

## 水平力を受ける群杭基礎に関する3次元有限要素解析

木村 亮・八嶋 厚・柴田 徹

### THREE DIMENSIONAL FINITE ELEMENT METHOD ON LATERALLY LOADED PILE FOUNDATION

By *Makoto* KIMURA, *Atsushi* YASHIMA and *Toru* SHIBATA

#### Synopsis

In this study, an analysis of the behavior of piles subjected to lateral loads is carried out by a three-dimensional elasto-plastic finite element method (GPIL-3D). The installed piles are treated as high rigidity columns in this analysis. Furthermore, since the three-dimensional model requires much CPU time and memory, the conjugate gradient method is introduced to solve the equations. In order to check the validity of this analysis, field measurement data of laterally loaded tests on prototype single piles is used. The single piles are installed in a laminated ground by a cast-in-place reinforced concrete pile, 25 m in length and 1.2 m in diameter. The following two kinds of prototype tests are analyzed: 1) free-headed single pile and 2) fixed-headed single pile. As a result, the proposed numerical method has been found to be capable of estimating the behavior of laterally loaded piles.

#### 1. はじめに

構造物の支持杭の設計には、杭の水平抵抗に対する考え方が重要なポイントになるが、杭の静的な水平抵抗の挙動を解明するためには、地盤と杭の相互作用により、杭が地盤から受ける地盤反力、杭周辺地盤の応力分布と弾性・塑性域、地盤と杭の変形状態とその非線形性等を、解析的に解明する必要がある。

本研究では、地盤定数が一定や、深さ方向に比例するといった単純な地盤だけではなく、任意の地盤定数の分布を持つ地盤に対して、上記のポイントが考慮できる解析法の確立を図るために、共役傾斜法によって記憶容量と演算量の縮小化を図った、弾塑性3次元有限要素法 (GPIL-3D: Ground Pile Interaction of Laterally Loading Effect in 3 Dimensional) を開発し、実大場所打ちコンクリート単杭の載荷試験<sup>1)2)</sup>を解析した。

#### 2. 解析手法の概要

##### 2.1 3次元弾塑性有限要素モデル(GPIL-3D)の概要

水平力を受ける杭の問題を有限要素法において解析する場合、2次元モデルでは杭を矢板のような板状基礎として扱わざるを得ず、解析断面奥行き方向の杭と地盤の相互作用を考慮できない。また3次元モデルでは、計算時間および記憶容量などの量的制約を受ける。そこで筆者らは、杭をはり要素で表し、地盤と構造物を水平方向に切ったパネルを考え、このパネルを水平の2次元平面ひずみモデルと仮定すると

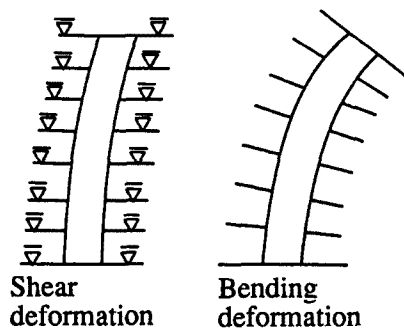


Fig. 1. Bending and shear deformation of piles.

もに、各パネル間を、水平2方向のせん断バネで連結することにより、深さ方向に荷重の伝達が行われる。擬似3次元有限要素法 (GPiLE) を開発した<sup>3)</sup>。さらに群杭の水平抵抗に対する解析を行い、室内での模型実験結果を定量的に説明できることを示した<sup>3)</sup>。しかし、GPiLEによる杭の変形パターンは、Fig. 1に示すように鉛直方向の自由度を持たないために、曲げ変形は考慮できず、せん断変形のみが可能となり、実際の杭の変形よりも水平変位を過小評価する。そこで、実際の杭の変形パターンを表現するためには、どうしても3次元解析が必要となる。しかし、純粋な3次元解析では記憶容量と計算時間が膨大となる。

そこで、新しく開発した3次元有限要素法では、反復法的一种であり、連立方程式を解くにあたり非ゼロ要素のみ計算する共役傾斜法を用いて、記憶容量と演算量の縮小化を図った。共役傾斜法は以下の(1)式の解  $x$  が、(2)式の関数の最小点を与えることを基本としている<sup>4)</sup>。

$$Ax=b \dots\dots\dots (1)$$

$$f(x)=\frac{1}{2}(x, Ax)-(x, b) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $A$  は  $n$  行  $n$  列の対称かつ正底値行列で、 $(a, b)$  は  $a$  と  $b$  の内積を表す。すなわち、 $f'(x)=0$  と  $Ax=b$  は同値であり、 $f'(x)=0$  を逐次で解くことを考える。

いまベクトル  $P_i$  が  $A$  に関して直交系 (線形独立) をなすとすると、共役傾斜法では、以下のようなアルゴリズムで近似解  $x$  を求めることができる。

- (1)  $x_0$  を任意の初期ベクトルとする。

$$r_0=b-Ax_0 \quad P_0=r_0 \dots\dots\dots (3)$$

- (2)  $k=0, 1, 2, \dots$  について以下の反復計算を行う。

$$\alpha_k = \frac{(P_k, r_k)}{(P_k, AP_k)}$$

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k P_k$$

$$r_{k+1} = b - A(x_k + \alpha_k P_k) = b - Ax_k - \alpha_k AP_k = r_k - \alpha_k AP_k \dots\dots\dots (4)$$

$$\beta_k = \frac{(r_{k+1}, AP_k)}{(P_k, AP_k)}$$

$$P_{k+1} = x_{k+1} + \beta_k P_k$$

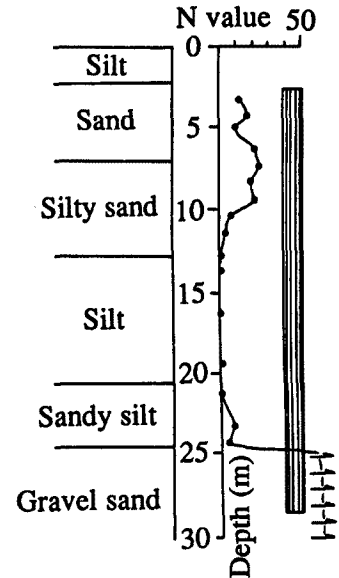
この反復は、 $P_k=0$  となるまで繰り返すが、 $P_k=0$  とは、 $x_k$  が厳密解になっていることを示す。理論的には  $n$  回まで反復すれば、必ず  $P_n=0$  となるが、具体的には、ある許容誤差を定めて収束判定を行う。

また本解析は、弾塑性解析であり、塑性構成式は Drucker・Prager の破壊基準を降伏関数とし、Associated flow rule を適用して求まるものとした。ここで、Associated flow rule を適用しているために、塑性化した後、地盤はせん断変形により常に体積増加するものと仮定していることに注意する必要がある。また、杭要素はビーム要素ではなく、弾性係数の大きい要素を用いている。さらに、水平力を受ける杭の周辺地盤には、過大な引張り領域が生じる。本解析では、ある一定の引張り応力が生じる要素の弾性定数をゼロに近い値に低下させることで、それより大きな引張り応力を発生させない No-tension 解析<sup>5)</sup>を行っている。

2.2 実大水平載荷実験と解析モデル

本研究の解析対象は、道路公団が実施した、実大群杭基礎の中の2本を用いた、杭頭自由と杭頭固定の単杭の水平載荷試験である<sup>1)2)</sup>。Fig. 2に試験位置の土質条件を示す。地質は図に示すように、上層は砂層であり、深度10 mから25 mまではシルト層でN値はほとんどゼロに等しい。深度25 m以深は洪積砂礫層でこれを支持層としている。試験杭は杭長が25 m、杭径1.2 mの場所打ち鉄筋コンクリート杭である(杭の弾性係数  $E_p = 2.95 \times 10^6$  tf/m<sup>2</sup>, ポアソン比  $\nu = 0.2$ )。本実験は、杭頭固定度の影響を検討するために、Fig. 3に示すように、杭頭固定と杭頭自由杭を、PC鋼棒と油圧ジャッキを用いて互いに引き合った。また、杭頭固定杭では杭頭に仮のフーチング(1.8 × 4.5 × 1.75 m)を施し、後方の杭を利用して、試験中、フーチングの傾斜角がどの荷重段階でもゼロになるように鉛直反力用ジャッキを操作した。なお、フーチング底面については、地盤との摩擦抵抗を低減するため、フーチングの下に発泡スチロール(厚さ5 cm)と敷板をひいた。載荷は4サイクル時間制御方式とし、最大荷重は64 tfである。

載荷試験をモデル化した有限メッシュをFig. 4に示す。ここでメッシュは25 × 25 × 25 mの立方体を対象とし、左右対称でその半分だけを取り上げた。円形断面の杭は、モデル化に際しては正八面体の杭と仮定し、水平力は杭中心部に集中荷重として作用させた。深さ方向を10層に分割し、第1層は地表面より上の部分を示し、ダミー要素として弾性係数を極端に下げている。境界条件は、底面の節点は全方向固定、対称面(x-z面)はy方向固定、その他の節点は全方向自由とした。本解析の節点数は1320、要素数は980である。従来の擬似3次元FEM(GPILE)、3次元FEM(バンドマトリックス法)、3次元FEM(共役傾斜法)それぞれの解法(倍精度)における全体剛性マトリックスの記憶容



Cast-in-place reinforcement concrete pile, Overall casing method, Pile length = 25 m, Pile diameter (d) = 1.2 m

Fig. 2. Distribution of N value for prototype field test and details of test pile.

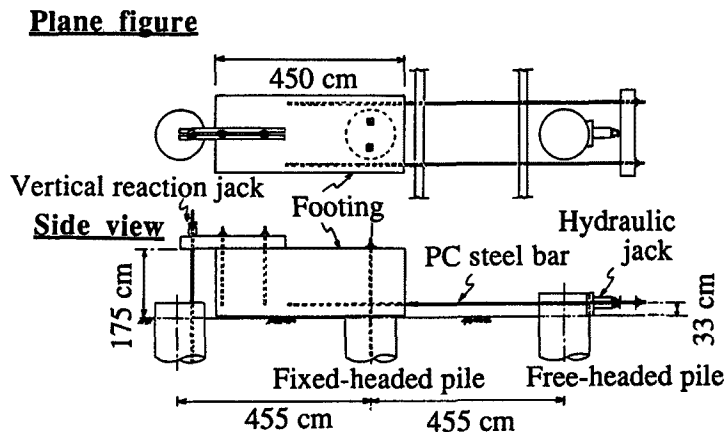


Fig. 3. Apparatus of single pile tests (the free-headed pile and the fixed-headed pile were pulled together with a PC steel bar and a hydraulic jack.).

量を比較すると、4.01 M バイト、10.16 M バイト、2.00 M バイトとなり、共役傾斜法を用いた本解析手法の有効性が理解できる。

2.3 地盤定数の決定

载荷試験をシミュレートするためには、地盤定数を決定する必要がある。この **GPILE-3D** による解析では、地盤を弾塑性体と仮定しているため、必要な地盤定数は、弾性領域では土の弾性係数  $E_s$  とポアソン比  $\nu$ 、塑性領域では単位体積重量  $\gamma$ 、静止土圧係数  $K_0$ 、土の粘着力  $c$ 、土の内部摩擦角  $\phi$  である。地盤の情報としては、 $N$  値（標準貫入試験の落下回数）が主であるため、ここでは  $N$  値から弾性係数  $E_s$  を推定した。

筆者らは、Randolph の解法 (**PIGLET**)<sup>6)</sup> を用いて地盤定数の決定に関し、135 例の単杭の実大水平载荷試験の結果を用いた検討を加え、実大単杭の载荷試験の解析を行った<sup>7)</sup>。その結果、平均  $N$  値と地盤の種類だけの情報から、**PIGLET** で実大単杭の杭頭水平変位を推定するためには、砂質地盤 (S 型地盤, Fig. 5 参照) に対しては  $E_s = 280 N (tf/m^2)$ 、粘性地盤 (C 型地盤) に対しては  $E_s = 200 N (tf/m^2)$  を適用すればよいという結果を得ている。そこで、地盤を深さ方向に分割し、上部砂質地盤には、 $E_s = 280 N (tf/m^2)$  を、粘性地盤に対しては  $E_s = 200 N (tf/m^2)$  を適用し、地盤定数を決定した。ただし、本地盤定数決定法は S 型地盤の場合、平均  $N$  値だけが与えられている地盤に対して、地表面の弾性係数をゼロとして杭頭水平変位量を推定するもので、本研究のように地盤定数の分布形状をも併せて考慮できる場合は、弾性係数を大きめに見積っている可能性がある。

粘着力に関しては砂質地盤ではゼロとし、粘性地盤では日本の沖積粘土地盤で実績のある、 $C_u/p = 0.25 \sim 0.30$  に地盤内の平均応力を代入して決定した。また、上部砂質地盤の内部摩擦角  $\phi$  は非排水の 3 軸試験結果から 35 度とし、単位体積重量  $\gamma = 1.7 tf/m^3$ 、静止土圧係数  $K_0 = 1.0$  を用いた。以上の地盤定数は **Table 1** のケース 1 のようにまとめられる。

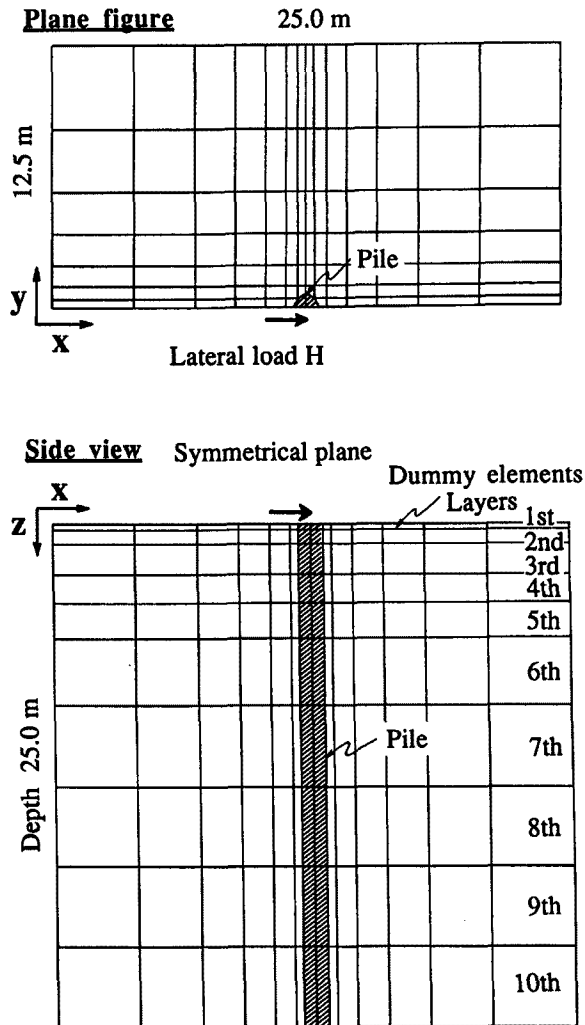


Fig. 4. Three-dimensional FEM mesh (the nodal points and elements are 1320 and 980, respectively.).

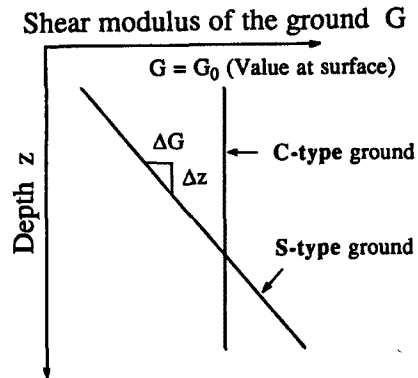


Fig. 5. Types of ground and shear modulus (S-type and C-type grounds).

3. 解析結果と考察

3.1 杭頭水平荷重～杭頭水平変位関係

Fig. 6 (a) に杭頭自由杭の解析結果と実験結果を示す。図から弾性解析との比較により、変形の非線形性は表現できていないものの、ケース1の地盤定数では、地盤の初期弾性係数および強度を過大に評価していることがわかる。そこで、上部の砂質地盤の弾性係数と強度定数を、Table 1 のケース2～ケース4のように変化させてパラメトリックスタディーを行った。すなわち、ケース2、3で地盤の弾性係数を低

Table 1. Cases and parameters of the analyses (Case-1~Case-4)

Case-1						
Layer*		N value	$E_s$ (tf/m <sup>2</sup> )	$\nu$	$c$ (tf/m <sup>2</sup> )	$\phi$ (degree)
1	Elastic		0.1	0.45	Dummy layer	
2	Elasto-plastic	18	5040	0.33	0.0	35
3	Elasto-plastic	10	2800	0.33	0.0	35
4	Elasto-plastic	23	6440	0.33	0.0	35
5	Elasto-plastic	21	5880	0.33	0.0	35
6	Elasto-plastic	6	1200	0.33	3.0	10
7	Elasto-plastic	0.5	100	0.33	4.5	10
8	Elasto-plastic	1	200	0.33	6.2	10
9	Elasto-plastic	4	800	0.33	8.0	10
10	Elastic	70	28000	0.33		

\*See Figure 4

Case-2 : Applying  $E_s=200N(tf/m^2)$  in the upper sandy layers (2nd~5th layers)

Case-3 : Applying  $E_s=100N(tf/m^2)$  in the upper sandy layers (2nd~5th layers)

Case-4 : Applying  $E_s=100N(tf/m^2)$  and  $\phi =25(\text{degree})$  in the upper sandy layers (2nd~5th layers)

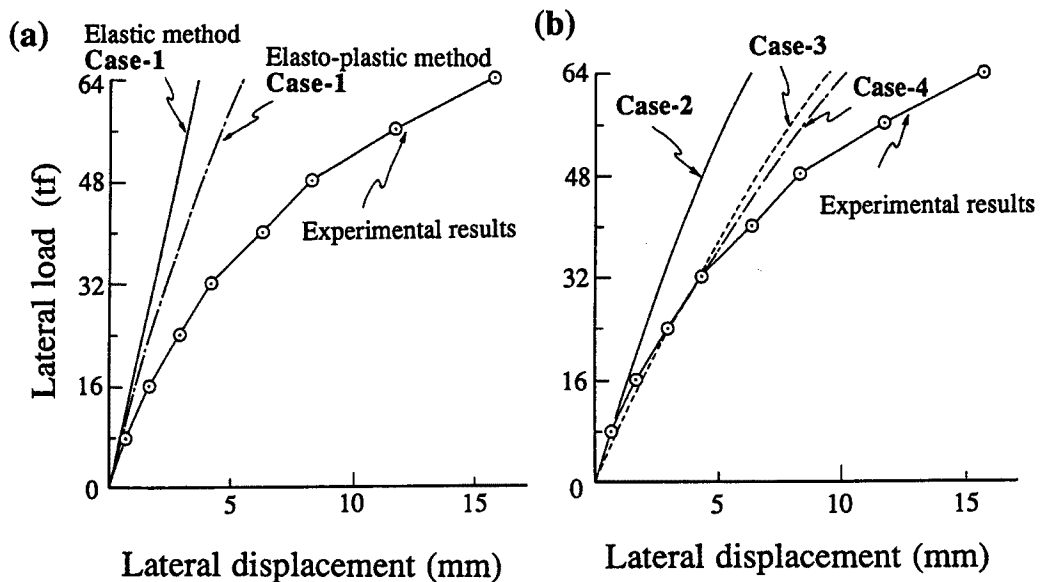


Fig. 6. Lateral load-displacement curves at pile top (free-headed pile).

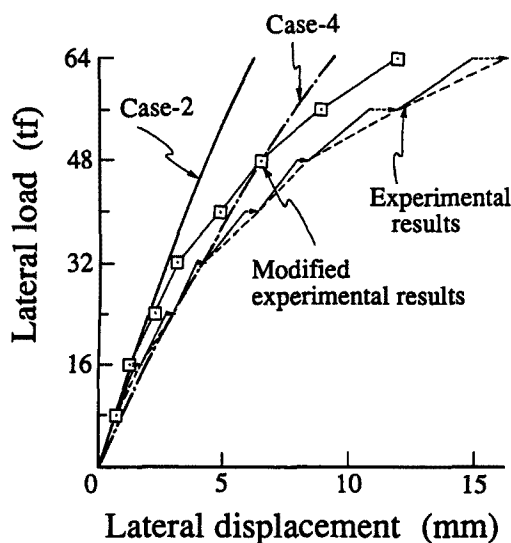


Fig. 7. Lateral load-displacement curves at pile top with modified experimental results (free-headed pile).

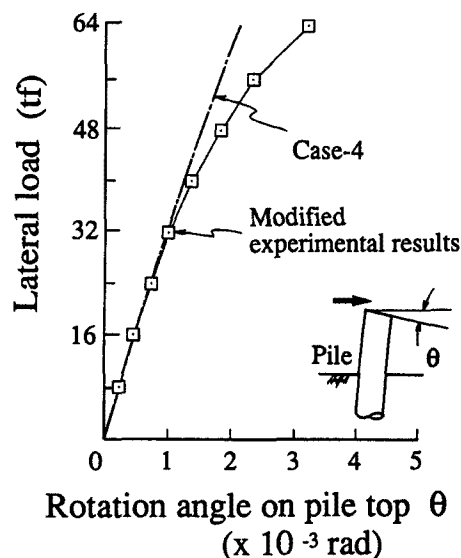


Fig. 8. Lateral load-rotation angle curves at pile top (free-headed pile).

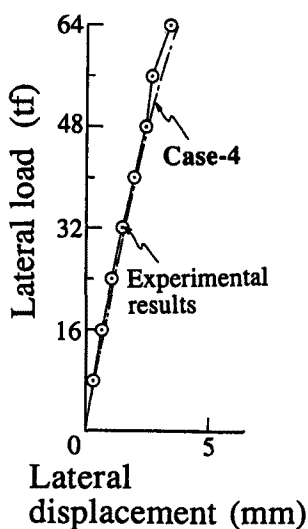


Fig. 9. Lateral load-displacement curves at pile top (fixed-headed pile).

下させることにより初期の立ち上がりのフィッティングを行い、ケース4で上部砂質地盤の内部摩擦角  $\phi$  を低下させている。Fig. 6 (b) にその結果を示す。図から、48 tf 以上の荷重レベルでの変形挙動を本解析では正しく評価できないことがわかる。

しかし、実際の载荷試験の荷重～変位曲線には、一定の载荷重のもとで変形が進行する時間効果が見られたが（特に 32 tf 以上の载荷重において）、本解析では時間効果を考慮していないので、本来時間効果を取り除いた荷重～変位曲線と比較する必要がある。そこで、実際の载荷試験結果より時間効果の寄与分の変形を取り除いた荷重変位曲線と、ケース2、4の結果を比較したものが Fig. 7 である。図より初期弾性係数に関しては、 $E_s = 200 \text{ N (tf/m}^2)$  を適用すればよいが、実験結果の非線形性を十分評価できるまでには至っていないことがわかる。

Fig. 8 は、杭頭自由杭の杭頭回転角を実験値と解析値で比較したものである。ケース4の結果から判断すると、荷重～変位曲線と同様の傾向がみられる。

実際の試験結果に近い、ケース4の地盤定数により、杭頭固定杭の荷重変位曲線を比較したものが Fig. 9 である。杭頭固定の単杭の場合、変位レベルが杭頭自由杭と比べて小さいためか、解析値は実験値を定量的に評価し得ている。以後の解析値は、ケース4の地盤定数を用いて計算したものである。

### 3.2 杭体の変形と周辺地盤の変形挙動

Fig. 10 に杭頭自由と杭頭固定の各杭の、深さ方向の変形状態を示す。杭頭固定の単杭は、杭頭部の変形を拘束されているので、杭の変形モードが異なるが、GPILE-3D はモードの違いを評価できている。ただし、本解析では地盤の深い部分のメッシュ分割が粗いためか、载荷方向と逆方向の変位が第一不動点以

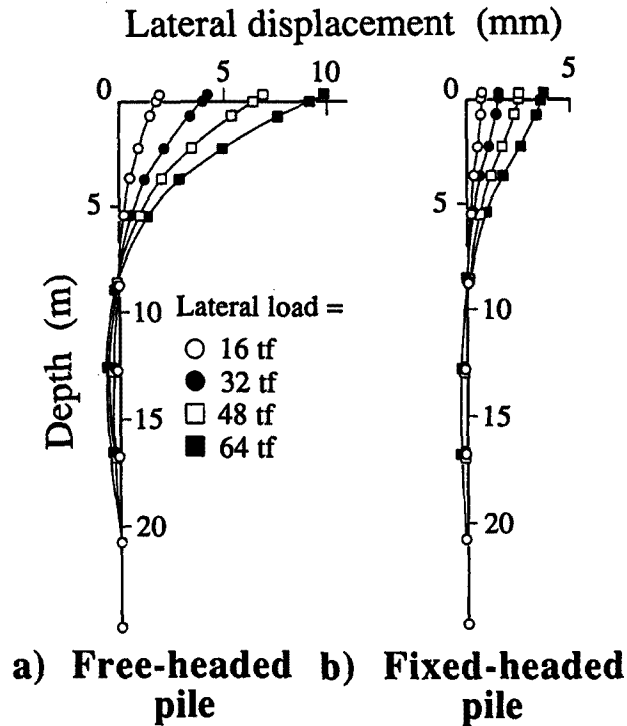


Fig. 10. Distribution of lateral displacements to a depth ((a) free-headed pile, (b) fixed-headed pile).

下の部分で卓越している。

Fig. 11 は、杭頭自由杭の対称面での地盤の変位ベクトルを示したものである。杭の前面での地盤は、杭体の変形と回転により、地表面では上方に、地盤内では下方に変形していることがわかる。それに対し、杭の後方の地表面に近い部分では杭の変形により下方に変形している。以上のように、GPILE-3D は杭前面の地盤の盛上がり等、杭周辺地盤の3次元の変形挙動を定性的に評価している。

### 3.3 杭周辺地盤の応力径路

杭の水平抵抗を考える上で重要である、杭周辺の地盤の状態を把握するために、Fig. 12 に示す杭周辺要素の応力径路を検討した。GPILE-3D では、地盤の塑性構成式は Drucker・Prager の降伏関数と Associated flow rule を適用して与えられる。この Drucker・Prager の降伏関数は次式で表される。

$$f(J_2, \sigma_m) = \sqrt{J_2} - 3\alpha\sigma_m \dots\dots\dots (5)$$

ここに、

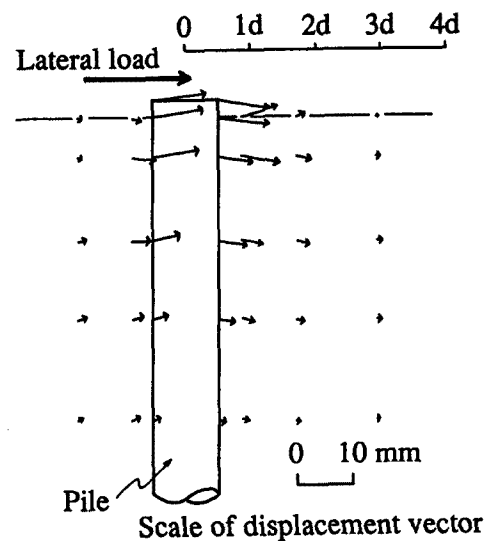


Fig. 11. Displacement vectors of the ground on the symmetric plane (free-headed pile, lateral load = 64tf).

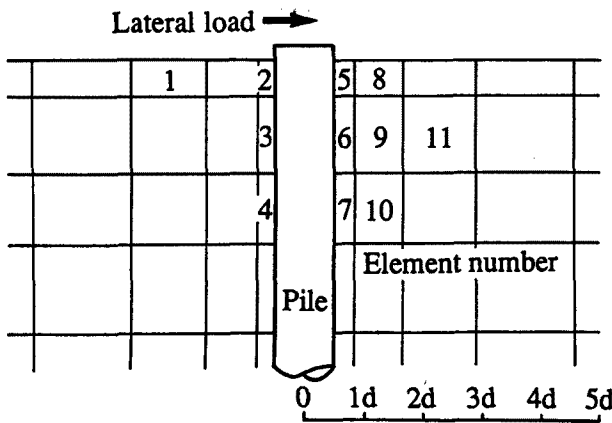


Fig. 12. Elements and element number considering stress paths.

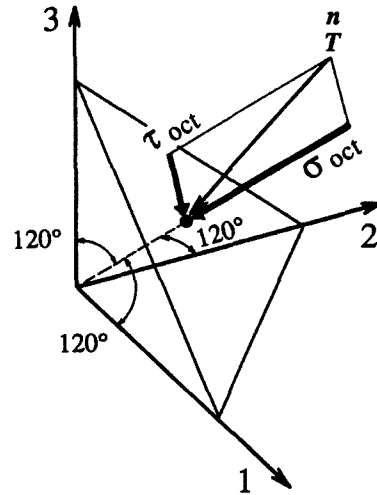


Fig. 13. Octahedral normal stress  $\sigma_{oct}$  and octahedral shear stress  $\tau_{oct}$  on octahedral plane.

$J_2$ : 偏差応力  $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk} \delta_{ij} / 3$  の第2不変量,  
 ( $\sigma_{ij}$  は応力テンソル,  $\sigma_{kk} = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$ ,  $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタ)

$\sigma_m$ : 平均応力 ( $= \sigma_{kk} / 3$ ),

$\alpha$ :  $\sin \phi / \sqrt{9 + 3 \sin^2 \phi}$  ( $\phi$  は内部摩擦角)

である。降伏曲線は、この関数を用いて

$$f(J_2, \sigma_m) = 0 \dots\dots\dots (6)$$

で表される。

本研究では、応力径路を把握するために、正八面体応力を用いる。正八面体応力とは、Fig. 13に示すように、法線方向  $n$  と主軸 1, 2, 3 となす角度がすべて等しい面に作用する応力であり、その面に垂直な成分を  $\sigma_{oct}$ 、平行な成分を  $\tau_{oct}$  と呼ぶ。これらの応力を用いると、降伏曲線は次のような直線で近似される。

$$\tau_{oct} = 2.45 \alpha \sigma_{oct} \dots\dots\dots (7)$$

Fig. 14(a)(b)に、杭前面と杭後方の要素に対する、杭頭固定杭の  $\sigma_{oct} \sim \tau_{oct}$  関係をそれぞれ示す。ただし、図中鉛直の矢印は、そのステップで要素が塑性状態になったことを示している。Fig. 14から以下のことが読み取れる。

- 1) (a) 図から杭前面の要素は、いずれの深さでも  $\sigma_{oct}$ 、 $\tau_{oct}$  とともに増加し、破壊線に近づく。ただし、杭体に近い要素の方が  $\sigma_{oct}$  の増加割合が大きい。
- 2) (b) 図から杭背面の要素は、 $\sigma_{oct}$  が減少しながら降伏曲線に至り、その後降伏曲線に沿って  $\sigma_{oct}$ 、 $\tau_{oct}$  とも減少する。
- 3) 降伏曲線の形状から、杭背面の要素では杭前面の要素よりもはや塑性に至ることがわかる。

Fig. 15は、杭頭固定状態の違いによる同一要素の応力径路の比較である。杭頭自由と杭頭固定では応力径路の移動経路には顕著な差はみられないが、最終的な応力の到達点は杭頭自由杭の方が大きいことがわかる。

### 3.4 杭周辺地盤の塑性領域

Fig. 16に杭頭自由、杭頭固定の杭周辺地盤の塑性域を示す。図は64tf 載荷時の解析結果であるが、両者とも載荷荷重が大きくなるほど塑性域は拡大し、杭後方には引張り領域が存在する。本解析では、杭頭



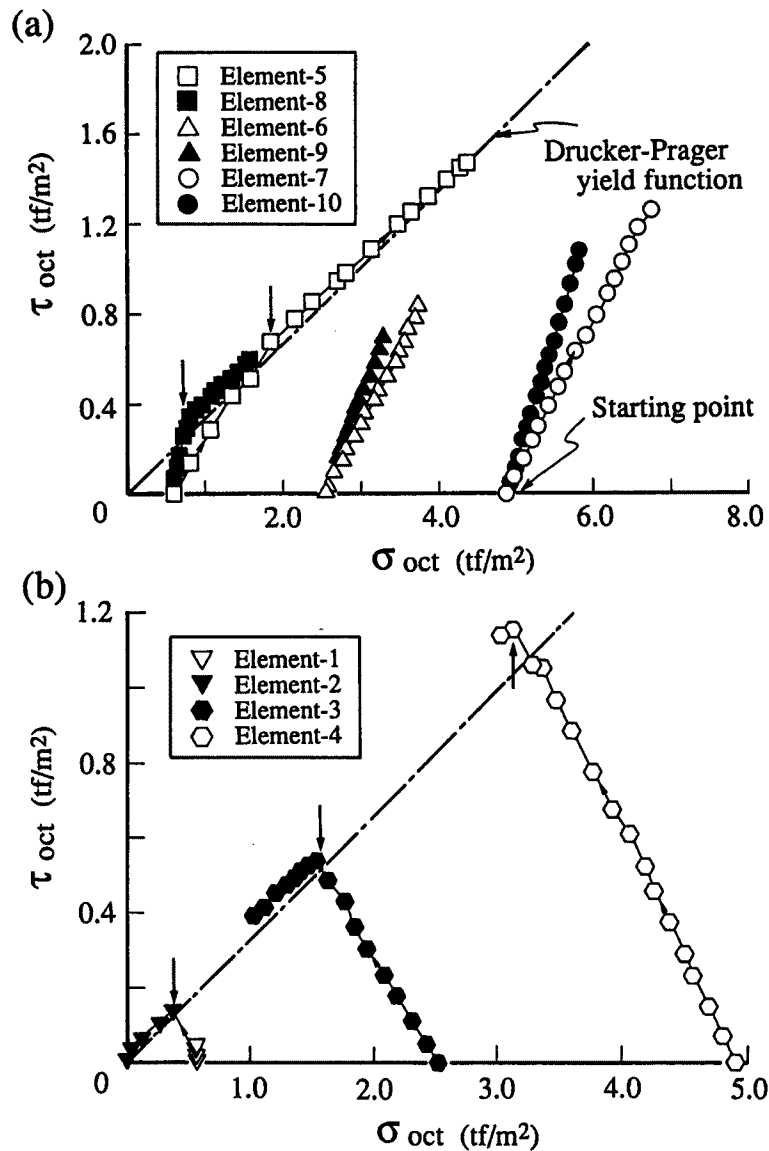


Fig. 14. Stress paths of the element surrounding the pile ((a) elements in front of the pile, (b) elements in back of the pile).

の固定度による塑性域の広がりの違いをうまく表現できる。ここで、地表面で杭後方まで塑性領域が広がっている理由は、前節 Fig. 14 に示した杭周辺要素の応力経路からも明らかのように、杭後方の要素は拘束圧の小さいレベルでは、降伏点に近い応力レベルから応力状態がスタートし、早い荷重段階で要素内のせん断応力が増加しながら平均応力が減少し、降伏点に至るためである。

Fig. 17 は対称面における杭頭自由の塑性域の広がりの様子を示したものである。図から、杭前面では荷重方向に、杭後方では深さ方向に塑性域が拡大することがわかる。このように、GPIL-3D によれば杭と地盤の相互作用による塑性域の拡大の様子を3次元的に観察でき、適用性は高いと考えられる。

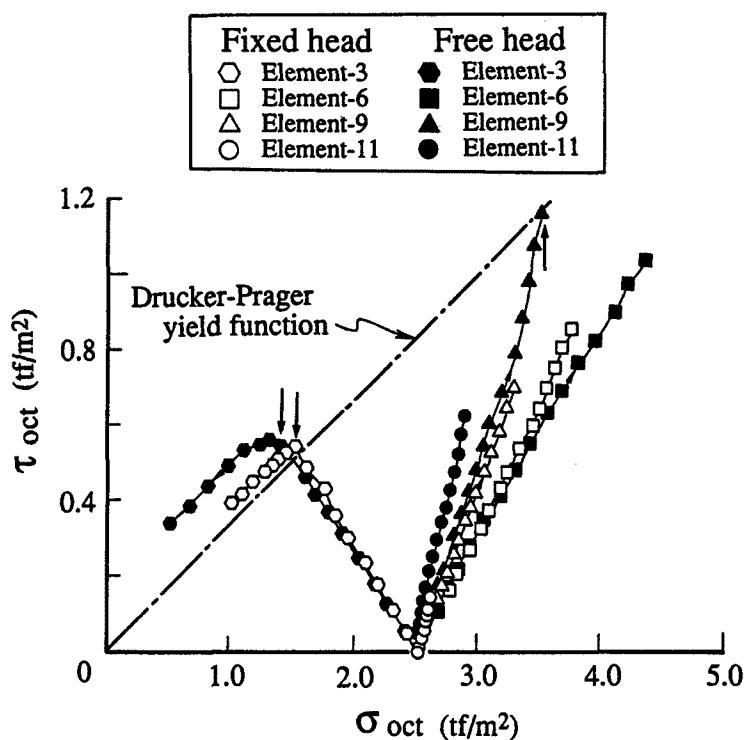
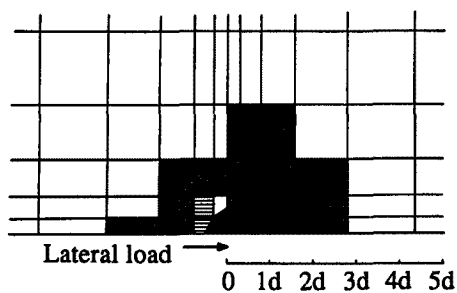


Fig. 15. Comparison of stress path between free-headed pile and fixed-headed pile (4th layer, see Fig. 4.).

#### a) Free-headed pile



#### b) Fixed-headed pile

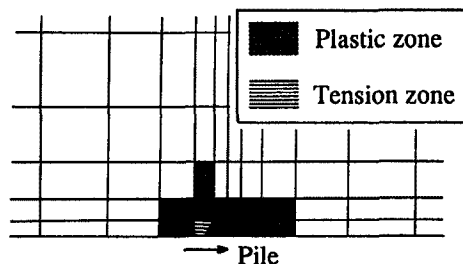


Fig. 16. Plastic zone of surrounding ground at the 48 tf loading condition (1st layer).

#### 4. お わ り に

本研究では、地盤定数が一定や、深さ方向に比例するといった単純な地盤だけではなく任意の地盤定数の分布を持つ地盤に対して計算可能な解析法の確立を計るために、共役傾斜法によって記憶容量と演算量の縮小化を図った、弾塑性3次元有限要素法 (GPILÉ-3D) を開発し、その有用性を示した。実大単杭の解析の結果、GPILÉ-3Dによれば、杭頭の固定条件による変形モードの違いを表現することができ、杭周辺地盤の応力経路、塑性域、変位状態等を把握でき、有効性が高いことを示した。ただし、荷重～変

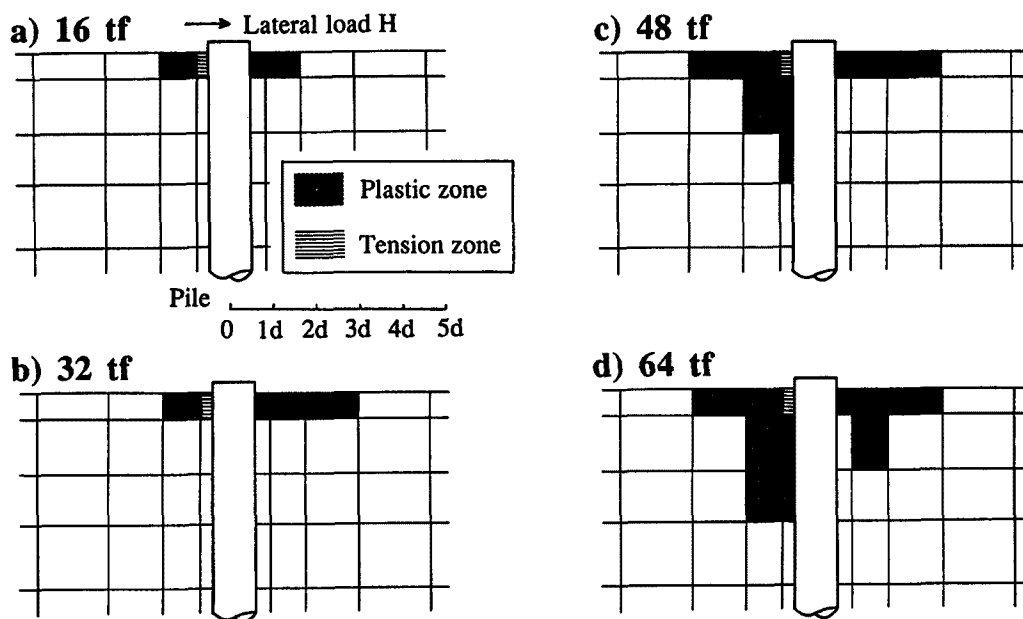


Fig. 17. Expansion of the plastic region on the symmetric plane (x-z plane).

位曲線を説明するためには、地盤の初期状態の正しい設定等さらなる研究が必要である。今後は、模型実験の結果と **GPILE-3D** の結果を比較検討し、杭の水平抵抗の問題を解明するとともに、実大群杭へ本手法を適用する予定である。

#### 参考文献

- 1) 井上義之・吉岡正道・前田良文：連続ラーメン橋における水平バネの評価，土と基礎，第36巻第12号，1988，pp.25-30.
- 2) 三反畑勇・脇田和試・辻田 満・古賀哲決：群杭基礎の水平挙動について —東名阪自動車道土田高架橋基礎の例—，間組研究年報，1988，pp.19-32.
- 3) T. Shibata, A. Yashima, M. Kimura and H. Fukada: Analysis of Laterally Loaded Piles by Quasi-Three-Dimensional Finite Element Method, Proc. 6th ICNMG, 1988, pp. 1051-1058.
- 4) 森 正武・名取 亮・鳥居達夫：岩波科学情報講座—18 数値計算，岩波書店，1982，pp.74-81.
- 5) J.M. Duncan, and C.Y. Chang: Nonlinear analysis of stress and strain in soils, Proc. ASCE, Vol.96, SA 5, 1970, pp.1629-1653.
- 6) M.F. Randolph: The response of flexible piles to lateral loading, Geotechnique, Vol. 31, No.2, 1980, pp.247-259.
- 7) M. Kimura, A Yashima and T. Shibata: Analysis of Laterally Loaded Single Pile, Proc. Int. Conf. Deep Foundation Practice, 1990, pp.111-118.