

河川堤防の侵食と安定について

藤田裕一郎・八尋 裕・村本 嘉雄

WATER ENCROACHMENT AND STABILTY OF FLOOD LEVEES

By Yuichiro FUJITA, Yutaka YAHIRO and Yoshio MURAMOTO

Synopsis

Fundamental experiments of levee failure due to piping seepage were carried out similarly to the authors' previous investigation, but by using new equipment. Failure process differed from the previous results because of clogging of seepage path, which restored levee stability and were confirmed by decreases in pore pressure and outflow discharge measured. Changes in levee stability caused by progress of piping cavities were discussed with seepage and slip failure analyses, shifting the pipe front locations. A 4-points iso-parametric FEM employed for seepage analyses not only reconfirmed but also improved the previous results. Determining pore pressure distributions from the seepage solutions, the simplified Junbu method was applied to slip surface analysis for model levee failure. The analysis was conducted for each combination of five values of the cohesion c and four values of the internal friction angle ϕ to find general tendency of slip surface changes of model levees and to search suitable soil parameters for materials used in the experiments, which could produce slip surfaces corresponding to levee profile changes in the experiments. Changes in minimum safety factors with pipe front locations were similar to those of seepage outflow characteristics. A levees are judged to fail immediately after pipes progress under the center of downstream slope.

1. は し が き

わが国の河川堤防の総延長は、現在1, 2級河川をあわせると約8万4千kmにも達するといわれている¹⁾。このような長区間にわたる連続した土質構造物である河川堤防は、古くから造られてきているとともに、多量の土を必要とするために、適切な土質材料ばかりが用いられているとは限らない。また、氾濫原、自然堤防、後背湿地、旧河道など基礎地盤の条件が多様であるばかりでなく、橋梁・樋門・樋管などの河川構造物による多数の不連続性を有している。したがって、これらが、堤体内部に亀裂や不同沈下などを引き起こし、空洞発生の原因となって、堤防に脆弱区間をもたらしている可能性は否定できない。さらに、護岸工・根固工の有無などを考慮すると、河川堤防の安全性には場所によってかなりの差が内在していると考えられる。

一定規模の洪水を安全に流下させるように設計されている河川堤防であっても、こうした脆弱区間では、高水圧が長時間作用すると、浸透・漏水による侵食が生じて破壊に至るおそれがある。このような洪水時の欠壊や破壊に関連する堤体・河岸の主な侵食形態²⁾としては、①土中水によるパイピング等の発生²⁻⁵⁾、②浸出水・降雨による侵食⁶⁻⁸⁾、③流水による脚部侵食^{9, 10)}の3つが考えられ、いずれも徐々に進行して

いた侵食現象が、洪水時に急激に顕在化して決壊のような重大な事態を招くという共通した側面を有している。同時に、これらの現象は、土質構造物のすべり破壊とも密接に関連しているため、同一の観点から検討を加えていく必要性も高い。

洪水時における堤体・河岸の安定については、それが河川堤防やダムといった重要な河川構造物の安全に直接係わるものであるだけに、これまで多くの研究²⁻⁸⁾が行われており、また、浸透と盛土・斜面安定の関係もよく研究されている¹¹⁻¹⁴⁾。しかし、これらの研究では、事例的な場合を除くと、基盤浸透に関するもの⁶⁾も含めて、比較的一様な場が対象とされ、堤防の脆弱個所の現象に着目して進められたものは少ないと思われる。

以上から、著者ら¹⁵⁾は、堤防の脆弱区間として、底部に高水圧側からパイプ状空洞が発生・進行していた場合を想定して、洪水時の堤体侵食と破壊過程に関する基礎実験を行い、等方性定常飽和浸透解析を試みて模型堤体の安定性を考察するとともに、浸出水による堤体侵食について検討を加えてきた。本研究では、上述の既報と同様の基礎実験を、新たな装置で模型堤体の大きさと材料を変えて実施し、決壊過程の相違を検討するとともに、浸透解析を四角形要素の有限要素法を用いて改善し、パイプ状空洞の発生した堤体の浸透特性を明らかにする。ついで、その結果を用いて、従来の斜面安定に関する研究も参考にしながら、過剰間隙水圧を有する模型堤体のすべり解析を簡易 Junbu 法で行い、パイプ状空洞の進行と堤防の安定について考察する。

2. 河川堤防の侵食と安定に関する基礎実験

2.1 実験装置

実験には、京都大学防災研究所新館水理試験室に設置した Fig. 1 のような装置を用いた。まず、装置本体の前・後面パネルとして、長さ 2000 mm、高さ 1000 mm、厚さ 12 mm の透明アクリル板を 2 枚ずつ張った長さ 4000 mm、高さ 1000 mm の 2 基のアルミチャンネル製金枠を作成した。それらのうち、後面パネルを長さ 3000 mm、幅 625 mm の鋼製の架台に直接固定し、一方、前面パネルを底部 4 箇所の幅方向への移動が可能となっているスライダーに取り付け、底部に長さ 4000 mm、高さ 100 mm、幅 100 mm の角形鋼管を 1～3 本はさんで、ボルト結合して本体を組立てるようにしている。このように、装置本体の水槽の内幅は容易に変えられるようになっているが、現在は、1 本の角形鋼管を 3 mm 厚のゴムパッキンをはさんで、また、両側面に高さ 1000 mm、幅 230 mm、厚さ 18 mm の耐水合板を固定して、内部が全長 4000 mm、深さ 900 mm、幅 105 mm の矩形の実験水槽となるようにしている。水槽の上部には、両パネルがたわまないように鋼アングル製金具を 4 本はめ込み、パネルのアクリル板には、堤体構成土粒子との間隙を塞ぐために、厚さ 0.3 mm の塩化ビニルシートを貼った。また、実験装置全体を昇降できるように、実験水槽の固定架台を 2 台のフラットリフト（花岡車輛製）に上載し、堤体模型の作成時には装置全体を下げて作業効率を上げ、実験時には観察容易な位置まで上昇させて、水槽上・下流端の下部にそれぞれポリ容器の給水・貯留用タンク置いた。後半の実験（Run 3, 4）ではフラットリフトの脚部に鋼棒製ストッパーを設けて実験中の油圧ジャッキの低下を防いだ。

底部の角形鋼管の上流側には給水口と排水口（余水吐）を、下流側には排水口のみを設け、いずれも内径 25 mm のストップバルブを付けて、貯水や上流側の水位調節を可能にしている。水位調節のため上流側給・排水口間に設置した昇降堰は、高さ 1000 mm、奥行 100 mm、幅 40 mm の真鍮アングル製金枠の内部に、2 枚挿入した高さ 300 mm、奥行 98 mm、厚さ 18 mm の耐水合板の 1 枚を底部に固定し、他の 1 枚をスライドする越流板としたものであって、水槽底面から 350 mm～600 mm の範囲で水位調節ができる。給水用タンク内の小型水中ポンプと給水口をホースで直結して、堤体模型の上流側に給水し、越流板から溢流した水を上流側排水口からタンクに帰還させて、実験中一定水位を保つように循環した。給水量はインバータと給

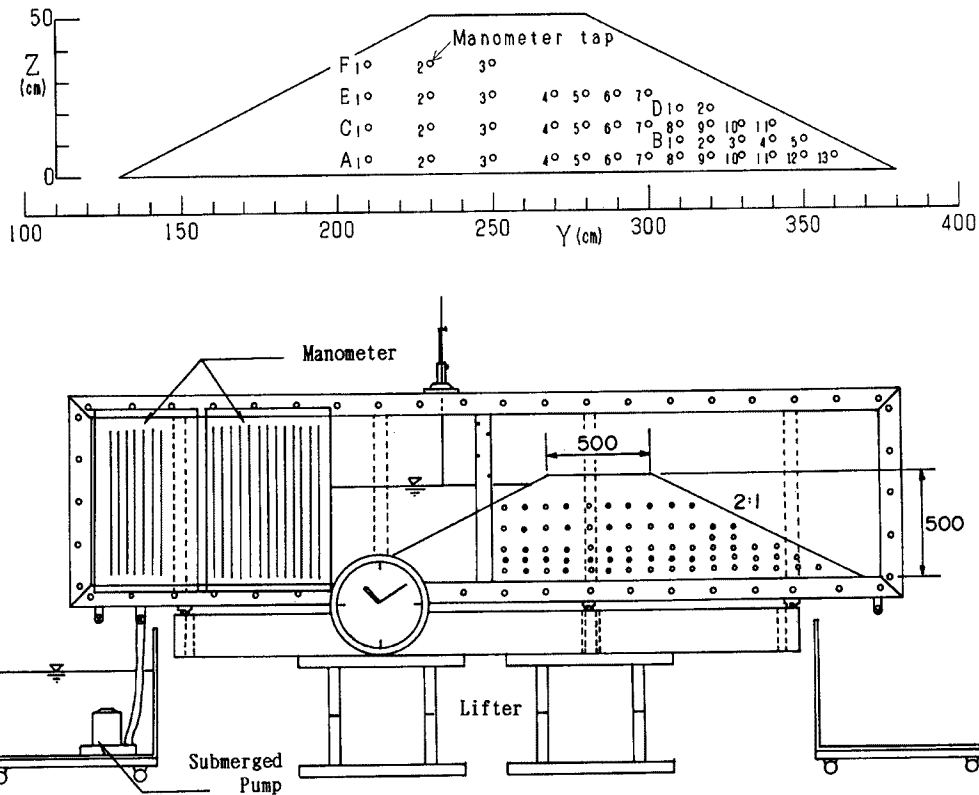


Fig. 1. The experimental equipment (bottom) and numbering of manometer locations (top).

水口のバルブで調節した。

水槽後面パネルの亚克力板には、Fig. 1の白丸と黒丸の位置に間隙水圧測定用の小孔を開けてあり、白丸の小孔にはマンメータ・コックを取り付けて、長さ750mm、外径8mm、内径3.5mmのガラス管マンメータとの間を外径9mm、内径7mmのシリコン・チューブでつないだ。一方、黒丸の小孔は今後の測定に備えたもので現在は盲ネジで塞いでいる。マンメータは、ガラス管を40mm間隔で亚克力板に並べて止め、2本のガラス管の間にメジャーを貼ったものであって、装置前面左端（上流端）に取り付けるようにした。ガラス管内の水はローダミンBで着色して読み取りを容易にした。なお、白丸の間隙水圧の測定位置にはFig. 1の図のように番号を付けている。

2.2 実験条件

実験自体は、河川堤防に限定されないので高水位側を上流と呼び、実験の座標原点を水槽上流端に定め、河川堤防の場合、従来から流れ方向にx軸を取っているのので、下流水水平方向にy軸、鉛直上方にz軸を取り、x軸方向に一様に生じるy-z平面内の2次元現象を対象とした。

実験条件は、Table 1に示した通りであって、堤体模型の形状は、既実験からのスケールアップと装置の大きさを勘案して、堤高50cm、天端幅50cmとし、法勾配は上・下流法面とも実際の堤体によく見られる2割と定めた。水槽全内幅の105mmについて、堤体模型の下流法尻を下流端から20cm離れたy=380cmの位置に合わせ、上流に向かって堤敷幅250cmの堤体模型を設置した。堤体材料は、既研究との比較のため、Fig. 2のような粒度分布をしたより細粒の珪砂8号（平均粒径 $d_m = 0.1$ mm、比重 $G_0 = 2.74$ ）を使用した。

既報の研究結果から、堤体内の空洞発生による現象は、空洞全面からもしくは先端部のみからの漏水と

Table 1. Experimental conditions

Run No.	Levee height	Top width	Side slope	Type of pipe	Pipe front location	Upstream initial stage	Levee Bottom slope
1	0.5m	0.5m	1:2	(Without pipe)		46.11 (cm)	-1/265
2				Front end opening	Downstream edge of top	45.26	-1/207
3					Center of downstream slope	45.27	1/1618
4						45.44	1/1150

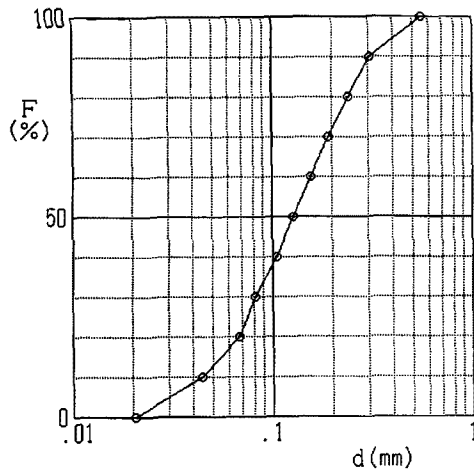


Fig. 2. The grain size distribution curve of the levee model material.

堤体肩の $y = 280$ cmに, Run 3, 4は下流法面中央の $y = 330$ cmに設置した実験である。なお, Run 3では, 木栓の除去が不調であったので途中で実験を打ち切り, 下流法面を人力で削り取って, 空洞先端部における噴砂現象の発生を観察した。

上流側水位は, 堤体高の90%の $z = 45$ cm以上で一定とし, 水槽の勾配は, 水平となるように2台のフラットリフトの高さを調節したが, 脚部ストッパーの無かったRun 1, 2では, 実験中にフラットリフトが低下して終了時にそれぞれ $-1/265$, $-1/207$ の勾配が生じていた。

2.3 実験方法

実験に先立って, まず空洞模型のパイプを所定の位置に置き, 下流開放端に側板をボルトで締め付けて水槽内にマンメータ・コックが十分かくれる程度に水を張る。コックを開放してマンメータ内部の空気を追い出すと, 水槽内の水位をさらに上昇させ, ガラス管内の水位を実験水位よりも上がった状態にしてコックを締め, マンメータを測定位置に戻してクランプで取り付ける。その後, 水槽内の水位を30 cm程度に下げ, 装置の上下流端下部のタンクを除けてフラットリフトで装置を下降させる。

ついで, 堤体模型の設定を容易にするために作成した5組の木製型枠のうち, 底部10 cm用のものを設置位置に合わせて装置上面にクランプで固定し, 型枠間に砂を流し込んで, 堤体の底部10 cm部分を15 mm \times 15 mmのアルミチャンネルの棒で突き固めて作成する。突き固めは, 既実験と同様に, 10 cm長当たり約100回繰り返す, 手応えから緩いと判断されたときには適宜回数を増やして, ほぼ同等の締め固まり具合が得られるようにした。このようにして底部10 cmの部分を作成すると, 続いて底部から10 ~ 20 cm用の型枠一対を組み合わせて, この部分を作成するというように, 堤体を5層に分けて順次盛立てる。盛立

いう空洞性状の相違, あるいは空洞内高の変化にはそれほど影響を受けず, 主に先端の位置に支配されることが判明しているので, 本研究では先端漏水型の空洞のみに着目した。そこで, 空洞模型として, 長さ2500 mm, 幅50 mm, 高さ25 mmのアルミ角パイプの先端に, 80 mm長の同角パイプの上面全面に直径8 mmの穴を密に開け, 砂の侵入防止のために細目ステンレス金網で覆った漏水部を接続したものを作成した。しかし, 実験中この空洞漏水部では給水が不十分のように判断されたので, Run 4では漏水部として, 上面を完全に切り抜き金網で覆ったものを用いた。パイプの他端には木栓を設け, 給水開始後適当な時刻にそれを除去してパイピングの開始と見なすこととした。

実験番号は遂行順序に一致させたが, Run 1は浸透のみの基準実験であり, Run 2はパイプの先端を下流

での完了後装置を上げ、形状に変化をきたさないように底部両端の排水口を開けて徐々に排水する。排水後に型枠を外し、堤体表面をこてで成形して、ポイントゲージで初期形状を計測する。さらに、給水開始後所定の時刻まで堤体変形を拘束して、パイピング進行時の初期間隙水圧分布が測定できるように、細目のステンレス金網を張った法面押え金枠を設置する。

堤体準備の完了後、下流端の側板を外し、底部の排水口を閉めて給水を始め、給水量と昇降堰を調節する。上流水位を所定高に保ち、水が堤体内部を浸透して下流端に浸出し始めると、浸出流量を容器に受けて測定する。浸出状況から堤体内の浸潤面の位置がマンメータ・コックの位置よりも上昇したと判断される時点で順次コックを開け、間隙水圧の計測を開始する。浸出流量やマンメータの水位がほぼ一定となった時点でパイプの木栓を取り外し、空洞の発生・進行に伴う間隙水圧と浸出流量の変化を測定する。最後に、押え板を除去して変形の拘束を解放し、この時点を実験開始時刻 $T=0$ とする。その後、堤体変形が進行して最終的に決壊を起こせばその時点で実験を終了する。ただし、Run 3 と $T=85$ 時間でも決壊に至らなかった Run 2 では途中で実験を打ち切った。

この間、現象の進行に応じたほぼ一定の時間間隔で下流端の浸出流量と流出土砂量をビーカーに受けて測定し、同時に上流水位と給水タンク内の水温を計測する。また、タイマで連動する2台のモータードライブカメラを用いて、各々に装置前面に置いた時計と堤体形状あるいはマンメータの変化を撮影し、2台のVTRでもそれらをモニターする。撮影の時間間隔は、木栓や押え金枠除去直後のように、間隙水圧や堤体形状に急激な変化が予測されるときには短くするなど、変化に応じて変え、さらに、堤体側面の状況も適宜写真撮影している。

これらの記録から、各実験を8～12段階に分け、それに応じた読み取り間隔で、マンメータの記録はフィルムをフォトヴィクス（タムロン製）でテレビ画面に拡大して読み取った。一方、堤体形状はプリントからデジタイザでパーソナルコンピュータに入力し、重ね合わせてレーザープリンタに出力した。また、VTRの連続記録は、写真撮影データの補完やバックアップあるいはパイピング開始時刻や越流決壊時刻の確認に用いた。

実験終了後、残存堤体のコア・サンプリングを行い、単位体積重量と間隙率を測定して堤体の締め固め度を調べた。その後、水槽内の砂を洗い流し、下流開放端に側板を取り付けて水を50 cm程度張り、ポイントゲージで水位を測定して水槽の勾配を計算した。

3. 実験結果とその検討

3.1 堤体の破壊過程の特徴

はじめに、Table 2 に実験経過と結果の概略を示している。実測した堤体の単位体積重量や間隙率は

Table 2. Outlines of experimental results

Run No.	Initial discharge		Raise of upstream stage		Time of levee failure (hr-min)	End of run (hr-min)	Porosity of levee	Unit weight of levee (tf/m ³)
	before piping (cm ³ /s)	after piping (cm ³ /s)	time (hr-min)	level (cm)				
1	0.0424		10-00'	48.27	18-50'	18-50'	0.4485	1.960
2	0.0409	0.0597	66-10'	47.54	—	85-30'	0.4232	2.004
3	0.125	0.154	—	—	—	3-05'	0.4298	1.992
4	0.130	0.183	—	—	21-10'	21-10'	0.4277	1.996

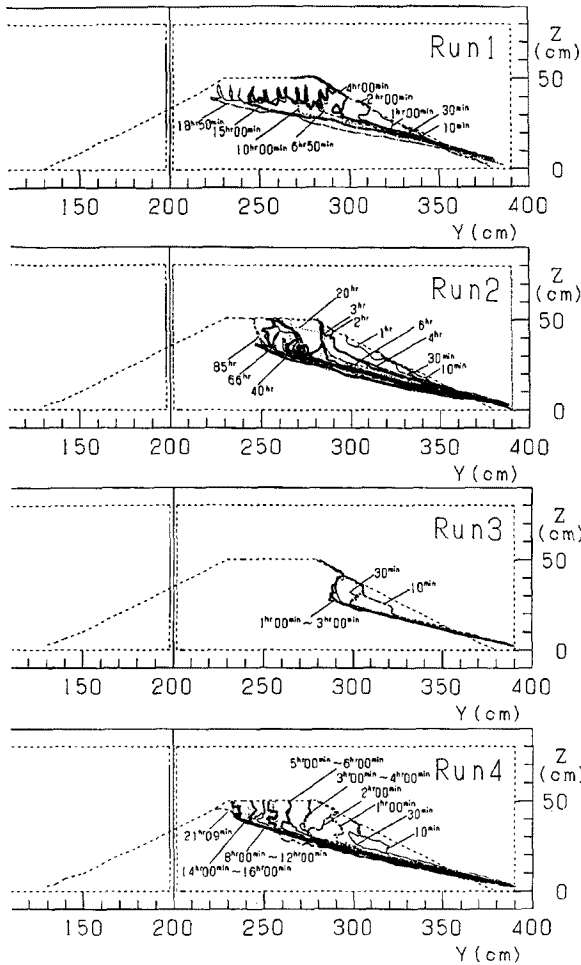


Fig. 3. Changes in levee model profiles in runs 1-4.

パネルから奥行き 20 ~ 30 mm の範囲のみで上述の局部破壊過程が繰り返されるようになったので、 $T=10$ 時間に上流水位を 2 cm 程度上昇させた。しかし、後面パネル付近での局部破壊は、上昇直後に 1 回生じただけで、その後は上述の範囲のみで局部破壊を繰り返し、それが上流水面に達した $T=$ 約 19 時間に全面決壊に至った。この原因としては、堤体天端付近の不飽和土塊に働く毛管サクシオンによる見かけの粘着力と、堤体締め固めが前面パネル付近で他の部分よりもやや不十分であったことが考えられる。そこで、Run 2 以降パネル付近も注意深く突き固めたところ、類似の現象は生じなかった。

パイプ先端を下流法肩に設置した Run 2 では、局部破壊が天端に到達した $T=30$ 時間後現象の進行は非常に低下した。そこで、 $T=$ 約 66 時間に Run 1 と同様に上流水位を約 2 cm 上昇させたが、局部破壊はその直後に 1 回生じただけで、 $T=$ 約 85 時間でも全面決壊には至らなかった。

Run 3, 4 は、パイプ先端を下流法面中央に設置したにも拘らず、既実験のような噴砂現象は発生せず、Run 4 では局部破壊過程を繰り返して全面決壊に至った。下流法肩までの破壊の進行速度は浸出流量の増大のために Run 1, 2 よりも速かであったが、局部破壊はやはり天端付近へ到達した後に、進行速度が急激に低下し、全面決壊に至るまでに約 21 時間を要した。なお、Run 3 で下流法面を削り取って噴砂を生じさせたときのパイプ先端の土被り厚さは約 7 cm であって、水頭から予測される 20 cm 以上の厚さに比べると非常に小さい。

Run 2 ~ 4 ではほぼ等しく、Run 1 でもやや大きい程度であって、全実験で同程度の締め固め具合であったと判断できる。また、実験写真から読みとった堤体形状の変化を図示すれば、Fig. 3 のようであって、いずれの実験でも押え金枠の除去直後、下流法尻付近において、堤体の侵食とすべり砂壊が同時に生じ、上方に急速に移動している。しかし、侵食が初期浸出点付近の法面中央を越えると、すべりの発生頻度が下がってその伝播速度は低下する。

侵食速度が低下し、浸出流による法面での砂粒流送が卓越するようになると、その上部の堤体法面は切り立ち、浸潤面を底面とするような浅い空洞が堤体上部に発生する。空洞の上流への進行に伴って、その上部の土塊は不安定になって崩落し、崩落土塊は浸出水流によって速かに平坦化されながら流送される。このような侵食→空洞の発生→土塊の崩落→崩落土砂の流送という一連の局部破壊過程を繰り返して、法面は、Fig. 3 のようにほぼ直線的な形状を保持しながら勾配を緩める。しかし、今回の実験では、既実験とは異なり、局部破壊が法肩に近づくにつれて、このサイクルの所要時間が長くなり、浸出法面は堤体中に混入していた粗い砂粒で覆われていき、表面流の水みちも形成される。局部破壊が生じると崩落土砂で覆われるのでその表面は一時的に平坦となる。

その後、基準浸透実験の Run 1 では、前面

以上から、いずれの実験も既報¹⁵⁾の堤体の破壊過程の A グループに分類され、そのうち Run 1, Run 4 は全面決壊に至ったグループ (1) に、Run 2 は全面決壊には至らなかったグループ (2) に含まれる。このように、本実験では、空洞の発達による決壊過程の相違は顕著ではないが、進行時間には既報と同様大きな差異が認められる。Run 2 と Run 4 を比較すると、前者では $T=85$ 時間でも全面決壊に至らなかったのに対し、後者では T 約 21 時間に全面決壊しており、前者の最終の堤体状況は後者の T 約 14 時間の状況に相当している。これより、後者の進行速度は前者の 6.1 倍であって、堤体底部に上流からパイプ状空洞が進行していると、堤体の不安定性の増大することが確認される。

今回の堤体破壊過程が既往の結果と大きく異なった原因としては、何等かの細粒分が時間の経過とともに細砂表面の微細な浸透経路を塞いでいったことが考えられる。実際、実験の経過とともに上流面の表面が埃のような細粒分に覆われて黄褐色に変色していくことが観察され、上流水位も僅かではあるが上昇していった。また、Run 4 でも、天端到達後低下した局部破壊の進行が、上流法面に擾乱を与えてこれらの細粒分を除去したところ、やや速やかになった。同様に、パイプ先端部では、浸透経路が限定されているのでより速やかに閉塞され、周辺で間隙水圧が急低下して噴砂現象が発生しなかったものと思われる。また、浸透の実験である Run 1 の方がパイピング実験の Run 2, 4 よりも早く全面決壊に至った理由は、堤体断面の一部分で生じた破壊のために浸出水が集中し易く、かつ、流送すべき土砂量が少なかったためと思われる。さらに、Table 2 に示したように、Run 1 では Run 2~4 よりも上流水位が高く、間隙率が大きかったことも影響している。

つぎに、局部破壊の進行が下流法肩付近から急に緩慢になった原因は、その時点で毛管サクションによって粘着力の発現する不飽和領域が、堤体の侵食・流送領域に占める割合を急増させ、局部破壊に対する抵抗力が大きくなって、浸出水による流送が生じ難くなることにあると考えられる。

以上の決壊過程の特徴から、今回用いたような細粒材料でできた堤体も、パイプ状空洞によって高水圧が作用するとかなり不安定化するが、局部破壊は見かけの粘着力によって進行が緩慢になり易く、さらに、細粒分によって浸透経路が閉塞され、堤体の安定性の回復する可能性が指摘できる。細粒分による浸透経路の閉塞現象は以下に述べる間隙水圧、浸出流量及び流出土砂量の時間的変化からも推察される。

3.2 間隙水圧の時間的変化

間隙水圧の時間的変化をマンメータの直接測定を写真読み取りで補って、Run 1, 2 及び 4 の最下段の A 列について、上流水位の変化とともに示せば、Fig. 4 のようである。A 列は、Fig. 1 のようにタップ数が多く、かつ設置したパイプ状空洞の影響を最も受ける測定位置であるので例示

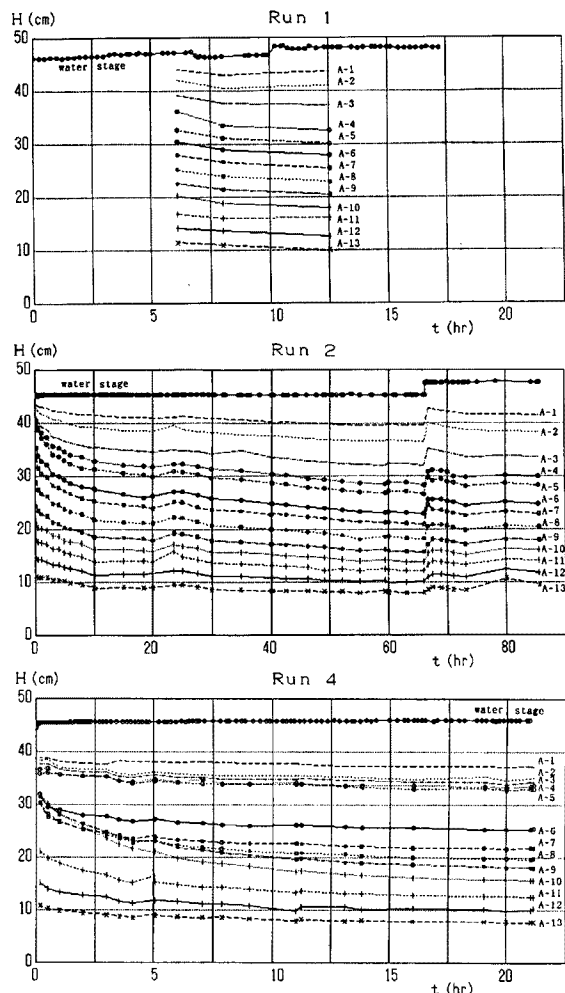


Fig. 4. Changes in pore pressure measured by A-row manometers.

したが、C列及びE列の位置でもA列と類似の変化傾向を示している、Fig. 4から堤体内の間隙水圧分布の変化は把握できる。

Run 1では、初期の測定はないが、マンメータの値は、上流から並んだA-1～A-13の順にほぼ等しい間隔で減少しており、間隙水圧が上流から下流へ一様に低下している状態が明瞭である。また、間隙水圧は時間的に緩慢となる低下傾向を示しているが、上流側の方が下流法面の侵食や局部破壊の影響を受け難いにもかかわらず早い段階での低下量が多いので、この場合からも浸透経路が一部で目詰まりを起していた可能性が指摘できる。T=10時間における水位上昇の影響は、測定間隔が長いために不明確だが、上流のA-1やA-2で圧力が上昇しているなど、堤体内部の圧力が全体的に上がったことが判る。

Run 2の初期では、A-5の下方にあるパイプ開口部の高水圧のために、その上流側の間隙水圧がA-1の値近くまで上昇し、下流における隣合うタツ間の圧力差が開き、圧力勾配が急になってくる。しかし、開口部周辺ほど初期の間隙水圧の時間的な減少が著しく、T=約10時間には、無空洞のRun 1のような等間隔の圧力変化となり、水頭値は上流水位の相違を考慮しても、Run 1の同一位置の値よりも低くなっている。圧力勾配が急な位置ほど間隙水圧の低下が急であるので、これには表面に近い部分の浸透経路の閉塞の影響もあるように思われる。また、T=66時間における水位上昇の影響は、測定時間間隔が密であったので、堤体の上流側やパイプ開口部に近い個所ほど速やかに伝播していった傾向が明らかに把握されている。その後の圧力低下は初期の場合と同様の状況を示している。

Run 4の初期では、下流法肩下部のA-5まではA-1との圧力差が非常に小さく、その下流のA-6～A-9と開口部直上のA-10との間では、圧力の逆転も生じている。このA-10とA-11の間には10cm近い圧力差があり、その下流でもかなりの急な圧力勾配となっていて、堤体不安定の素地が存在している。しかし、A-10の水圧の時間的な低下は急であって、T=5時間で圧力勾配の逆転状態は解消され、その下流の勾配も初期の半分以下に減少している。その影響でA-6の水頭値も低下するがA-5では下がらないので、両者間には数cm以上の水頭差が生じ、決壊した時点まで維持されている。このような開口部直上における圧力の急速な低下は、堤体の局部破壊による圧力の解除のみでは説明し難く、やはり、開口部に近い部分から浸透経路が閉塞されていったことが原因として指摘できる。

3.3 浸出流量の時間的变化

水槽下流端で同時計測した単位幅当たりの浸出流量 q と体積流出土砂量 q_B の時間的变化を、Run 1, 3, 及び4についてFig. 5(a)に、Run 2について(b)に示す。なお、浸出流量と流出土砂量の計測時間は、Run 1の実験前半で900秒、後半で1800秒、Run 2で300秒、Run 3及び4で60秒を基準とするが、局部破壊の進行が速かな初期段階などでは短く、緩慢な段階では長くしている。

パイプ木栓除去前の浸透のみに相当する場合の浸出流量は、Table 2のように、Run 1～4で、それぞれ $q = 0.0424, 0.0409, 0.125$ 及び $0.130 \text{ cm}^3/\text{sec}$ であって、押さえ金棒の隙間から堤体材料が流失したRun 3, 4では、Run 1, 2に比べて大きな値となっている。同一実験条件のRun 3と4で q がほぼ等しいこと、また、Run 1と2では上流水位の高い前者で q がやや大きいことを考えると、堤体は同程度に締め固められていたと確認でき、木栓によるパイプの密封も良好であったと判断される。Run 3と4で初期浸出流量が大きかったのは、主にパイプと水槽底面の隙間から漏水が生じたためと思われる。また、Run 2～4で木栓を除去した直後の堤体変形の拘束時における浸出流量は、それぞれ $q = 0.0597, 0.154$ 及び $0.183 \text{ cm}^3/\text{sec}$ であって、除去以前の値のそれぞれ1.45倍、1.23倍、1.41倍となっている。木栓の除去が不調であったRun 3では、浸出流量がRun 4ほど増加していない。

つぎに、前面パネルから奥行き20～30mmの範囲で局部破壊が進行したRun 1では、浸透経路の短縮とともに浸出流量が徐々に増加しており、上流水位を約2cm上昇させたT=10時間には浸出流量は不連続に増加している。この経路は既報¹⁵⁾のグループ(1)の実験での時間的变化と同様であって、浸透経路の閉塞現象は明確ではない。一方、Run 2では、開始直後に $q = 1.4 \text{ cm}^3/\text{sec}$ まで急増した後、T=約4時

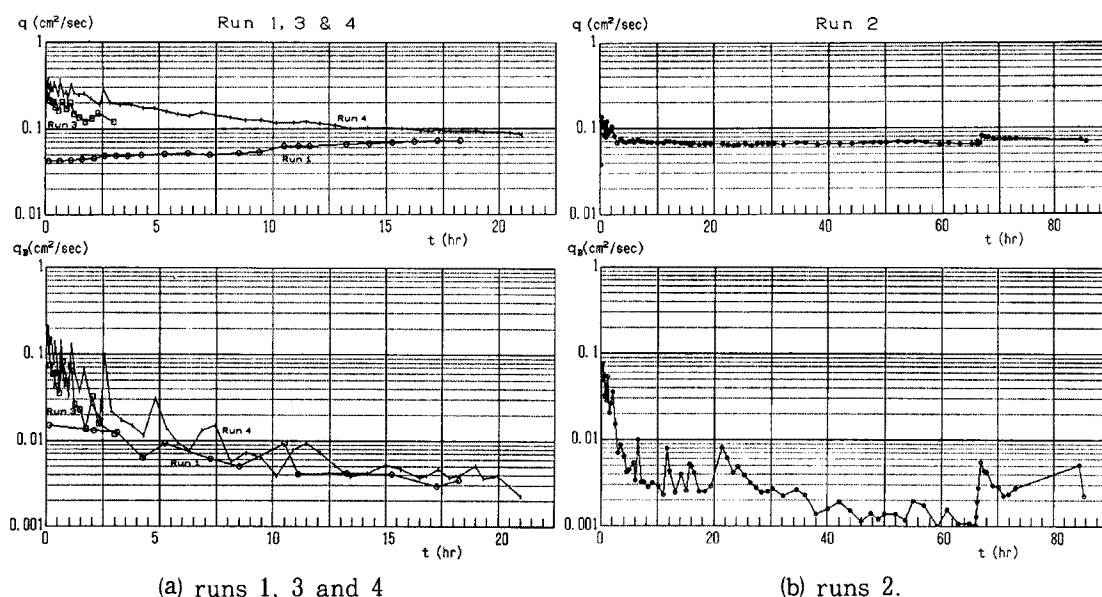


Fig. 5. Changes in discharge of seepage water (top) and sediment washed out (bottom) at the downstream end.

間には $q = 0.9 \text{ cm}^2/\text{sec}$ に減少し、それ以降上流水位を上昇させた $T = 66$ 時間 10 分まではほぼ一定に保たれている。この $T = 4$ 時間は、局部破壊が下流法肩付近に達して進行速度が低下した時点に相当し、この時点までに細粒分によって浸透経路がかなり塞がってしまうものと思われる。水位の上昇直後浸出流量は急増するが、再び緩慢に減少して一定値に近づいている。Run 3 でも、Run 4 の初期と同様に、浸出流量の減少傾向は明確である。適宜上流法面に擾乱を与えた Run 4 では、浸出流量の減少は緩やかであるが、実験時間全体に渡って継続し、実験開始時に Run 1 の 2.77 倍あった浸出流量が、終了時にはほぼ等しくなっており、この時点までにパイプ開口部はほぼ完全に閉塞されてしまったものと考えられる。

以上のように、今回の決壊過程と既実験の場合の大きな差異は、主として細粒分による堤体浸透経路の閉塞現象によって説明できるとと思われる。

3.4 流出土砂量の時間的变化

Fig. 5 に示した流出土砂量の変化は、全実験において浸出流量よりも増減が激しい。隣接データよりも大きい計測値は、局部破壊の発生直後の流出土砂量であり、逆に小さいものは土塊崩落直前のデータである。なお、Run 1 の時間的变化が他の実験の場合に比べて滑らかであるのは、1 回あたりの計測時間が長く、かつ、図のように、計測時間間隔が離れているためである。また、Run 2 ~ 4 では、 $T =$ 約 2 時間までの間、 q_B は高い値と激しい増減を示し、局部破壊の進行が速やかであったことを想起させる。その後、流出土砂量が全体的に小さくなるとともに、増減の周期も長くなり、破壊進行速度の低下状況と対応している。

各実験の開始直後における最大流出土砂量は、Run 1 ~ 4 で、 $q_B = 0.01525, 0.07602, 0.1446$ 及び $0.2085 \text{ cm}^2/\text{sec}$ となっており、Run 2 ~ 4 の値は、Run 1 の値のそれぞれ 5.0 倍、9.5 倍、13.7 倍であって、明らかに、パイプ状空洞の発生・発達に伴って堤体は不安定化していることが判る。木栓除去が不調であった Run 3 では、同一条件の Run 4 の約 70% の値と小さくなっている。

つぎに、Run 1 では、時間とともに q_B が減少しているが、その傾向は他の実験よりも緩慢であって、 $T =$ 約 8 時間から前面パネルから奥行き 20 ~ 30 mm の範囲のみで局部破壊が生じたことを考えると、単位

幅当たりの流出土砂量は実質的に減少していない。また、既述の $T=10$ 時間には、上流水位の約 2 cm の上昇による水槽全幅に及ぶ局部破壊を反映して、 q_B が急増しているが、その後は水槽前面付近のみで局部破壊が継続したので、 q_B も水位上昇以前の値に戻っている。

Run 2 では、急激な侵食に対応した開始直後の大きな q_B の値と激しい変動は、 $T=4$ 時間以後急速に鎮静化し、流出土砂量は Run 1 よりも少なくなっていて、この時点までにパイプ開口部からの浸透径路がほとんど閉塞したとの推測と一致する。その後も、流出土砂量は局部破壊の直後を除いて減少し、局部破壊の発生間隔も長くなっている。 $T=$ 約 66 時間の流出土砂量の急増は、Run 1 と同様に、上流水位を約 2 cm 上昇させたために生じた局部破壊による。

Run 3 及び 4 では、 $T=3$ 時間までは全体的に流出土砂量が大きく、増減も非常に激しくて、崩落を繰り返して急激に堤体侵食が進んだことと対応するが、その後流出土砂量は減少し、 $T=6$ 時間での q_B の値は、Run 1 の値とほぼ等しくなっていて、やはりこの時点でパイプ開口部付近の浸透径路はほとんど閉塞したと推察される。これ以降全面決壊に至るまで両者の値は等しいが、これは、上流法面表層に擾乱を与え、パイプ開口部以外の浸透径路の閉塞を妨げたためであろう。

以上のように、流出土砂量の時間的変化にも、細粒分によると思われる浸透径路の閉塞と、不飽和土の毛管サクシオンによる粘着力の発現の影響が現われていると考えられる。

4. 河川堤防の侵食と安定に関する解析

4.1 解析の概要

堤防内部の高水圧側から発生した土中侵食による決壊過程を予測するためには、堤体変化の各段階についてその安定性を検討する必要がある。そのためには、境界条件に合致した堤体内の浸透流解析を行って、パイプ状空洞の発生・進行に伴う浸透流量や間隙水圧の変化を求め、浸出流による堤体侵食を評価するとともに、得られた間隙水圧分布を用いた堤体のすべりに対する安定解析を行い、堤体変形を予測していかなければならない。堤体破壊過程の各段階についてこれらの解析を適用していけば、原理上堤体の安定性の時間的変化を追跡することができる。

以下では、その第一段階として、実験に用いた模型堤体の変形開始直前の段階について安定解析を試みる。解析の対象は、Table 3 のように、既報の堤高 $H=0.3$ m、天端幅 $B=0.3$ m、法勾配 $m=2$ 割、及び本研究の $H=0.5$ m、 $B=0.5$ m、 $m=2$ 割の場合の 2 種であって、既報¹⁵⁾と同様に、これらの模型堤体の底部に、上流側からパイプ状空洞が進行していた場合を想定し、空洞性状とその先端位置及び上流水位を変化させて、この脆弱断面に高水圧が作用したときの堤体の安定性を検討した。

空洞性状としては、全面から漏水が生じるものと先端の 0.05 m の部分のみから漏水が生じるものの 2 種を考え、その先端を堤体底部の 10 等分点の 9 点に順次配置し、最上流部から下流に向かって、PL. 1 (パイプ位置 1 番)、PL. 2、PL. 3、……、PL. 9 と名付け、比較対象とした無空洞の健全な堤体を便宜的に PL. 0 とする。一方、上流水位 H_0 としては、堤高 H の 90% 及び 95% の 2 通りを与えた。

これらの空洞性状とその先端位置及び上流水位の組合せの計 38 通りのそれぞれに対して、まず、既報

Table 3. Model levee analyzed and conditions for calculation

Levee height	Top width	Side slope	type of pipe	Upstream water stages	Pipe front locations	Impermeable, stiff ground
0.3m	0.3m	1:2	Front end opening (50mm opening) and Full surface opening	0.90 and 0.95 of levee height	No pipe and 9 points dividing levee bottom into 10 equal parts	Levee bottom
0.5m	0.5m					

Table 4. Outlines of analyses of seepage flow and slip stability

Levee height	FEM Scheme		Simplified Janbu Method		Unit weight of levee (tf/m ³)	Apparent cohesion (tf/m ²)	Internal friction angle (°)
	Finite element	Number of nodes & elements	Number of slices	Intervals of search points			
0.3m	4 points isoparametric	341 & 300	15 and 30	0.25m	1.8	0.0 0.01, 0.02 0.05, 0.1	25, 30, 35, 40
0.5m		561 & 500	25				

よりも解析精度を上げるために、Table 4 のように isoparametric な四角形要素を使用した有限要素法¹⁶⁾ によって、堤体内の等方性定常飽和浸透流解析を行い、堤体内のピエゾ水頭と流速の分布、浸出する流速と流量及びその高さを計算した。ついで、堤体内のピエゾ水頭分布から求めた間隙水圧分布を用いて、スライス両端に働く不静定せん断力を無視した簡易 Janbu 法による模型堤体の安定解析を行い、最小安全率と臨界すべり面とを求めた。土質パラメータは、Table 4 のように、粘着力 c を 5 通り、内部摩擦角 ϕ を 4 通りの計 20 通りの組合せについて変化させた。

すなわち、安定解析には種々の手法が提案されている¹⁷⁾が、ここで想定したパイプ状空洞の発生・進行によって生じるすべり面は必ずしも円弧状とは限らない。したがって、安定解析法は、任意形状のすべり面が求められ、さらに、実験で生じたような下流法先付近の局部破壊を表現しうるものであることが望ましい。そこで、本研究では、矢田部・榎・八木¹¹⁾の研究を参考にして、任意形状のすべり面に対するスライス分割法の一つであって、各スライスに作用する水平力及び鉛直力を求め、すべり土塊全体の水平方向の力のつり合から安全率を計算する Janbu 法が適していると判断し、計算の簡素化のために上記の簡易 Janbu 法を試みることにした。スライスの両端に働く不静定せん断力を和が微小であるとして無視した簡易 Janbu 法で得られる安全率の値は、一般の場合、厳密解とは 5 ~ 8 % の違いしかなく安全側であるといわれ¹⁷⁾、修正係数を用いて補正されるが、ここでは簡単のために修正係数は用いていない。

4.2 基礎式と解析手法

(1) 浸透流解析

雨水浸透及び内部貯溜がない場合、堤体内の等方性定常飽和浸透流の基礎式は、速度ポテンシャル $\Phi = -k\theta$ ($\theta = z + p/\rho g$) を用い、座標系として、堤体の下流法尻を原点とし、上流側に向かって水平に y 軸を、鉛直上方に向かって z 軸を取ると、次の Laplace 式となる。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

一方、境界条件は、上流法面上及びパイプ開口部の浸入面において、

$$\theta = H_0 \quad \text{on } \Gamma_1 \dots\dots\dots (2)$$

であり、浸潤面（堤体内の自由水面）では次式のようなになる。

$$k \frac{\partial \theta}{\partial y} n_{fy} + k \frac{\partial \theta}{\partial z} n_{fz} = 0 \quad \text{on } \Gamma_2 \dots\dots\dots (3)$$

$$\theta = Z_j(y) \quad \text{on } \Gamma_1 \dots\dots\dots (4)$$

また、下流法面上の浸出面では下式となる。

$$k \frac{\partial \theta}{\partial y} n_{sy} + k \frac{\partial \theta}{\partial z} n_{sz} = -V_s(y, z) \quad \text{on } \Gamma_2 \dots\dots\dots (5)$$

$$\theta = Z_s(y) \quad \text{on } \Gamma_1 \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 Γ_1 は水頭既知の境界を、 Γ_2 は流束既知の境界を表し、 θ はピエゾ水頭、 ρ は水の密度、 g は重力の加速度、 k は透水係数、 H_0 は上流の貯水位、 n_y 、 n_z はそれぞれ浸潤面（堤体内の自由水面）及び浸出面に立てた外向きの単位法線ベクトルで、添字 y 、 z はその方向成分を表す。 $Z_f(y)$ は浸潤面の高さ、 $V_s(y, z)$ は浸出面における流束の法線方向成分、そして $Z_s(y)$ は浸出面の高さである。

(1)式及び境界条件の (2)~(6)式に Galerkin 法を適用して有限要素法の定式化を行うが、要素分割対象の計算領域を定義する浸潤面の位置とその末端の浸出点高さが未知であるので、収束計算を行なわなければならない。ここでは、様々な方法のうち最も簡単な方法である下記の①の場合と、いわゆる two step iterative procedure¹⁸⁾といわれる同②の場合の2通りを用いた。

① 仮定した浸潤面に (3)式を、そして浸出面に (6)式を境界条件とし与え、浸潤面上節点の計算水頭値を用いて浸潤面の高さを修正し、要素を分割し直して再び計算を行う。収束判定は (4)式を用い、仮定浸潤面の位置（水頭値）と計算水頭値との差の絶対値が全てある許容範囲内に入ったとき、正解が得られたとして計算を終了する。

② まず、浸潤面位置を仮定して、そこに (4)式を、浸出面には (6)式を境界条件として与え、浸出面上の流束値 $V_s(y, z)$ を計算する。ついで、この計算値を用いて浸出面には (5)式を、浸潤面には (3)式を境界条件として適用して、浸潤面上の節点の水頭値を計算する。こうして、浸潤面位置の仮定値と得られた計算値との平均値を新たな浸潤面の仮定値として上述の計算を繰り返し、①と同じく、(4)式を用いて、仮定浸潤面位置と計算水頭値との差から収束を判定する。

上記2種の方法を用いて計算した結果には、浸出点位置や浸出流量に微少な差が認められたのみであったので、安定解析の間隙水圧分布としては、堤体高 $H=0.3$ m の場合には①による計算結果を、一方、 $H=0.5$ m の場合には比較のために②による計算結果を与えた。

要素分割は、Fig. 6 のように、 $H=0.3$ m の場合には341 節点、300 要素、 $H=0.5$ m の場合には561 節点、500 要素である。各節点は、両法面の交点と堤体底面の30 等分点（前者）、あるいは50 等分点（後者）とを結んだ31 本、あるいは51 本の線分上に拘束し、それぞれの線分を浸潤面と堤体底面との間で10 等分して定めた。分割領域最上の浸潤面上の節点は、仮定された位置に所定の水頭値が現われるようこれらの線分上を動かして位置を決め、再び10 等分点節点として要素分割を行って繰り返し計算を進めた。収束基準は、両者の場合とも、浸潤面上の全節点で位置の仮定値と計算値との差が ± 0.001 m 以内に収まることにした。

計算は、2種の空洞性状と上流水位に対して、それぞれパイプの先端位置を堤体底部最上流の PL. 1 から順に PL. 9 へと移動させた計36 通りの場合について行ったが、収束までの繰り返し回数は、初期値によって大きく異なり、本解析では2~42 回であった。②の方法を用いた $H=0.5$ m の場合には、一つ前のパイプ位置について得られた解の浸潤面位置を計算領域の初期値として与えた結果、先端が天端中央に位置する PL. 2~5 の場合の繰り返し回数を2~9 回に抑えることができた。

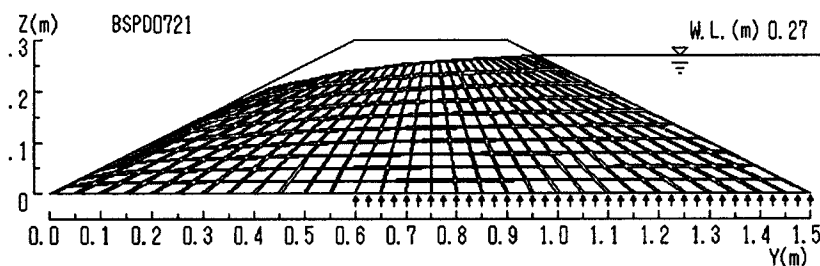


Fig. 6. Finite elements used in seepage analyses of the previous experiments ($H=0.3$ m).

(2) 安定解析

スライス間に働く不静定せん断力の影響を無視した既述の簡易 Janbu 法による安定率 F_s の算定式は次式のように求められている。

$$F_s = \frac{\sum R_i}{\sum T_i} \quad (i=1, 2, \dots, n) \dots\dots\dots (7)$$

$$R_i = \frac{c l_i \cos \alpha_i + (W_i - u_i l_i \cos \alpha_i) \tan \phi}{\cos^2 \alpha_i (1 + 1/F_s \tan \alpha_i \tan \phi)} \dots\dots\dots (8)$$

$$T_i = W_i \tan \alpha_i \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 W_i 、 l_i 、 u_i 及び α_i は、それぞれ各スライスの重量、底面長、底面に働く平均間隙水圧、及び底面の水平に対する傾き、 c は土の粘着力、 ϕ は土の内部摩擦角、 n は分割スライス数である。

斜面のすべり破壊に対する安全性を検査するためには、(7)式で与えられる安全率を最小とするすべり面の形状を見出し、その最小安全率を評価しなければならない。ここでは、(7)式の最小安全率の決定に、Yamagami・Ueta¹⁹⁾ が提案した手法を用いた。この手法は、Baker²⁰⁾ の考えに従って、数理計画法の一つである動的計画法の最適化手法を簡易 Janbu 法と結びつけて最小安全率を求める手法であり、非円弧すべり面に基づく最小安全率を比較的容易に評価できるものである。しかし、このためには予め動的計画法の stage と state に相当するスライス分割線とその上の探索点の配置ならびに探索点の間隙水圧を与え、土質パラメータを決めておく必要があって、これらについて以下に説明を加える。

(a) スライス分割線と探索点の配置

スライス分割数は堤高 0.3 m の場合、分割数 n の相違による最小安全率、臨界すべり面の形状及び収束に要する繰り返し回数の変化を検査するために、Fig. 7 上図に示すように堤敷全体に亘って等間隔の 15 分割とその間にも分割線を入れた 30 分割の 2 種類を用いた。したがって、分割線間隔はそれぞれ 0.1 m、及び 0.05 m である。また、堤高 0.5 m の場合には Fig. 7 下図のような 0.1 m 間隔の 25 分割とした。一方、

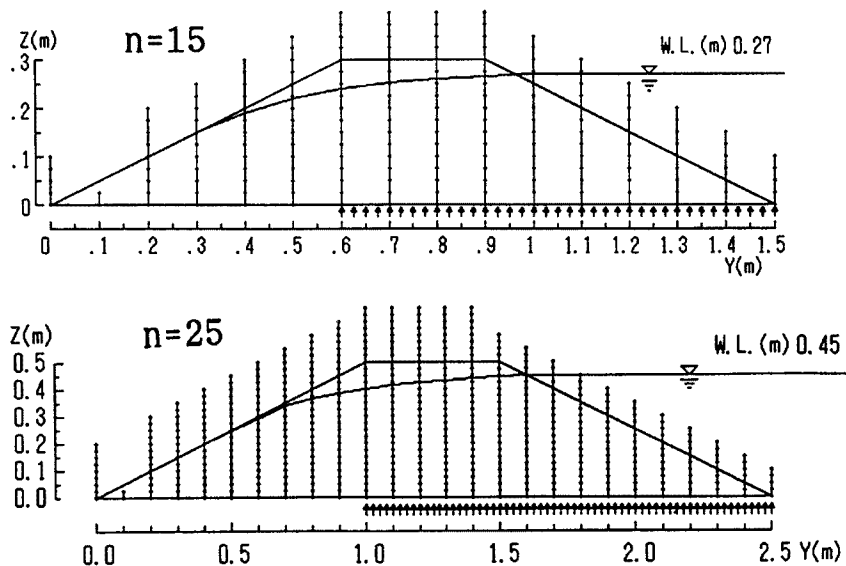


Fig. 7. Allocations of slice lines and search points in the simplified Janbu method applied to the previous experiments (top; number of slices $n=15$) and the present ones (bottom; $n=25$).

各分割線上の探索点の間隔は全ての場合で一定の0.025 mとした。

本解析法では、最低1つのスライス分割線は、堤体内部に探索点を限っておかなければ、最小安全率を与える経路として、堤体内部を通らない外部の探索点だけを結んだ安全率 $F_s = 0$ の経路が決定される。したがって、この手法では、すべり面が必ず堤体内部で通るスライス分割線を最低1本は予測し、その線上の探索点は堤体内部にのみ配置しなければならない。例えば、破壊形態として斜面先破壊が予測される場合には、斜面先に最も近い堤体分割線上においては地表面以下にのみ探索点を配置すればよい。

本研究では、下流法先から破壊していくとの実験結果を得ているので、法先に最も近い分割線を選べばよい。しかし、空洞先端が下流法先に近づいた場合には、噴砂現象に対応したような斜面内破壊を表現する臨界すべり面も考えられるので、その線の位置を系統的に変化させて計算し、最も安全率の低い値が得られたものを計算結果として採用した。

なお、基盤の位置は、実験条件に合わせて $z = 0$ m の堤体底部としており、それより下部には探索点を配置していない。

(b) 探索点の間隙水圧

浸潤面によって定義される飽和領域内の探索点の間隙水圧値は、浸透流解析結果のピエゾ水頭分布から与えればよいが、その節点位置はスライス分割線上の探索点の位置とは一致しない。そこで、この浸透流解析結果の浸潤面や浸出面を既知水頭点とする浸透流解析を、浸潤面とスライス分割線との交点及び探索点を節点とする3角形要素を用いた有限要素法によって行い、その解から間隙水圧を与えた。すなわち、この四周を既知とする浸透流解析の結果として、探索点におけるピエゾ水頭が得られるので、その値から位置水頭を引いて間隙水圧を求めた。

(c) 堤体材料の土質パラメータ

堤体材料の土質パラメータは直接計測するのが望ましいが、サンプリングして土質試験を行っても、実験時の真のパラメータが得られるとは限らず、多大の労力も要するので、本研究では、パラメータを通常範囲で変化させて安定解析の計算を行い、臨界すべり面形状と実験結果との対応から逆にそれを推定することとした。まず、解析対象の模型堤体が砂で構成されていることを考慮し、粘着力 c の値として、飽和・不飽和領域とも同一の極めて小さい範囲の、 $c = 0.0, 0.01, 0.02, 0.05$ 及び 0.1 tf/m² の値を設定した。つぎに、内部摩擦角 ϕ の値は、砂質土に対して通常考えられる比較的広い範囲の値ととして、 $\phi = 25, 30, 35$ 及び 40° を与えた。また、予備的に行ってきた計算結果では、単位体積重量 γ は通常の変化範囲では臨界すべり面形状をほとんど変化させず、最小安全率も $\gamma = 1.7 \sim 1.9$ tf/m³ の増加に対して $4.2 \sim 7.8\%$ 増加するのみであった。したがって、本研究では γ の値としては 1.8 tf/m³ のみを用いることにした。

なお、Table 2のように、今回の模型堤体材料の飽和単位体積重量は、比重が $G_0 = 2.74$ と大きいこともあって、 $1.96 \sim 2.00$ tf/m³ である。

5. 河川堤防の侵食と安定に関する解析の結果と考察

5.1 浸透流解析の結果と考察

(1) ピエゾ水頭と浸透流速の分布

浸透流解析の精度の検討のため、堤高 $H = 0.5$ m、上流水位 $H = 0.45$ m の場合の空洞の発生していない PL. 0 の解析結果を Casagrande の基本放物線と比較すれば、Fig. 8 のようであって、解析結果の浸潤面の位置は基本放物線とよく一致している。また、浸出点高さは、前節の①の方法を適用した $H = 0.3$ m の場合は、Casagrande の位置よりも僅かに高く、一方、②の方法を適用した同図の 0.5 m の場合は少し低かったが、いずれの場合にもよく一致していて、三角形要素を用いた既報の研究結果よりも解析精度が高く、より妥当な解の得られていることが判る。

つぎに、解析結果の例として、先端浸透型及び全面浸透型のパイプ状空洞の3つの先端位置、PL. 4, 6, 8について、上と同様に、堤高0.5 mの上流水位 $H_0 = 0.9H$ の場合の流速ベクトルとポテンシャルの分布図(等ピエゾ水頭線図)を示せば、それぞれ Fig. 9 (a) 及び (b) のようである。

空洞の性状に拘らず、パイプ先端が PL. 4 の上流法肩まででは、開口部先端付近だけで流速ベクトルが上向きとなり、ピエゾ水頭も上昇しているが、浸潤面の形状に変化はなく、Fig. 8 との差は明確ではない。空洞先端が堤体中央 (PL. 5) に達すると、

下流法面下部の水頭分布に影響が現れ始め、その付近では、水頭値が上昇して流速が大きくなり、浸出点高さも上昇していく。先端浸透型空洞の場合には、開口部付近で等ポテンシャル線が閉じるようになるが、全面浸透型の場合には空洞部において一様に水頭が上昇するので、そのような形状は現れない。

空洞先端が下流法肩の PL. 6 に達すると、Fig. 9 中段のように、これらの傾向がより明確になり、さらに、PL. 7 の位置にすれば、開口部先端の流速は明らかに大きくなって、ベクトルの方向は下流法面にほぼ垂直となる。また、等ポテンシャル線は堤体中央部で疎らになり、その傾きは、空洞の先端から下流に向かって水平に近付いていく。この分布形状は、Fig. 4 に示した Run 2 の初期の A 列のマノメータの変化と対応する。浸出点高さは、開口部先端からの漏水によって上昇し、浸潤面は、全面浸透型空洞の場合には広い範囲から押し上げられて比較的滑らかな形状であるが、先端浸透型の場合には下に凸な弓の形の

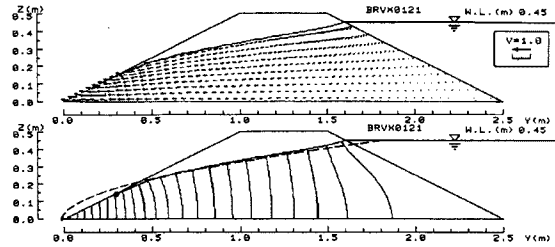
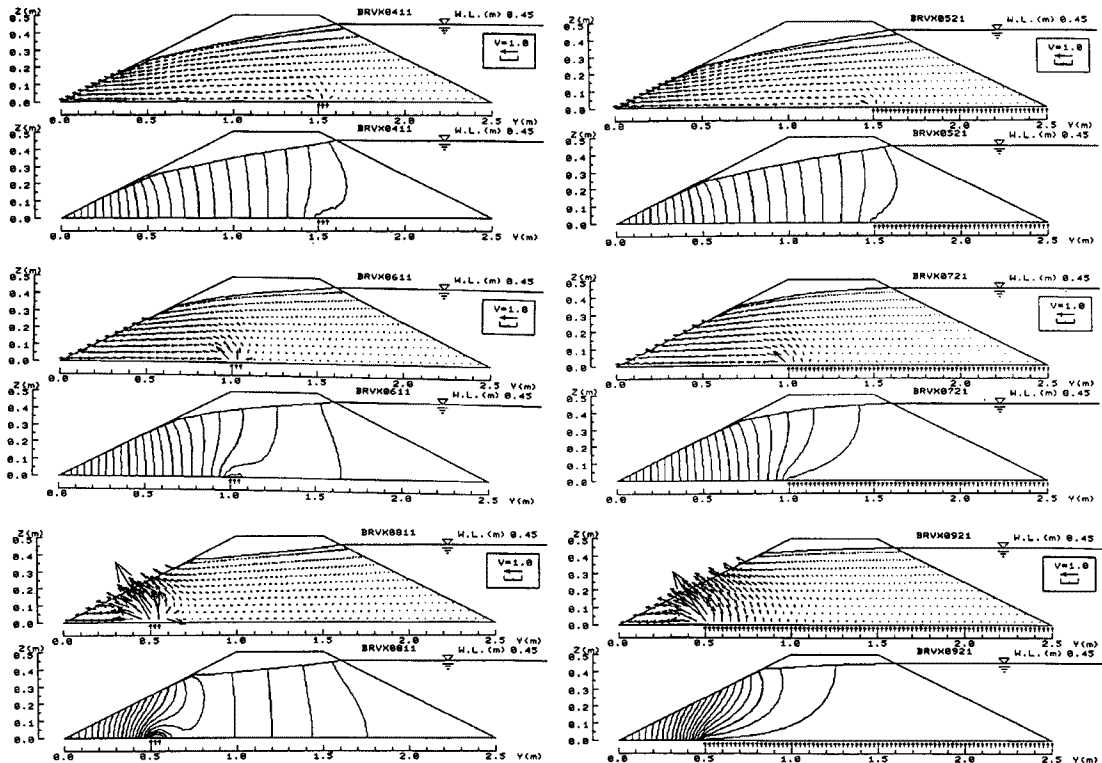


Fig. 8. Examples of results of seepage analyses without cavity pipes compared with the Cassagrande curve (broken line).



(a) Front opening pipe.

(b) Full surface opening pipe.

Fig. 9. Examples of results of seepage analyses with cavity pipes and $H=0.5m$.

状を呈している。

空洞先端が下流法面中央の PL. 8 に達すると、開口部先端の流速ベクトルは非常に大きくなり、下流法面にほぼ直角に吹き出す方向を示し、下流法面沿いの流速も同方向で一様に大きくなっている。また、開口部上方の等ポテンシャル線は間隔が著しく密になっていて、開口部からの強い圧力勾配を示し、Fig. 4 に示した Run 4 初期の A-10 ~ A-13 の傾向に一致するとともに、僅かな表面侵食に引き続いて噴砂の起きた既報の実験結果とも対応する。また、A 列のマノメータの高さ $z = 5 \text{ cm}$ の位置の等ポテンシャル線は開口部付近でかなりの長さに亘って水平となっており、同一値に集中していた Run 4 初期の A-6 ~ A-10 の測定結果と一致する。さらに、空洞先端位置が PL. 9 まで達すると、先端浸透型の場合では、下流法面のより低い部分で浸出が卓越するようになり、浸出点高さは PL. 8 の場合よりも低くなる。一方、全面浸透型では、浸出点高さは低下しないが、やはり法面のより低い部分での浸出が卓越している。

以上のように、先端浸透型空洞の場合には、先端部付近の水頭が高くなって逆流浸透域も現れるが、全面浸透型の場合には、堤体底部で一様に高水圧となるため、同一の先端位置では浸潤面の位置も上方になる。また、これらの結果に堤体高の違いが及ぼす影響は明確ではない。

つぎに、下流法面の 10 個の浸出要素における透水係数 k で除した無次元浸出流速 v_n/k の分布を、横軸に最下部から上方に順に付けた 1 ~ 10 の浸出要素番号をとり、上流水位及び空洞性状をパラメータとして、堤高 0.3 m 及び 0.5 m について示せば、それぞれ Fig. 10(a) 及び (b) のようである。なお、図中の番号はパイプ位置を意味する。全ての図において、先端位置が下流法肩の PL. 6 までは、浸出流速の分布形状にほとんど変化が認められないが、空洞先端が下流になるほど高く鋭いピークを呈している。先端が下流法面中央の PL. 8 にある場合、浸出流速のピークは要素番号 6 の位置に現れていて、この付近で噴砂の生じる可能性の高いことを示唆している。このような分布状は、PL. 9 で先端浸透型の浸出面上部

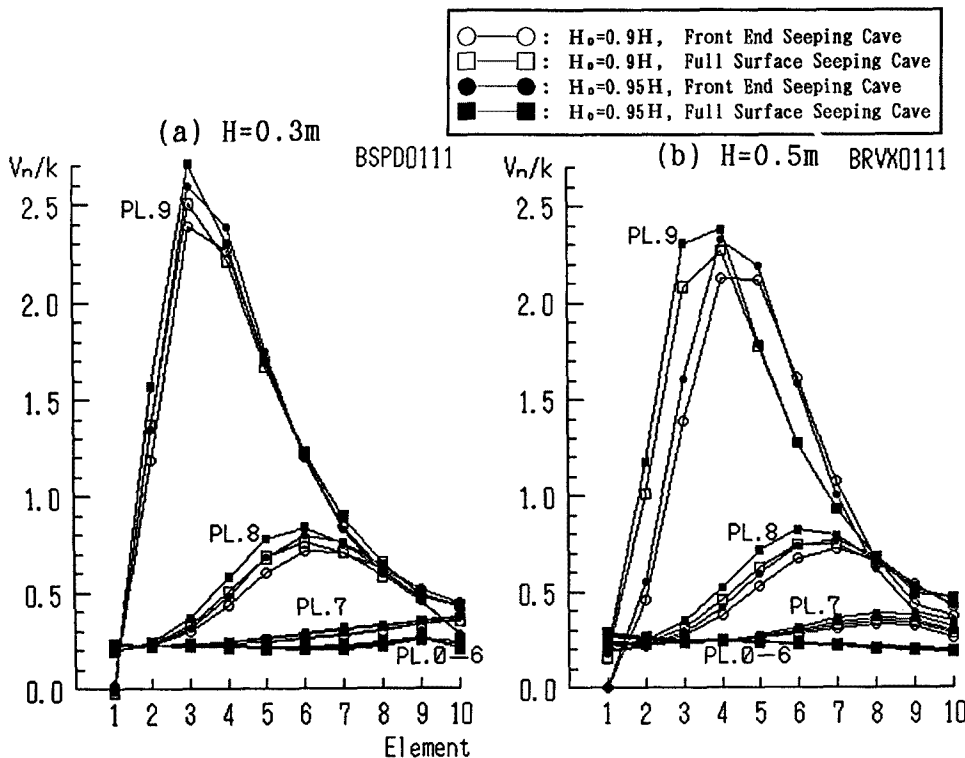


Fig. 10. Distribution of nondimensional velocity of seepage outflow from downstream surface elements numbered upward (Symbols are commonly used between Figs. 11 and 14).

要素の流速が全面浸透型に比べて小さくなる点を除いて、上流水位の若干の変化や空洞性状の相違にあまり影響を受けないことが分かる。

以上のピエゾ水頭と浸透流速の解析結果は既報の場合とほぼ同じであって、三角形要素でも妥当な結論の得られることが判る。また、堤高の相違によって、僅かな差異が分布状態などに現われたようであるが、これは、適用した収束方法の相違と堤高 0.5 m の方で相対的に厳しい基準となった ± 0.001 m 以内という収束判定の差異に起因するものである。

(2) 浸出流量と浸出点高さ

上述の浸出流速 v_n/k の分布を積分した単位幅当たりの浸出流量 q/k の空洞先端位置による変化を上流水位 H_0 で無次元化して、2種の堤高について示せば、それぞれ Fig. 11(a), (b) のようである。同様に、浸出点高さ Z_0 を H_0 で無次元化して図示すれば、それぞれ Fig. 12(a), (b) のようである。

Fig. 11, 12 の (a) と (b) とを比較すると、先端浸透型の PL. 7, 8 の場合の浸出点高さのように、堤高による僅かの差が認められるが、これらの無次元量の空洞の進行状況に対する変化は、それぞれの空洞性状毎にほとんど一致している。上述の差異は、やはり適用した収束方法と解の収束判定基準の相違によるものであって、浸出流量と浸出点高さは、空洞性状に応じて2つのグループに分類され、堤体の形状と材料が同一のとき、上流水位に比例することが判る。

さらに、 q/k を Z_0 で無次元化すれば、2種の堤高に対して Fig. 13(a), (b) のようであって、浸出流量の変化は同一の曲線で表され、堤高、上流水位及び空洞性状に拘らず、浸出流量は浸出点高さに比例して決定されることが判る。すなわち、浸出流量は、 v_n/k の分布状態によって定まるが、Fig. 10(a), (b) のように、この分布が上流水位の変化や空洞性状の相違にはほとんど影響されなかったため、上記の結果が得られたものと思われる。

また、Fig. 11 ~ 13 によれば、いずれの空洞の性状でも、先端が上流法面下部の PL. 0 ~ 3 にある場合には、無次元の浸出流量と浸出点高さはともに浸透のみの場合と大差はなく、空洞性状の相違による差異

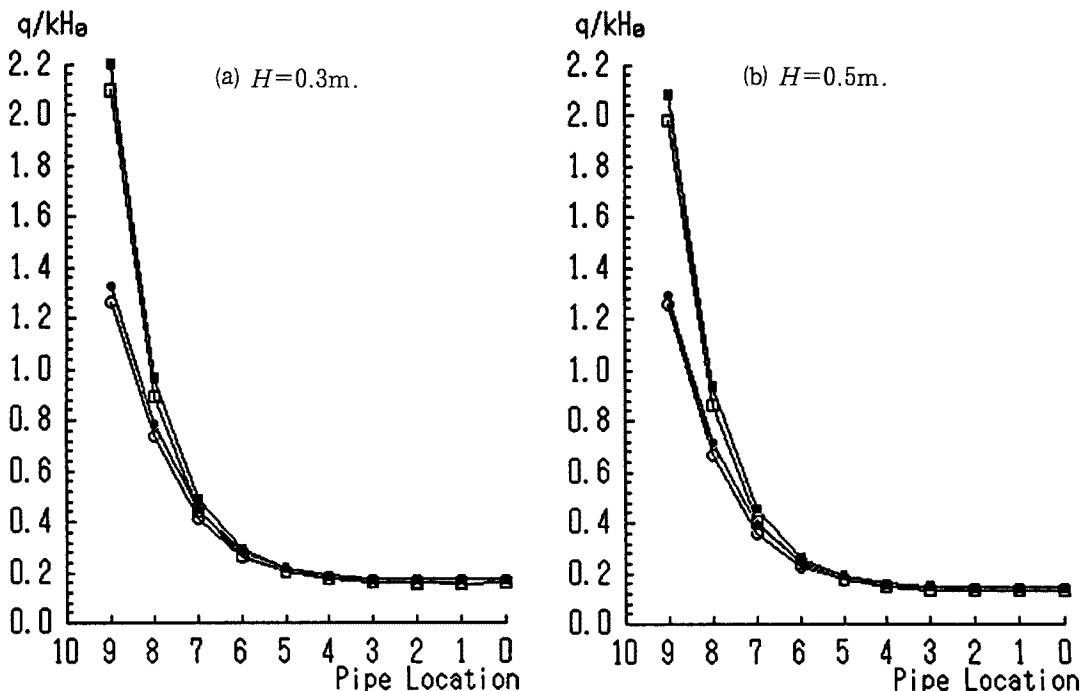


Fig. 11. Changes with pipe front location in seepage outflow discharge q divided by upstream water level H_0 and seepage coefficient k .

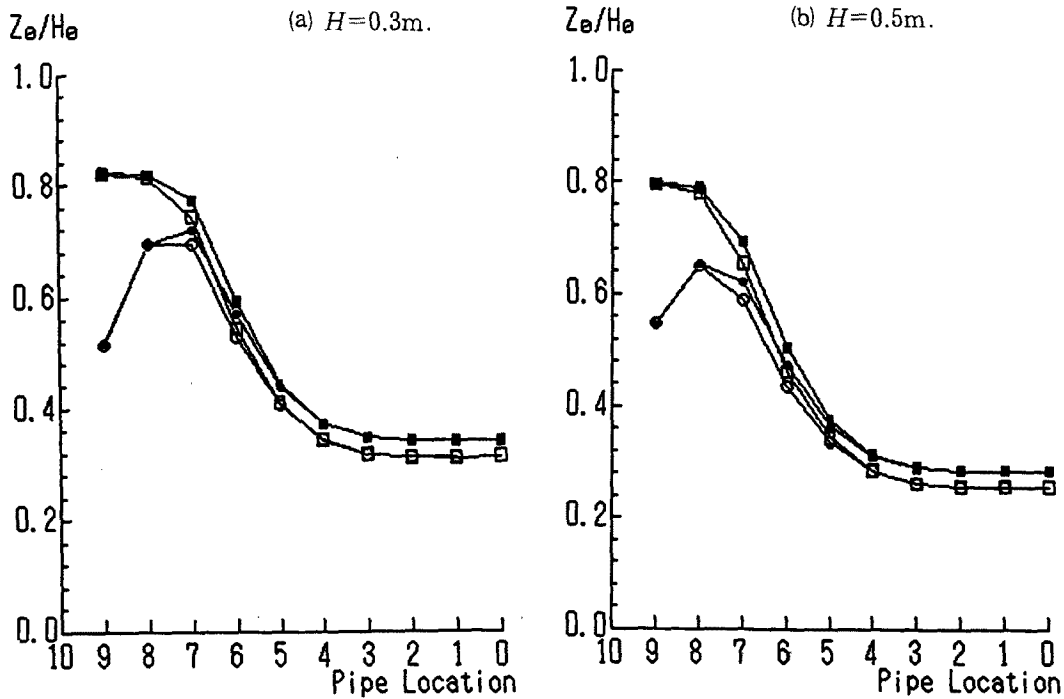


Fig. 12. Changes with pipe front location in seepage outflow height Z_0 divided by levee height H_0 .

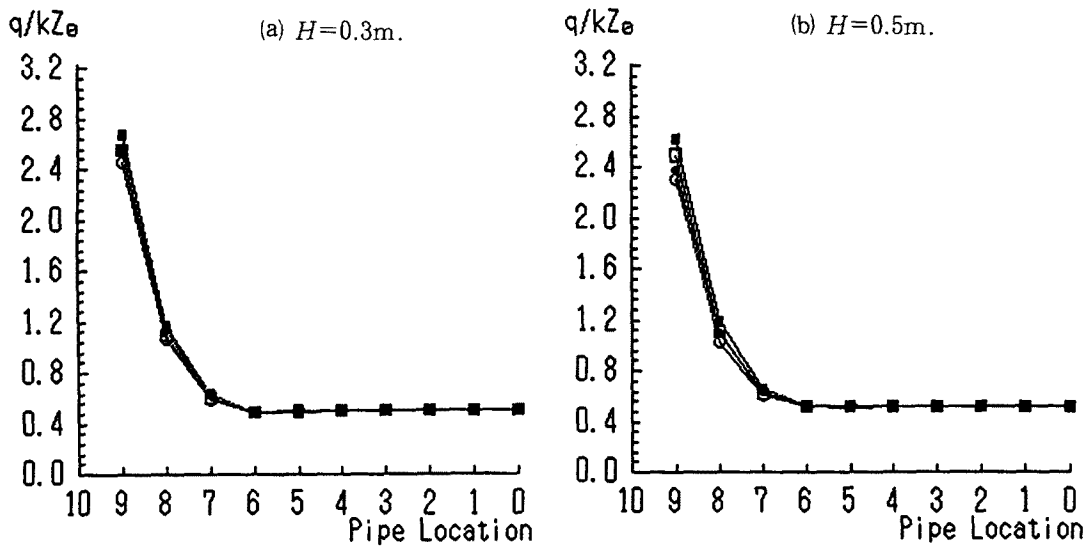


Fig. 13. Changes with pipe front location in seepage outflow discharge q divided by seepage coefficient k and seepage outflow height Z_0 .

も認められない。これは、先端が下流法肩までの PL. 1～6 の位置にある場合に、浸出流速分布に変化が認められなかったことと一致するが、先端が PL. 3 を越えると浸出点高さが徐々に上昇するために、浸出流速の積分である浸出流量は徐々に増加していく。そして、空洞先端が天端中央の PL. 5 よりも進行すると、両者とも急激に増加し始め、PL. 0 の場合と比較すると、浸出点高さは PL. 7 において 2～3

倍に、浸出流量は下流法面中央の PL. 8 で 4～5 倍になる。同時に、全面浸透型の方が先端浸透型よりも大きな値となって、空洞性状による流量の変化は、 H の 90% あるいは 95% という H_0 の変化によるものよりも顕著になる。この傾向は、PL. 9 においていっそう明確となって、先端浸透型空洞の浸出点高さは 1 つ上流側の PL. 8 よりも低下している。

以上のように、浸透流量や浸出点高さは、明らかに上流水位に比例しているが、空洞の進行に伴う変化は、堤高及び上流水位の変化によらず同一傾向であって、下流法面中央付近が噴砂を生じさせる空洞先端の限界的位置であると推測される。これより、堤体外部から把握できる浸透流量や浸出点高さの増加状況から、堤体内部の脆弱点の進行状況が推察でき、出水時にそれらが急増するような事態に遭遇すれば、堤体内の空洞が下流法面に近づいていて、噴砂の発生やそれに引き続いた堤体の全面決壊の危険性が高まっていると判断しなければならない。

5.2 安定解析の結果と考察

(1) 臨界すべり面の状況の変化

浸透流解析結果を用いて安定解析を行った結果から、 $H = 0.5 \text{ m}$ 、 $H_0 = 0.45 \text{ m}$ (堤高の 90%) の場合を例として、Fig. 14 に PL. 0 (無空洞) の、また、Fig. 15(a)～(c) に PL. 4 (上流法肩)、6 (下流法肩) 及び 8 (下流法面中央) の最小安全率 F_s を与えた臨界すべり面形状を図示する。

これらの図を含めた全計算結果には、上流法面まで到達するような堤体全体にわたる大きな臨界すべり面は現れず、 $H = 0.3 \text{ m}$ の既実験及び $H = 0.5 \text{ m}$ の本実験の決壊過程と一致する。一般的な特徴として、内部摩擦角 ϕ が一定であれば粘着力 c の値が大きいほど、また、 c が一定であれば ϕ が小さいほど、より大きなすべり面となる傾向が指摘できる。

また、同一の c 、 ϕ の組合せに対して、パイプ位置が上流法肩までの PL. 0～4 では、臨界すべり面の形状はほとんど変化せず、図中の F_s の値も同様であって、この間で下流法面付近の間隙水圧分布に差異が認められなかったことと対応する。空洞先端が下流法肩に達すると、下流法面下部の間隙水圧が上昇して、この部分の不安定性が増大し、とくに $c = 0.01 \text{ tf/m}^2$ の場合、大きな臨界すべり面の形状となる。しかし、空洞がさらに下流に進行して、下流法先付近の間隙水圧が著しく高くなった PL. 8 では、局所に集中した不安定性の増大を反映して、臨界すべり面は逆に小さくなり、噴砂面に対応した円弧とは異なった形状を示している。同時に、Fig. 15 の左右を比較すると、このような臨界すべり面の形状は、空洞性状の相違によってほとんど変化しないことが判る。

つぎに、堤高、上流水位及びスライス分割数が臨界すべり面の形状に及ぼす影響を検討するために、例として、 $H = 0.3 \text{ m}$ の先端浸透型空洞の先端を PL. 8 に固定し、 $n = 15$ 及び $n = 30$ の場合について、それぞれ H_0 を $H_0 = 0.27 \text{ m}$ (H の 90%) と $H_0 = 0.285 \text{ m}$ (H の 95%)

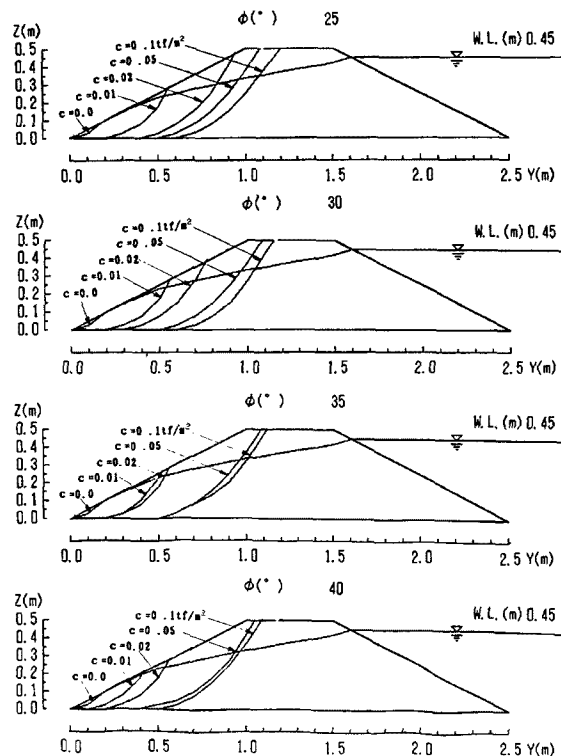
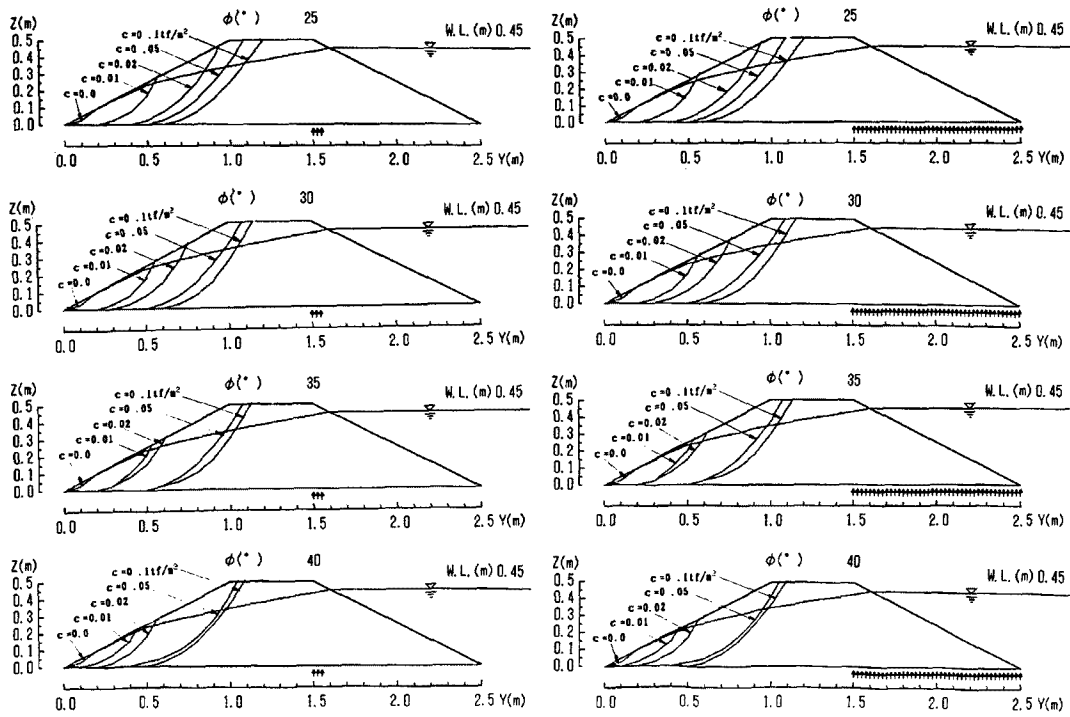
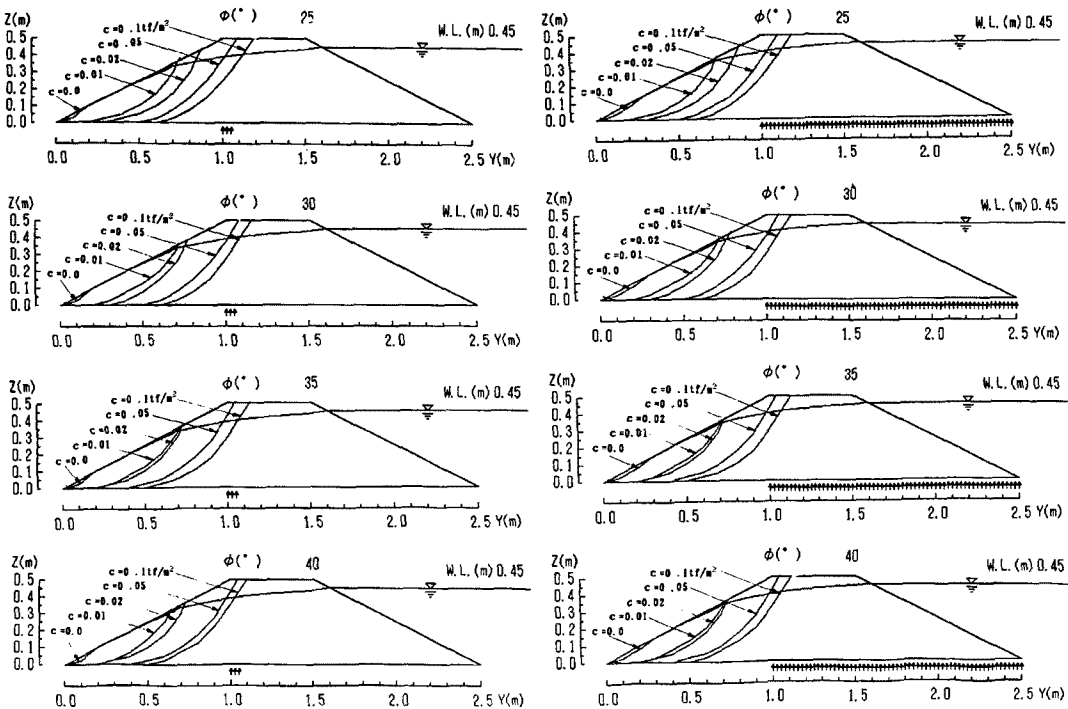


Fig. 14. Examples of slip surface analyzed without cavity pipe in cases of $H = 0.5 \text{ m}$ and $H_0 = 0.45 \text{ m}$.

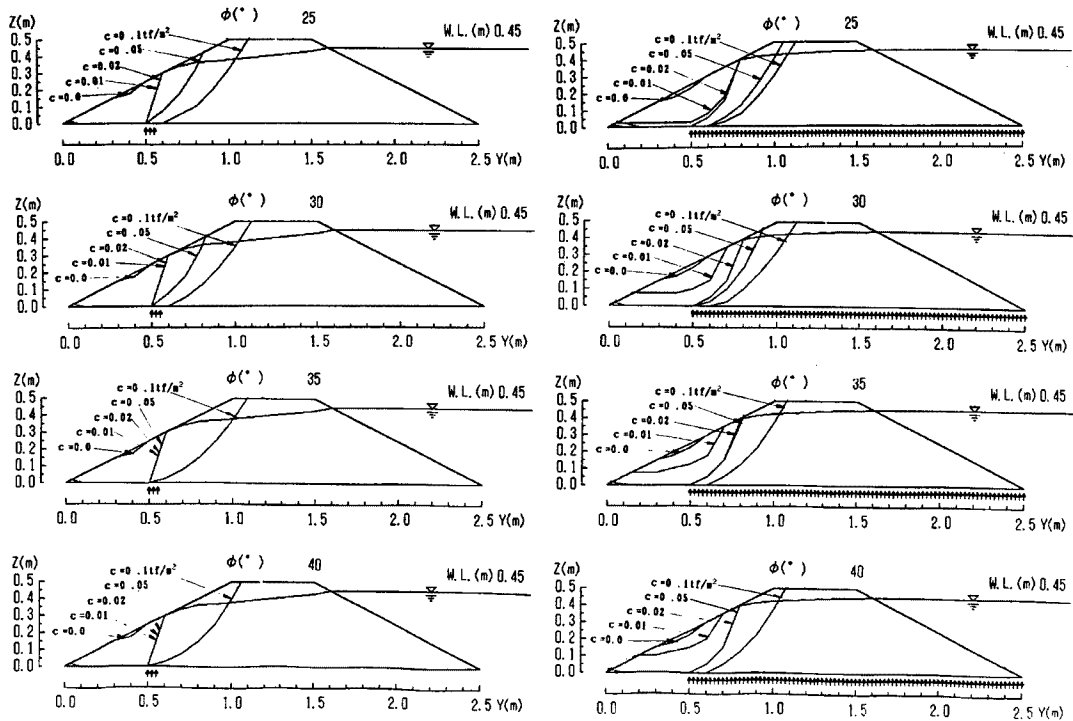


(a) PL. 4.



(b) PL. 6.

Fig. 15. Examples of slip surface analyzed both with front opening pipe and with full surface opening pipe in cases of $H=0.5\text{m}$ and $H_0=0.45\text{m}$.



(c) PL. 8.

Fig. 15. Continued.

に変させた場合と、 ϕ を $\phi = 20^\circ$ と $\phi = 40^\circ$ に変化させた場合の臨界すべり面の形状をFig. 16の(a), 及び(b)に示す。これらの臨界すべり面形状は、上流水位の数%の変化では明らかな相違を示さず、また、Fig. 15の $H = 0.5$ mの場合と比較すると、図中の F_s は全体に $H = 0.3$ mのものの方がやや大きい、それらの形状自体には差異がなくて、堤高の影響も小さいことが判る。

分割数 $n = 15$ 及び30とした解析結果を比較すると、 n の増加が必ずしも小さな最小安全率を与えるとは限らず、 F_s 値が高くなる結果もあることが判る。また、 F_s 値が非常に小さくなったとき、 $n = 30$ の方が計算不能に陥りにくかった。しかし、両者の値の差は小さく、臨界すべり面の形状も、 $n = 30$ の方がやや滑らかと感じられる程度の差しかない。したがって、解析対象の模型堤体では分割数は15程度で十分であると思われる。

Fig. 14～16において、 F_s 値の極めて低い $c = 0$ tf/m²の場合の臨界すべり面の形状は、空洞先端がPL. 6に達するまでは、下流法面内での表面破壊を表し、PL. 8では、空洞先端部付近の底面からの局部破壊を表している。この状況は、全ての実験条件に対して堤体が不安定で、無空洞でも表層破壊を繰り返して決壊した既報¹⁵⁾の粗砂を用いた実験に相当し、PL. 8のすべり面は噴砂現象に対応するものと考えられる。

これに対し、既報の細砂を用いた実験では、堤体は、空洞先端が下流法肩にあるときは安定が保たれ、下流法面中央に達すると急激に不安定となったが、本解析の安全率の変化からみると、これには $c = 0.02$ tf/m²で $\phi = 35 \sim 40^\circ$ の場合が対応していた。そこで、 $c = 0.02$ tf/m²、 $\phi = 40^\circ$ のときのPL. 6及びPL. 8の臨界すべり面形状を既報¹⁵⁾のFig. 5と比較・検討する。まず、PL. 6では解析結果は安定であって、これは開始17時間経過しても浸出水による侵食のみで堤体が安定であった既報のRun 12に一致し、一方、PL. 8の $F_s = 0.7471$ の不安定な臨界すべり面は、若干の堤体侵食後僅か2分で噴砂の生じた同Run 13, 14の噴砂直後の堤体形状に類似である。このように、この解析条件は細砂での実験結果をよく表現していると判断される。

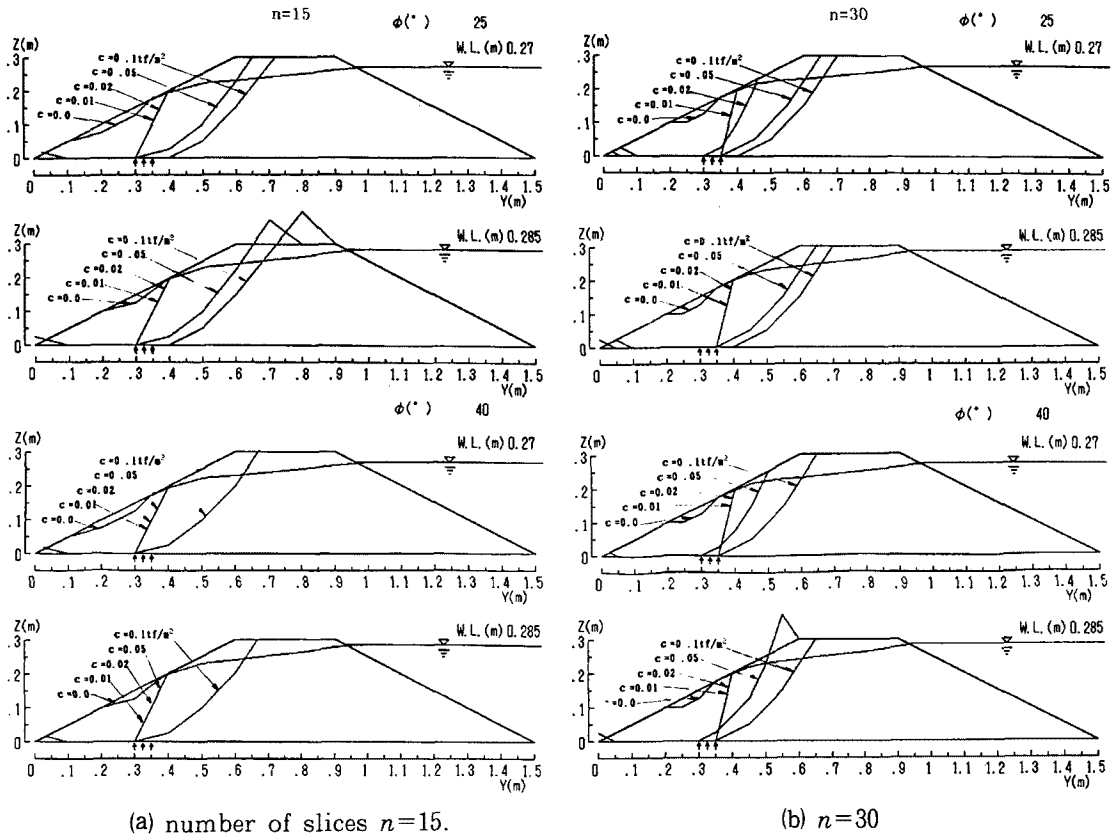


Fig. 16. Examples of slip surface with front opening pipe at PL. 8 in cases of $H=0.3\text{m}$, comparing $H_0=0.27, 0.285\text{m}$ and $\phi=25, 40^\circ$.

(2) 内部侵食の進行に伴う最小安全率の変化

$H=0.3\text{ m}$, $n=30$ の場合及び $H=0.5\text{ m}$ の場合について、それぞれ計算した内部摩擦角 ϕ 毎に、縦軸に最小安全率 F_s 、横軸にパイプ位置を取り、空洞性状と上流水位及び粘着力 c をパラメータとして図示すれば、Fig. 17(a), (b) のようである。

これらの図から、 F_s は堤体内の間隙水圧分布を支配する空洞の先端位置に応じて系統的に変化することが分かる。すなわち、間隙水圧分布に差異の認められなかった無空洞の PL. 0 からパイプ先端が上流法肩の PL. 4 までの場合には、 F_s の値はほとんど変化していない。間隙水圧分布に変化が生じてきた天端中央の PL. 5 以降、 F_s の値は減少し始め、下流法先の間隙水圧が著しく高くなる PL. 8 (下流法面中央) において急減している。空洞先端が PL. 9 に達すると、下流法先部の不安定性が著しく増加し、前述の最小化過程を繰り返していくうちに計算安全率が負となって、本解析手法では最小安全率の探索が不可能な場合があった。これらの空洞進行に伴う F_s の変化は、Fig. 11 ~ 13 に図示した浸出流量や浸出点高さの変化とよく対応しており、先述の下流法面を浸出してくる水量によって堤体の安定性が判断できることを裏付けている。

既述のように、堤体材料の土質パラメータに関する知見を得ていないので、 c と ϕ を変化させて計算を行っているが、 $\phi=25 \sim 40^\circ$ の通常考えられる比較的広い範囲の ϕ の増加に対して F_s は上昇する。しかし、その増加はそれほど大きくなく、逆に、空洞先端が下流法面中央の PL. 8 まで進行すると、 ϕ の増加が F_s の減少をもたらす結果も生じている。これは、大きな過剰間隙水圧が発生して、上向きに働く力の割合が大きくなる場合であって、Fig. 17 の $\phi=25^\circ$ と 40° を比較すると判る。一般に、 ϕ が増加すれば、すべり面は小さくなる傾向にあって、過剰間隙水圧による著しく不安定な部分のみに臨界すべり面が形成

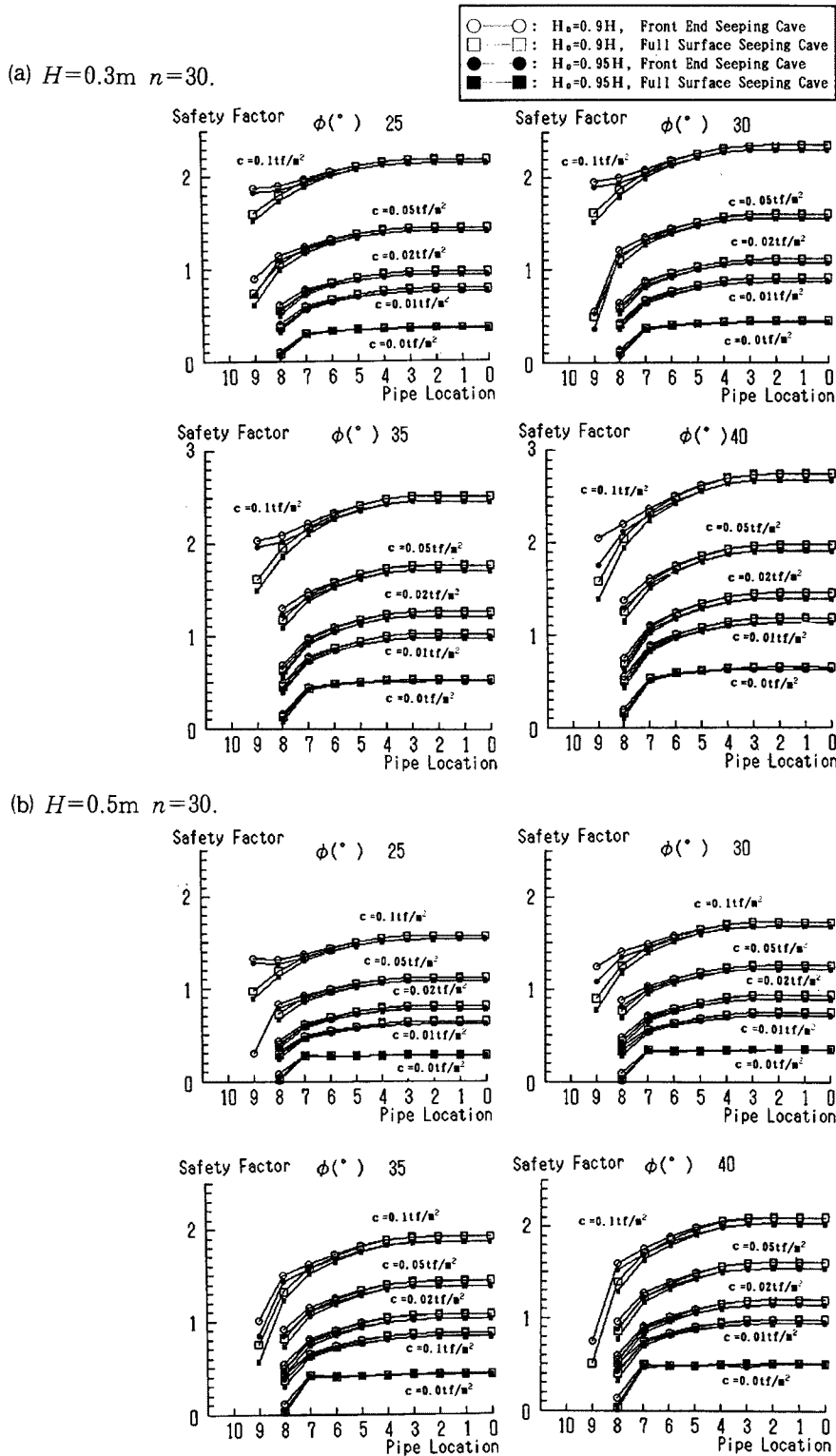


Fig. 17. Changes in minimum safety factors with pipe front locations in cases of $\phi=25, 30, 35$ and 40° .

されようとするために、このような結果が生じたものと思われる。この F_s の逆転現象は、パイプ状空洞が発生・進行していた事例の特徴の一つであると考えられる。

一方、 c の値は、実験砂の見かけの粘着力を想定して、 $c = 0 \sim 0.1 \text{ tf/m}^2$ とかなり小さな値の範囲で変化させたにも拘らず、 F_s の値は大きく変化していて、 c の増加が堤体の安定性をもたらすことが明確である。用いた最大値 $c = 0.1 \text{ tf/m}^2$ の場合、 $H = 0.3 \text{ m}$ では、パイプ位置、空洞性状、上流水位及び ϕ の全ての組合せに対して、 $F_s > 1$ であって堤体は安定である。 $H = 0.5 \text{ m}$ の場合でも、全面浸透型空洞の先端が最下流の PL. 9 に到達していた場合を除いて、同じ結果を得ている。

このことから、今回対象としたようなスケールの小さな模型堤体では、閉塞空気や毛管サクション等によるわずかな粘着力の発現が、安定性に対して多大な影響を及ぼし、既往及び本実験結果にみられた砂粒径による安定性の相違を表していると判断される。また、粘着力が増加するとすべり面は深部に及んだ大きなものになる傾向があるので、 c の増加が F_s の増大につながった理由の一つには、堤敷が堅固な基盤上であって、深部に及ぶすべり面が形成されないとした条件の影響もあると思われる。

つぎに、Fig. 17 から判るように、空洞性状の相違は、パイプ位置が PL. 0~7 までは全ての c 及び ϕ の組合せに対して、 F_s の値にはほとんど影響せず、上流水位も変化が数%であるので影響は明確ではない。しかし、空洞の先端が PL. 8 まで到達すると同一の c, ϕ の条件に対して、全面浸透型空洞の方が先端浸透型の場合よりも明らかに小さな F_s の値を与えている。空洞性状の相違の方が上流水位の変化よりも F_s の値に何ぼす影響が大きくなる傾向は、 c の値が大きい程明確であって、この傾向は PL. 9 において一層顕著となるが、こうした空洞性状の影響も、上述したパイプ位置による浸出流量の変化状況とよく対応している。

今回の堤高 0.5 m の実験では、浸透経路の閉塞現象のために解析結果から推定される経過とは異なったが、上述のように、既報の堤高 0.3 m の実験結果とはよく一致しているので、本解析法はこのような小規

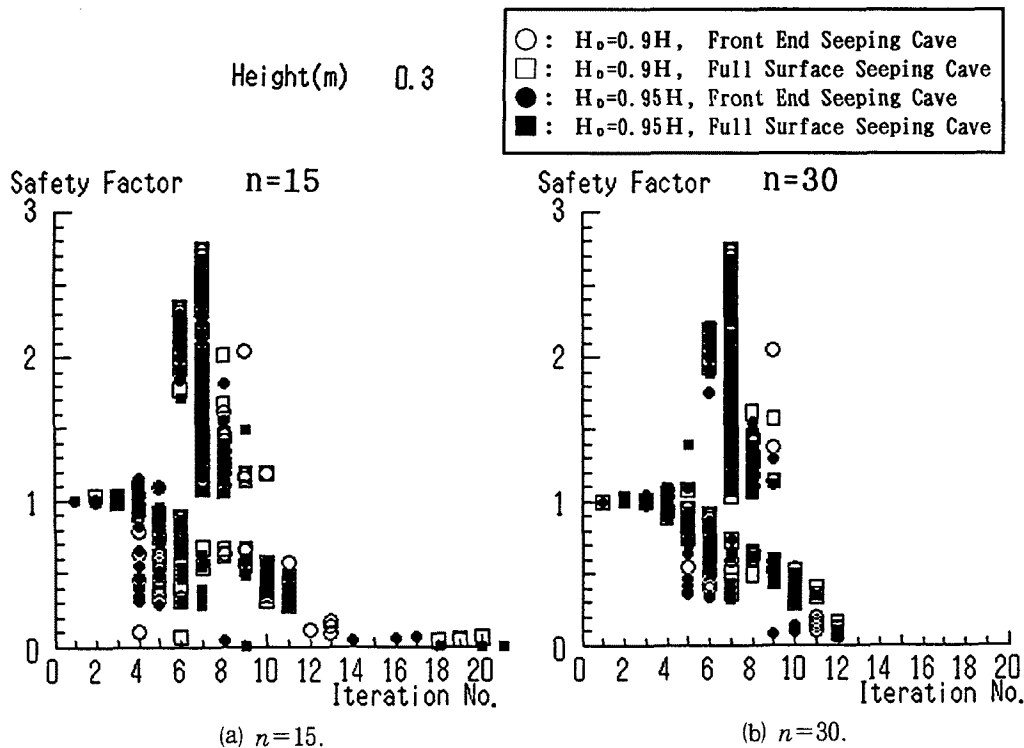


Fig. 18. Comparison of repeat numbers of calculation for convergence of safety factors in cases of $H=0.3\text{m}$. between $n=15$ and $n=30$.

模の模型堤体のすべり破壊の検討に対しても有効であると考えられる。

なお、収束に要した繰り返し計算回数を横軸に取り、最小安全率 F_s を縦軸に取って、 $H = 0.3$ m の $n = 15$ 及び 30 の場合について示せば、それぞれ Fig. 18(a) 及び (b) のようである。収束に要する繰り返し回数は、 $n = 15$ の F_s の値の極めて小さいときに 20 回前後と多く、 F_s の値が 1 に近づくときと少なくなり、さらに 1 を越えると 7～8 回でほぼ一定となる。このような傾向に、空洞性状の相違や上流水位の小さな変動の影響は明確ではなく、堤高の相違が繰り返し回数に与える影響も、 $H = 0.5$ m の場合と比較した結果あまり認められなかった。一方、 $n = 30$ の場合には、 F_s の値が極めて小さいときでも、繰り返し回数は 12 回以下であって、分割を細かくすれば、1 回の計算時間は長くなるが、 F_s が非常に小さくなると予測される場合には、計算回数を減少することができ、条件によっては計算時間短縮の可能性がある。

6. 結 論

本論文では、上流側（河川側）からパイプ状空洞が発生・進行していた場合の堤体の決壊過程に関する基礎実験を、微細粒径の砂材料を用い、空洞先端のみから漏水がある場合を対象として行った。ついで、既報及び本研究で用いた 2 種の模型堤体に対し、空洞性状とその先端位置、及び上流水位を変化させて、四角形要素の有限要素法による等方性定常飽和浸透流解析を行い、流速ベクトル、ピエゾ水頭、浸出流速、浸出流量そして浸出点高さの変化について考察を加えた。その結果得られた間隙水圧分布を用い、下流（浸出）法面の簡易 Janbu 法に基づいた安定解析を、粘着力 c 及び内部摩擦角 ϕ を変化させて行って、臨界すべり面形状と最小安全率の変化を検討し、実験結果との対応について考察した。

以下に得られた主な結果と今後の課題をまとめて結論とする。

① 堤体材料として珪砂 8 号を用い、堤高を 0.5 m として既報と同様の実験を行った。結果は既実験の傾向とはかなり異なり、局部破壊が下流法面付近に進行すると、進行速度は急激に低下し、浸出流量及び流出土砂量も減少した。パイプ先端を下流法面中央に設置した場合でも、従来のような噴砂現象は生じなかった。この主な原因は、実験経過及び間隙水圧や浸出流量の時間的変化から細粒分による浸透径路の閉塞であると思われる。

② 四角形要素の有限要素法による浸透流解析は、無空洞の場合浸潤面及び浸出点高さとも、Casagrande の方法とよく一致し、既報よりも妥当な解析結果を与えた。この解析による流速ベクトル分布、ピエゾ水頭分布、浸出流量及び浸出点高さの変化から、空洞先端の下流への進行とともに下流法面が急激に不安定化する様子が示され、既報の研究結果が確認された。一方、堤高の差異や空洞性状の相違及び上流水位の僅かな変化はこれらの結果にはほとんど影響しないことを示した。

③ 無次元浸出流量及び浸出点高さの検討によって、堤体形状と空洞性状が同じであれば、これらは上流水位に比例し、さらに、浸出点高さで無次元化された浸出流量は、空洞性状や上流水位によらず空洞先端の位置のみによって決定されることを示した。これより、堤体外部から入手可能な浸出流量及び浸出点高さから、堤体内部に発生した空洞性状とその先端位置について知見を得る可能性のあることが判った。

④ 浸透流解析の結果得られた間隙水圧分布を用いて、堤体の非円弧すべり破壊に対する最小安全率と臨界すべり面の形状を求めるために、計算プログラムを開発した。解析した結果、最小安全率は、浸透流量や浸出点と類似の変化を示し、空洞先端が下流法面を越えて進行するとその値は急激に低下し、さらに、下流法面中央を越えると最小安全率の探索が不可能となるぐらい不安定となる場合もあった。

⑤ 土質パラメータを変化させて安定解析を行った結果、従来の実験傾向を説明できる粘着力 c 及び内部摩擦角 ϕ の組合せを各材料毎に見出せることが判り、本研究で対象としたようなスケールの小さな堤体では、毛管サクシオンや空気閉塞等による僅かな粘着力の発現が、安定性に大きな影響をもたらすことが確認された。

以上、本研究では、洪水時における堤体の侵食と安定について、マクロな視点にたつて考察を加えてきた。この解析手法は、河道水位が急減したときの堤外側の堤体法面の安定問題や河岸侵食に直結した河岸斜面の崩落にも適用可能であつて、既に検討を進めてきている²¹⁾。それらの結果は別の機会にまとめるつもりであるが、それとともに、今後は、ミクロな視点にたつて、浸出水による土粒子の侵食過程の解析や堤体変形時の浸透・安定解析を進める必要がある。また、より現実に即した地盤内間隙水圧分布や土質条件に対して安定解析を行うことによって、洪水時における堤体や河岸の安定もより精確に評価できるようになることが期待される。

最後に、本研究の一部は、平成元年度文部省科学研究費重点領域研究（自然災害）（研究代表者：藤田裕一郎、課題番号1601520）の補助を得て行ったものであることを記して、関係各位に謝意を表します。また、斜面安定については、愛媛大学工学部榎明潔氏から貴重な研究成果を頂いた。ここに感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 橋本宏：河川堤防の技術的課題，土木技術資料，第30巻第3号，1988，pp.113-114.
- 2) 河野伊一郎・西垣誠：浸透・漏水破堤とその防止工に関する研究，洪水時における河川堤防の安全性と水防技術の評価に関する研究（研究代表者：村本嘉雄），文部省科学研究費自然災害特別研究研究成果，A-61-5，1986，pp.40-67.
- 3) Sherard, J.L.: Hydraulic fracturing in embankment dams, J. Geotech. Eng., ASCE, Vol. 112, No. 10, 1986, pp.905-927.
- 4) 中島秀雄・松原幹雄・飯島豊：X線写真を利用したパイピング現象の観察（第一報），第20回土質工学研究発表会，1985，pp.1479-1482.
- 5) 日下部治：ドラム型遠心力載荷装置を用いた河川堤防の安定に関する研究，昭和59・60年度科学研究費（一般研究C）研究成果報告書，1987，80 p.
- 6) 久楽勝行・石塚宏史・竹内辰典：地盤の特性が河川堤防内の非定常浸透流に及ぼす影響，土木技術資料，第24巻第10号，1982，pp.39-44.
- 7) 久楽勝行・吉岡淳・細谷政和：洪水時及び豪雨時の堤体内の浸透流と堤防の安定性，土木技術資料，第27巻第7号，1985，pp.21-27.
- 8) Howard, A. D. and C. F. McLane III: Erosion of cohesion-less sediment by groundwater seepage, Water Resourc. Res., Vol. 24, No. 10, 1988, pp. 1659-1674.
- 9) Ullrich, C. R., D. J. Hagerty and R. W. Holmberg: Surficial failures of alluvial stream banks, Canadian Geotech. J., Vol. 23, 1986, pp. 304-316.
- 10) Fujita, Y., Y. Muramoto and H. Miyasaka: An observation of river bank erosion, Proc. 6th APD-IAHR, 1988, pp. 123-130.
- 11) 矢田部龍一・榎明潔・八木則男：降雨浸透を考慮した斜面安定解析法の検討，地すべり，第22巻第4号，1986，pp. 1-7.
- 12) 八木則男・矢田部龍一・山本浩司：雨水浸透による斜面崩壊，土木学会論文報告集，第330号，1983，pp.107-114.
- 13) 西田義親・八木則男・二木幹夫：雨水浸透による地盤内発生間隙水圧と斜面安定，土木学会論文報告集，第262号，1977，pp.91-100.
- 14) 久楽勝行・石塚宏史：雨水の浸透と盛土の安定性，土と基礎，第30巻第9号，1982，pp.37-43.

- 15) 藤田裕一郎・村本嘉雄・八尋裕：パイピングによる堤体の決壊過程，京大防災研年報，第31号B-2，1988，pp.525-546.
- 16) 戸川隼人：BASICによる有限要素法の基礎，サイエンス社，1985，213 p.
- 17) 土質工学会編：土質工学ハンドブック，1988，1505 p.
- 18) Neuman, S.P. and P.A. Witherspoon: Finite element method of analyzing steady seepage with a free surface, Water Resour. Res., Vol.6, No.3, 1970, pp.889-897.
- 19) Yamagami, T. and Y. Ueta: Noncircular slip surface analysis of the stability of slopes, J. Japan Landslide Soc., Vol.23, No.4, 1986, pp.8-16.
- 20) Baker, R.: Determination of the critical slip surface in slope stability computations, Int'l J. Numer. and Analytical Methods in Geomech., Vol.4, 1980, pp.333-359.
- 21) 村本嘉雄・藤田裕一郎・八尋裕・新川清隆：宇治川における河川侵食の実態とその予測，平成2年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，1990，II-65.