

歴史洪水資料を利用した計画降雨算定手法

池淵 周一・前田 勝

ESTIMATION OF DESIGN RAINFALL AND WATER LEVEL WITH SYSTEMATIC AND HISTORICAL FLOOD INFORMATION

By *Shuichi* IKEBUCHI and *Masaru* MAEDA

Synopsis

In this paper we propose the flood quantile estimators which can employ historical and paleoflood information in flood frequency analyses. In addition to systematic observed data, the historical information is categorized into three classes; "censored" data, where the magnitudes of historical flood peaks are known, "binomial" data, where only threshold exceedance information is available and "range" data, where the magnitudes of historical flood peaks have error within predetermined range.

Gumbel distribution is used as probabilistic model and its parameters are identified by maximum likelihood estimators with those systematic and historical data.

This approach is applied to the historical data of flood water level in Lake Biwa and the effect of adding historical information to systematic data on parameter estimators is shown.

1. 序 論

わが国の治水計画においては、流域毎に社会的要請の度合いを超過確率あるいは再現期間で表し、これに対応する洪水規模を対象としている。この洪水規模を算定するにあつては確率分布モデルが用いられているが、この確率分布モデルは最大でも明治中期以降の高々100年程度の定量データを基に算定されている。そしてどのような分布モデルを用いるべきか、モデルのパラメータはどのように推定するのがよいか、あるいは推定されたパラメータ等の信頼性はどの程度のものか、といった小標本でしかも極値領域を対象とする水文統計にはつきもの問題にとりくんできた。その解決には多くの方法が考えられるが、ひとつの基本的なアプローチとして大標本、すなわちデータ数を増加させることが考えられる。

幸いにも琵琶湖流域では、古文書等により明治時代以前についても洪水時の琵琶湖のピーク水位に関する記述や被害状況の記述などからある程度、当時の洪水時における水文量が推定可能である。

そこで本研究では、古文書などによりある程度の情報が入手できる江戸時代中期以降（1735年以降）の歴史洪水資料から得たデータを明治以降の定量データとともに確率分布モデルに活用する手法を考察し、この効果についての検討を行う。具体的には歴史洪水資料を定量データとともに活用するために、歴史洪水資料から当時の水文量の推定を試み、現在の定量データと同一の条件の下に換算する。さらにこうして得られた歴史データを加味した際、確率水文量やパラメータにどのような影響を与えるかについても検討を加える。また本研究では少なくとも対象とする江戸時代中期以降の水文現象の標本は現在と同一の母集団に属するものであるとの仮定の上に立ち、データは定常性、独立性、均質性を前提として抽出されたも

のであると考える。

2. 歴史洪水資料の確率モデルへの導入法

治水計画を立案する際には、どの程度の規模の洪水を対象とするかが問題となる。その洪水規模の決定に、従来は既往最大のものが考えられていたが、最近では社会的要請の度合を超過確率あるいは再現期間で表し、これに対応する洪水規模をも対象として総合判断を下している。

ところでこの確率洪水の算定にあつては、従来できるだけ多くの水文データを収集し、それがしたがう分布およびパラメータを同定する形で展開されるが、わが国にあつてはそのデータ数に自ずと限界があり、分布および同定パラメータには不確かさを免れない。この不確かさを緩和する一つの方法に大標本の構成、いわゆるデータ数を増やす方法が考えられる。幸いにして琵琶湖流域等一部の地域では、古文書等により、明治以前についても湖水位のピーク値など水文量が、不確かさをともなうもののある程度再現可能である。

そこで本章は、これら歴史洪水資料を水文現象の確率分布同定にどのように活用できるかを考察する。データの選定および利用法により、種々の確率分布モデルが考えられるが、ここでは現在の琵琶湖における治水計画で用いられており、洪水等の極値現象を扱うのに適当である Gumbel 分布を用いることにする。ただしここでは、歴史時代のデータを加味する際に、その母集団は、近年時代の母集団と同一であると考え、定常性、独立性、均質性を前提として抽出されたものであると考えている。

2.1 確率分布モデル

本研究では、琵琶湖流域の歴史時代の水文量を算定したそのデータを確率評価に利用するため、琵琶湖における水文現象（期間雨量やピーク水位）がしたがうと考えられる Gumbel 分布を分布モデルとして用いる。

Gumbel 分布とは、確率密度関数および分布関数がそれぞれ次式

$$f(x) = \alpha \exp[-\alpha(x-\mu) - \exp\{-\alpha(x-\mu)\}] \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$F(x) = \exp[-\exp\{-\alpha(x-\mu)\}] \quad \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる極値分布であり、平均値を m 、標準偏差を σ とすると、この関数のパラメータ α, μ は、

$$\left. \begin{aligned} \mu &= m - 0.455005\sigma \\ \alpha &= 1.28255/\sigma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

で与えられ、これを用いた積率法や最尤法により算定される。なお Gumbel 分布についての詳細は参考文献¹⁾を参照されたい。

本研究では、上述の分布を用いて、年毎の水文量が正確に与えられている Systematic Data をもつ期間を近年時代とし、一方一定規模（これをしきい値という）以上の洪水が発生した場合のみ水文量が推定可能であり、それ以外の年度の水文量はしきい値以下であるという情報しか得られない期間を歴史時代として、両期間のデータを組み合わせて確率分布のパラメータ推定の手法を考察する。ここでいう歴史時代には、当然時代の新旧により得られるデータの質・量ともに格差が存在し、歴史時代の中でもさらに細分化する必要が考えられるが、ここではモデルの簡略化のため歴史時代は2つに分けて（歴史時代Ⅰ・歴史時代Ⅱとして）考えることとする。

2.2 積率法によるパラメータ同定

近年時代を s 年（したがって s 個の Systematic Data が存在する）、水文量の値を $x_i (i=1, \dots, s)$ 、歴史時代Ⅰを H_1 年、歴史時代Ⅱを H_2 年とし、歴史時代Ⅰ及び歴史時代Ⅱのしきい値を U_1, U_2 とする。ま

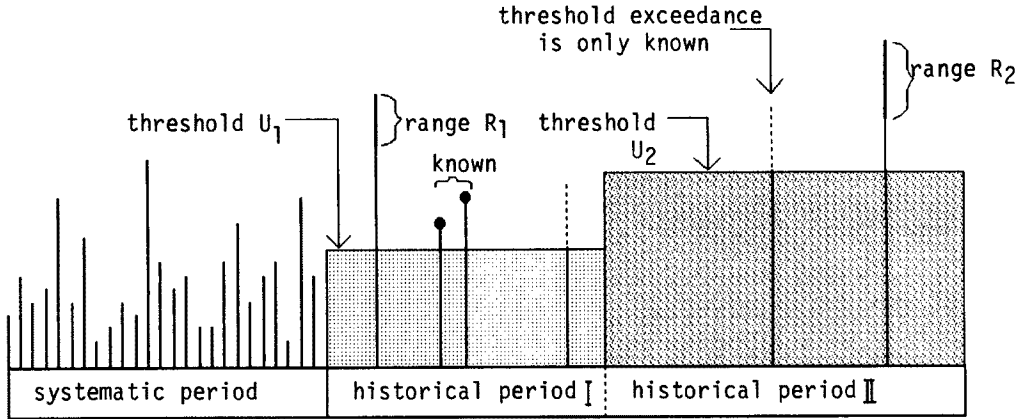


Fig. 1. Conceptual diagram of adding historical data to systematic one and its threshold. (moment method)

たそれぞれの歴史時代において水文学がしきい値を超えた回数を k_1 回, k_2 回とし, その値を $y_i (i=1, \dots, k_1)$, $z_i (i=1, \dots, k_2)$ とする (Fig. 1)。

ここで, 近年時代のデータのうち, 歴史時代 I のしきい値を越えないものの数を n_{xy} とし, その値を $x_{yi} (i=1, \dots, n_{xy})$ とする。同様に近年時代のデータのうち, 歴史時代 II のしきい値を越えないものの数を n_{xz} とし, その値を $x_{zi} (i=1, \dots, n_{xz})$ とする。

歴史時代 I および II において, 水文学がしきい値を越えない場合, その値は未知であるため, この平均値は, 近年時代において水文学がしきい値を越えなかったときの平均値と同じであると仮定し, さらに新たに算定された平均値に対する分散も同じであると仮定する。

このとき歴史時代 I での水文学の平均と分散は次のようになる。

$$M_1 = \frac{1}{H_1} \cdot \left[(H_1 - k_1) \frac{1}{n_{xy}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{xy}} x_{yi} + \sum_{i=1}^{k_1} y_i \right] \dots\dots\dots (4)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{H_1} \cdot \left[(H_1 - k_1) \frac{1}{n_{xy}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{xy}} (x_{yi} - M)^2 + \sum_{i=1}^{k_1} (y_i - M)^2 \right] \dots\dots\dots (5)$$

同様に歴史時代 II についても,

$$M_2 = \frac{1}{H_2} \cdot \left[(H_2 - k_2) \frac{1}{n_{xz}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{xz}} x_{zi} + \sum_{i=1}^{k_2} z_i \right] \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{H_2} \cdot \left[(H_2 - k_2) \frac{1}{n_{xz}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{xz}} (x_{zi} - M)^2 + \sum_{i=1}^{k_2} (z_i - M)^2 \right] \dots\dots\dots (7)$$

となる。ここに M は全期間にわたっての平均値であり,

$$M = (s \cdot M_0 + H_1 \cdot M_1 + H_2 \cdot M_2) / (s + H_1 + H_2) \dots\dots\dots (8)$$

により, 求められる。また全期間にわたっての分散 σ^2 は,

$$\sigma^2 = (s \cdot \sigma_0^2 + H_1 \cdot \sigma_1^2 + H_2 \cdot \sigma_2^2) / (s + H_1 + H_2) \dots\dots\dots (9)$$

となる。

ここに,

$$M_0 = \frac{1}{s} \cdot \sum_{i=1}^s x_i \quad \sigma_0^2 = \frac{1}{s} \cdot \sum_{i=1}^s (x_i - M)^2 \dots\dots\dots (10)$$

であり, 式(8), 式(9)を式(3) に代入するとパラメータ μ, α が求められる。

2.3 最尤法によるパラメータ同定

一般に最尤法とは次のような尤度関数

$$L = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \dots\dots\dots (11)$$

を考える。ただし、確率密度関数 f の形は既知とし、データ $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ が、与えられたときパラメータ θ のみの関数となる。いますべての θ にたいして、

$$L(\hat{\theta}) > L(\theta) \dots\dots\dots (12)$$

が成立するような $\hat{\theta}$ を最尤推定値という。

いま母集団分布として Gumbel 分布を考えているので、パラメータは2つであるから、同様に、

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} L(\theta_1, \theta_2) = 0 \quad (i=1, 2, \dots) \dots\dots\dots (13)$$

を θ_1, θ_2 について解けばよい。

以上が一般的な最尤法によるパラメータ推定法であるが、歴史時代までを含めた水文データには、大きく分けて次の4つのケースが考えられる。

(1) 値そのものが既知である場合

すなわちこれは近年時代のデータの他、歴史時代のデータのうち値そのものも推定可能のものをいう。このときの水文量の値を $z_i (i=1, 2, \dots, s)$ 、パラメータを θ_1, θ_2 とすると、尤度関数は次のようになる。

$$L_1 = \prod_{i=1}^s f(z_i; \theta_1, \theta_2) \dots\dots\dots (14)$$

(2) ある一定値(しきい値)以下であることがわかっている場合

これは歴史時代において洪水記録が存在しないあるいは非常に信頼性の低い記録しかない場合を考え、この場合は洪水規模がある一定以上なら必ず記録が存在するであろうと仮定し、そのレベルに達していないと考える。

このときしきい値を U_j 、このしきい値 U_j 以下であることがわかっているデータの数を $n_j (j=1, 2, \dots, k)$ であるとする、尤度関数は次のようになる。

$$L_2 = \prod_{j=1}^k F(U_j; \theta_1, \theta_2)^{n_j} \dots\dots\dots (15)$$

(3) ある一定値(しきい値)以上であることがわかっている場合

これは歴史時代において、洪水規模があるレベルを越えた際には何らかの証拠が残っていると考えられ、ある一定レベルを越えていると言う事実のみがわかっているものをいう。このときしきい値を T_j 、このしきい値 T_j 以上であることがわかっているデータの数を $m_j (j=1, 2, \dots, k)$ であるとする、尤度関数は次のようになる²⁾。

$$L_3 = \prod_{j=1}^k [1 - F(T_j; \theta_1, \theta_2)]^{m_j} \dots\dots\dots (16)$$

(4) ある幅の範囲内にあることがわかる場合

歴史時代のデータのなかには、その信頼性が低くある程度の誤差を考慮すべき場合や、ある上限値と下限値の間の値を取ることがわかっている場合がある。いま上限値を Y_j 、下限値を $Z_i (i=1, 2, \dots, n)$ とすると、尤度関数は次のようになる。

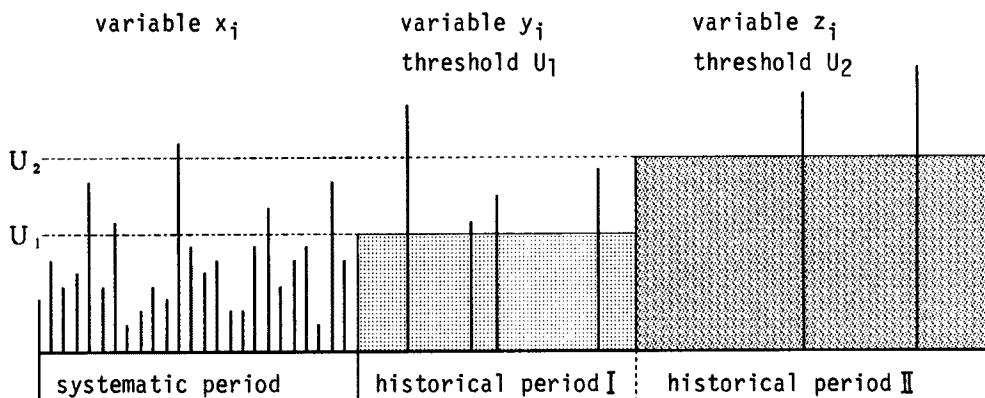


Fig. 2. Conceptual diagram of adding historical date to systematic one and its threshold. (maximum likelihood method)

$$L_4 = \prod_{i=1}^n [F(Y_i; \theta_1, \theta_2) - F(Z_i; \theta_1, \theta_2)] \dots\dots\dots (17)$$

歴史洪水資料を加味したときに得られるデータは、上述の4つのケースの組合せであると考えられる (Fig. 2)。

以上より尤度関数もこの4つを組み合わせて、

$$L = L_1 L_2 L_3 L_4 \dots\dots\dots (18)$$

として、これと式(13)より、確率分布のパラメータ $\theta_1 (= \alpha)$, $\theta_2 (= \mu)$ およびそれらを用いた再現期間 (またはこれに対応する水文量) を算定すればよい。

この最尤法を用いることにより、上述の(1)~(4)それぞれの種類の情報を取り込むことが可能である上、しきい値も複数個設定することが容易であるというメリットがあり、この点で積率法よりも有利であるといえる。

3. 確率モデルの検証

前章では歴史洪水資料を洪水確率モデルに導入する手法を提示したが、洪水確率モデルのパラメータおよび再現期間の算定にこれがどの程度の影響を及ぼすかにより、歴史洪水資料を加味することの意義が問われることになる。

そこで本章は、前章で提示した各種の最尤法および積率法について、Monte Carlo シミュレーションにより比較評価する。なお評価基準として本研究では平方根平均平方誤差 (root mean square error, RMSE) を用いる。

ここでRMSEについて簡単に触れておく。RMSEとは推定量の真値に対する偏りと推定誤差を併せて評価できる指標である。すなわち、ある統計量の真値を θ としたとき、その推定値を $\theta_i (i=1, 2, \dots, N)$ であるとする、平均平方誤差 (mean square error, MSE) は、

$$MSE = (1/N) \cdot \left(\sum_{i=1}^N \theta_i^2 - 2\theta \sum_{i=1}^N \theta_i \right) + \theta^2 \dots\dots\dots (19)$$

であるから、これを展開すると、

$$\begin{aligned}
 &= (1/N) \cdot \left(\sum_{i=1}^N \theta_i^2 \right) - 2\theta \cdot \theta_m + \theta^2 \\
 &= (1/N) \cdot \left(\sum_{i=1}^N \theta_i^2 \right) - \theta_m^2 + \theta_m^2 - 2\theta \cdot \theta_m + \theta^2 \\
 &= (1/N) \cdot \left(\sum_{i=1}^N \theta_i^2 \right) - \theta_m^2 + (\theta_m - \theta)^2 \\
 &= \text{Var} + \{\text{Bias}\}^2 \dots\dots\dots (20)
 \end{aligned}$$

ここに、 θ_m は推定値の平均を、Var, Bias はそれぞれ分散、偏りを表す。このMSEは、ばらつきの度合Varと偏りの大きさBiasの二乗の和である。MSEの平方根をとったものがRMSEとよばれ、この値が小さいほどよい推定であるといえる³⁾。

3.1 Gumbel分布を用いた確率分布モデル

前章では、Gumbel分布を用いて、積率法と最尤法によって歴史時代のデータを加味する手法を提示したが、本章では歴史時代において得られるデータが、

- ① 積率法を用いた場合
- ② 最尤法を用いた場合で、
 - (1) 値そのものが既知である場合
 - (2) あるしきい値以下であることがわかっている場合
 - (3) あるしきい値以上であることがわかっている場合
 - (4) ある幅の範囲内にあることがわかっている場合

の、それぞれの場合について、どの情報を与えることにより確率分布モデルのパラメータおよびそれによって算定される適当な再現期間に相当する確率水文学の推定にどの程度の効果を与えるかを検討する。そこでここでは以下に示すモデルを考える。ただしここでは前章と同様、歴史時代を歴史時代Ⅰ、歴史時代Ⅱの2つに分けて考える。

(a) 最尤法Case 1(MLE 1)

このケースでは、近年時代 k_0 年間の定量データ $x_{0i}(i=1, 2, \dots, k_0)$ の他、歴史時代 $h_j(j=1, 2)$ 年間で、あるしきい値 U_j を越えた場合のみ、データ値 $x_{ji}(i=1, 2, \dots, k_j)$ そのものが既知であると考え。これは上述のように最尤法を用いる場合の値そのものが既知であるという情報とともに、情報の入らない場合はしきい値以下という情報であるとしたモデルである。このとき尤度関数は次のようになる。

$$L = \prod_{j=0}^2 \prod_{i=1}^{k_i} f(x_{ji}) \cdot \prod_{j=1}^2 F(U_j)^{h_j - k_j} \dots\dots\dots (21)$$

(b) 最尤法Case 2(MLE 2)

このケースでは、近年時代 k_0 年間の定量データ $x_{0i}(i=1, 2, \dots, k_0)$ の他、歴史時代 $h_j(j=1, 2)$ 年間ではあるしきい値 U_j を越えた場合のみ、データ値 $x_{ji}(i=1, 2, \dots, k_j)$ を中心に $\pm R_j$ の幅（本研究ではモデルの簡略化のため歴史時代Ⅰ、Ⅱそれぞれの中では幅 $2R_j$ は一定であると考えている）を持つ範囲内に存在すると考える。このとき尤度関数は次のようになる。

$$L = \prod_{i=1}^{k_0} f(x_{0i}) \cdot \prod_{j=1}^2 \prod_{i=1}^{k_j} [F(x_{ji} + R_j) - F(x_{ji} - R_j)] \cdot \prod_{j=1}^2 F(U_j)^{h_j - k_j} \dots\dots\dots (22)$$

(c) 最尤法Case 3(MLE 3)

このケースでは、近年時代 k_0 年間の定量データ $x_{0i}(i=1, 2, \dots, k_0)$ の他、歴史時代 $h_j(j=1, 2)$ 年

間ではあるしきい値 U_j を越えた場合のみ、データ値そのものはわからない、あるいは非常に信頼性が低い
ため値そのものは無視するが、しきい値を越えた回数が k_j 回であることのみがわかっている。このと
き尤度関数は次のようになる。

$$L = \prod_{i=1}^{k_0} f(x_{0i}) \cdot \prod_{j=1}^2 F(U_j)^{h_j - k_j} \cdot \prod_{j=1}^2 [1 - F(U_j)]^{k_j} \dots\dots\dots (23)$$

(d) 積率法

この場合は前章で提示したモデルをそのまま適用して、式(4)～式(10)によりパラメータおよびそれによ
って算定される適当な再現期間に相当する確率水文学量を推定する。

3.2 Monte Carlo シミュレーション

次に (a)～(d) 4つのモデルについてパラメータおよび確率水文学量の推定精度を以下の手順により評
価・検討する。

STEP 1：母集団を想定する。すなわち母集団の確率分布とパラメータを仮定する。

STEP 2：母集団から大きさ N の標本を抽出する。すなわち仮定した分布にしたがう乱数を N 個発生
させる。

STEP 3：発生させた標本に対して、それぞれの推定法により母数を推定し、確率水文学量を推定する。

STEP 4：STEP 2 と STEP 3 を M 回繰り返し、それぞれの推定法によるパラメータと確率水文学量の平
均値と RMSE を算定する。

以下、各々の STEP について説明する。

STEP 1

本研究では、母集団は Gumbel 分布にしたがうと想定している。ここでパラメータは任意に設定して
も良いが、琵琶湖における年最大流域平均雨量の近年データから得た実際のパラメータと近い値を設定し、
 $\mu = 300$ 、 $\alpha = 0.01$ と仮定する。

STEP 2

本研究の主旨は、標本を大きくすることにより、パラメータおよび確率水文学量の推定にどのような影響を
与えるかを調べることにある。すなわち琵琶湖流域で近年期間と考えられる約 70 年間（1912 年から 1980
年）のデータに歴史時代と考えられるそれ以前の期間におけるデータを何年分追加すればどの程度の効果
があるかを見ることにある。また前章でも述べた通り歴史時代にも、時代の新旧により得られるデータの
質・量ともに格差が存在する。琵琶湖流域においても 1874 年以降は鳥居川水位等いくつかの水文資料が
存在するため、それ以前のデータと比較しても格段に精度の良い情報が入手可能である。

以上の理由から、まず近年期間分の標本を 70 個用意する。次に歴史時代 I 期間分を 0 から順次増加さ
せ最大 40 とする。さらに歴史時代 I の標本が 40 となつてから、今後は歴史時代 II の標本を 0 から順次増
加させ最大 180 とする。ここで、歴史時代 I、歴史時代 II の標本を最大 40、180 としたのは、鳥居川水位
が測定され始めてから完全な水文データが得られる 1912 年までが約 40 年（38 年）であることと、過去
の古文書等による水文学量の再現が最大 150 から 180 年分可能であろうと考えられるからである。

次に、標本については、パラメータ $\mu = 300$ 、 $\alpha = 0.01$ をもつ Gumbel 分布にしたがう乱数発生によ
って作成する。

STEP 3

ここでは、前節で提示したモデルへの適用を考える。STEP 2 で得られた標本のうち、近年時代分の標
本 70 個については、これをそのまま近年時代のデータとして扱う。

一方、歴史時代分の標本については、歴史時代 I の標本最大 40 個と歴史時代 II の標本最大 180 個にわ
け、歴史時代 I の標本については、標本中の値の大きいものから 5 分の 1 をしきい値以上のデータとして

扱い、それ以下の標本についてはしきい値以下のデータとする。ここで標本中の値の大きいものから5分の1をしきい値以上としたのは、実際にモデルを適用する際に、歴史時代I 38年中7ないし8個のデータがしきい値以上として入手可能であることと、また歴史時代Iの中でも標本数を増減させるため、標本数の増加にともないしきい値を越えるデータ数も増加させる必要からである。

同様の理由により、歴史時代IIでは、標本中の値の大きいものから30分の1をしきい値以上のデータとして扱い、それ以下の標本についてはしきい値以下のデータとするのが妥当であると考えられる。ただしここでは、古文書の精度をどの程度信頼するかにより、歴史時代IIについてもデータ数を標本中の値の大きいものから10分の1程度をしきい値以上と見なすことは将来的に十分可能である。またもしも歴史時代Iとほぼ同程度の精度の情報があればと仮定した場合との比較を行う必要もある。そこで本研究では、歴史時代IIでは、標本中の値の大きいものから30分の1・10分の1・5分の1の3通りそれぞれについて、これをしきい値以上のデータとして扱い、それ以下の標本についてはしきい値以下のデータとする。

データが用意されると、次に(a)~(d)のモデルに適用して計算を行うが、(b)の最尤法Case2では、幅すなわち $\pm R_j$ の設定をする必要がある。この $\pm R_j$ の大きさをどの程度にするかによりモデルの精度は影響を受けると考えられ、これについても比較・検討する必要がある。よって以下に示す3通りの場合を想定する。

(1) 最尤法 Case 2-1 (MLE 2-1)

$$R_1=30, \quad R_2=60$$

(2) 最尤法 Case 2-2 (MLE 2-2)

$$R_1=60, \quad R_2=60$$

(3) 最尤法 Case 2-3 (MLE 2-3)

$$R_1=60, \quad R_2=120$$

ここで用いた30, 60, 120とは、それぞれパラメータ μ (これは平均値に近い値であると考えて良い)の真値300の1割, 2割, 4割に相当する値である。

STEP 4

次に上述のSTEPで計算された計算値の真値に対するRMSEを算定するために、STEP2, 3の繰り返し計算を行う。この繰り返し計算の回数が少ないと正確なRMSEの比較が出来ないため、十分な回数が必要である。本研究では300回の繰り返し計算を行う。

また、本研究では、確率水文学の再現期間を200年と設定する。これは、琵琶湖流域を始め、わが国の重要な河川・湖沼水系の今後の治水計画にあつては再現期間を200年ぐらいまで高めたいからである。したがってこのSTEPにおいても、パラメータ α, μ とともに再現期間200年に相当する水文学量 $Q(200)$ について計算値の平均値と真値にたいするRMSEを計算する。なお、Gumbel分布の場合、再現期間 t_R とそれに相当する確率水文学量 $Q(t_R)$ の間には次式が成立つ。

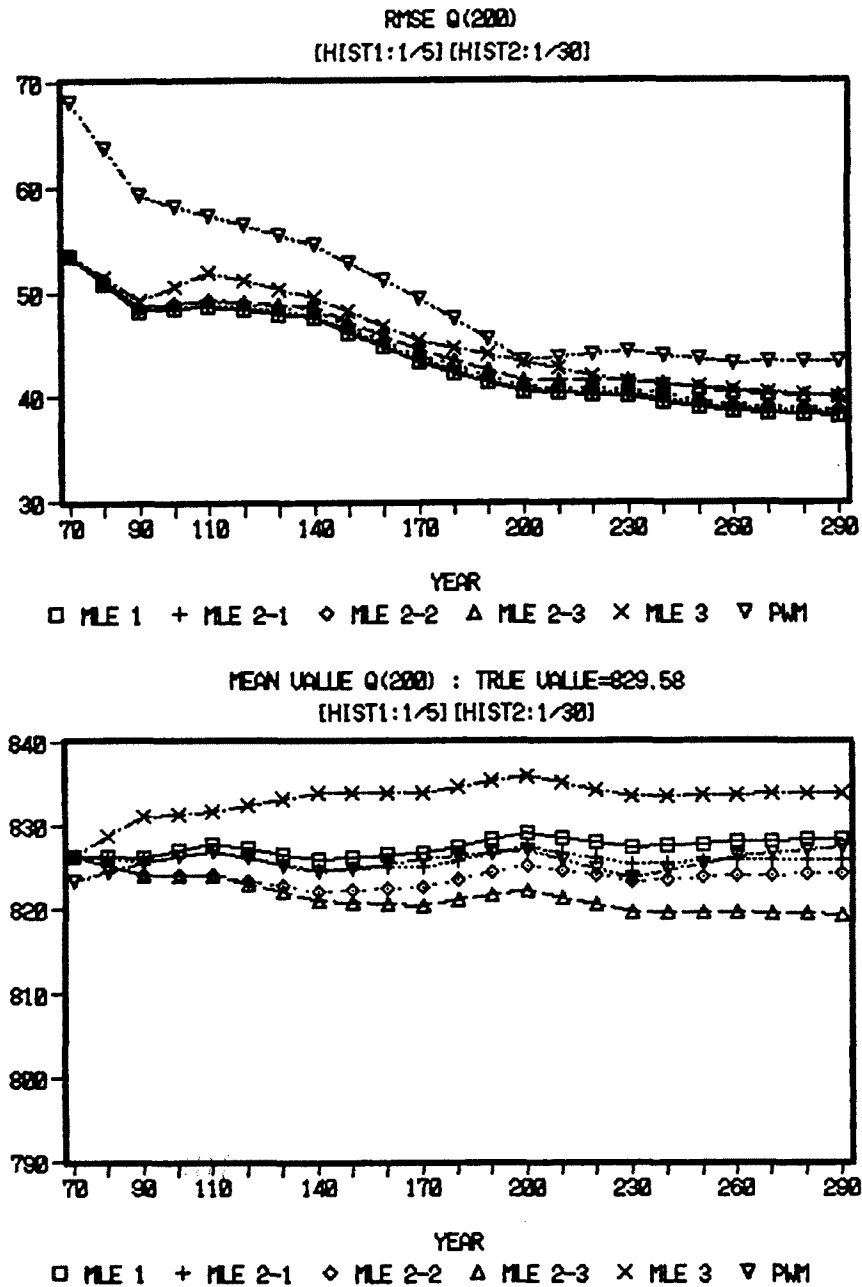
$$Q(t_R) = \mu - \frac{\ln[-\ln\{1-(1/t_R)\}]}{\alpha} \dots\dots\dots (24)$$

3.3 結果および考察

前節のSTEPにしたがって、 $Q(200)$, α, μ についてのRMSEと計算値の平均値を求めた。その際、歴史時代IIのしきい値を

- ① 標本中の値の大きいものから30分の1
- ② 標本中の値の大きいものから10分の1
- ③ 標本中の値の大きいものから5分の1

と設定したもののそれぞれの場合について算定した。このうち一例として $Q(200)$ について①の設定のもと

Fig. 3. RMSE and mean value of $Q(200)$ based on simulation results.

で各モデル毎に算定した結果が Fig. 3 である。他の結果ともあわせ総括すると、最尤法モデルを用いた場合にはしきい値の大きさに拘らずデータ数の増大が推定精度向上に寄与していることがわかる。確かに偏りについては、歴史時代のデータを加えてもさほど違いはでていないが、RMSE が確実に小さくなっていることから判断してばらつきが減っており、推定値の誤差が生じにくくなっているといえる。またいずれの Case を用いても大きな違いはなく、Case 2 の幅（誤差）を大きくとったものよりは、Case 3 の方がかえって精度が良くなることもわかった。とくに Case 2-3 のように非常に大きな誤差を許容するモ

デルを用いると、推定値の Bias が大きくなり、しきい値を下げて歴史時代の情報量を多くするとかえって推定精度が悪くなることがわかった。ただしこれはあくまでもシミュレーションの上でのことであり、実現象を扱う際には標本がシミュレーションの様には完全に Gumbel 分布通りにしたがうとは断定できないので、やはり数値そのものを用いる Case1 や Case2 (誤差の許容を小さくした場合に限る) の手法は軽視できないであろう。

次に積率法モデルを用いる場合、しきい値がある程度低ければ有効であるが、しきい値が非常に高いと有効には機能しない。またいずれにしても最尤法の各モデルよりも精度は落ちる上、使用法も限定されているといえる。ただこのモデルは計算が容易(最尤法モデルでは非線形連立方程式を解かねばならない)で短時間に扱えるという利点はある。

4. 琵琶湖の歴史洪水記録

わが国での治水計画は、明治時代以後の水文データをもとになされているが、琵琶湖流域においても1874(明治7)年から鳥居川水位が、以後観測所毎の雨量や瀬田川流出量など徐々に整備がなされてきた。しかし定量観測がなされはじめてから高々100年程度のデータでは、治水計画にとって十分とはいえないのではないかと考えられる。

幸い琵琶湖では、この地域が古代からの重要都市である京都・大阪の上流に位置する重要な地域であることもあって、かなりの数の洪水に関する古文書等の記録が存在している。そこで本章では、ある程度の情報を入手することが可能な1730年以降について、不確定性は存在するものの再現可能な、洪水時の年最大水位とその時の迎水位を可能な限り再現することを試みる。

なお本章で用いる資料はつぎに述べる Fig. 4 を除いて、すべて文献4) 5) から転載したものであることを断っておく。

4.1 歴史洪水によるピーク水位

鳥居川に量水標が設置されたのは1874(明治7)年であり、それ以前の琵琶湖の洪水時の正確な水位を算定することはできない。しかし古文書等を調べると、明治以前の琵琶湖周辺の村落は毎年のように洪水の被害を受けていたことがわかる。それらの記録は主として、洪水による被害に対して年貢米の免除や粃米の拝借などを嘆願した書状である。被害の状況として記載されている内容は、

- (a) 田畑の冠水深
- (b) 普段の水位との比較
- (c) 以前の洪水との比較

などがある。

(a) 田畑の冠水深

洪水時の水位と田畑の冠水深には、強い相関関係がある。したがって洪水時の水位を知るためには、田畑の冠水深がどの程度であるかを知ることが非常に重要である。現在のところ、これらの資料としては、浅井郡大浜村大浜家の注進書により、1718年から1807年の89年間における35年分の洪水記録が、堅田村の辻五平の日記により、1784年から1870年間の43洪水の記録が得られている。この他にも浅井郡大浜村の室家文書などが存在する。

(b) 普段の水位との比較

上述の田畑の冠水深の他にも、定水杭あるいはそれに類したものにより琵琶湖の水位が観測されていたことが古文書の記載内容から伺うことが可能である。

(c) 以前の洪水との比較

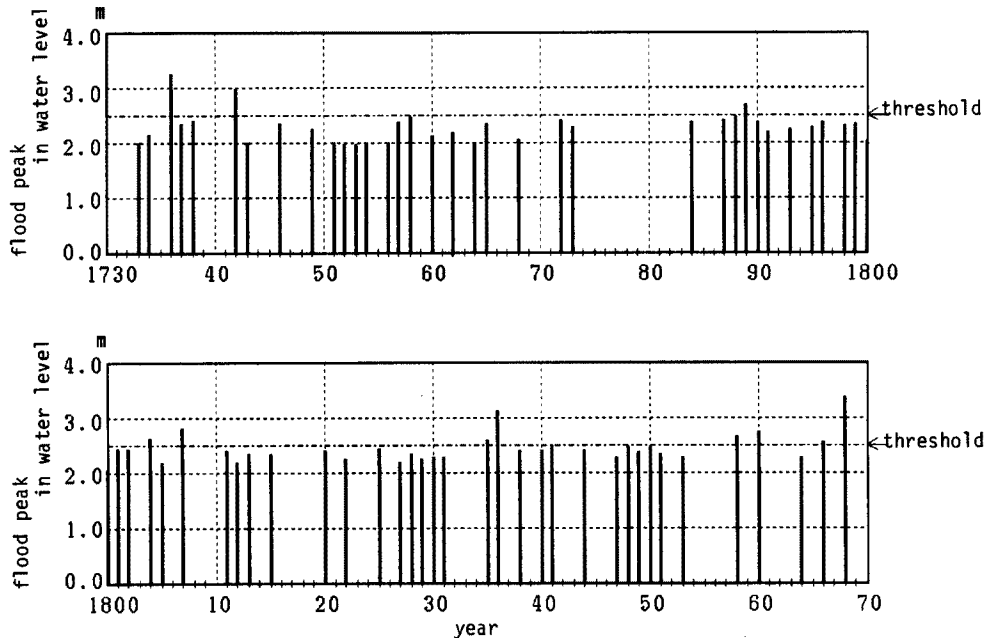


Fig. 4. Flood peak in water level during historical period II.

以前の洪水との規模の相対比較を記述している文献も存在する。

この他、わずかに3洪水についての記録しかないものの、木之本町の山梨子港に現存するへび石とよばれる大石で、洪水水位を観測したものがある。この大石は明治以後移動されていないので、この大石を利用して観測した洪水記録は正確な水位に換算することができる。

以上が、古文書による記録のうち、定量的な記録がなされている主なものであるが、これら古文書から得られた結果を、現在の基準に変換しなければならない。現在の基準水位との変換が可能なものとして、大津市下坂本に建てられた石碑の記録があり、これと堅田村の記録を比較すると、1860年と1868年の記録が重複しており、堅田村の田面高は琵琶湖の基準水位 BSL+1.28(OPB+86.89)m であると推定できる。同様に大浜家の文書と堅田村の記録が重複している6洪水より、大浜家の田面高は琵琶湖の基準水位+1.61 m であると考えられる。

以上より、古文書等の記録から琵琶湖における洪水時のピーク水位が年毎にもとめられる。Fig. 4は各年毎のピーク水位が2 mを越えたと思われるものについて表したものである。ただし2 mを越える洪水が発生していたとしても古文書等の記録が存在しない年もあると考えられ、もしその規模の洪水が発生したら必ず記録が存在するであろうと考えられるのは、ピーク水位がおよそ2.5 mを越えたくらいではないかと思われる。そこで本研究では、ピーク水位のしきい値を2.5 m であるとする。

4.2 洪水時の迎水位

琵琶湖における洪水の規模を知るためには、上述のピーク水位と共に洪水時の迎水位もまた重要である。しかし古文書等による洪水記録にはピーク水位についてはかなり多数の記述が存在するものの、迎水位についての記述はよほど大きな洪水以外ではきわめて希である。しかし瀬田川は江戸時代、非常に重要な河川であったため、膳所藩では瀬田川の水位(琵琶湖の水位)に絶えず注意を払っていたようであり、現在の草津市域にあたる北山田村および下笠村の2ヶ所に水位を観測する定水杭を設置し、毎月15日に水位を観測するとともに、藩の日記に記録していた。この記録が1721年～1868年までのうち20数年分存在しており、これと1860年の洪水記録(この年の洪水では5月15日頃、水位がピークになったと考えられ

る) から、膳所藩による記録の値 + 0.47 m で現在の水位に変換できると考えられ、わずかに存在する古文書等による迎水位の記録とともに年度によっては迎水位を推定できる場合もある。

5. 確率水水量への変換

河川の治水計画についてみると、洪水はフローとして認識できるため、概ね2日間雨量の確率評価をベースに、流出モデルを介して基本高水流量が計算される。そのため計画対象降雨の設定に際しては、総降雨量や降雨期間よりもむしろ、降雨波形やその地域分布の影響が大きいといえる。

一方、洪水時の水理現象として、その流出能力に比べ流入量が圧倒的に大きな琵琶湖の治水を考える場合には、洪水をフローではなくストックとして認識する必要がある。そのため降雨については、総降雨量の影響が大きく、洪水による被害は湖水位との相関が大きいといえる。

したがって琵琶湖における洪水に対する治水計画では、確率水水量として、洪水期間の総降雨量と洪水時のピーク水位を想定することが妥当であると考えられる。またその際には、歴史時代と近年においてそれぞれ同一の条件に置き直して考える必要がある。

第2章で得られたように確率水水量として、洪水時のピーク水位の年最大値が最も算定しやすいが、洪水発生時の前年の洪水の影響等、様々な要因に影響される数値であるため、完全に独立な母集団からとりだされた変数とは断定できない面がある。そのため他の要因の影響を受けにくい、流域平均の期間雨量を確率水水量とすることも考えておく必要がある。しかしこれを推定するためには、かなり多くの仮定を用いる必要があり、推定値には相当の誤差を覚悟しなければならない。

そこで本章では、ある一定期間内の琵琶湖流域における総降雨量の年最大値と洪水時のピーク水位の年最大値の両方を確率水水量と考え、第2章から得られた情報を適切な確率水水量に変換する方法を検討する。

5.1 期間雨量への変換

1874(明治7)年に鳥居川に量水杭が設置されて以来、琵琶湖における毎日の正確な水位が測定されている。これと完全なものとはいえないまでも1896(明治29)年頃から測定されている琵琶湖流域での降水量の関係を見ると(ただし瀬田川洗堰設置以前)、琵琶湖の水位がピーク値となるのは、概ね30日間の降水量が年最大値となる時の最終日あるいはその1~3日後となることがわかる。このことから歴史データ(ピーク水位と迎水位)から水位との相関の強い30日間の年最大降水量(本研究では洪水時の年最大降水量が冬季になることはないので降雨量と考えてよい)を推定することは、多少の不確実性が存在するものの可能であるといえる。そこでここではFig. 5に示す手順によって、次のSTEPにより、歴史時代の30日間降水量を推定する。Fig. 6に迎水位、ピーク水位、流出量、降水量等の関係を表す概念図を示す。

STEP 1: 洪水継続期間の設定

STEP 2: 瀬田川 $H-Q$ より、ピーク水位時の流出量 $Q_{out}(t_p)$ と迎水位初期流出量 $Q_{out}(t_0)$ の算

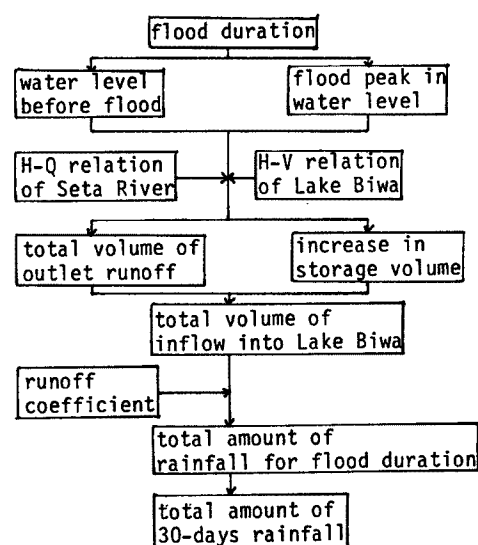


Fig. 5. Flowchart for estimation on amount of 30-days rainfall.

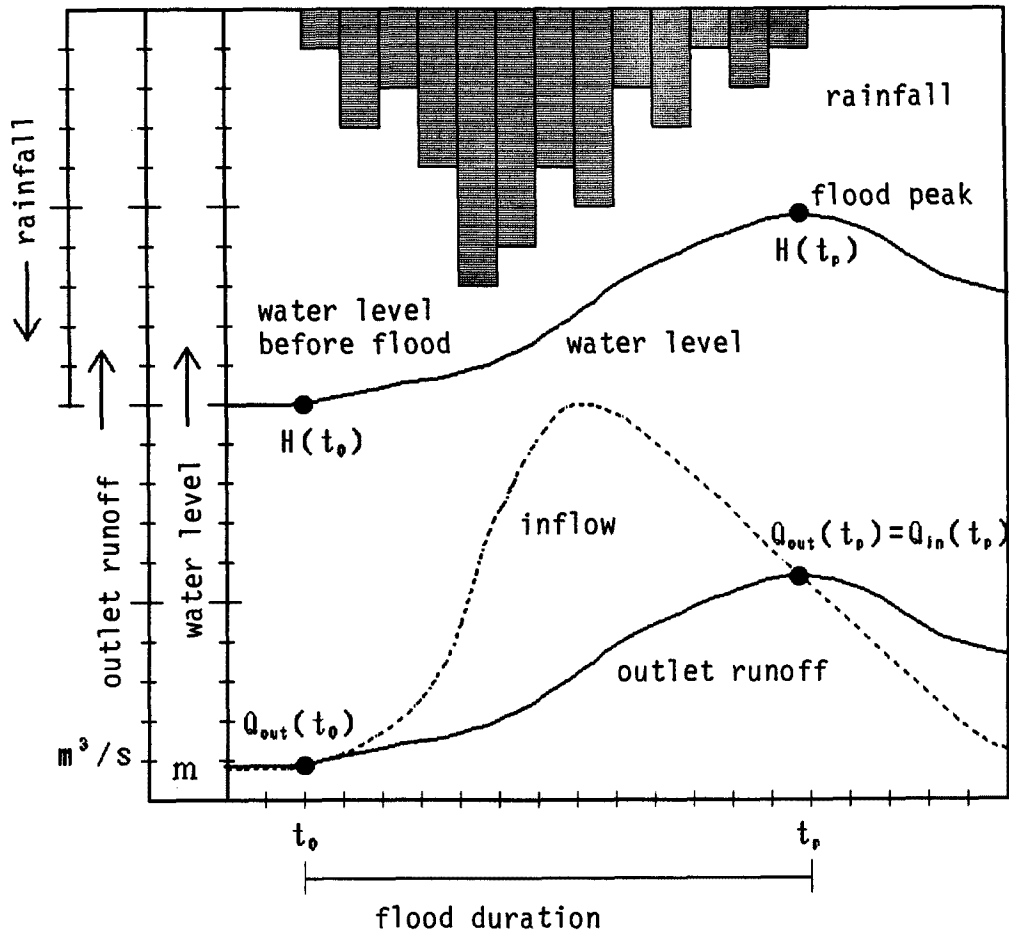


Fig. 6. Conceptual diagram among flood peak, outlet runoff and rainfall.

定

- STEP 3: 洪水継続期間 T_p の平均流出量 \bar{Q}_{out} の算定
- STEP 4: 琵琶湖の $H-V$ より, 洪水継続期間の増加貯水量 ΔV の算定
- STEP 5: 琵琶湖への総流入量 ΣQ_{in} の逆算
- STEP 6: 流出率 f の仮定
- STEP 7: 洪水継続期間の琵琶湖流域平均雨量 R' の算定
- STEP 8: 琵琶湖流域平均 30 日間降水量 R への変換
- STEP 9: 変換モデルの精度の検証

以下, 各 STEP についての詳細を述べる。

STEP 1: 洪水継続期間の設定

4 章でも述べたように, 歴史洪水資料から得られる迎水位は, 必ずしも水位がピークとなる 30 日前であるとは限らない。そこでここでは, 水位がピーク値をとったと考えられる日から約 20 ~ 40 日前の水位が得られた場合, これを迎水位であると考え, この迎水位が得られた日からピーク水位となった日までを洪水継続期間であるとする。

STEP 2: 瀬田川 $H-Q$ より, ピーク水位時の流出量 $Q_{out}(t_p)$ と迎水位初期流出量 $Q_{out}(t_0)$ の算定

琵琶湖からの流出が瀬田川のみであり、瀬田の洗堰がまだ設置されていなかった1903年以前の瀬田川の流出能力 Q は、鳥居川水位を H とすると

$$Q = 52.73(H + 0.94)^2 \quad [\text{単位: } Q; (\text{m}^3/\text{s}) \quad H; (\text{m})] \quad \dots\dots\dots (25)$$

であると考えられる⁴⁾⁵⁾。

よってピーク水位 H_p 、迎水位 H_0 を式(25) に代入することにより、それぞれ $Q_{out}(t_p)$ 、 $Q_{out}(t_0)$ が求められる。

STEP 3: 洪水継続期間 T_p の平均流出量 \bar{Q}_{out} の算定

洪水継続期間における総流出量を算定するためには、ピーク水位時の流出量と初期流出量から平均流出量を推定する必要がある。そこで平均流出量を

$$\bar{Q}_{out} = \frac{1}{m+n} \{m \cdot Q_{out}(t_p) + n \cdot Q_{out}(t_0)\} \quad \dots\dots\dots (26)$$

として、適切な m 、 n を定める。

次に m 、 n の算定方法について述べる。 m 、 n を算定するためには、歴史時代と瀬田川の流出能力が同一であると考えられ、ここでは毎日の流出量が測定されている1874(明治7)年～1902(明治35)年のうち、鳥居川水位が2 m、あるいはそれ以上となった5年間 (1896年には2度2 m以上となっているため6事例) の洪水時の流出測定から外挿する。Fig. 7 にピーク水位が2 m以上となった6事例の鳥居川水位を示す。この図からもわかるように1896年9月の洪水では他の事例と比較して水位がピーク値をとる数日前からの水位の上昇速度が著しく高く、明らかに他の洪水事例とは異なった水位の上昇傾向を示していることがわかる。これはこの年の9月7日に観測史上類をみない未曾有の大豪雨が発生したためである。この日1日の雨量は滋賀県の年間降水量の約3分の1に相当するといわれており、これは極めて特異な現象であったと考えられる。そのため m 、 n の算定のためには、この年9月の事例は除外し、代わりにピーク水位が1.96 mまで上昇した1889年の事例を加えることにより、 m 、 n を算定する。 m 、 n の値を種々定めたときの平均流出量の計算値と、実際の平均流出量とのRMSEをみると、

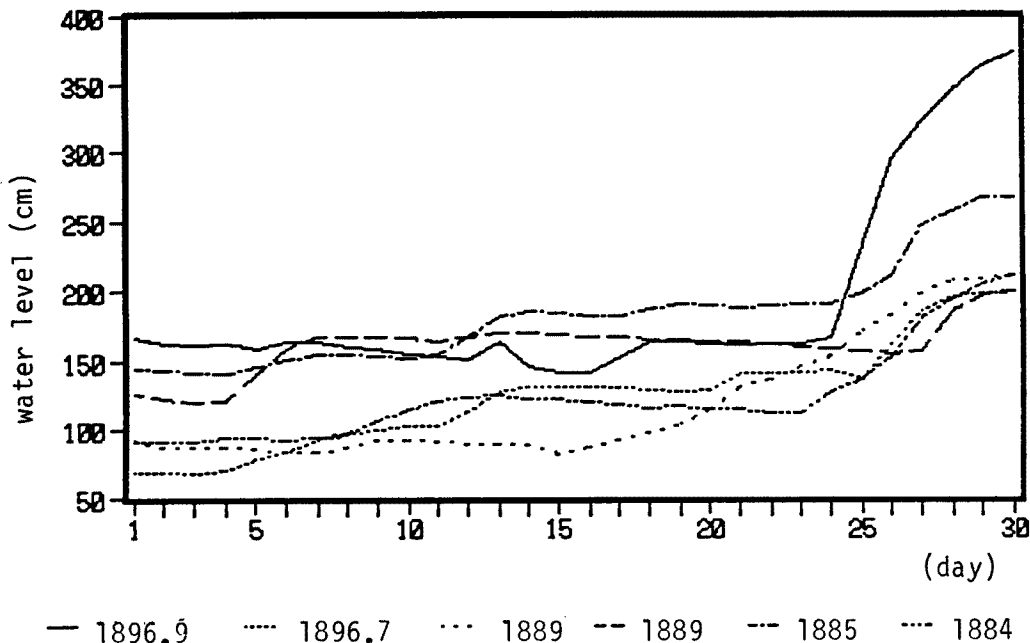


Fig. 7. Water level during thirty days in case which annual maximum water level is more than 2 m. (1874-1903)

$$m : n = 2 : 1 \dots\dots\dots (27)$$

とすると RMSE は最小となる。よってここでは式(27) を式(26) に代入したものを洪水継続期間における平均流出量であると考え。

STEP 4：琵琶湖の $H-V$ より、洪水継続期間の増加貯水量 ΔV の算定

江戸時代中期(1730年代)以降、琵琶湖の形状は大きくは変化していないと考えられる。そのため同時期以降、鳥居川水位 H と琵琶湖の増加貯水量 ΔV の関係は次のようになる。

$$\Delta V = V(H_p) - V(H_0) \dots\dots\dots (28)$$

ここに、 H_p はピーク水位、 H_0 は迎水位を表し、

$$V(H) = (23.5528 \cdot H^2 + 718.4236 \cdot H) \times 10^6 \text{ [単位： } V; (\text{m}^3)] \dots\dots\dots (29)$$

である⁴⁾⁵⁾。

STEP 5：琵琶湖への総流入量 ΣQ_{in} の逆算

STEP 3, STEP 4 より、洪水開始時(迎水位時)からピーク水位時までの琵琶湖における総流入量は、

$$\sum_{t=t_0}^{t_p} Q_{in} = \bar{Q}_{out} \times (t_p - t_0) + \Delta V \dots\dots\dots (30)$$

となる。ここに t_p 、 t_0 はそれぞれピーク水位時および洪水開始時(単位：秒)を表す。

STEP 6：流出率 f の仮定

琵琶湖における流域平均降水量と湖への流入量の関係は流出率によって定められるとする。したがって降水量を推定するには流出率をどの程度とするかが問題となる。しかし洪水時の流出率は、降水規模、降水期間、降水の地域・時間分布、季節等により変化するものであり、これを正確に推定することはきわめて難しい。

そこで本研究は、30日間年最大流域平均降水量と琵琶湖からの流出量および鳥居川水位のすべてのデータが得られる1912年から1980年までと、降水量には若干の不完全さがあるものの他のデータが得られる1896年から1911年の合計83年間(1897年は降水量不明、1903年は洗堰工事施工中のため流出量不明)のうち、30日間流域平均降水量が500mmを越えた場合について琵琶湖流入量と降水量から流出率をそれぞれ計算し(後述の式(32)より)、その平均値をもって歴史時代における流出率であったと考える。ここで30日間流域平均降水量が500mmを越えた場合のみを参考にするのは、流出率は降水規模によって大きく影響を受けるものであると共に、歴史時代で再現すべき降水量は洪水時のものであるため、30日間流域平均降水量が相当大きな値をとるものから計算する必要がある。また一方では、30日間降水量のしきい値をこれ以上大きくとるとデータ数が極めて少なくなるため一般性が損なわれる危険が存在するからである。(水位のしきい値2.0mと総降水量のしきい値500mmは、流出率を介して概ね符合しているといえる。)

上述の手法により、それぞれの年度における流出率を計算した平均値から流出率を

$$f = 0.653 \dots\dots\dots (31)$$

であると仮定する。

STEP 7：洪水継続期間の琵琶湖流域平均雨量 R' の算定

流域平均降水量 R' と流入量 ΣQ_{in} の関係は次式のようなになる。

$$R' = \frac{\Sigma Q_{in} \times 10^{-3}}{3170 \cdot f + 680} \text{ [単位： } R'; (\text{mm})] \dots\dots\dots (32)$$

ここに、3170(km²)とは琵琶湖流域のうちの湖面積を除いた部分であり、680(km²)とは琵琶湖湖面積である。

STEP 8：琵琶湖流域平均30日間降水量 R への変換

STEP 1～STEP 7により、洪水継続期間の降水量は推定可能である。しかし歴史時代の洪水情報を扱

う際には入手可能な迎水位の値が必ずしもピーク水位となる日の30日前とは限らない。これが1日程度のずれであれば誤差と考えると差し支えないと思われるが、35日前あるいは40日前であったり、あるいは20日前という場合もある（詳細は次章で述べる）。そのため洪水継続期間を30日としたとき、とるであろう降水量に変換する必要がある。

この変換を行うにあたっては、本来、季節による降雨特性その他様々な要因を考慮する必要があるが、ここでは極めて情報量の少ない歴史時代の降水量を推定するため、最も普遍性のある手法を用いるのが望ましい。

そこで近年時代のデータ（現在の治水計画はこれをベースとして行われている）から、各期間毎の確率分布モデル（ここではGumbel分布）のパラメータを求め、これを基に得られた降水量の再現期間を算定する。そしてこれと同じ再現期間となる30日間降水量をもって、流域平均30日間降水量であると考え

る。以上の手法により、各期間の年最大流域平均降水量のデータが得られている1912年～1980年のうち、30日間年最大流域平均降水量が500mmを越えた場合について（500mmを越えた場合とした理由はSTEP6と同様）、20日間、35日間、40日間年最大流域平均降水量をそれぞれ30日間降水量に変換し、実際の測定値と比較してみると、

- ① 20日間年最大流域平均降水量を変換した場合
相関係数が0.899, RMSEが55.3
- ② 35日間年最大流域平均降水量を変換した場合
相関係数が0.861, RMSEが17.0
- ③ 40日間年最大流域平均降水量を変換した場合
相関係数が0.823, RMSEが19.4

となる。このことから35日間、40日間降水量を変換した場合には、相関係数には若干問題があるものの、かなりの精度で変換できているといえる。一方20日間降水量を変換したものはかなり精度が落ちるが、本研究では相当値の大きな降水を扱う場合を想定しているため、辛うじて許容範囲に入るのはないかと思われる。

STEP 9: 変換モデルの精度の検証

これまでのSTEPにより、歴史時代のピーク水位および迎水位のデータから、30日間流域平均降水量を推定する手順について述べたが、この手法によりどの程度正確に降水量が再現できているかを検証する必要がある。

この検証を行うにあたっては、流域平均降水量と琵琶湖の水位（鳥居川水位）両方のデータが必要であるが、流域平均降水量が正確に測定されているのは1912年以降であり、この時には既に瀬田川に洗堰が設置されているため、歴史時代と同一の条件で考察したものであるとはいえない。そこで洗堰等が存在しない明治初期以前と同一の流出条件であったとして、鳥居川水位を換算したものが文献4)によって求められており（詳細は次節で述べる）、この換算水位から流域平均降水量を計算したものと、実測値の比較を行う。ここでもSTEP 6, STEP 8と同様の理由により、30日間最大流域平均雨量が500mmを越えた場合のみを対象とする。

計算の結果をFig. 8に示す。この図は横軸に実測値、

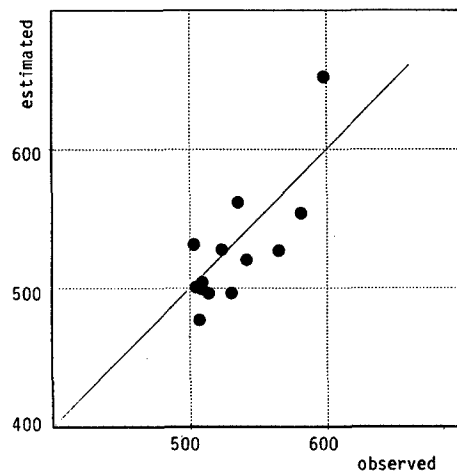


Fig. 8. Comparison between estimated and observed values in maximum annual 30-days rainfall.

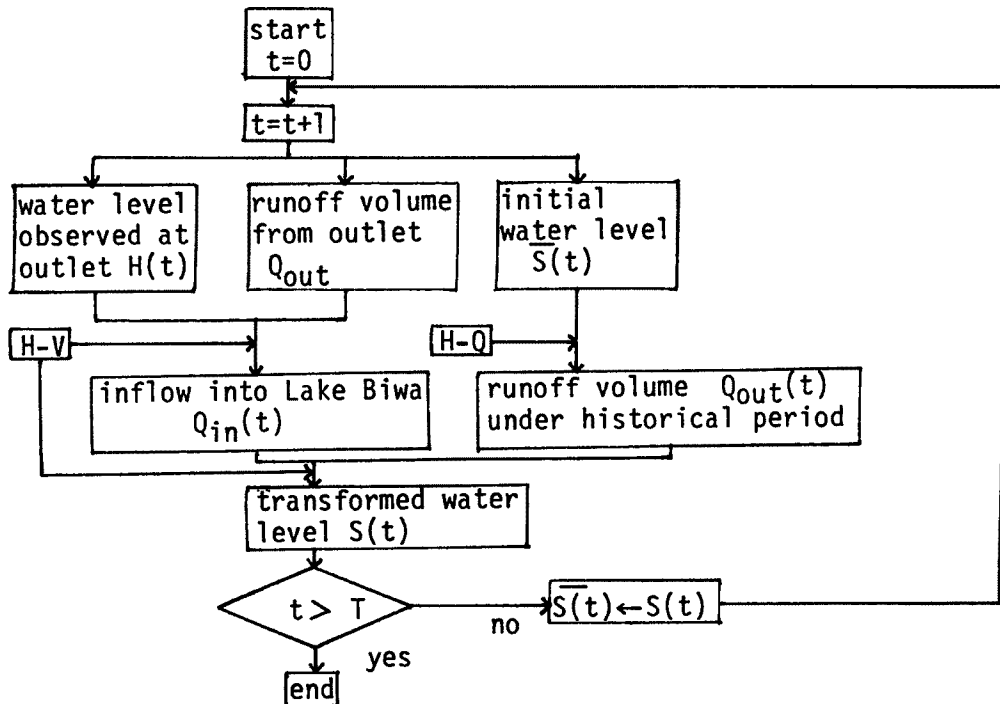


Fig. 9. Flowchart for transforming the water level of systematic data into the equivalent value with no weir.

縦軸に計算値をとったものであり、実測値と計算値のRMSEは、27.01となった。このことから、文献⁴⁾の換算水位の信頼性や近年期間のデータだけでは突出した洪水記録が存在しない等、多少の問題をはらんでいるものの、かなりよい精度で流域平均降水量の換算がなされているといってもよいのではないかと思われる。

5.2 ピーク水位データの換算

近年時代の水文データ（ここではピーク水位）に歴史時代のデータを加味するためには、それぞれ同一の条件に置きなおして考える必要がある。すなわち湖水位が、流入—貯留—流出の連続関係から定まるので、少なくとも唯一の流出口である瀬田川の疎通能力の違いをとり除く必要がある。明治時代初期以前には、瀬田川洗堰等は存在していないので、近年時代の湖水位の変化は、歴史洪水が生起したときと同一の条件下で湖水位に換算して考える必要がある。Fig. 9は、この換算手法をフローチャートに示したものである。またこの手法により、1912年から1980年までの各年毎の年最大降水時における湖水位のピーク値を換算したものがFig. 10である。

6. 琵琶湖流域での確率モデルへの適用

第2章から第5章まででは、琵琶湖における水文統計量がしたがうであろうと考えられる確率分布モデルを想定し、このパラメータおよび再現期間（あるいはこの再現期間に相当する確率水文量）の算定に歴史洪水資料を加味するための確率モデルを提示するとともに、琵琶湖流域に適用するためのデータの取り扱いについて述べた。そこで本章では30日間年最大流域平均降水量と年最大湖水位（鳥居川水位）を、

Table 1. Estimated 30-days rainfall during historical period II

year	flood duration (day)	water level before flood (m)	flood peak (m)	estimated 30- days rainfall (mm)
1868	35	1.32	3.33	1071.8
1860	30	1.95	2.74	736.0
1858	40	1.62	2.67	886.4
1850	20	1.92	2.49	589.3
1848	21	1.58	2.49	658.8
1836	30	2.44	3.10	849.0
1835	21	1.92	2.58	630.0
1807	20	1.07	2.80	911.9
1789	—	1.72	2.67	731.1
1742	—	1.72	2.97	860.9
1736	—	1.72	3.25	986.1

第4章・第5章で得られたデータを第3章で示したモデルに適用して、確率モデルのパラメータ $\alpha \cdot \mu$ と再現期間200年に相当する水文量 $Q(200)$ を、近年期間(1912年～1980年)のみから算定したものを、歴史時代Iと想定した時代(1874年以降)のデータまでを加味したもの、歴史時代IIと想定した時代(1735年以降)のデータまでを加味したもの、それぞれについて算定し、これらを比較検討する。

Table 2. Estimated 30-days rainfall during historical period I

year	water level before flood (m)	flood peak (m)	estimated 30- days rainfall (mm)
1903	0.52	1.79	547.5
1896	1.66	3.73	993.3
1895	0.87	2.10	596.0
1890	1.20	1.96	513.2
1889	1.26	2.00	522.6
1885	1.44	2.68	739.6
1884	0.71	2.12	633.9

6.1 30日間年最大流域平均降水量

第4章で得た歴史洪水資料から、歴史時代II期間中洪水規模が特に大きかったであろうと考えられる8例(1868年・1860年・1858年・1836年・1807年・1789年・1742年・1736年)のうち、1789年・1742年・1736年の3例を除いた5例は文献(4, 5)より、洪水時の水位ピーク値と迎水位さらにはこのあいだの期間がおおよそ推定できる。また1789年・1742年・1736年の3例については迎水位の推定は難しいがピーク水位は推定可能である。このほか1850年・1848年・1835年の3洪水については、これらが歴史時代II期間中必ずしも特に大きな洪水であったとはいえないものの、洪水時の水位のピーク値と迎水位さらにはこのあいだの期間まで推定可能であり、しきい値以下ではあるが最尤法 Casel・最尤法 Case 2 モデルには適用可能である。

以上11の洪水について、前章で述べた手順にしたがって迎水位とピーク水位から30日間流域平均降水量を推定した結果をTable 1に示す。ここで1789年・1742年・1736年の3例については迎水位の推定は難しく、本来迎水位のデータが存在しなければ降水量への換算は不可能であるが、この時代の平均的な湖水位および他の洪水時の迎水位の平均などを考慮して、迎水位を1.72 m であるとして降水量の推定計算を行った。

また歴史時代I期間では、種々の水文資料および第5章の手法(第5章の各STEPにおいて瀬田川流出量など水文資料が存在する場合はその資料を優先する)により、30日間年最大流域平均雨量が500 mm を越えている年が8例あると考えられ、この結果をTable 2に示す。

これらの結果と近年時代の定量データから、第3章で提示した最尤法 Casel～Case 3 (ただし Case 2

Table 3. Estimated design rainfall

period	model	parameter μ	parameter α	design rainfall Q (200) (mm)	design rainfall Q (100) (mm)
1912~ 1980	MLE	330.90	0.01120	803.91	741.77
	PWM	333.91	0.01239	761.44	705.28
1874 ~ 1980	MLE 1	335.58	0.01053	838.51	772.44
	LE 2-1	335.50	0.01055	837.55	771.60
	MLE 2-2	335.29	0.01060	834.92	769.30
	MLE 3	335.05	0.01075	827.78	763.05
	PWM	336.37	0.01037	847.29	780.17
1735 ~ 1980	MLE 1	347.48	0.00902	934.67	857.54
	MLE 2-1	347.34	0.00916	925.51	849.56
	MLE 2-2	347.23	0.00918	924.02	848.25
	MEL 2-3	346.86	0.00938	911.49	837.32
	MLE 3	347.73	0.00943	909.19	835.44
	PWM	333.37	0.00907	917.16	840.47

MLE: maximum likelihood method

PWM: moment method

には3種類あり、幅のとり方は第3章と同様) および積率法モデルそれぞれにより、パラメータ α , μ および再現期間200年に相当する30日間年最大流域平均降水量 $Q(200)$ (以後計画降水量という) について、算定した結果を **Table 3** に示す (参考のため $Q(100)$ も示す)。

この結果いずれのモデルを用いても近年時代の定量データのみを用いたものよりも、歴史時代I、歴史時代IIと歴史時代のデータ数を増やすにともない計画降水量が大きくなっていることがわかる。またパラメータについてみると平均値との相関の大きい μ についてはあまり変化しておらず、分散や標準偏差との相関の大きい α の値が歴史時代のデータを増やすにともない減少していることがわかる。また各モデルの結果を比較すると最尤法モデルではいずれのCaseでも大きな違いはないが、値そのものを与えるCase1での計画降水量が最も大きく、幅(誤差)を認めるモデルでも幅の小さいモデルほど計画降水量が大きくなり、しきい値を越えているか越えていないかの情報のみを与えてるCase3では計画降水量が最も小さくなっている。以上の結果から判断して歴史時代、特に歴史時代IIでは、しきい値を越える頻度は近年時代と比較して、多いとはいえあまり顕著なものではないだろうといえるが、しきい値を越えた際の値が非常に大きいといえる。すなわち近年期間中では歴史時代と比べても、際立って降水量の多かった年は存在しなかったといえる。

6.2 年最大湖水位

第4章で得られた **Fig. 4** より、歴史時代IIにおいて洪水時のピーク水位がしきい値2.5 mを越えたと思われる年が11年存在する。また歴史時代I期間中ピーク水位が約2 m以上(実際にはしきい値を1.96 mとしている)となる年は6年存在する(1903年の洗堰設置以後は換算水位を計算したがピーク水位が約2 m以上となる年は存在しなかった)。これと第5章で得られた換算水位 (**Fig. 10**) からパラメータ α , μ および計画水位について算定した結果が **Table 4** である。またここでは最尤法Case2モデルの幅を、

Case 2-1: 歴史時代I 0.2 m, 歴史時代II 0.4 m

Case 2-2: 歴史時代I 0.4 m, 歴史時代II 0.4 m

Case 2-3: 歴史時代I 0.4 m, 歴史時代II 0.8 m

としている。

結果をみると、降水量について算定したものとほぼ同様の傾向を示すが、降水量の場合と比較して、パ

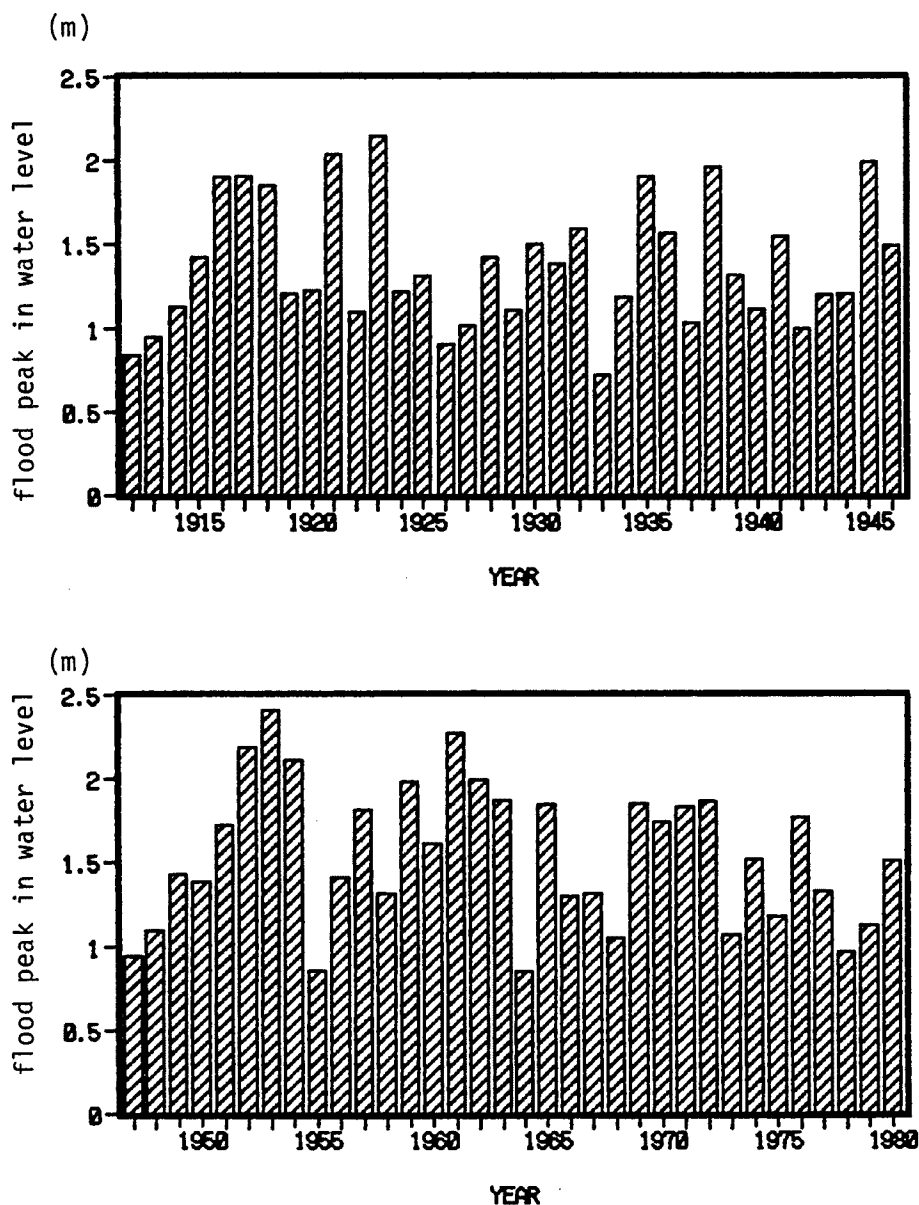


Fig. 10. Transformed flood peaks in systematic period. (1912-1980)

ラメータ α , μ , 計画水位 (再現期間 200 年に相当する水位) とともに, 歴史時代 I のデータを加味しても近年時代のデータのみから算定したものとは大きな違いはなく, 歴史時代 II のデータを加味した時の値の変化についても降水量の場合と比べると若干少なめであるようにも思われる。ただし降水量の場合と同様に, 歴史時代 I, 歴史時代 II と歴史時代のデータ数を増やすにともない計画水位が大きくなっている傾向は明らかにみてとれる。また各モデルの結果を比較すると, いずれのモデルを用いても結果はほとんど同じであり, 最尤法 Case 2 を用い幅を大きめにとる場合が, 最も計画水位が小さくなる。これは歴史時代のデータの信頼性を低くみるモデルのため, 近年時代のデータの影響が相対的に大きくなるからであろうと考えられる。また最尤法 Case 3 モデルの結果と Case1 モデルの結果に大差がないことから, 水位をみる限りにおいては, 歴史時代 (特に歴史時代 II) では洪水頻度がやや高く, それと呼応する形で洪水規模も

Table 4. Estimated design water-level

period	model	parameter μ	parameter α	design waterlevel H (200) (m)	design waterlevel H (100) (m)
1912~ 1980	MLE	1.2520	2.9310	3.0588	2.8214
	PWM	1.2621	3.1549	2.9407	2.7202
1874 ~ 1980	MLE 1	1.2638	2.8173	3.1429	2.8960
	MLE 2-1	1.2620	2.8305	3.1335	2.8877
	MLE 2-2	1.2609	2.8660	3.1078	2.8650
	MLE 3-3	1.2625	2.8535	3.1183	2.8745
	PWM	1.2577	2.7517	3.1817	2.9288
1735 ~ 1980	MLE 1	1.2998	2.5222	3.3985	3.1226
	MLE 2-1	1.2974	2.6136	3.3236	3.0574
	MLE 2-2	1.2963	2.6318	3.3085	3.0442
	MLE 2-3	1.2916	2.7748	3.2000	2.9492
	MLE 3	1.2853	2.6143	3.3109	3.0448
	PWM	1.2847	2.5127	3.3922	3.1153

MLE: maximum likelihood method
PWM: moment method

大きかったのではないかと考えられる結果が得られたといえる。

6.3 結果からみた考察

以上をまとめると、歴史時代では、古文書によるデータを信頼し、近年の降水量等、水文現象の確率分布と同一の母集団であると考えられるならば、計画降水量からみても計画水位からみても、歴史時代のデータを加えることにより若干値が増加することがわかる。

本研究では、歴史時代のデータが近年時代のデータと同一の確率母集団でないという仮定のもとでは理論を展開していないので、これ以上のことはいえないが、江戸時代後期（19世紀）には、天明・天保の大飢饉などこれがすべて気象（すなわち降水量の多寡）が原因ではないにしろ、かなり気象状態が現在とは異なっていたと考えられなくもない。また将来においても地球温暖化など、現在とは気候分布が変化するのではないかと考え方があがる。そしてそれが事実であれば現在よりも降雨特性が大きき値をとる側へ移行するのか、あるいはその逆であるのかは現在のところわからない。しかし平均気温が上昇すれば常識的に考えても雨の降り方の分散は大きくなると想定する方が自然であり、より安全側で考えるならば、近年期間の定量データのみから算定されている現在の治水計画で果して十分であるかどうかには若干の疑問が存在するのではないかと考えられる。いずれにしてもこうした問題に対処していくためには、非定常過程の水文学評価を今後鋭意研究していくことが必要であろう。

6.4 結果の信頼性についての検証

以上、30日間年最大流域平均降水量および年最大水位について、歴史時代のデータを加味した際の確率水文学とそれぞれの確率分布の持つパラメータの算定を行ったが、最後にここで得られた値が近年データのみから得られた値に対してどの程度信頼性が高まっているかについて検討した。その方法は第3章で行ったシミュレーションと同様の数値実験を行い、RMSEと算術平均値を算定する。この算定されたRMSEと算術平均値から、式(19)、(20)を用いて、平均値と標準偏差を算定し、この平均値と標準偏差をもつ正規分布を仮定して、90%信頼区間を算定するというものである。

それによれば、計画降水量も計画水位も同様の結果を示し、いずれの確率分布モデルを用いて計算しても、歴史時代のデータを加えることにより90%信頼区間幅は確実に減少して行くことがわかる。また最

尤法モデルではいずれの Case でも結果に大きな違いはみられないが、Case 2 では、データの幅（許容誤差）を小さくとしている Case 2-1 では、Case 1 と同様に良好な結果を示しているのに対し、データの幅（許容誤差）を大きくしている Case 2-3 等では、推定量の偏りが大きくなり、しかも真値より小さい値に偏っている。また積率法モデルは最尤法モデルに比べるとわずかに精度が劣ることがわかる。しかし歴史時代Ⅱのデータまでを加味すると最尤法モデルとの精度の違いはほとんど見られなくなる。最尤法モデルの Case 毎の比較を詳細に行うと、最尤法 Case 1 モデルでは、偏り、90% 信頼区間幅共に小さくなっている。最尤法 Case 2 モデルでは90% 信頼区間幅は最尤法 Case 1 モデルとほぼ同じであるが、偏りがでていることがわかる。一方最尤法 Case 3 モデルを用いると偏りは最尤法 Case 1 モデルよりもさらに小さいが90% 信頼区間幅がやや大きくなっていることがわかる。

以上の結果より、古文書によるデータを信頼し、近年の降水量等、水文現象の確率分布と同一の母集団であると考えるかぎり、歴史時代のデータ数を増やすことによって推定精度は確実に向上することが確認できた。また最尤法モデルを用いるといずれの Case を用いても大きな違いは見られないが、やはり最尤法 Case 1 を用いることが可能であるならば最も好ましいといえる。Case 2 と Case 3 は一長一短でありどちらがよいとは断定できない。ただし Case 2 が有効となるのは Case 2-1 のようにデータの幅（許容誤差）が小さい場合に限られることがわかる。また積率法モデルは計算が極めて容易であることを除くと、使用法が限定されるなどいずれの観点からみても最尤法モデルよりは不利であるといえる。

7. 結 語

本研究によって得られた結果を総括すると以上ようになる。

- 1) 歴史時代のデータを加味することにより、最尤法モデルの数種類の使用法 (Case) と積率法モデルについて、パラメータあるいは確率水文学量の推定精度がどの程度向上するのかを示したが、いずれのモデルを用いても標本数の増大にともない推定精度は確実に向上すること、最尤法モデルを用いる際には、いずれの Case を想定しても結果に大きな違いがみられないことがわかった。しかし同時に、積率法モデルは最尤法モデルよりも精度が劣り、歴史時代のデータを加味する際、しきい値があまり高いと使用できない等かなり限定的にしか使用できないこともわかった。さらに最尤法モデルの各 Case について詳細にみると、歴史時代においてもしきい値を越えるものについては値既知とした Case 1 を用いる場合と比較して、歴史時代のデータにはある幅（の誤差）を認める Case 2 を用いると、多少推定値の偏りが大きくなる。一方歴史時代のデータはしきい値を越えるか否か、という扱いをする Case 3 を用いると推定値の偏りは非常に小さくなるが、若干ばらつきがでることもわかった。
- 2) 古文書などから読み取れる歴史洪水資料の一部を紹介し、これによって得られるデータを確率モデルに適用するため、近年の定量データと同一の条件に換算する手法の提示を行った。ここで示した手法は、少なくとも近年のデータを用いて逆算する限りにおいてはかなりよい精度で、必要な水文学量の再現が可能であることがわかった。しかし近年では極めて規模の大きな洪水が存在しないことや、現段階では歴史時代Ⅱに相当する時代の情報量がまだまだ少ないことや、情報そのものの精度がどの程度のものなのか若干の問題がある。ただし歴史時代の中でも比較的情報量が多く、その信頼性も高い歴史時代Ⅰのデータを加味するだけでも、その効果は出ており、今後さらに古文書等の情報の増加にともなっただけでかなりの効果が期待できると思われる。
- 3) 歴史時代のデータを増加させるにともない、降水量についても琵琶湖の（洗堰等がなかった明治初期以前と同一条件に換算した際の）ピーク水位についてもほぼ同様な結果が得られ、確率水文学量が大きくなっていることがわかった。この傾向は降水量の方にわずかに大きく出ているようにも思われるが、その差はほとんどない。

今後この研究を生かすためには、第1に歴史時代Ⅱ期間中の情報量の増加とその信頼性の向上が必要である（情報量の増加によって信頼性は向上すると思われる）。そして本研究の前提である歴史時代の標本もまた同一の確率母集団から発生したものであるとの仮定の裏付けと、その仮定がどの程度まで時代を遡れるのか、あるいは将来もまた成り立つのか、について今後の成果を期待するものである。

最後に近畿地建琵琶湖工事事務所には、歴史洪水資料に関連する調査報告書をお見せいただき、ここに厚くお礼申し上げる次第である。

参 考 文 献

- 1) 亀田弘行・池淵周一・春名 攻：新体系土木工学2 確率・統計解析, pp.72-83.
- 2) J. Stedinger, R. Surani and R. Therivel: MAX USER GUIDE, Department of Environmental Engineering Cornell University Ithaca, NY 14853-3501, April 8, 1988.
- 3) 寶 馨：水資源システムにおける確率論的モデルと手法の評価に関する研究, 京都大学学位論文, pp.33-60.
- 4) 近畿地方建設局琵琶湖工事事務所・水資源開発公団関西支社：琵琶湖の歴史洪水と洪水確率検討業務調査報告書, 昭和62年3月
- 5) 近畿地方建設局琵琶湖工事事務所・水資源開発公団関西支社：琵琶湖の歴史洪水と洪水確率検討業務調査報告書, 昭和61年3月