局所流速  $u, v$ , 基準面から海底面までの高さ  $ZF$ , 水深  $h$  を用いて,  $U=u \cdot h, V=v \cdot h, Z=h+ZF$  で表される。

## 2.2 差分式と変数配列

基礎方程式を, 移流計算 (流れ自身により運動量が輸送される影響を表す項), 水平拡散計算 (水平方向の運動量拡散を表す項, コリオリ力を含めて考える), および伝播計算 (圧力勾配, 海底面, 自由水面上での摩擦力に関する部分, および連続式), の3つのパートに分けて, 1つの時間ステップを分割計算する。

この目的は, 各項を数値計算するのに最も適した計算スキームを用い, 有利な数値解を得ようとするものである。すなわち, ここで用いる計算方法は, 移流項には特性曲線法のひとつである Two-Point Fourth-Order Scheme<sup>2)</sup>, 拡散項には ADI 法 (交互陰解法), 伝播項には Iterative ADI 法 (繰り返し交互陰解法) である。なお, 差分式の表示において,  $x$  方向 ( $i$ -方向) に対しては添え字  $j$  を,  $y$  方向 ( $j$ -方向) に対しては  $i$  を省略している。

Fig. 1 に示すようにスタッガード格子系を用いる。  $Z, ZF, h$  の諸量は  $\circ$  点 ( $Z$ -grid: 水位点) で,  $U, V, u, v$  の諸量は  $+$  点 ( $U, V$ -grid: 流量点) で, それぞれ代表される。また格子の番号  $(i, j)$  は水位点を基準にとって考える。つまり, 水位点上で定義される諸量は  $Z_{i, j}$  のように表す。また, 流量点上で定義される諸量は  $U_{i+1/2, j+1/2}, u_{i+1/2, j+1/2}$  のように表すことにする。さらに, 水位点, 流量点の両方を用いる場合には  $U_{i+1/2, j+1/2}$  のような表記法を用いる。伝播計算に用いる流量点  $Q_{xi+1/2, j}, Q_{yi, j+1/2}$  は Fig. 1 のような点で定義し, 格子点の間隔は,  $\Delta x$  で表す。とくに, 水位点間の格子点間隔は  $\Delta x_{i+1/2}$ , 流量点間の格子点間隔は  $\Delta x_i$  のように表し,  $y$  方向についても同様とする。

### 2.2.1 移流計算の差分化

まず, 基礎方程式中の移流および局所的加速度項の差分化を考えよう。移流項を差分近似すると  $x, y$  方向の差分式は, それぞれ

$$\frac{u^{n+1/3} - u^n}{\Delta t} + u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} + v^n \frac{\partial u^n}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{v^{n+1/3} - v^n}{\Delta t} + u^n \frac{\partial v^n}{\partial x} + v^n \frac{\partial v^n}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここに, 上付き添字は時間ステップを表す。  $x$  方向掃過に対しては,  $y$  方向の流速の変化を無視し,  $y$  方向掃過に対しては,  $x$  方向の流速の変化を無視することにより, 特性曲線法のひとつである Two-Point Fourth-Order Scheme を用いる。解くべき式は,  $x$  および  $y$  方向に対して, 移流速度に既知量  $u^n, v^n$  等を仮定すると, それぞれ次式である。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u^n \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + u^n \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v^n \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v^n \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

### 2.2.2 拡散計算の差分式

この計算で考慮するのは, 水平方向への運動量拡散を表す部分およびコリオリ力と局所的加速度項のつり合いである。すなわち,  $x, y$  方向に対して, それぞれ次式で示される方程式系である。

$$\frac{\partial U}{\partial t} = fV + \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -fU + \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial V}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (10)$$

この差分化には Crank-Nicholson scheme を用いる。このスキームの格子間隔が一定でない場合の一般的な差分近似式は  $x, y$  方向掃過に対して、それぞれ次式のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{U_{i+1}^* - U_i}{\Delta t} = & fV + \frac{2\alpha K}{\Delta_x} \{ \Delta x_1 U_{i+1}^* - (\Delta x_1 + \Delta x_2) U_i^* + \Delta x_2 U_{i-1}^* \} \\ & + \frac{2(1-\alpha)K}{\Delta_x} \{ \Delta x_1 U_{i+1} - (\Delta x_1 + \Delta x_2) U_i + \Delta x_2 U_{i-1} \} \\ & + \frac{2K}{\Delta_y} \{ \Delta y_1 U_{i+1} - (\Delta y_1 + \Delta y_2) U_i + \Delta y_2 U_{i-1} \} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{V_{j+1}^* - V_j}{\Delta t} = & -fU + \frac{2\alpha K}{\Delta_y} \{ \Delta y_1 V_{j+1}^* - (\Delta y_1 + \Delta y_2) V_j^* + \Delta y_2 V_{j-1}^* \} \\ & + \frac{2(1-\alpha)K}{\Delta_y} \{ \Delta y_1 V_{j+1} - (\Delta y_1 + \Delta y_2) V_j + \Delta y_2 V_{j-1} \} \\ & + \frac{2K}{\Delta_x} \{ \Delta x_1 V_{j+1} - (\Delta x_1 + \Delta x_2) V_j + \Delta x_2 V_{j-1} \} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここで、\* は時間ステップが  $n+2/3$  であることを示し、 $\Delta_x, \Delta_y$  は次式のようにおく。

$$\Delta_x \equiv \Delta x_1 \Delta x_2 (\Delta x_1 + \Delta x_2) \dots\dots\dots (13)$$

$$\Delta_y \equiv \Delta y_1 \Delta y_2 (\Delta y_1 + \Delta y_2) \dots\dots\dots (14)$$

また重み  $\alpha$  は、 $\alpha=1$  で完全陰解法、 $\alpha=1/2$  で Crank-Nicholson scheme、 $\alpha=0$  で陽解法を示すパラメーターである。

### 2.2.3 伝播項の差分化

この計算では、運動方程式中の圧力勾配、大気圧勾配、海底面、自由水面上での摩擦力に関する部分および連続式で構成される次式を解く。

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + gh \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{h}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} - \frac{\tau_{sx}}{\rho} = 0 \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + gh \frac{\partial Z}{\partial y} + \frac{h}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\tau_{by}}{\rho} - \frac{\tau_{sy}}{\rho} = 0 \dots\dots\dots (17)$$

これらの式はベクトル表示を援用した差分式では、次式のように示される。

$$\frac{\Delta Z}{\Delta t} + a \operatorname{div} \vec{U}^{n+1} + (1-\alpha) \operatorname{div} \vec{U}^n = 0 \dots\dots\dots (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\vec{U}^{n+1} - \vec{U}^{n+2/3}}{\Delta t} + agh^{n+1} \operatorname{grad} Z^{n+1} + (1-\alpha)gh^n \operatorname{grad} Z^n \\ + a \frac{h^{n+1}}{\rho} \operatorname{grad} p^{n+1} + (1-\alpha) \frac{h^n}{\rho} \operatorname{grad} p^n + a \frac{\vec{\tau}_b^{n+1}}{\rho} + (1-\alpha) \frac{\vec{\tau}_b^{n+2/3}}{\rho} - \frac{\vec{\tau}_s^{n+1}}{\rho} = 0 \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

ここに、 $\Delta Z$  は次式で示される、水位変動の  $\Delta t$  間の変化量である。

$$\Delta Z \equiv Z^{n+1} - Z^n \dots\dots\dots (20)$$

ここで式(19)中の  $\vec{\tau}_b^{n+1}$  は、伝播計算での未知数  $\vec{U}^{n+1}$  の積の形で表される非線形項である。そこで  $U$  は  $h$  の弱い関数であると仮定し、

$$\Delta h = h^{n+1} - h^n = (Z^{n+1} - ZF) - (Z^n - ZF) = Z^{n+1} - Z^n = \Delta Z \dots\dots\dots (21)$$

$$\Delta \bar{U} \equiv \bar{U}^{n+1} - \bar{U}^{n+2/3} \dots\dots\dots (22)$$

の関係を用いて、 $\bar{\tau}_b^{n+1}/\rho$  を Taylor 展開すると、 $\bar{\tau}_b^{n+1}/\rho$  の近似として次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\tau}_b^{n+1}}{\rho} &= \left( g \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+1} \\ &\approx \left( g \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+2/3} + \frac{\partial}{\partial h} \left( g \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+2/3} \Delta h + \frac{\partial}{\partial \bar{U}} \left( g \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+2/3} \Delta \bar{U} \\ &= \left( g \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+2/3} - 2 \left( g \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^3} \right)^{n+2/3} \Delta Z + \left( g \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+2/3} \Delta \bar{U} \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

なお、式(23) 中で $\bar{U}$ での偏微分の計算には $|\bar{U}|$ を定数と仮定している。

以上の計算を用いて式(19) の摩擦項の部分を簡略化すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\bar{U}^{n+1} - \bar{U}^{n+2/3}}{\Delta t} + a g h^{n+1} \text{grad} Z^{n+1} + (1-a) g h^n \text{grad} Z^n \\ + a \frac{h^{n+1}}{\rho} \text{grad} p^{n+1} + (1-a) \frac{h^n}{\rho} \text{grad} p^n + a \bar{U}^{n+1} + \bar{b} \Delta Z + \bar{c} = 0 \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} a &= a g \left( \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+2/3}, \quad \bar{b} = -2 a g \left( \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^3} \right)^{n+2/3}, \\ \bar{c} &= (1-a) g \left( \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+2/3} - \frac{\bar{\tau}_s}{\rho} \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

さらに、式(24) を変形し、 $\bar{U}^{n+1}$ に関してまとめると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{U}^{n+1} &= \frac{\bar{U}^{n+2/3}}{\varepsilon} - g \Delta t \left\{ a \frac{h^{n+1}}{\varepsilon} \text{grad} Z^{n+1} + (1-a) \frac{h^n}{\varepsilon} \text{grad} Z^n \right. \\ &\quad \left. + \frac{a}{\rho g} \frac{h^{n+1}}{\varepsilon} \text{grad} p^{n+1} + \frac{1-a}{\rho g} \frac{h^n}{\varepsilon} \text{grad} p^n \right\} - \frac{\bar{b}}{\varepsilon} \Delta t \Delta Z - \frac{\bar{c}}{\varepsilon} \Delta t \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

ここに、

$$\varepsilon = 1 + a g \left( \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+2/3} \Delta t \dots\dots\dots (27)$$

式(26) を式(18) に代入し、高次の微小量  $\partial/\partial x (\Delta Z/\varepsilon \partial \Delta Z/\partial x)$ ,  $\partial/\partial y (\Delta Z/\varepsilon \partial \Delta Z/\partial y)$  を無視すると、線形化された  $\Delta Z$  に関する楕円型偏微分方程式が、次式のように得られる。

$$\begin{aligned} -\frac{\Delta Z}{g \Delta t^2} + \alpha^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^n}{\varepsilon} \frac{\partial \Delta Z}{\partial x} + \frac{\Delta Z}{\varepsilon} \frac{\partial Z^n}{\partial x} + \frac{\theta_x}{\varepsilon} \Delta Z \right) \\ + \alpha^2 \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^n}{\varepsilon} \frac{\partial \Delta Z}{\partial y} + \frac{\Delta Z}{\varepsilon} \frac{\partial Z^n}{\partial y} + \frac{\theta_y}{\varepsilon} \Delta Z \right) = f_1 + f_2 - \frac{\alpha}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{c_x}{\varepsilon} \right) - \frac{\alpha}{g} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{c_y}{\varepsilon} \right) \dots (28) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 1 + a g \left( \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+2/3} \Delta t \\ \theta_x &= -2 \left( \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+2/3} \frac{U^{n+2/3}}{h^n} + \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p^n}{\partial x} \\ \theta_y &= -2 \left( \frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+2/3} \frac{V^{n+2/3}}{h^n} + \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p^n}{\partial y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_x &= (1-\alpha)g \left( \frac{|\vec{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+2/3} U^{m+2/3} - \frac{\vec{\tau}_{sx}}{\rho} \\
 c_y &= (1-\alpha)g \left( \frac{|\vec{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+2/3} V^{m+2/3} - \frac{\vec{\tau}_{sy}}{\rho} \\
 f_1 &= \frac{\alpha}{g \Delta t} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{U^{m+2/3}}{\epsilon} \right) + \frac{1-\alpha}{g \Delta t} \left( \frac{\partial U^m}{\partial x} \right) - \alpha \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^n}{\epsilon} \frac{\partial Z^m}{\partial x} \right) - \frac{\alpha}{\rho g} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^n}{\epsilon} \frac{\partial p^n}{\partial x} \right) \\
 f_2 &= \frac{\alpha}{g \Delta t} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{V^{m+2/3}}{\epsilon} \right) + \frac{1-\alpha}{g \Delta t} \left( \frac{\partial V^m}{\partial y} \right) - \alpha \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^n}{\epsilon} \frac{\partial Z^m}{\partial y} \right) - \frac{\alpha}{\rho g} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^n}{\epsilon} \frac{\partial p^n}{\partial y} \right) \dots \dots \dots (29)
 \end{aligned}$$

伝播計算において、運動方程式と連続式を連立させて、式(28)のような未知数  $\Delta Z$  に関する楕円型偏微分方程式に書き換え、これを以下に示す Iterative ADI 法を用いて解く点がこの計算法の特色である。すなわち、運動方程式と連続式との連立方程式を  $x$  方向および  $y$  方向に分割すると、それぞれ次式のようになる。

$$\frac{\Delta Z_1^m}{2g \Delta t^2} - \alpha^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^n}{\epsilon} \frac{\partial \Delta Z_1^m}{\partial x} + \frac{\Delta Z_1^m}{\epsilon} \frac{\partial Z^m}{\partial x} + \frac{\theta_x}{\epsilon} \Delta Z_1^m \right) = -f_1 - q^m + \frac{\alpha}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{c_x}{\epsilon} \right) \dots \dots \dots (30)$$

$$\frac{\Delta Z_2^m}{2g \Delta t^2} - \alpha^2 \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^n}{\epsilon} \frac{\partial \Delta Z_2^m}{\partial y} + \frac{\Delta Z_2^m}{\epsilon} \frac{\partial Z^m}{\partial y} + \frac{\theta_y}{\epsilon} \Delta Z_2^m \right) = -f_2 + q^m + \frac{\alpha}{g} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{c_y}{\epsilon} \right) \dots \dots \dots (31)$$

$x$  方向の未知数を  $\Delta Z_1$ 、 $y$  方向の未知数を  $\Delta Z_2$  とすると、数値計算上は2階の常微分方程式を考え、 $x$  および  $y$  方向掃過に対して、それぞれ次式の差分方程式を解けばよい。

$$\begin{aligned}
 &\frac{\Delta Z_i}{2g \Delta t^2} - \frac{\alpha^2}{\Delta x_i} \left[ \left( \frac{h_{i+1/2}^n}{\epsilon_{i+1/2}} \frac{\Delta Z_{i+1} - \Delta Z_i}{\Delta x_{i+1/2}} + \frac{\Delta Z_{i+1/2}}{\epsilon_{i+1/2}} \frac{Z_{i+1}^n - Z_i^n}{\Delta x_{i+1/2}} + \frac{\theta_{xi+1/2}}{\epsilon_{i+1/2}} \Delta Z_{i+1/2} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \left( \frac{h_{i-1/2}^n}{\epsilon_{i-1/2}} \frac{\Delta Z_i - \Delta Z_{i-1}}{\Delta x_{i-1/2}} + \frac{\Delta Z_{i-1/2}}{\epsilon_{i-1/2}} \frac{Z_i^n - Z_{i-1}^n}{\Delta x_{i-1/2}} + \frac{\theta_{xi-1/2}}{\epsilon_{i-1/2}} \Delta Z_{i-1/2} \right) \right] \\
 &= -f_{1i} - q_i^m + \frac{\alpha}{g \Delta x_i} \left( \frac{c_{xi+1/2}}{\epsilon_{i+1/2}} - \frac{c_{xi-1/2}}{\epsilon_{i-1/2}} \right) \dots \dots \dots (32)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{\Delta Z_j}{2g \Delta t^2} - \frac{\alpha^2}{\Delta y_j} \left[ \left( \frac{h_{j+1/2}^n}{\epsilon_{j+1/2}} \frac{\Delta Z_{j+1} - \Delta Z_j}{\Delta y_{j+1/2}} + \frac{\Delta Z_{j+1/2}}{\epsilon_{j+1/2}} \frac{Z_{j+1}^n - Z_j^n}{\Delta y_{j+1/2}} + \frac{\theta_{yj+1/2}}{\epsilon_{j+1/2}} \Delta Z_{j+1/2} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \left( \frac{h_{j-1/2}^n}{\epsilon_{j-1/2}} \frac{\Delta Z_j - \Delta Z_{j-1}}{\Delta y_{j-1/2}} + \frac{\Delta Z_{j-1/2}}{\epsilon_{j-1/2}} \frac{Z_j^n - Z_{j-1}^n}{\Delta y_{j-1/2}} + \frac{\theta_{yj-1/2}}{\epsilon_{j-1/2}} \Delta Z_{j-1/2} \right) \right] \\
 &= -f_{2j} - q_j^m + \frac{\alpha}{g \Delta y_j} \left( \frac{c_{yj+1/2}}{\epsilon_{j+1/2}} - \frac{c_{yj-1/2}}{\epsilon_{j-1/2}} \right) \dots \dots \dots (33)
 \end{aligned}$$

ここに、

$$h_{i+1/2} = \gamma_{i+1/2} h_{i+1} + (1-\gamma_{i+1/2}) h_i \dots \dots \dots (34)$$

$$\Delta Z_{i+1/2} = \gamma_{i+1/2} \Delta Z_{i+1} + (1-\gamma_{i+1/2}) \Delta Z_i \dots \dots \dots (35)$$

$$\Delta x_i = x_{i+1/2} - x_{i-1/2} \dots \dots \dots (36)$$

$$\Delta x_{i+1/2} = x_{i+1} - x_i \dots \dots \dots (37)$$

$$\epsilon_{i+1/2} = 1 + \alpha g \left( \frac{|\vec{U}|_{i+1/2}}{C^2 h_{i+1/2}^2} \right)^{n+2/3} \Delta t \dots \dots \dots (38)$$

$$\epsilon_{j+1/2} = 1 + \alpha g \left( \frac{|\vec{U}|_{j+1/2}}{C^2 h_{j+1/2}^2} \right)^{n+2/3} \Delta t \dots \dots \dots (39)$$

$$\begin{aligned}
 f_{1i} &= \frac{\alpha}{g \Delta t \Delta x_i} \left( \frac{Q_{xi+1/2}^{n+2/3}}{\epsilon_{i+1/2}} - \frac{Q_{xi-1/2}^{n+2/3}}{\epsilon_{i-1/2}} \right) + \frac{(1-\alpha)}{g \Delta t \Delta x_i} (Q_{xi+1/2}^n - Q_{xi-1/2}^n) \\
 &\quad - \frac{\alpha}{\Delta x_i} \left( \frac{h_{i+1/2}^n}{\epsilon_{i+1/2}} \frac{Z_{i+1}^n - Z_i^n}{\Delta x_{i+1/2}} - \frac{h_{i-1/2}^n}{\epsilon_{i-1/2}} \frac{Z_i^n - Z_{i-1}^n}{\Delta x_{i-1/2}} \right)
 \end{aligned}$$

$$-\frac{\alpha}{\rho g} \frac{1}{\Delta x_i} \left( \frac{h_{i+1/2}^n}{\varepsilon_{i+1/2}} \frac{p_{i+1}^n - p_i^n}{\Delta x_{i+1/2}} - \frac{h_{i-1/2}^n}{\varepsilon_{i-1/2}} \frac{p_i^n - p_{i-1}^n}{\Delta x_{i-1/2}} \right) \dots\dots\dots (40)$$

$$f_{yj} = \frac{\alpha}{g \Delta t \Delta y_j} \left( \frac{Q_{yj+1/2}^{n+2/3}}{\varepsilon_{j+1/2}} - \frac{Q_{yj-1/2}^{n+2/3}}{\varepsilon_{j-1/2}} \right) + \frac{(1-\alpha)}{g \Delta t \Delta y_j} (Q_{yj+1/2}^n - Q_{yj-1/2}^n) \\ - \frac{\alpha}{\Delta y_j} \left( \frac{h_{i+1/2}^n}{\varepsilon_{j+1/2}} \frac{Z_{j+1}^n - Z_j^n}{\Delta y_{j+1/2}} - \frac{h_{i-1/2}^n}{\varepsilon_{j-1/2}} \frac{Z_j^n - Z_{j-1}^n}{\Delta y_{j-1/2}} \right) \\ - \frac{\alpha}{\rho g} \frac{1}{\Delta y_j} \left( \frac{h_{i+1/2}^n}{\varepsilon_{j+1/2}} \frac{p_{j+1}^n - p_j^n}{\Delta y_{j+1/2}} - \frac{h_{i-1/2}^n}{\varepsilon_{j-1/2}} \frac{p_j^n - p_{j-1}^n}{\Delta y_{j-1/2}} \right) \dots\dots\dots (41)$$

$$\theta_{xi+1/2} = -2 \left( \frac{|\bar{U}_{i+1/2}|}{C^2 h_{i+1/2}^2} \right)^{n+2/3} \frac{Q_{xi+1/2}^{n+2/3}}{h_{i+1/2}^n} + \frac{1}{\rho g} \frac{p_{i+1}^n - p_i^n}{\Delta x_{i+1/2}} \dots\dots\dots (42)$$

$$\theta_{yj+1/2} = -2 \left( \frac{|\bar{U}_{j+1/2}|}{C^2 h_{j+1/2}^2} \right)^{n+2/3} \frac{Q_{yj+1/2}^{n+2/3}}{h_{j+1/2}^n} + \frac{1}{\rho g} \frac{p_{j+1}^n - p_j^n}{\Delta y_{j+1/2}} \dots\dots\dots (43)$$

$$c_{xi+1/2} = (1-\alpha)g \left( \frac{|\bar{U}_{i+1/2}|}{C^2 h_{i+1/2}^2} \right)^{n+2/3} Q_{xi+1/2}^{n+2/3} - \frac{\tau_{sxi+1/2}}{\rho} \dots\dots\dots (44)$$

$$c_{yj+1/2} = (1-\alpha)g \left( \frac{|\bar{U}_{j+1/2}|}{C^2 h_{j+1/2}^2} \right)^{n+2/3} Q_{yj+1/2}^{n+2/3} - \frac{\tau_{syj+1/2}}{\rho} \dots\dots\dots (45)$$

$$Q_{xi+1/2}^{n+2/3} = \frac{1}{2} (U_{i+1/2j+1/2}^{n+2/3} + U_{i+1/2j-1/2}^{n+2/3}) \dots\dots\dots (46)$$

$$Q_{yj+1/2}^{n+2/3} = \frac{1}{2} (V_{i+1/2j-1/2}^{n+2/3} + V_{i+1/2j+1/2}^{n+2/3}) \dots\dots\dots (47)$$

$$|\bar{U}_{i+1/2j}^{n+2/3}| = \sqrt{Q_{xi+1/2j}^2 + \left( \frac{V_{i+1/2j+1/2}^{n+2/3} + V_{i+1/2j-1/2}^{n+2/3}}{2} \right)^2} \dots\dots\dots (48)$$

$$|\bar{U}_{ij+1/2}^{n+2/3}| = \sqrt{\left( \frac{U_{i+1/2j+1/2}^{n+2/3} + U_{i-1/2j+1/2}^{n+2/3}}{2} \right)^2 + Q_{yj+1/2}^2} \dots\dots\dots (49)$$

ここで、 $f$  および  $\theta$  中の  $Q$  はスタッガードシステムを用いているための補間流量である。

このように、 $Q_x$  は  $x$  方向の格子線上で、 $Q_y$  は  $y$  方向の格子線上で定義され、格子線上では  $Q_{xi+1/2, j}$ 、 $Q_{y, j+1/2}$  のように表される。具体的には移流、拡散項の計算で得られた単位幅当りの流量  $U^{n+2/3}$  または  $V^{n+2/3}$  の平均をとることにより式(46)、(47) で与える。また、 $|\bar{U}|$  は単位幅当りの流量の大きさを表しており、式(48)、(49) のように定義される。

$\Delta Z_1^n$  は  $x$  方向に掃過した際に得られる  $\Delta Z$ 、 $\Delta Z_2^n$  は  $y$  方向に掃過した際に得られる  $\Delta Z$  であり、格子点  $(i, j)$  上では  $\Delta Z_{ij}^n$  および  $\Delta Z_{2ij}^n$  という2つの  $\Delta Z_{ij}$  が定義され、両者が一致した場合が Iterative ADI 法の収束解である。ただし、 $q$  は楕円型偏微分方程式(28)を  $x, y$  の2方向の偏微分方程式(30)、(31)に書き換えたために生じた誤差であり、両式を加え合わせると、式(28)になる。したがって、Iterative ADI 法とは、誤差  $q$  を媒介として ADI 法を繰り返し、収束解を得る方法であるといえる。

また、 $\gamma$  は2階の微係数を3格子点  $(i-1, j) - (i, j)$  および  $(i, j) - (i+1, j)$  で差分近似したために生じる格子点の情報の重みを表すパラメーターであり、計算内部点では  $\gamma = 1/2$  として、移動境界(水と陸地が接するフロント部)ではこれを水面勾配と底面摩擦がつり合うように決定する(exchange depth)。

### 2.3 数値計算アルゴリズム

数値計算は時間分割計算とし、その順序は移流、拡散、伝播計算とする。この順番で計算することが必ずしも最適とはいえないが、第  $n$  時間ステップまでの計算の結果として、流量  $U^n$ 、水深  $h^n$  が得られているので、移流計算では流量を流速に変換した後、流速を更新し  $u^{n+1/3}$  を得る。この場合、未知量は流速(流量)だけであり、水深は更新しない。拡散計算では流速を流量に変換した後、流量を更新するが、水

深は固定する。時間分割の最後に、これまでに更新された流量を用いて、海底摩擦項を Taylor 展開し線形化した運動方程式と連続式の連立差分方程式適用し、流量および水深を同時に更新する。各時間分割の計算アルゴリズムの詳細は、以下に示すようである。

2.3.1 移流項計算のアルゴリズム

浅海域における流れの解析には非線形移流項の処理が重要な課題のひとつとなるが、これを純粋な非線形問題として数値的に処理することは計算効率の観点からみて有利ではない。しかしながら、これを安易に扱うと数値粘性のため計算結果そのものを無意味なものにしてしまうことが多い。すなわち、移流項計算に風上差分を用いて移動性を考慮しようとするのは、数値的に粘性項を付加し滑らかすぎる解を作ることにほかならない。このため、移流項計算には計算効率と解の有意性を考慮した種々の差分スキーム(補間法)が提案されてきた。高次の風上差分である QUICK, QUICKEST 法はその代表的な方法である。特性曲線法においても線形補間(風上差分)を適用することは希であり、高次(3次以上)の補間多項式が適用される。ただし、純粋に非線形解を得ようとする、繰り返し計算による収束解の計算が必要であるが、特殊な場合を除いては、海洋、海岸における流れの数値計算には、収束計算は行われぬ。ここでは、Hollyら(1982)の Two-Point Fourth-Order Scheme (特性曲線法)を用いる。

これは求めるべきタイムステップでの流速値を計算するために、1つ前のタイムステップの流速値だけを用いるのではなく、流速値の外に流速勾配も特性曲線上で一定であるという性質を利用しているという点が特色である。つまり、 $u_i^{n+1}$  を求めるのに、 $i$  と  $i-1$  または  $i+1$  の2つの格子点での値を用い、流れの上流側の格子点を up、流れの下流側の格子点を dw とあらわして、 $u_{up}^n, u_{dw}^n, (\partial u/\partial x)_{up}^n, (\partial u/\partial x)_{dw}^n$  の4つの量を用いるものである。

具体的には、局所的 Courant 数

$$\alpha = \frac{u^n \Delta t}{\Delta x} \dots\dots\dots (50)$$

を定義し、 $u_i^{n+1}$  は、次式のような  $\alpha$  の3次関数であると仮定する。

$$u_i^{n+1} = Y(\alpha) = A\alpha^3 + B\alpha^2 + C\alpha + D \dots\dots\dots (51)$$

ここに、 $A, B, C, D$  は未知の定数であり、2点での条件として次式を得る。

$$Y(1) = u_{up}^n, \quad Y(0) = u_{dw}^n \dots\dots\dots (52)$$

さらに、勾配  $Y(\alpha) = (dY/dx)|_\alpha$  に対しては次式を得る。

$$\dot{Y}(1) = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{up}^n, \quad \dot{Y}(0) = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{dw}^n \dots\dots\dots (53)$$

以上の4条件から  $A, B, C, D$  が求められる。 $v$  に対しても同様で、 $x, y$  方向掃過に対して、それぞれ次式の差分式が得られる。

$$\phi_i^{n+1} = a\phi_{dw}^n + (1-a)\phi_{up}^n + \alpha^2(1-a)\Delta x \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{up}^n - \alpha(1-\alpha)^2 \Delta x \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{dw}^n \dots\dots\dots (54)$$

$$\phi_j^{n+1} = a\phi_{up}^n + (1-a)\phi_{dw}^n + \alpha^2(1-a)\Delta y \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_{up}^n - \alpha(1-\alpha)^2 \Delta y \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_{dw}^n \dots\dots\dots (55)$$

ここに、

$$a = \alpha^2(3-2\alpha) \dots\dots\dots (56)$$

$\phi$  は任意関数を意味し、具体的には  $u, v$  で置き換えられる。一方、右辺に含まれる流速勾配  $(\partial u/\partial x$  等) は流速の場合と同様に3次関数を仮定することにより、式(57) および (58) より計算される。



$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_i^{n+1} = b\phi_{up}^n - b\phi_{dw}^n + \alpha(3\alpha-2)\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{up}^n + (\alpha-1)(3\alpha-1)\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{dw}^n \dots\dots\dots (57)$$

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_j^{n+1} = b\phi_{up}^n - b\phi_{dw}^n + \alpha(3\alpha-2)\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_{up}^n + (\alpha-1)(3\alpha-1)\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_{dw}^n \dots\dots\dots (58)$$

ここに、

$$b = 6\alpha(\alpha-1)/\Delta x \dots\dots\dots (59)$$

以上より、初期条件として全計算領域中で流速および流速勾配が与えられれば、全ての時間ステップでの流速および流速勾配が求められる。

ここで問題となるのは、式(50)中の $u^n$ は未知であり、これをどのようにして決定するかである。 $u^n$ がわからなければ $\alpha$ も決まらない。式(51)のように仮定したことにより、 $u_i^{n+1}$ は $\alpha$ の関数であり、また特性曲線の性質から $u^n = u_i^{n+1}$ でなければならない。また式(54)、(55)の左辺は $u_i^{n+1} = u^n = \alpha\Delta x/\Delta t$ となることからわかるように、 $\alpha$ の関数である。そのため $u^n$ を求めるには、 $x$ 方向の計算に対しては式(54)より得られる $\alpha$ についての3次方程式を解き $\alpha$ を決定し、これを式(54)に代入することにより $u_i^{n+1}$ を求めるのが厳密な解法である。実際、 $\alpha$ についての3次方程式を解くことは可能である。しかしながら、この方法では計算時間がかかり過ぎることから、本モデルでは、 $u^n$ を次のように線形近似する。

$$u^n = \frac{u_{dw}^n \Delta x}{\Delta x + (u_{dw}^n - u_{up}^n) \Delta t} \dots\dots\dots (60)$$

このようにして得られた $u^n$ を用い、式(50)から $\alpha$ を決定し、式(54)に代入することにより $u_i^{n+1}$ を求めることができる。 $y$ 方向に関しても全く同様である。この線形近似法は、 $\alpha=1$ の場合、厳密な解法と一致することから、線形近似でも十分であると考えられる。

実際の計算では、線形近似により $\alpha$ を決め、式(54)を用いて $x$ 方向掃過を行い、得られた結果を $u^{n+1/3}$ 、 $v^{n+1/3}$ の値の第一次近似値である $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ とする。この $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ を $y$ 方向掃過の式(55)に代入し再び計算を行い、移流項計算での解 $u^{n+1/3}$ 、 $v^{n+1/3}$ が得られる。

また、時間刻み $\Delta t$ は大きなCourant数に対しても安定な計算が可能であるが、伝播(位相)誤差を大きくしないためには、Courant数を2以下に抑えることが望ましい。すなわち、以下の関係から $\Delta t$ を決定する。

$$\Delta t = \frac{Cr}{\sqrt{gh_{max}}} \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}} \dots\dots\dots (61)$$

ここに、 $h_{max}$ は初期条件の最大水深である。

### 2.3.2 拡散項計算のアルゴリズム

拡散方程式の数値計算はCrank-Nicholson schemeによるADI法で精度よく実行できる。移流項計算で得られた流速に水深 $h^n$ をかけて流量に変換し、この流量を用いて拡散項の計算を行う。式(11)、(12)を未知数 $U^*$ 、 $V^*$ について整理すると差分式は $x$ 、 $y$ 方向掃過に対して、それぞれ次式ようになる。

$$a_i U_{i-1}^* + b_i U_i^* + c_i U_{i+1}^* = d_i \dots\dots\dots (62)$$

$$a_i = -\frac{2\alpha K \Delta x_1 \Delta t}{\Delta x}, \quad b_i = 1 + \frac{2\alpha K (\Delta x_1 + \Delta x_2) \Delta t}{\Delta x}, \quad c_i = -\frac{2\alpha K \Delta x_2 \Delta t}{\Delta x} \dots\dots\dots (63)$$

$$d_i = \left\{ \frac{2(1-\alpha)K}{\Delta x} \delta_x^2(U) + \frac{2K}{\Delta y} \delta_y^2(U) + fV_i^{n+1/3} \right\} \Delta t + U_i \dots\dots\dots (64)$$

$$a_j V_{j-1}^* + b_j V_j^* + c_j V_{j+1}^* = d_j \dots\dots\dots (65)$$

$$a_j = -\frac{2\alpha K \Delta y_1 \Delta t}{\Delta y}, \quad b_j = 1 + \frac{2\alpha K (\Delta y_1 + \Delta y_2) \Delta t}{\Delta y}, \quad c_j = -\frac{2\alpha K \Delta y_2 \Delta t}{\Delta y} \dots\dots\dots (66)$$

$$d_j = \left\{ \frac{2(1-\alpha)K}{\Delta y} \delta_y^2(V) + \frac{2K}{\Delta x} \delta_x^2(V) - fU_i^{m+1/3} \right\} \Delta t + V_j \dots\dots\dots (67)$$

なお  $\delta_x^2(U)$ ,  $\delta_y^2(V)$  などを, 次式のように定義する。

$$\delta_x^2(U) = \frac{2(1-\alpha)K}{\Delta x} \{ \Delta x_1 U_{i+1} - (\Delta x_1 + \Delta x_2) U_i + \Delta x_2 U_{i-1} \} \dots\dots\dots (68)$$

$$\delta_y^2(V) = \frac{2K}{\Delta y} \{ \Delta y_1 V_{j+1} - (\Delta y_1 + \Delta y_2) V_j + \Delta y_2 V_{j-1} \} \dots\dots\dots (69)$$

以上から, 未知量  $\phi$  の連立方程式は次式のようになり, 係数行列は三重対角をなす。

$$a_i \phi_{i-1} + b_i \phi_i + c_i \phi_{i+1} = d_i \dots\dots\dots (70)$$

これは, Thomas algorithm を用いて以下のように解くことができる。いま, 未知量  $\phi$  が次式の関係にあると仮定する。

$$\phi_{i+1} = E_i \phi_i + F_i \dots\dots\dots (71)$$

式(71) を式(70) に代入し, 式(71) の下付き添え字を変化させたものと比較することにより,  $E, F$  に関する漸化式が, 次のように得られる。

$$E_{i-1} = \frac{-c_i}{b_i + a_i E_i} \dots\dots\dots (72)$$

$$F_{i-1} = \frac{d_i - a_i F_i}{b_i + a_i E_i} \dots\dots\dots (73)$$

解が式(71) の形となることを仮定していることから,  $i=N$  (境界) では  $\phi_N = E_{N-1} \phi_{N-1} + F_{N-1}$  となり, Dirichlet 問題の場合には両辺を比較することにより,  $E_{N-1} = 0, F_{N-1} = \phi_N$  なる関係が得られる。これを初期値として式(72), (73) の漸化式を解くことにより,  $N-2, N-3, \dots, 1$  の  $E, F$  が求まる。一方,  $i=1$  での  $\phi_1$  が境界条件として与えられていると,  $\phi_2 = E_1 \phi_1 + F_1, \phi_3, \phi_4, \dots, \phi_{N-1}$  まで逆に掃過され, 全ての  $\phi_i$  が求まる。

2.3.3 伝播計算のアルゴリズム

移流項, 拡散項の計算はこれらが加速度項とどのようにバランスしているかを近似的に求める計算で, 流速場のみに関係する。長波性の自由表面のじょう乱の伝播計算は, これらの近似的な流速場で, 重力水面波がどのように伝播するかを運動方程式と連続式を連立させて計算するものである。すなわち, 摩擦を考慮しない自由波の場合には, 1変数で表示される線形の波動方程式で表され, 海底, 海面での摩擦力, 大気圧勾配を考慮すると水平2次元の線形の高潮の基礎方程式で代表される長波近似方程式と呼ばれる。本モデルでは, この連立する基礎方程式を水位変動の時間変化量  $\Delta Z / \Delta t$  に関する楕円型偏微分方程式に書き換えこれを数値計算する。

まず, 楕円型偏微分方程式を差分する際に使いやすいように, 単位幅当り流量  $\bar{U}^{m+2/3}$  を  $\bar{Q}^{n+2/3}$  に書き換える。次に, Iterative ADI 法により  $x$  および  $y$  方向掃過を  $\Delta Z$  に関して収束するまで繰り返し,  $Z^n + \Delta Z$  により  $Z^{n+1}$  を求め, 移流項の計算には,  $Q^{n+2/3}$  を  $Q^{n+1}$  へ変換し, 流速  $U^{n+1}$  を求める。

式(32), (33) を未知数  $\Delta Z$  に関して整理すると  $x, y$  方向掃過に対して, それぞれ次式ようになる。

$$a_i \Delta Z_{i+1} + b_i \Delta Z_i + c_i \Delta Z_{i-1} = d_i \dots\dots\dots (74)$$

ここに,

$$a_i = -\frac{\alpha^2}{\Delta x_i} \left\{ \frac{h_{i+1/2}^n}{\varepsilon_{i+1/2} \Delta x_{i+1/2}} + \left( \frac{Z_{i+1}^n - Z_i^n}{\Delta x_{i+1/2}} + \theta_{xi+1/2} \right) \frac{\gamma_{i-1/2}}{\varepsilon_{i+1/2}} \right\} \dots\dots\dots (75)$$

$$b_i = \frac{1}{2g\Delta t^2} - \alpha^2 \frac{1}{\Delta x_i} \left\{ \frac{-h_{i+1/2}^n}{\varepsilon_{i+1/2}\Delta x_{i+1/2}} + \left( \frac{Z_{i+1}^n - Z_i^n}{\Delta x_{i+1/2}} + \theta_{xi+1/2} \right) \frac{1 - \gamma_{i+1/2}}{\varepsilon_{i+1/2}} \right. \\ \left. - \frac{h_{i-1/2}^n}{\varepsilon_{i-1/2}\Delta x_{i-1/2}} - \left( \frac{Z_i^n - Z_{i-1}^n}{\Delta x_{i-1/2}} + \theta_{xi-1/2} \right) \frac{\gamma_{i-1/2}}{\varepsilon_{i-1/2}} \right\} \dots\dots\dots (76)$$

$$c_i = \frac{\alpha^2}{\Delta x_i} \left\{ -\frac{h_{i-1/2}^n}{\varepsilon_{i-1/2}\Delta x_{i-1/2}} + \left( \frac{Z_i^n - Z_{i-1}^n}{\Delta x_{i-1/2}} + \theta_{xi-1/2} \right) \frac{1 - \gamma_{i-1/2}}{\varepsilon_{i-1/2}} \right\} \dots\dots\dots (77)$$

$$d_i = -f_{li} - q_i^m + \frac{\alpha}{g\Delta x_i} \left( \frac{c_{xi+1/2}}{\varepsilon_{i+1/2}} - \frac{c_{xi-1/2}}{\varepsilon_{i-1/2}} \right) \dots\dots\dots (78)$$

$$f_{li} = \frac{\alpha}{g\Delta t\Delta x_i} \left( \frac{Q_{xi+1/2}^{n+2/3}}{\varepsilon_{i+1/2}} - \frac{Q_{xi-1/2}^{n+2/3}}{\varepsilon_{i-1/2}} \right) + \frac{(1-\alpha)}{g\Delta t\Delta x_i} (Q_{xi+1/2}^n - Q_{xi-1/2}^n) \\ - \frac{\alpha}{\Delta x_i} \left( \frac{h_{i+1/2}^n}{\varepsilon_{i+1/2}} \frac{Z_{i+1} - Z_i}{\Delta x_{i+1/2}} - \frac{h_{i-1/2}^n}{\varepsilon_{i-1/2}} \frac{Z_i - Z_{i-1}}{\Delta x_{i-1/2}} \right) \\ - \frac{\alpha}{\rho g} \frac{1}{\Delta x_i} \left( \frac{h_{i+1/2}^n}{\varepsilon_{i+1/2}} \frac{p_{i+1}^n - p_i^n}{\Delta x_{i+1/2}} - \frac{h_{i-1/2}^n}{\varepsilon_{i-1/2}} \frac{p_i^n - p_{i-1}^n}{\Delta x_{i-1/2}} \right) \dots\dots\dots (79)$$

一方、 $\Delta Z_2$  に対して

$$a_j \Delta Z_{2j+1} + b_j \Delta Z_{2j} + c_j \Delta Z_{2j-1} = d_j \dots\dots\dots (80)$$

ここに、

$$a_j = -\frac{\alpha^2}{\Delta y_j} \left\{ \frac{h_{j+1/2}^n}{\varepsilon_{j+1/2}\Delta y_{j+1/2}} + \left( \frac{Z_{j+1}^n - Z_j^n}{\Delta y_{j+1/2}} + \theta_{yj+1/2} \right) \frac{\gamma_{j+1/2}}{\varepsilon_{j+1/2}} \right\} \dots\dots\dots (81)$$

$$b_j = \frac{1}{2g\Delta t^2} - \alpha^2 \frac{1}{\Delta y_j} \left\{ \frac{-h_{j+1/2}^n}{\varepsilon_{j+1/2}\Delta y_{j+1/2}} + \left( \frac{Z_{j+1}^n - Z_j^n}{\Delta y_{j+1/2}} + \theta_{yj+1/2} \right) \frac{\gamma_{j+1/2}}{\varepsilon_{j+1/2}} \right. \\ \left. - \frac{h_{j-1/2}^n}{\varepsilon_{j-1/2}\Delta y_{j-1/2}} - \left( \frac{Z_j^n - Z_{j-1}^n}{\Delta y_{j-1/2}} + \theta_{yj-1/2} \right) \frac{\gamma_{j-1/2}}{\varepsilon_{j-1/2}} \right\} \dots\dots\dots (82)$$

$$c_j = \frac{\alpha^2}{\Delta y_j} \left\{ -\frac{h_{j-1/2}^n}{\varepsilon_{j-1/2}\Delta y_{j-1/2}} + \left( \frac{Z_j^n - Z_{j-1}^n}{\Delta y_{j-1/2}} + \theta_{yj-1/2} \right) \frac{1 - \gamma_{j-1/2}}{\varepsilon_{j-1/2}} \right\} \dots\dots\dots (83)$$

$$d_j = -f_{2j} - q_j^m + \frac{\alpha}{g\Delta y_j} \left( \frac{c_{yj+1/2}}{\varepsilon_{j+1/2}} - \frac{c_{yj-1/2}}{\varepsilon_{j-1/2}} \right) \dots\dots\dots (84)$$

$$f_{2j} = \frac{\alpha}{g\Delta t\Delta y_j} \left( \frac{Q_{yj+1/2}^{n+2/3}}{\varepsilon_{j+1/2}} - \frac{Q_{yj-1/2}^{n+2/3}}{\varepsilon_{j-1/2}} \right) + \frac{(1-\alpha)}{g\Delta t\Delta y_j} (Q_{yj+1/2}^n - Q_{yj-1/2}^n) \\ - \frac{\alpha}{\Delta y_j} \left( \frac{h_{j+1/2}^n}{\varepsilon_{j+1/2}} \frac{Z_{j+1} - Z_j}{\Delta y_{j+1/2}} - \frac{h_{j-1/2}^n}{\varepsilon_{j-1/2}} \frac{Z_j - Z_{j-1}}{\Delta y_{j-1/2}} \right) \\ - \frac{\alpha}{\rho g} \frac{1}{\Delta y_j} \left( \frac{h_{j+1/2}^n}{\varepsilon_{j+1/2}} \frac{p_{j+1}^n - p_j^n}{\Delta y_{j+1/2}} - \frac{h_{j-1/2}^n}{\varepsilon_{j-1/2}} \frac{p_j^n - p_{j-1}^n}{\Delta y_{j-1/2}} \right) \dots\dots\dots (85)$$

ここで、 $f_1, f_2$  の  $\bar{Q}$  は式(46) を用いて拡散項で得られた  $\bar{U}^{n+2/3}$  を  $\bar{Q}^{n+2/3}$  へ変換して与える。

伝播計算での収束解は次のようにして求められる。  $m$  回目の 2 重掃過法の計算の結果、全計算領域で  $\Delta Z_1^m - \Delta Z_2^m$  が収束の判定値  $\varepsilon$  以下になれば収束解とし、2 重掃過法の計算を止め  $\Delta Z = (\Delta Z_1^m + \Delta Z_2^m) / 2$  を  $\Delta Z$  とする。それ以外には、 $q^m$  の値を更新する。

まず、式(30) から式(31) を差し引くと次式のようになる。

$$\frac{\Delta Z_1^m - \Delta Z_2^m}{2g\Delta t^2} - L_x(\Delta Z_1^m) + L_y(\Delta Z_2^m) = -f_1 + f_2 - 2q^m + \frac{\alpha}{g} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{c_x}{\varepsilon} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{c_y}{\varepsilon} \right) \right\} \dots\dots\dots (86)$$

ここに、 $L_x( )$ 、 $L_y( )$  は次式で表されるオペレーターである。

$$L_x(\Delta Z_1^m) = \alpha^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^n}{\varepsilon} \frac{\partial \Delta Z_1^m}{\partial x} + \frac{\Delta Z_1^m}{\varepsilon} \frac{\partial Z^n}{\partial x} + \frac{\theta_x}{\varepsilon} \Delta Z_1^m \right) \dots\dots\dots (87)$$

$$L_y(\Delta Z_2^m) = \alpha^2 \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^n}{\varepsilon} \frac{\partial \Delta Z_2^m}{\partial y} + \frac{\Delta Z_2^m}{\varepsilon} \frac{\partial Z^n}{\partial y} + \frac{\theta_y}{\varepsilon} \Delta Z_2^m \right) \dots\dots\dots (88)$$

収束解は  $\Delta Z_1^m = \Delta Z_2^m$  となる  $\Delta Z$  であるから、式(86)の左辺第1項はゼロにならない。これより、次の繰り返しで用いる  $q^{m+1}$  は、次式のようになる。

$$q^{m+1} = \frac{1}{2} \left[ f_2 - f_1 + L_x(\Delta Z_1^m) - L_y(\Delta Z_2^m) + \frac{\alpha}{g} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{c_x}{\varepsilon} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{c_y}{\varepsilon} \right) \right\} \right] \dots\dots\dots (89)$$

この  $q^{m+1}$  を式(78) および (84) に代入して、同様の操作を繰り返す (Iterative ADI法)。さらに、得られた  $\Delta Z$  を移流項の計算に用いるためにもう一つの運動方程式(26) を用い、次式により  $Q_x^{n+1}$  を求める。

$$Q_{xi+1/2}^{n+1} = \frac{1}{\varepsilon_{i+1/2}} \left[ Q_{xi+1/2}^{n+2/3} - g \Delta t \left[ \{ \gamma_{i+1/2} h_{i+1}^{n+1} + (1 - \gamma_{i+1/2}) h_i^{n+1} \} \frac{Z_{i+1}^n - Z_i^n}{\Delta x_{i+1/2}} \alpha \right. \right. \\ \left. \left. + \{ \gamma_{i+1/2} h_{i+1}^n + (1 - \gamma_{i+1/2}) h_i^n \} \frac{Z_{i+1}^n - Z_i^n}{\Delta x_{i+1/2}} (1 - \alpha) + \frac{\alpha}{\rho g} \{ \gamma_{i+1/2} h_{i+1}^{n+1} + (1 - \gamma_{i+1/2}) h_i^{n+1} \} \frac{p_{i+1}^n - p_i^n}{\Delta x_{i+1/2}} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(1 - \alpha)}{\rho g} \{ \gamma_{i+1/2} h_{i+1}^n + (1 - \gamma_{i+1/2}) h_i^n \} \frac{p_i^n - p_{i-1}^n}{\Delta x_{i-1/2}} \right] - \Delta t (\bar{b}_{xi+1/2} \Delta Z + \bar{c}_{xi-1/2}) \right] \dots\dots\dots (90)$$

さらに、上式で求められた  $Q^{n+1}$  の平均として  $U^{n+1}$  を次のように求める。

$$U_{i+1/2j+1/2}^{n+1} = \frac{1}{2} (Q_{xi+1/2j+1}^{n+1} + Q_{xi+1/2j}^{n+1}) \dots\dots\dots (91)$$

このようにして得られた  $U^{n+1}$ ,  $V^{n+1}$  および  $Z^{n+1}$  を用いて、再び移流項の計算へもどる。

### 3. 数値モデルの基礎的検討

#### 3.1 境界条件の検討

高潮、津波、洪水等の流れの数値モデルの課題は複雑な地形、任意の外力条件下において限られた計算領域で現象を数値的に再現することである。このため、開境界や移動境界での条件の設定方法の検討はモデルの実用性、適用性の大半を担う重要な課題である。ここでは、任意の入・反射波が重なるような開境界条件と陸上へのそ上、tidal flat 上での伝播、越流を対象とした移動境界について検討を行う。

##### 3.1.1 開境界条件

水平2次元浅水長波の開境界条件としては、局所的仮想固体境界を用いる方法 (日野 (1988)<sup>3)</sup> がシンプルで効果的である。この方法は、ある時間ステップにおいて瞬間的な仮想固体境界を考え、これを連続的に適用して得られる水位の時間発展値は重複波高であることから進行波成分はこの半分であるとし、これと入射波高の和が局所的仮想固体境界での水位を与えることになる。ただし、自由波のみを考えていること、開境界格子内での Courant 数が1でない場合には補間等による補正が必要である。また、入・反射波を分離しているため任意の反射率を設定することも容易である。

いま、静水面からの水位変動量を  $\eta$  とし、' は仮想固体境界での計算値、 $\eta_{in}$  は入射波とすると、開境界  $i=N$  における水位は次式となる。

$$\eta(N) = \frac{1}{2} \eta'(N) + \eta_{in}(N) \dots\dots\dots (92)$$

つまり、仮想壁があるために重複波が生じ、また仮想壁は完全反射であるとしているので、仮想壁に衝突

する波（湾内の壁によって反射され、湾内から出て行くもの）の波高は、これが仮想壁により反射した際の波の波高（仮想水位上昇量）の1/2になるということである。本モデルでは境界条件は $\eta$ ではなく $\Delta Z$ で与えているので式(92)を $\Delta Z$ で書き直すと、初期の $Z$ を $Z(0)$ で表すことにより、次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta Z(N) &= Z^{n+1}(N) - Z^n(N) = Z(0) + \eta(N) - Z^n(N) = Z(0) + \frac{1}{2}\eta'(N) + \eta_{in}(N) - Z^n(N) \\ &= Z(0) + \frac{1}{2}(Z'^n(N) - Z(0) + \eta_{in}(N)) - Z^n(N) \dots\dots\dots (93) \end{aligned}$$

これは無反射の開境界条件であり、 $Z'^{n+1}(N)$  は連続式を差分近似した次式により求めることができる。

$$Z'^{n+1}(N) = Z'^n(N) - \Delta t \frac{0 - Q_x^n \left( IM - \frac{1}{2} \right)}{\Delta x_N} - \Delta t \frac{Q_y^{n+2/3} \left( J + \frac{1}{2} \right) - Q_y^{n+2/3} \left( J - \frac{1}{2} \right)}{\Delta y_J} \dots\dots\dots (94)$$

3.1.2 移動境界条件

海岸、防災工学の実用的観点からは、高潮、津波、洪水の氾濫の計算や tidal flat 上での伝播計算は、水平2次元長波近似方程式を基礎とする流れの数値モデルが適用できるケースとして、モデルの実用化への期待は高いが、必ずしも容易ではない。国内外において、この問題に対してこれまでも多くの数値モデルが適用が試みられてきたが、動学的に実用に供し得るものは少ないように思われる。多くの場合、最終湛水域の推定に使える程度で、地盤標高データがあれば十分な計算を手間暇かけて実行しているように見える。これは、移動境界に力学が考慮されていないことと、これから派生する数値誤差に対する検討が行われていない点に大きく起因している。氾濫趣味レーションをシミュレーションにするためには、移動境界の力学モデルと有意な計算スキームによるその数値モデルへの導入方法を検討することが重要である。本モデルではフロント部に対して、水位を離散化する際の重みパラメーターを海底摩擦-水面勾配の釣合条件から決定する“exchange depth”の概念を用いて、力学的意味付けのある移動境界を与えるとともに時間分割計算により数値誤差を抑えるよう改良を試みる。

伝播計算の基礎方程式の誘導時に示したように、 $\gamma$ は2階の微係数を3格子点 $(i-1, j) - (i, j)$ および $(i, j) - (i+1, j)$ で差分近似したために生じる格子点の情報の重みを表す次式のようなパラメーターであり、流れの力学的機構をこのパラメーター $\gamma$ に組み込む。

$$h_{i+1/2} = \beta h_{up} + (1-\beta)h_{dw} = \gamma_{i+1/2} h_{i+1} + (1-\gamma_{i+1/2}) h_i \dots\dots\dots (95)$$

ここで、 $\gamma$ は流れの方向を考慮したときの重みパラメーター $\beta$ との関係も含めて定義されている。フロント部での流れは水面勾配と底面摩擦が支配的であることから、これらがつり合うよう運動を仮定すると、次式で記述される。

$$gh \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0 \dots\dots\dots (96)$$

式(95)から、流れの方向が正の場合には、

$$h_{i+1} = h_{dw} \Rightarrow \gamma_{i+1/2} = 1 - \beta \dots\dots\dots (97)$$

となり、流れの方向が負の場合には、次式のようになる。

$$h_{i+1} = h_{up} \Rightarrow \gamma_{i+1/2} = \beta \dots\dots\dots (98)$$

ここでフロント部の水面形がどのようなになっているかを考えてみよう。 $\partial Q/\partial x > 0$ 、 $\partial Z/\partial x < 0$ を満たしていることから、フロント部では、 $\partial Q_x/\partial Z_{dw} < 0$ が成り立っているはずである。結局、上述のつり合い条件とあわせて、フロント部では、 $x$ 方向については、次式が成り立つ。

$$\frac{Z_{up}-Z_{dw}}{\Delta x} + \frac{Q_x |\bar{Q}|}{C^2 h^3} = 0 \dots\dots\dots (99)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial Z_{dw}} < 0 \dots\dots\dots (100)$$

当然y方向についても同様の式が成り立つ。式(99)中の $|\bar{Q}|$ は数値計算上はx方向についてのみ考えているので、 $Q_x$ に等しいとする。このような簡略化を行い、 $Q_x$ について整理し、その結果を式(100)の条件に当てはめ、 $h_{i+1/2} = \beta h_{up} + (1-\beta)h_{dw}$ を用いると、 $\beta$ の表示として次式を得る。

$$\beta = \frac{3(Z_{up}-Z_{dw})-h_{dw}}{3(Z_{up}-Z_{dw})+h_{up}-h_{dw}} + \frac{1}{3(Z_{up}-Z_{dw})+h_{up}-h_{dw}} \frac{2\Delta x Q_x}{c^2 h^2} \frac{\partial Q_x}{\partial Z_{dw}} \dots\dots\dots (101)$$

ここで、水深が浅くなると $\partial Q_x / \partial Z_{dw} \rightarrow -0$ となることから、 $\beta$ は近似的に次式で示される。

$$\beta \sim \frac{3(Z_{up}-Z_{dw})-h_{dw}}{3(Z_{up}-Z_{dw})+h_{up}-h_{dw}} \dots\dots\dots (102)$$

$\beta$ が得られたならば、流れの向きにより重み $\gamma$ を決定できる。この取り扱いにより、流れの特性によって上、下流の伝播への寄与率を決定することができる。

まず、現在浸水している計算点において、 $Q$ により方向を決定する。ある基準によりフロント部と判定されれば、 $\beta$ を式(102)より計算し、流れの方向を考慮して $\beta$ を $\gamma$ へ変換する。上流側水深 $h_{up}$ が0の場合、式(102)に $h_{up}=0$ を代入すれば容易に分かるように、 $\beta=1$ であり流れの方向が正の場合( $\partial Z / \partial x < 0$ )には式(98)から $\gamma=\beta=1$ となる。また、流れの方向が負の場合( $\partial Z / \partial x > 0$ )には式(97)から $\gamma=1-\beta=0$ となる。一方、下流側水深 $h_{dw}$ が0の場合には式(102)から、重みパラメータとして次式を与えればよいことがわかる。

$$\beta = \frac{3(Z_{up}-Z_{dw})}{3(Z_{up}-Z_{dw})+h_{up}} \dots\dots\dots (103)$$

さらに、水平床に近い場合には $Z_{up}-Z_{dw} \sim h_{up}-h_{dw} = h_{up}$ であり、重みパラメータは $\beta \sim 3/4$ となり、流れの方向が正の場合( $\partial Z / \partial x < 0$ )には $\gamma=\beta=3/4$ 、負の場合( $\partial Z / \partial x > 0$ )には $\gamma=1-\beta=1/4$ となる。

### 3.2 数値モデルの適用に関する検討

以上の基礎式、差分法、境界条件により水平2次元の長波方程式を数値計算するプログラムコーディングを行い、自由波を対象として、数値モデルの海岸水理学的問題への適用性を検討する。

#### 3.2.1 開境界条件の検討

##### (1) 二端が無反射境界の場合

1辺5km、一様水深8mの計算領域を空間刻み100mの正方格子に分割し、Courant数 $Cr=1$ で、以下のテスト計算を行った。左右端は無反射境界、その他は固定壁とし、左端境界から振幅0.5m、周期200sの津波のような自由進行波が直角入射する場合、2種類の異なる配置の津波防波堤に対する伝播計算を行った。

**Figs. 2 (a), (b)**に、水位変動を5倍に拡大した結果を示す。これらの図から、以下のことがいえよう。  
i) 津波防波堤からの反射のため、津波防波堤の前面で水位変動が大きくなり、防波堤の背後では回折波が生じている様子が再現されている。ii) 約600s経過後では、水位変動がほぼ定常状態に達していることから、反射が開境界から放射されている。

##### (2) 四端が無反射開境界の場合

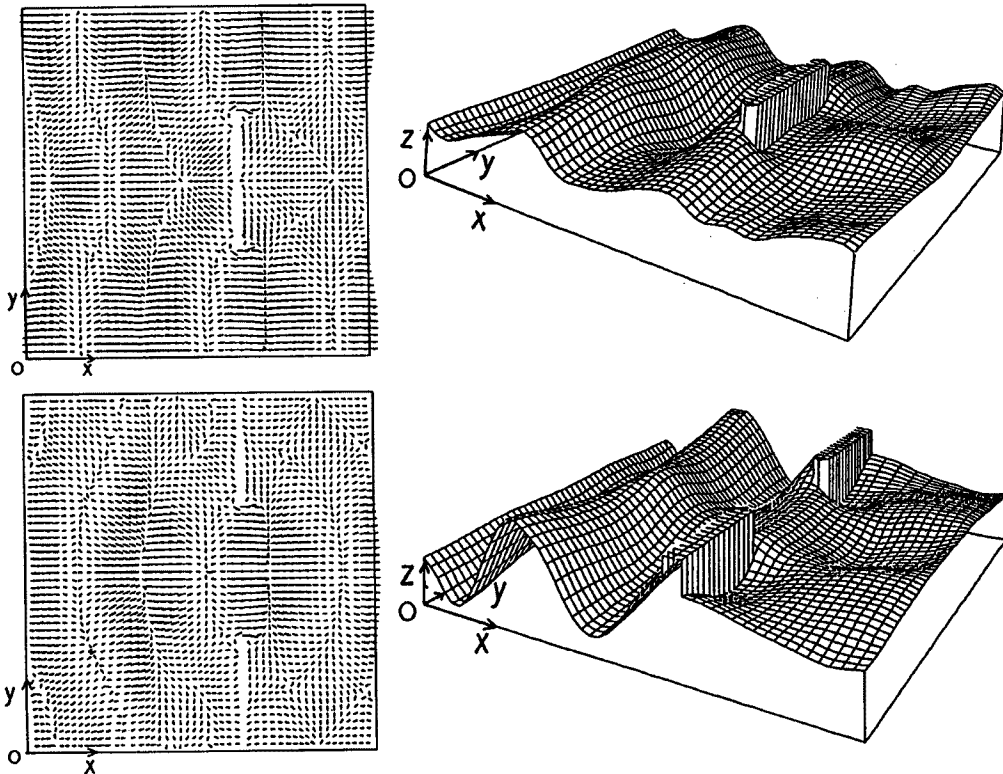


Fig. 2. Free wave propagation test around a breakwater (waves are going from left to right with period of 200s and 50cm in amplitude).

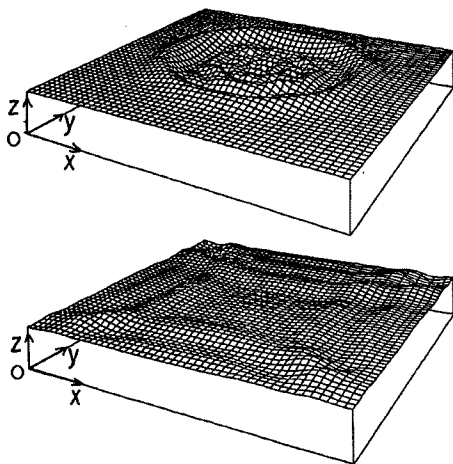


Fig. 3. Open boundary test (point source free wave propagates on the uniform depth surrounded by four radiation open boundaries).

計算領域の大きさ、格子分割ともに(1)の場合と同様で、四端が全て無反射開境界である場合の点波源からの自由進行波の伝播計算を行う。すなわち、計算領域中央で強制的に水位を上昇させ、この擾乱が四方に伝播し無反射開境界で全て放射されるか否かを検討するものであり、Figs. 3に計算結果を示す。なお、初期の海面の盛り上がり高さは2.0 mとした。

この図からわかるように、任意角度、多方向からの反射波に対しては、透過境界は完全には機能しておらず、若干の反射が生じている。これは波向きに対応した時空間刻みと波速との補正をプログラムしていないためで、長波の場合でもこの様な開境界に対しては局所的な波向きを考慮した補間が必要であることがわかる。

### 3.2.2 遡上・氾濫計算への適用

移動境界条件を調べるために、津波の一樣斜面上への遡上計算を行った。x方向6.7 km, y方向1 kmの長方形の計算領域を $\Delta x = \Delta y = 100$  mの格子に分割し、 $C_r = 0.5$ とした。静水深は10 mで振幅2 m, 周期3000 s

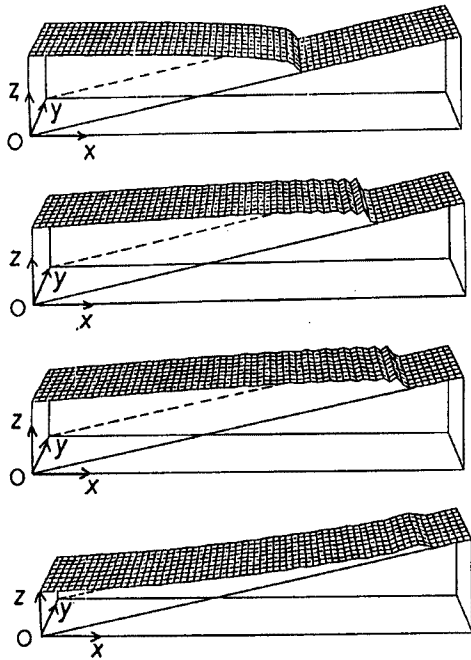


Fig. 4. Moving boundary test (long waves of 3000s-period propagating on the 1/400 sloping bottom run up and down on the dry slope bed).

の振動流が計算領域の左端から直角入射とした。Fig. 4に結果を示すように、先端部が時間とともにスロープを駆け登る様子が再現できているが、先端部が登りきらないうちに開境界で流れが引き始めるような場合には計算が不安定となることがある。

### 3.2.3 氾濫計算への適用

次に、破堤による氾濫を想定したテスト計算結果をFig. 5に示す。計算領域は5 km 四方の正方形とし、 $\Delta x = \Delta y = 100$  m に格子に分割し、 $Cr = 0.5$ とした。状況としては、図の左端が破堤し、その背後は水深3 mの大水面、堤内地には様々な型の構造物が設置され、周囲は高い壁で囲まれている。図からわかるように、流れの先端部が移動していくようすがよくわかる。また、計算領域に貯水された水が振動を続け、定常になっていくようすが再現できている。

これに加えて、越流計算のテストを行った。氾濫計算の場合と同様に図の左奥が破堤し、その背後に大水面が存在するとして水が流入する条件で計算を行った。計算領域はx方向2.5 km、y方向2.0 kmの長方形とし、 $\Delta x = \Delta y = 100$  mとなるように格子に分割し、 $Cr$ 数は0.5に設定した。そして、この計算領域中に三角柱状の構造物を設置した。Fig. 6に計算結果を示すように、構造物を越流して氾濫水が伝播しているようすが再現されている。

物を越流して氾濫水が伝播しているようすが再現されている。

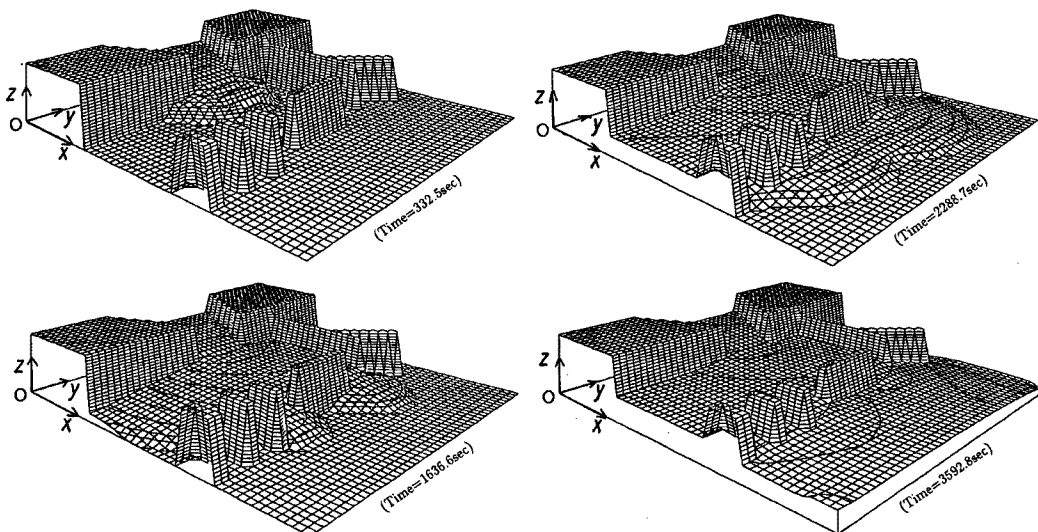


Fig. 5. Test calculation of dynamic processes of inundation by the flooding due to sea dike failure.



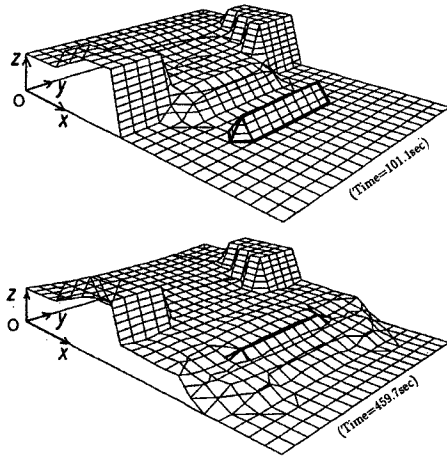


Fig. 6. Test calculation of flooding water front which is overtopping the structure (thick line).

(1) 冬季の流れ (1990年12月)

前前日から当日の朝方まで約48時間強い冬季季節風が吹いた。観測時間は風が少し弱まった時にあたる。当日はSTD観測をしていないが、毎年この時期(12月中旬)は水温塩分は表面から海底までほぼ一様になっている。ADCP計測中の潮流は弱い。表面から10mの深さまでは風の方向とほぼ一致したSE-ESE方向の20cm/sの流れが卓越し、その下は流れは微弱であり、20m以深では西向きの流れが観測された。冬季の一樣成層時に季節風が連続して(今回は2日間)吹くと10mの深さまで吹送流が発達することがうかがわれた。

(2) 春季の流れ (1990年5月24-26日48時間)

観測を開始した24日および回収した26日は静穏であったが、25日昼間は北西の風(冬季季節風と同じ)が半日強く吹いた。設置した日にSTD観測を行なった結果、水深10m付近まで水温塩分の季節躍層が存在していた。風の強く吹いた25日12時前後でも表層4m層では強い風成流は見られず、風成流が10m層まで達した冬季の記録と対比的である。春季の方が吹送時間が短かったためか、それとも密度成層が発達していたためか興味ある現象である。風が弱くて潮流が卓越していると予想される時刻に、季節躍層が浅では強い流れが観測されたが、それ以深では微弱か幾分逆流傾向がみられた。

(3) 夏季の流れ (1990年7月20日)

計測中に南風が吹いたが全体に風は弱く、STD観測によると、10m付近まで季節躍層が存在していた。観測期間中は上げ潮時にあたり、上げ潮は上層10mに限られ、下層はそれとほぼ同じ強さで逆流していた。

#### 4. 田辺湾の潮流・吹送流シミュレーション

##### 4.1 田辺湾の流速観測

沿岸域で潮流観測を長期間実施することは、底引き網などの漁業とのトラブルが起こり易く非常に困難であるが、白浜海象観測所では、ADCP(DR Instruments SC 300)に底引き網をかやすためのハウジングをつけて海底に設置し、陸棚域での高潮時の流速観測計画を推進している。吉岡らは、この計画のテスト計測として田辺湾湾口の中島付近で、1989年に3回の短期間の潮流観測を冬季、春季、および夏季に実施し、1990年秋季にはハウジングを使用して7日間の連続観測を行なった(Table 1参照)。観測地点は水深27-34mの海域で、海底は細かい砂地の平坦な地形である。

吉岡らによれば、これらの観測結果を要約すると以下のようなものである。

Table 1. Terms and aims of the current observations in Tanabe bay (by Yoshioka et. al.)

Seasons	Observation terms	Aims
Winter	Dec. 20, 1989 (1hr)	Calibration of ADCP
Spring	May 24-26, 1991 (48hr)	Effectiveness of housing material
Summer	Jul. 20, 1990 (2hr)	ditto
Fall	Oct. 11-18, 1990 (7day)	Long-term observation with housing system

## (4) 秋季の流れ (1990年10月11-18日)

台風が通過した後で風は弱く、STD観測によると、冷却混合で表面から20mまで一様化しており、20m付近に季節躍層が残っていた。潮汐は小潮から大潮に移行しており、観測塔の水温記録では16日および17日の12時頃に水温が上昇していた。これまでの観測では流れは東西方向(湾口に出入りする成分)が卓越していたが、今回の観測中は南北方向の流れの変化も顕著であった。とくに北流が強くなると、水温の急上昇がみられ、南流や西流(湾から出ていく流れ)が強くなると水温が下降する対応がみられた。

全般的に、ADCPの記録では、潮流成分の卓越する風の弱い期間でも表層と底層とで流れが反対になったり、表層ではほぼ一様に流れていても下層ではランダムな変化を起こすが、このような傾向はプロペラ型流速計の観測結果にも現われており、その境界はSTD観測から求めた密度躍層(水深10m)と一致していた。

## 4.2 潮流・吹送流の計算

田辺湾は複雑な海底地形をしており、観測地点により流速ベクトルが異なる。ここでは、数値モデルにより、この湾の潮流、吹送流の地形による局所的な特性を明らかにする。すなわち、冬期季節風の吹送流の流況と、これに $M_2$ 分潮が重なった場合の流況を計算し、吉岡らの観測結果と流速のオーダーを比較する。

海底地形は海図(No.74)から空間刻み $\Delta x = 100$ mとして、点数(89,110)の正方格子点上で読み取った(Fig.7)。これを3D表示するとFig.8のようである。座標系は、海図の左上隅(Lat. N $33^{\circ}44'40''$ , Long. E $135^{\circ}17'00''$ )を原点として、東向きに $x$ 軸、南向きに $y$ 軸の直角座標系とした。

潮流は、Nakamura<sup>4)</sup>に従い、振幅90cmの $M_2$ 分潮を開境界で与え、海上風は、冬期の観測結果を参考にして、風速10m/sのNNW風が連続して作用するとした。なお、現象が大規模であるため、空間刻みは地形を読み取った場合の200mとし、 $Cr=1$ で $\Delta t=6$ sとして計

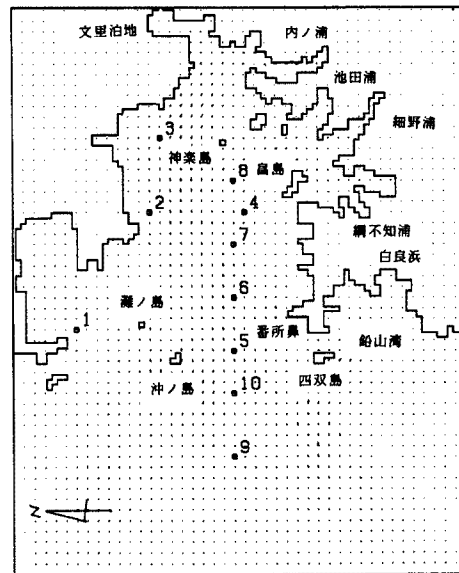


Fig. 7. Computational domain and current observation points.

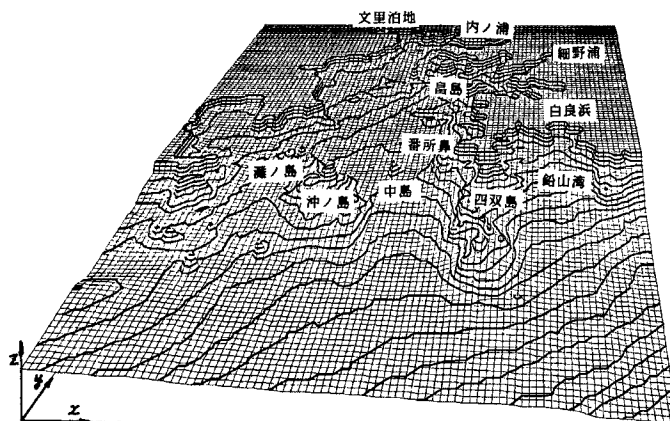


Fig. 8. 3-D display of the sea bottom topography of Tanabe bay.

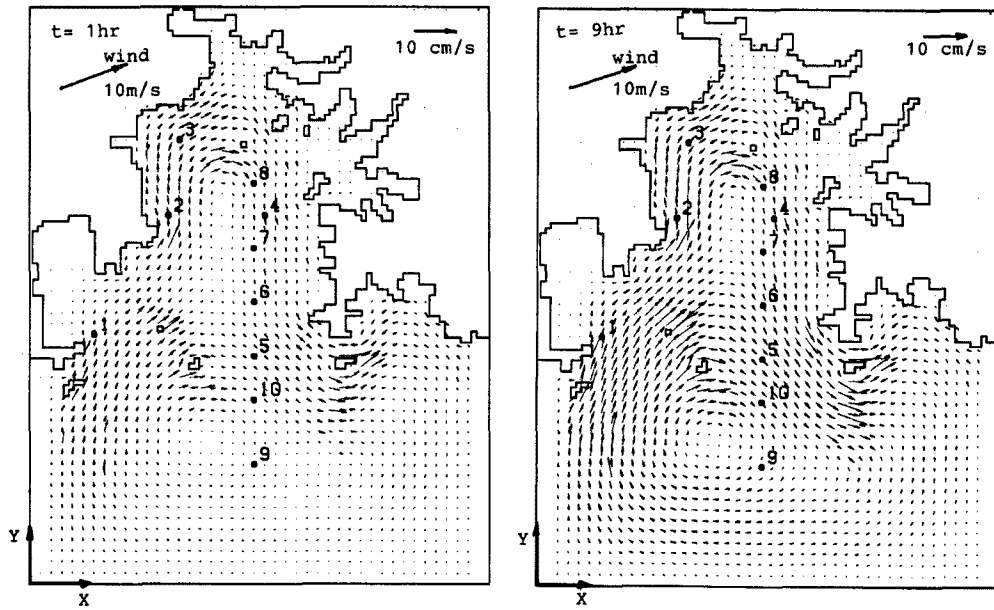


Fig. 9. Vector field of wind-induced currents.

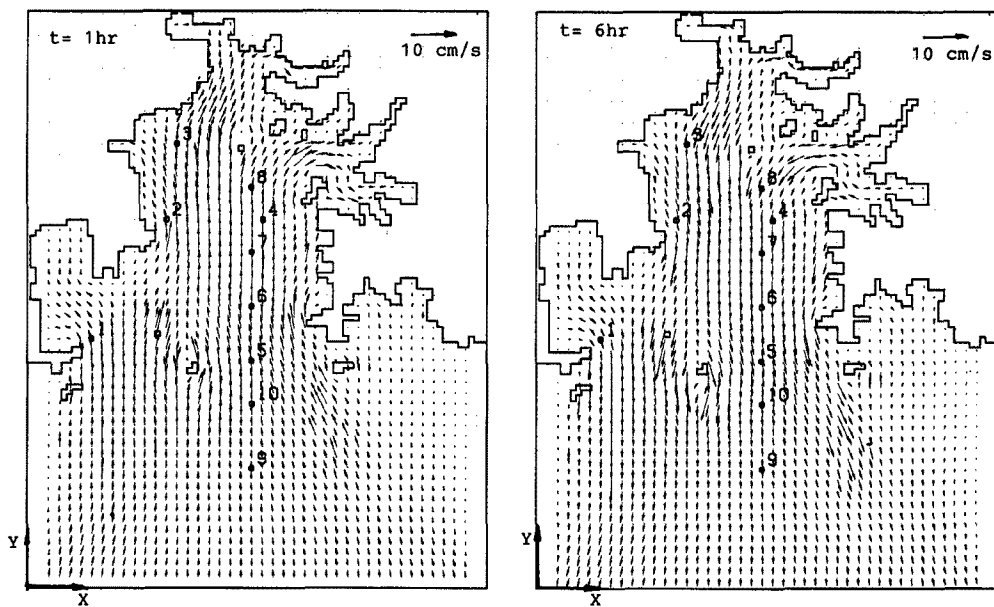


Fig. 10. Current vector field of  $M_2$  tide.

算を行い、Chézy 係数  $60 \text{ s/m}^{1/2}$ 、水平混合係数  $50 \text{ m}^2/\text{s}$  とした。

Fig. 9 に吹送流の計算結果を示す。これからわかるように、吹送流はほぼ 1 hr 程度で定常状態 ( $t = 9 \text{ hr}$ ) に近くなり、北寄りの風に対しては、灘ノ島の北側から侵入し、桶島、途中島の浅瀬を迂回し番所鼻から四双島を通り、鉛出湾に流出する流れと、沖ノ島の沖側を鉛山湾方面に流れる 2 つの流れを形成している。

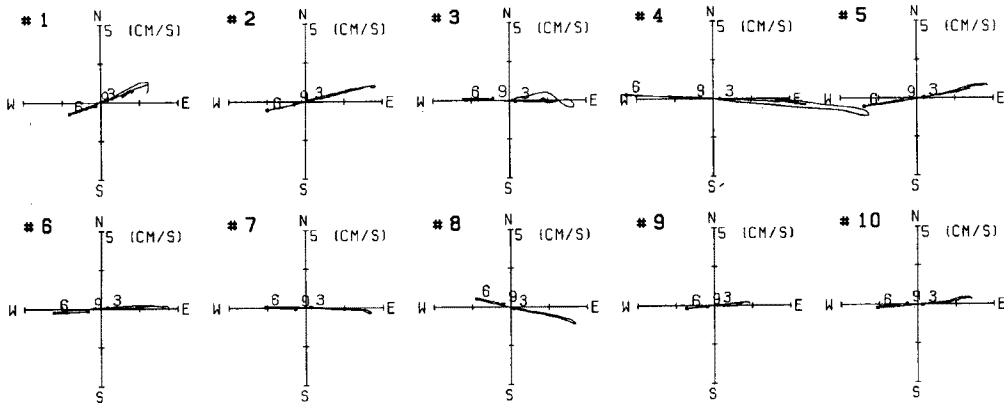


Fig. 11. Tidal ellipses of  $M_2$  tide.

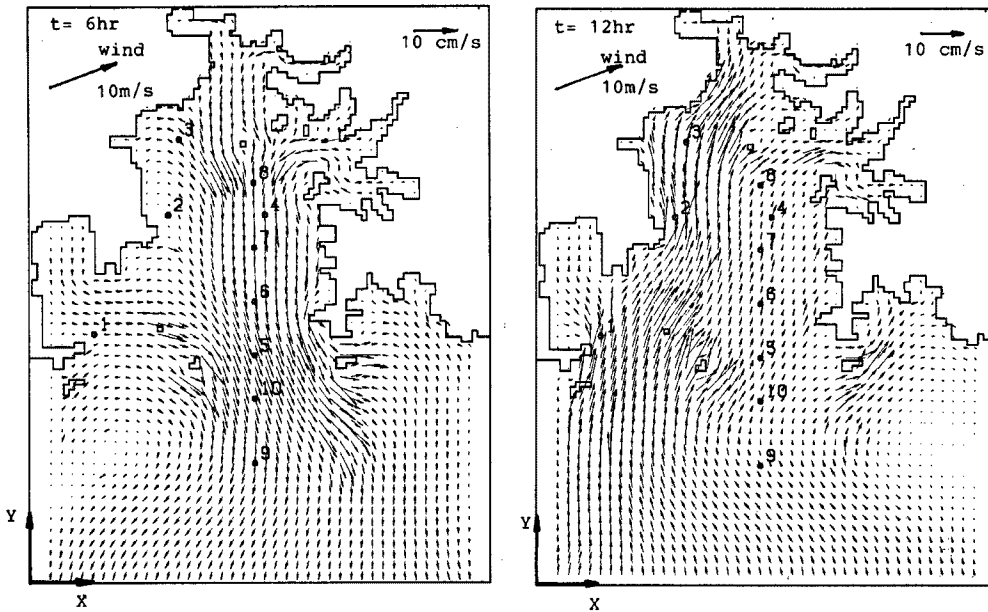


Fig. 12. Vector field of currents combined tidal and wind-induced components.

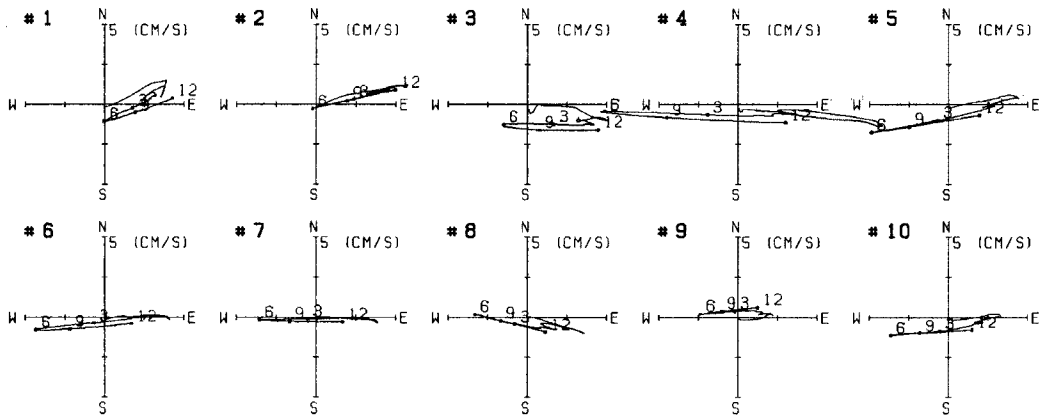


Fig. 13. Ellipses of currents combined tidal and wind-induced components.

一方、Fig. 10, 11 は振幅 0.9 m の  $M_2$  分潮だけの場合の流況図と潮流楕円の 9 hr 間の計算結果で、Fig. 12, 13 は  $M_2$  分潮と吹送流が共存する場合の 12 hr 計算結果である。図より、潮流成分は吹送流の倍以上の強さであること。畠島の内側の細野浦、網不知浦や文里泊地の海水は季節風による吹送流ではほとんど移動しないことがわかる。

また、観測点#5 における水深方向の平均流速のオーダーは 5–10 cm/s であり、吉岡らのそれに一致するが、吹送流の流向に関しては計算点#5 では NNW からの風に対して逆向きの SW 方向への流れが計算されている。これは観測結果の概略にも述べられているように、観測点#5 は田辺湾の海水の流出入口に位置しており、吹送流と潮流の流向が異なり易く流れの鉛直混合の強い箇所であることがわかる。

## 5. 結 語

以上、時間分割法に基づく有限差分法により、tidal flat 上での長周期波の伝播、構造物の越流、大気圧変動、吹送流が計算できる水平 2 次元長波方程式の数値モデルを開発し、その基礎的特性を検討すると共に、田辺湾における潮流、吹送流の数値シミュレーションへの適用しモデルの検定を行った。

本研究で得られた主な結果は以下のようである。

- (1) 時間分割法により、移流、拡散および長波の伝播の計算を分離し、各計算の最適スキームを援用することにより、数値誤差を抑えたモデルが構築できた。
- (2) 移動境界条件として、底面摩擦と水面勾配の釣り合う力学的条件を数値モデルに組み込むことができた。
- (3) モデルに仮想固定境界法による無反射開境界条件を導入した。
- (4) 沿岸域における潮流計算や氾濫を含む高潮、津波の伝播を、水平 2 次元問題としてモデル化する場合、本モデルにより効率的でかつ有意な数値解が得られることを示した。
- (5) 開発した数値モデルを田辺湾の潮流、吹送流の計算に適用し、流速の観測値と比較してオーダーが一致していることを確かめるとともに、この湾の流況特性を考察した。

最後に、京都大学防災研究所 中村重久助教授（白浜海象観測所）から田辺湾の流況の計算結果について有意義な助言を頂いたことに感謝の意を表するとともに、本研究は文部省科学研究費、重点領域研究（自然災害）（代表者、京都大学防災研究所 助手 吉岡 洋, No.02201225）の研究成果の一部であり、観測結果の概要は吉岡らによるものを許可を得て転用した。

## 参 考 文 献

- 1) Benqué, J.P., J.A. Cunge, J. Feuillet, A. Hauguel and F.M. Holly: New Method for Tidal Current Computation, J. Hydraulics Div., Proc. ASCE, Vol.108, No. WW 3, 1982, pp.396–417.
- 2) Holly, F.M. and A. Preissmann: Accurate Calculation of Transport in Two Dimensions, J. Hydraulics Div., Proc. ASCE, Vol.103, No. HY 11, 1977, pp.1259–1277.
- 3) 日野幹雄・仲座栄三: 数値波動解析における新しい無反射境界スキームの平面二次元問題への適用, 第 35 回海岸工学講演会論文集, 1988, pp.262–266.
- 4) Nakamura, S.: A numerical prediction of semidiurnal current patterns in Tanabe bay, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol.37, Part 3, No.326, 1987, pp.91–106.