

## エネルギー散逸機構に基づく流砂モデル

江頭 進治・芦田 和男・高濱淳一郎・田野中 新

### SEDIMENT TRANSPORT FORMULA DERIVED FROM AN ENERGY DISSIPATION MODEL OF SOLID-FLUID MIXTURE

*Shinji EGASHIRA, Kazuo ASHIDA, Jun-ichiro TAKAHAMA, Shin TANONAKA*

#### Synopsis

The present study emphasizes that no differences exist in the dynamics of grain movement in debris flow and general bed-loads, so far as bed shear stress is kept greater enough for active movement of sediment.

The structure of shear stress in the sediment layer under consideration is discussed in terms of a theory of debris flows which has been developed by the authors. This brings about the differential equations for velocity and particle concentration in the moving layer of sediment. These equations are solved analytically, assuming a linear profile of sediment concentration, and also analysed numerically. No significant differences are found between the results obtained by the two; the approximate solution and the numerical solution.

A bed load equation, which should be called a "sediment load formula", is developed by using the formulas for the velocity profile of sediment layer and the flow depth of sediment layer. According to the formula, non-dimensional bed load rate is proportional to  $\tau_*^{5/2}$  ( $\tau_*$  is the non-dimensional shear stress). This equation is verified in terms of flume data.

#### 1. 緒 言

流砂は、運動形態の違いによって各個運搬形式で輸送されるものと集合運搬によるものとに分類されている。このような分類の当否を別にすれば、前者の代表として掃流砂があり、後者には土石流があって、とくに前者については河川工学の中心課題として古くから研究され、Du boysの式<sup>1)</sup>以来これまでに多くの流砂量式が提案されている。

掃流砂量式の考え方には、各研究者によってそれぞれに特徴があるが、これらは大まかには、二つのグループに分けられる。一つは、流砂量を粒子の移動速度、移動層厚、粒子濃度の積として扱うか、あるいは移動速度と移動個数の積として評価するかである。もう一つは粒子運動を確率統計的な手法で議論しようとするものである。前者の扱いにおいては、佐藤・吉川・芦田<sup>2)</sup>式に代表される様に水流の揚圧力と移動個数との関係、あるいは移動層厚と粒子濃度の積との関係を中心的課題として議論するものや、あるいは芦田・道上式<sup>3)</sup>にみられるように、水流のせん断力と移動個数との関係を議論するものがある。一方、確率的な扱いにおいては、Einstein<sup>4)</sup>や、Paintal<sup>5)</sup>あるいは中川・辻本<sup>6)</sup>の研究にみられるように、pick-up rateおよびstep lengthをいかに評価するかが中心課題となっている。

土石流は、固体粒子と水の混合物の流れである。これに関する研究の歴史は比較的新しいが、Bagnold

の研究以来、多くの研究が発表されている。これらの研究の殆んどは、椿・橋本・末次の研究<sup>7)</sup>にみられるように固体粒子の衝突に伴う運動量交換を議論して流速分布則を導くか、あるいは宮本<sup>8)</sup>の研究にみられるように粒子衝突に伴うエネルギー散逸に基づいて流速分布則を導くか、いずれかの方法で行われている。しかし、これらの研究においては水の存在が考慮されていない。このような状況において、江頭・芦田<sup>9)</sup>は、固体粒子間の摩擦、粒子の非弾性衝突および間隙を構成する水によるエネルギー散逸を考慮して、土石流の流速分布や粒子の濃度分布則を導いている。

掃流砂および土石流に関する研究の手法は上述のようである。それらによれば、掃流砂の粒子運動は、上方を流れる水流によって一方的に規定され、流砂と水流との interaction は考慮されていない。一方、土石流は、江頭<sup>9)</sup>によれば、水と固体粒子の混合物を連続体として扱えば、より合理的に説明できるようなのである。しかし、これまでの研究においては、土石流と掃流砂との本質的な違いがあるのかどうかは明確にされていない。

ここで、土石流と掃流砂との基本的な違いがあるのかどうかを考えるための試行実験を試みよう。まず、15°以上の勾配を有する固定床開水路において、砂粒子と水との混合物を供給して土石流を形成している状態を想定しよう。このとき、鉛直方向には粒子の濃度は一様ではないが、粒子は水面まで分散した状態で流れている。この状態から勾配を下げても10°程度にしてみよう。すると、表面付近には粒子は存在せず、水だけの流れの層が形成され、その下方では水と粒子の混合物の流れが形成されるはずである。このような流れは、従来、掃流状集合流動や土砂流と呼ばれている。さらに、水路勾配を下げても2~3°程度にしてみよう。すると、粒子を含まない水だけの流れの厚さはさらに増加し、粒子の流れの厚さは減少する。

上述の試行実験において、流動砂層の運動についてみると、勾配の減少に伴う水流の層の形成の有無にかかわらず、流動砂層の力学には本質的な違いがあるのかどうかは判然としない。本研究は、掃流砂と土石流における流動砂層のせん断力の構造には違いがないものとしたとき、両者をどこまで統一的に扱うことができるのかを明らかにすることを目的としている。以下、本研究においては、江頭・芦田らによって提案された土石流の応力モデルを土砂流や掃流砂への適用して、流速分布則、濃度分布則ならびに流砂量式を導くとともに、水路実験によってそれらを検討する。

## 2. 流砂モデル

### 2.1 移動砂礫層における応力の構造

Fig. 1 に示すように、砂礫層の流動厚  $h_s$ 、その上方の水だけの流動層  $h_w$  および全流動層  $h_t$  をもつ2次元等流を考える。砂礫層の流れに関する運動方程式は、 $x$ 、 $z$  方向に対してそれぞれ次のように与えられる。

$$0 = \rho_m g \sin \theta + \frac{\partial \tau}{\partial z} \dots\dots\dots (1)$$

$$0 = -\rho_m g \cos \theta - \frac{\partial p}{\partial z} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $\rho_m$  は、混合物の密度であり、砂礫の密度を  $\sigma$ 、水の密度を  $\rho$ 、砂礫の体積濃度を  $c$  とすると、これは次式で表される。

$$\rho_m = \rho \{ (\sigma/\rho - 1)c + 1 \} \dots\dots\dots (3)$$

式(1) に式(3) を代入して、これを  $z$  から  $h_s$  まで積分すれば外力としてのせん断力が次式のように求められる。

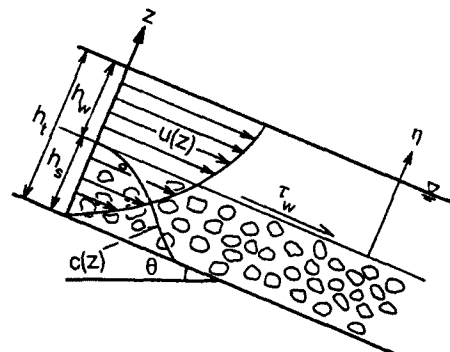


Fig. 1. Two-dimensional uniform flow and symbols.

$$\tau(z) = \tau_w + \rho g \sin \theta \int_z^{h_s} \left\{ \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c + 1 \right\} dz \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに,  $\tau_w$  は  $z=h_s$  におけるせん断力である。

$$\tau_w = \rho g h_w \sin \theta \quad \dots\dots\dots (5)$$

一方, 式(4) の  $\tau(z)$  に対する内力は, 江頭・芦田ら<sup>9)</sup>によれば次式で与えられる。

$$\tau(z) = p_s \tan \phi_s + k_g \sigma (1-e^2) d^2 c^{1/3} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + k_f \rho d^2 \frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに,  $p_s$  は粒子の骨格応力あるいは静的な圧力,  $\phi_s$  は粒子の内部摩擦角,  $e$  は粒子の反発係数,  $d$  は粒子径,  $k_g$  および  $k_f$  は係数であって, それぞれ次のような値をとる<sup>9)</sup>。

$$k_g \approx 0.0828, \quad \sqrt{k_f} \approx 0.5$$

式(6) の右辺第1項は降伏応力, 第2項は非弾性衝突によって発生する応力<sup>8)</sup>, 第3項は間隙水の乱れによる応力である。なお, 式(6) は, 混合物の流れのエネルギー散逸率より導かれたものであり, 本研究において最も重要な役割を担っている。

圧力  $p$  は, 江頭・芦田ら<sup>9)</sup>によれば, 間隙水の圧力  $p_w$ , 粒子骨格応力  $p_s$  および衝突に伴う反発力  $p_d$  から成っており, これは次式のように与えられる。

$$p = p_w + p_s + p_d \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで,  $p_w$  は静水圧分布に従い,  $p_s$  は,  $p_d/p_s = \alpha$  として

$$\frac{\partial p_s}{\partial z} = -\frac{\rho g}{1+\alpha} \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c \cos \theta \quad \dots\dots\dots (8)$$

のように与えられる。 $p_d$  には宮本<sup>8)</sup>の研究を適用すれば,

$$\frac{\partial p_d}{\partial z} = k_g \sigma d^2 e^2 \frac{\partial}{\partial z} \left\{ c^{1/3} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(7), (8), (9) より

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \cos \theta - \frac{\rho g}{1+\alpha} \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c \cos \theta + k_g \sigma d^2 e^2 \frac{\partial}{\partial z} \left\{ c^{1/3} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

以上より流速分布および濃度分布に関する微分方程式が得られる。すなわち, 式(4), (6) より

$$(f_f + f_g) d^2 \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 = u_{*w}^2 + g \sin \theta \int_z^{h_s} \left\{ \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c + 1 \right\} dz - \frac{\tan \phi_s}{1+\alpha} g \cos \theta \int_z^{h_s} \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c dz \quad \dots\dots\dots (11)$$

が得られ, 式(2), (3), (10) より次式が導かれる。

$$k_g e^2 \frac{\sigma}{\rho} d^2 \frac{\partial}{\partial z} \left\{ c^{1/3} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} = -\frac{\alpha}{1+\alpha} g \cos \theta \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに,

$$f_f = k_f \frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}}, \quad f_g = k_g \frac{\sigma}{\rho} (1-e^2) c^{1/3}, \quad u_{*w} = \sqrt{g h_w \sin \theta}$$

である。式(11), (12) によれば, 速度場と濃度場は interaction によって互いに決定されていることが分かる。

## 2.2 水流の層の応力と流速分布

等流状態において、水の運動方程式は式(1)、(2)の $\rho_m$ を $\rho$ に置きかえたものにある。これより外力としてのせん断力は

$$\tau(\eta) = \rho g \sin \theta (h_w - \eta) \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $h_w$ は水流の層の厚さで、 $\eta$ はFig. 1に示すように砂礫層と水流層との境界から垂直上向きにとった座標である。一方、内力はプラントルの混合距離理論を用いれば、

$$\tau(\eta) = \rho l^2 \left( \frac{du}{d\eta} \right)^2 \dots\dots\dots (14)$$

のようである。ここに、 $l$ は混合距離であって、 $\eta=0$ 、すなわち境界において有限値 $l_0$ をもつものとして、次式を仮定する。

$$l = l_0 + \kappa \eta \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $\kappa$ はカルマン定数である。 $l_0$ は砂礫層の流れの間隙スケールに対応するものであり、江頭・芦田らの研究<sup>9)</sup>に従って次式を仮定する。

$$l_0 = \sqrt{k_f} \left( \frac{1-c}{c} \right)^{1/3} d \dots\dots\dots (16)$$

式(13)、(14)、(15)により次式を得る。

$$\frac{du}{d\eta} = \frac{u_{*w}}{l_0 + \kappa \eta} \sqrt{1 - \frac{\eta}{h_w}} \dots\dots\dots (17)$$

いま、 $u_{*w} \sqrt{1 - \eta/h_w} = \text{const.}$ として境界近傍の流速分布を考えることにすれば、水流の層の流速分布は次式のように求められる。

$$u(\eta) = u_i + \frac{u_{*w}}{\kappa} \ln \frac{l_0 + \kappa \eta}{l_0} \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $u_i$ は境界( $\eta=0$ )における流速であって、砂礫層の流速分布との連続条件から定められる。これについては後述する。

## 2.3 砂礫層の流速分布と濃度分布

### (1) 近似解

式(11)から明らかなように、流速分布は、濃度 $c$ が一定の場合には容易に求められる。このとき、流速分布は3/2乗則<sup>9)</sup>になる。

流動砂礫層の濃度は、流動層と静止層との境界において静止堆積層の濃度 $c_*$ に接続し、水流層との境界において0となる。そこで、移動砂礫層の平均濃度を

$$\bar{c} = c_*/2 \dots\dots\dots (19)$$

のように仮定し、 $c(z) = \bar{c}$ として流速分布を求めよう。このとき、式(11)は次のようになる。

$$(f_f + f_g) d^2 \left( \frac{\partial u'}{\partial z'} \right)^2 = \frac{h_s u_{*w}^2}{g} - h_s^2 \beta (1 - z') \cos \theta \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 $u' = u/\sqrt{gh_s}$ 、 $z' = z/h_s$ 、 $\beta$ は次式で定義されている。

$$\beta = \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \bar{c} \frac{\tan \phi_s}{1 + \alpha} - \left\{ \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \bar{c} + 1 \right\} \tan \theta \dots\dots\dots (21)$$

式(20)を $z' = 0$ で $u' = 0$ として、後述の式(24)を用いれば、流速分布が次のように得られる。

$$u'(z') = -\frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt{f_f + f_g}} \frac{1}{B} \{A + B(1 - z')\}^{3/2} \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 $A, B$  は次のようである。

$$A = \frac{h_s u_{*w}^2}{gd^2} \quad B = -\left(\frac{h_s}{d}\right)^2 \beta \cos \theta$$

なお、上式によれば、式(18)の境界流速  $u_i$  は次式で与えられる。

$$u_i = -\frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt{f_f + f_g}} \frac{A^{3/2}}{B} \sqrt{gh_s} \dots\dots\dots (23)$$

ついで、移動砂礫層の厚さについて調べよう。式(20) から明らかなように、砂礫層の流動は同式の右辺が正のときのみ起こり、 $z' = 0$  においては速度勾配も流速も 0 となる。したがって、次の関係が恒等的に成り立つ。

$$A + B = 0 \dots\dots\dots (24)$$

さらに、Fig. 1 を参照すれば、

$$h_s + h_w = h_t \dots\dots\dots (25)$$

ここに、 $h_t$  は全流動層（砂礫と水流）の厚さである。式(24)、(25) より、全流動層に対する流動砂礫層の厚さの比、あるいは全流動層に対する水流層の厚さの比がそれぞれ次のように導かれる。

$$h_s/h_t = \tan \theta / (\beta + \tan \theta) \dots\dots\dots (26)$$

$$h_w/h_t = \beta / (\beta + \tan \theta) \dots\dots\dots (27)$$

以上、流速分布や移動層厚比に関する近似式が導かれた。一例として、式(22) による砂礫層の流速分布を Fig. 2 に示す。計算においては、 $\sqrt{k_f} = 0.4$ 、 $k_g = 0.0828$ 、 $\alpha = 0.25$ 、 $\phi_s = 38.5^\circ$ 、 $e = 0.85$  のような値を用いている。図の左側は流速分布で、右側には濃度分布、外力のせん断力成分および降状応力の分布が無次元量の形で示されている。なお、降状応力は  $p_s \tan \phi_s$  である。

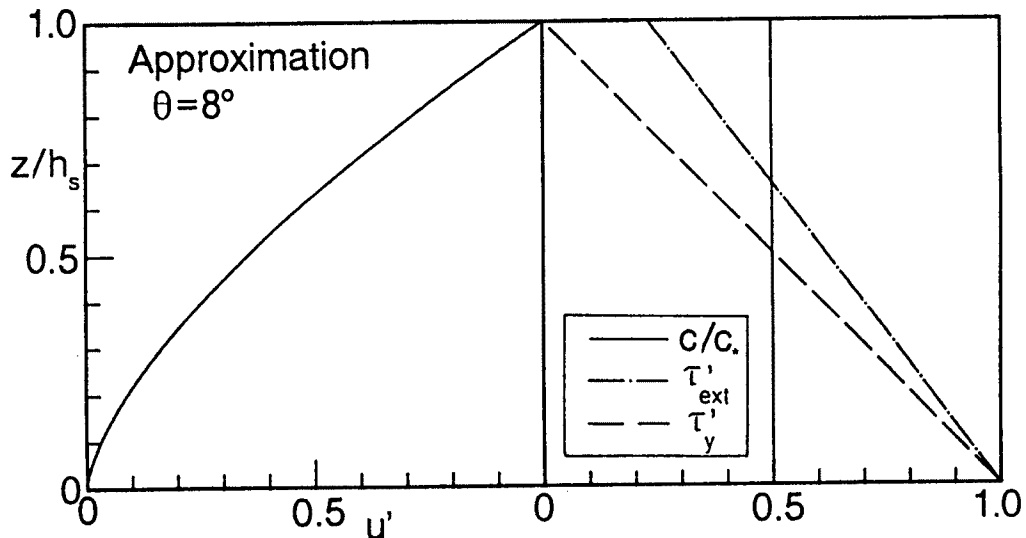


Fig. 2. Velocity profile calculated with the approximate theory (Eq. 22).

(2) 厳密解

式(11) および式(12) から明らかなように、流速分布と濃度分布はこれらの式の連立解として求められ

る。これらの解は解析的には得られないので、繰り返し計算によって求める必要がある。すなわち、 $c(z) = \text{const.}$ として式(11)より流速分布を求め、これを式(12)に代入して濃度分布を計算するというような方法で、両者が一定の分布形に収束するまで繰り返し計算を行えば、厳密解が得られる。このときの境界条件は、 $z' = 0$ において $u' = 0$ および $c = c_*$ である。また、水流の層との境界は、本理論の基礎となっている式(6)が $c = 0$ において定義できないことを考慮して、 $c = 0.05$ となる位置を選んでいる。

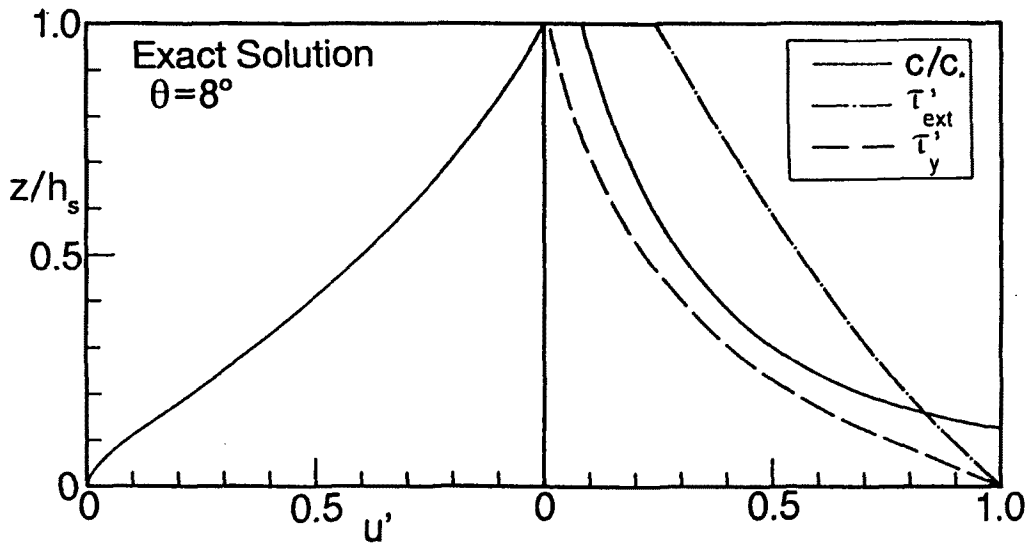


Fig. 3. Profiles of velocity and sediment concentration calculated numerically with Eqs. (11) and (12).

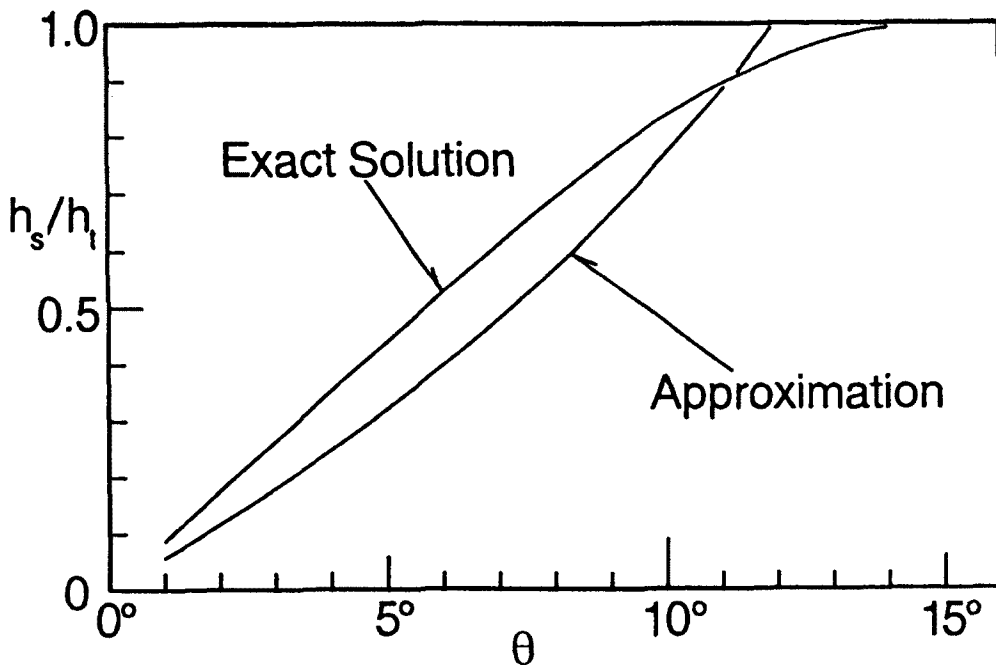


Fig. 4. Flow depths of sediment layer predicted with two methods; the approximate theory (Eq.(26)) and the numerical analysis.

流速分布および濃度分布に関する厳密解の一例を Fig. 3 に示している。図中には Fig. 2 の場合と同様に外力の分布と降伏応力の分布も示されている。ここで計算に使用されている各パラメータは近似式の場合のものと同じである。流速分布について Fig. 2 のものと比較すると、近似理論においては、流速分布は砂礫層全域で上に凸の形をしているが、厳密解では  $z' = 0$  の近傍を除いて下に凸の形状になっている。これは流速分布に対する濃度分布の影響が考慮されているかどうかによって異なる。

Fig. 4 は流動砂礫層と全流動層との比に関する厳密解と式(26) による近似解を示したものである。用いているパラメータは前述のものと同じである。近似解においては勾配が  $12^\circ$  よりも少し小さいところで、砂礫が水面まで分散して水流の層が消失している。これに対して、厳密解ではそれよりも急な  $14^\circ$  程度で水流の層がなくなり、全層にわたって砂礫粒子が分散している。この勾配は従来から言われているような土石流発生の下限勾配に一致している。

### 2.4 流砂量式

特に断わらない限り、流砂や流砂量は土石流まで含めた広義の意味に用いる。これまでに流速分布および濃度分布に関する議論を行ったが、これらから流砂量式が導かれる。

流砂量は次式で定義される。

$$q_b = \int_0^{h_s} u(z)c(z)dz \dots\dots\dots (28)$$

前述の近似理論を上式に適用すれば、流砂量式は容易に導かれる。すなわち、 $u(z)$  に関して式(22)、 $c(z)$  に式(19) を適用すれば

$$q_b = \frac{2}{15} \frac{\sqrt{gh_s}}{\sqrt{f_f + f_g}} A^{1/2} c_* h_s \dots\dots\dots (29)$$

さらに、上式の  $h_s$  に式(27) を適用して若干の変形を行い、無次元流砂量式の形に書き直せば、次式を得る。

$$\Phi = \frac{2}{15} \frac{1}{\sqrt{f_f + f_g}} \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\beta^{1/2}}{(\beta + \tan \theta)^{5/2}} \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right)^2 c_* \tau_*^{5/2} \dots\dots\dots (30)$$

あるいは

$$\Phi = \frac{8}{15} \frac{1}{\sqrt{f_f + f_g}} \frac{\left[ \frac{\tan \phi_s}{1+a} - \left\{ 1 + \frac{2}{(\sigma/\rho - 1)c_*} \right\} \tan \theta \right]^{1/2}}{\cos^2 \theta \left\{ \frac{\tan \phi_s}{1+a} - \tan \theta \right\}^{5/2}} \frac{1}{c_*} \tau_*^{5/2} \dots\dots\dots (31)$$

ここに、

$$\Phi = \frac{q_b}{\sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3}}, \quad \tau_* = \frac{gh_s \sin \theta}{(\sigma/\rho - 1)gd}$$

である。なお上式において  $f_f, f_g$  は粒子濃度の関数であるが、これらにおいて濃度には  $c = c_*/2$  が採用されている。上式は無次元流砂量が無次元掃流力の  $5/2$  乗に比例することを示しているが、従来から同様の半経験式がいくつか提案されていることを考慮すると興味深いものがある。

以上は流速分布および濃度分布に関する近似を行った場合の流砂量式であるが、厳密解に基づく流砂量も算定できる。すなわち、これは  $u(z), c(z)$  および  $h_s$  を 2.2(2) の方法に従って求め、これらを式(28) に適用することによって得られる。

Fig. 5 は、 $\theta = 8^\circ$  としたときの式(20) と厳密解による無次元流砂量を比較したものである。これに

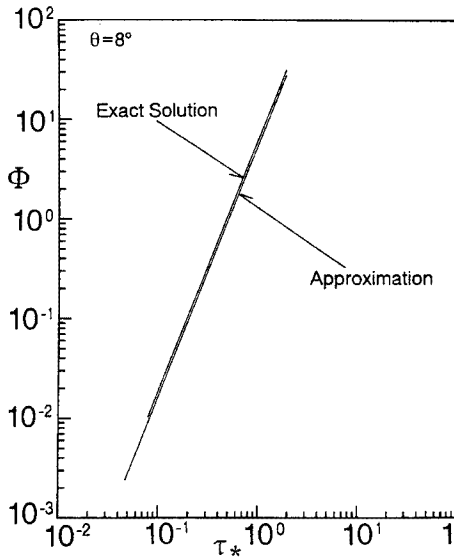


Fig. 5. Comparison between the approximate theory and the numerical analysis for non-dimensional sediment load.

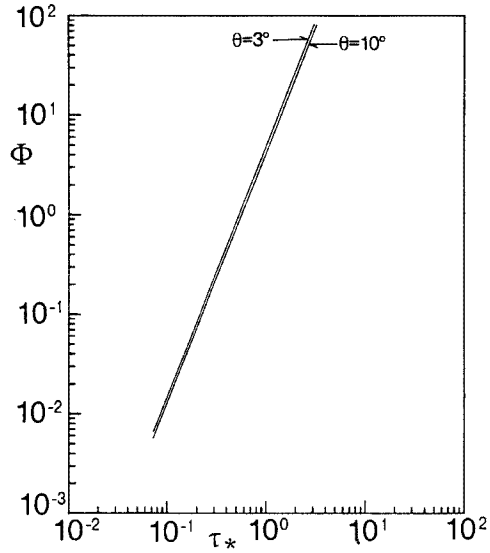


Fig. 6. Sediment rating curves predicted by the approximate theory in term of bed slope.

よれば、両者の差異は顕著ではなく、厳密解を得るために複雑な計算を行わなくとも、流砂量は近似理論によって十分に評価できることが分かる。なお、近似理論と厳密解との差は、 $\theta = 3^\circ$ では殆どなく、 $\theta = 10^\circ$ では Fig. 5 に示すものよりも少し大きくなるが、これらは無視できる程度のものである。また、無次元流砂量と無次元掃流力との関係は直感的には  $\theta$  によって少し変化するように見えるが、式(30)の  $\tau_*$  の因数部分の  $\theta$  に対する変化は非常に鈍感であって、これも殆ど無視できる程度のものである。ちなみに、式(30)を  $\theta = 3^\circ$  と  $10^\circ$  の場合について示すと、Fig. 6 のようである。これより、無次元流砂量に対する勾配の影響は無視できるほど小さいことが分かる。

上述の流砂量式は、砂礫層の運動を連続体として導かれたものである。したがって、流動砂礫層の厚さが粒径よりも小さい場合には流砂の運動は離散的なものとなって、式の適用性に問題がでてくるものと考えられる。適用性については、理論上の制約条件や実験データと同式との比較を通して検討していく必要があるが、その目安として砂砂の移動層厚が1粒径以上と考えれば、その条件は容易に求められる。すなわち、式(26)において  $h_s = d$  とおけば、これは次のように導かれる。

$$\tau_* = \frac{\cos \theta (\tan \theta + \beta)}{\sigma/\rho - 1} \dots\dots\dots (32)$$

上式を用いて  $\tau_*$  と  $\theta$  の関係を示せば、Fig. 7 のようである。図示の線より右上の領域は流動砂礫層の厚さが1粒径以上になるところである。

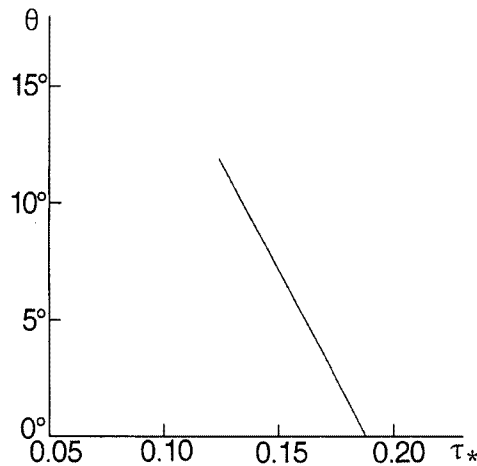


Fig. 7. Critical line of the depth of sediment layer thicker than that of reference particle diameter.



Table 1. Parameters employed in flume tests and data obtained from these

Run No.	$\theta$ (deg.)	$d$ (cm)	$q_s$ (cm <sup>3</sup> /s)	$q_w$ (cm <sup>3</sup> /s)	$q_w$ (cm <sup>3</sup> /s)	$c_m$	$\Phi$	$\tau^*$	$h_{s1}$ (cm)	$h_{s2}$ (cm)	$h_1$ (cm)
A-1	15.6	0.144	74.5	124.2	198.7	0.375	33.93	3.99	3.14	2.76	3.19
A-2	13.3	0.144	49.2	126.9	176.1	0.279	22.40	2.50	1.75	1.26	2.02
A-3	10.6	0.144	32.8	149.0	181.8	0.180	14.94	1.71	1.65	1.36	2.21
A-4	10.2	0.144	26.2	151.6	177.8	0.147	11.93	1.57	1.54	1.29	1.98
A-5	7.90	0.144	13.6	151.6	165.2	0.0820	6.19	1.28	1.31	1.14	2.21
A-6	6.10	0.144	12.6	146.5	159.1	0.0790	5.75	0.849	1.26	0.990	1.89
A-7	5.70	0.144	9.50	151.5	161.0	0.0590	4.31	0.786	1.04	0.850	1.88
A-8	4.90	0.144	7.50	151.6	159.1	0.0470	3.41	0.687	1.04	0.830	1.92
A-9	3.70	0.144	2.60	151.5	154.1	0.0170	1.18	0.548	0.790	0.630	2.02
A-10	1.90	0.144	0.880	132.1	133.0	0.00662	0.403	0.293	0.30	0.20	2.1
A-11	1.53	0.144	0.690	88.90	89.59	0.00770	0.310	0.157	0.30	0.20	1.4
A-12	1.69	0.144	0.700	97.50	98.20	0.00713	0.319	0.223	0.40	0.30	1.8
A-13	0.720	0.144	0.0970	110.4	110.5	0.000878	0.0440	0.104	0.216	0.144	2.0
A-14	0.720	0.144	0.169	151.4	151.6	0.00112	0.0770	0.140	0.216	0.144	2.6
B-1	15.1	0.368	39.2	150.0	189.2	0.207	4.37	1.32	2.10	1.56	2.62
B-2	14.4	0.368	39.5	122.5	162.0	0.244	4.40	1.42	2.13	1.73	2.74
B-3	13.8	0.368	52.2	120.5	172.7	0.302	5.82	1.42	2.99	2.68	3.23
B-4	12.8	0.368	42.9	142.6	185.5	0.231	4.78	1.13	2.17	1.89	2.63
B-5	11.8	0.368	15.4	83.90	99.30	0.155	1.72	0.705	1.86	1.50	2.10
B-6	11.2	0.368	39.1	142.6	181.7	0.215	4.35	0.898	2.42	2.06	2.80
B-7	9.50	0.368	21.8	141.8	163.6	0.133	2.43	0.632	2.04	1.70	2.33
B-8	9.40	0.368	18.9	141.8	160.7	0.118	2.11	0.714	1.95	1.49	2.66
B-9	8.10	0.368	14.5	142.6	157.1	0.0920	1.61	0.522	1.70	1.26	2.27
B-10	6.30	0.368	7.90	154.0	161.9	0.0490	0.884	0.442	1.28	0.71	2.45
B-11	3.90	0.368	3.70	154.0	157.7	0.0230	0.411	0.301	1.04	0.66	2.66

### 3. 実 験

上述の流砂モデルの適用性を検討するために水路実験を行った。実験に使用した水路は幅 10.5 cm, 長さ 4 m の矩形断面を有するものである。片側壁はアクリル製で, 一方側はガラス壁になっており, 砂礫の移動が観察できるようになっている。路床には粗度として砂粒子がはりつけられている。水路勾配はクレーンによって  $0^\circ \sim 45^\circ$  まで任意に変えられる。水路上流側には給水用の定水頭の水槽およびホッパー型の給砂装置がある。

実験はつぎのように行った。上流端より給水と給砂を定期的に行うと, その条件に応じて河床変動が起こり, 時間が経過すると河床変動のない平衡状態が形成される。このとき, 側面より高速ビデオカメラを用いて砂礫の運動の状態を撮影するとともに, 浮子や中立粒子を流してそれらの運動軌跡を撮影する。同時に, 水面や河床に沿って糸を張り, それによって水面勾配や河床勾配を測定する。

実験条件は, 砂礫の粒子径, 給砂量, 給水量を種々組み合わせるような方法で設定した。使用砂は粒子径 0.144 cm および 0.368 cm のほぼ一様なもので, 単位幅給水量は  $83 \sim 155 \text{ cm}^3/\text{s}$ , 単位幅給砂量は  $2 \sim 75$

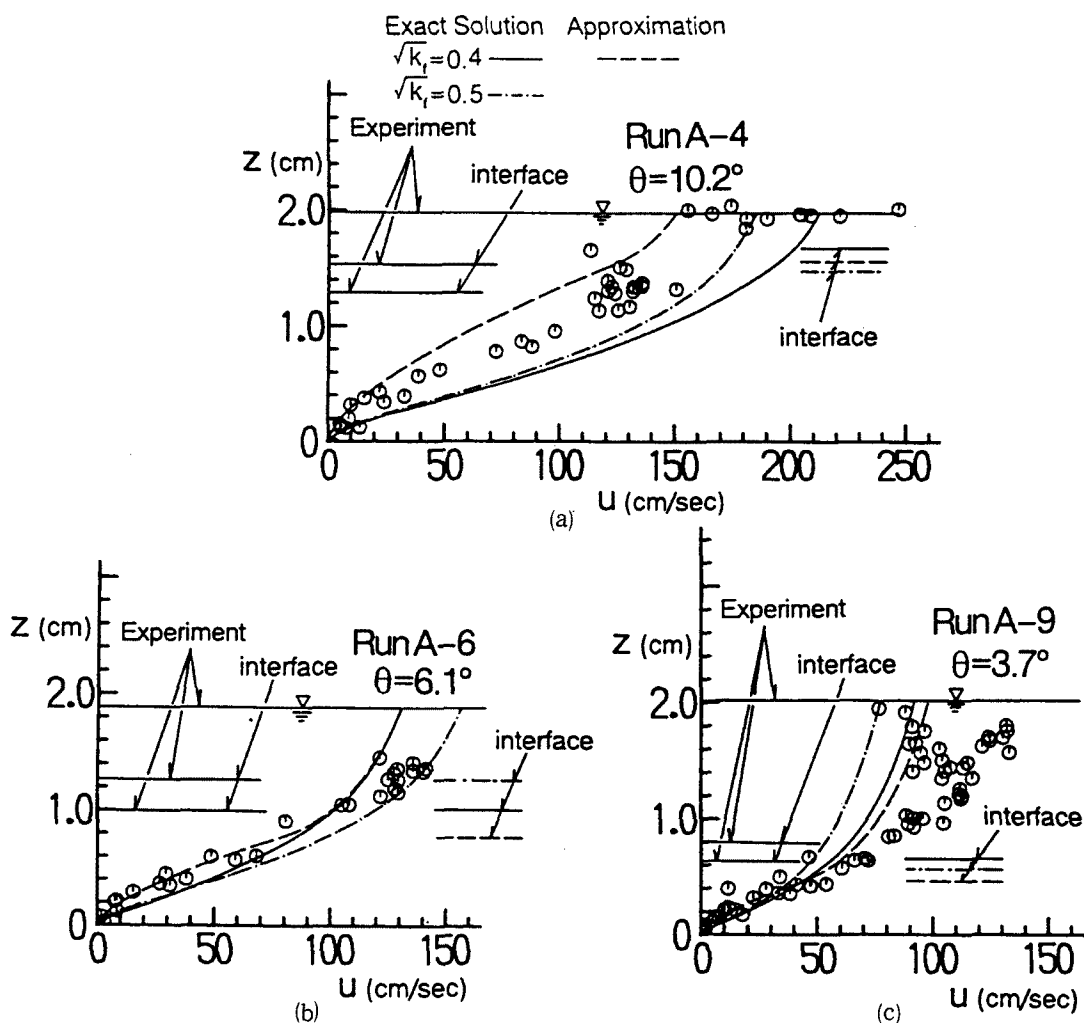


Fig. 8 (a), (b), (c) Velocity profiles calculated with the approximate theory and the numerical analysis vs. flume data.

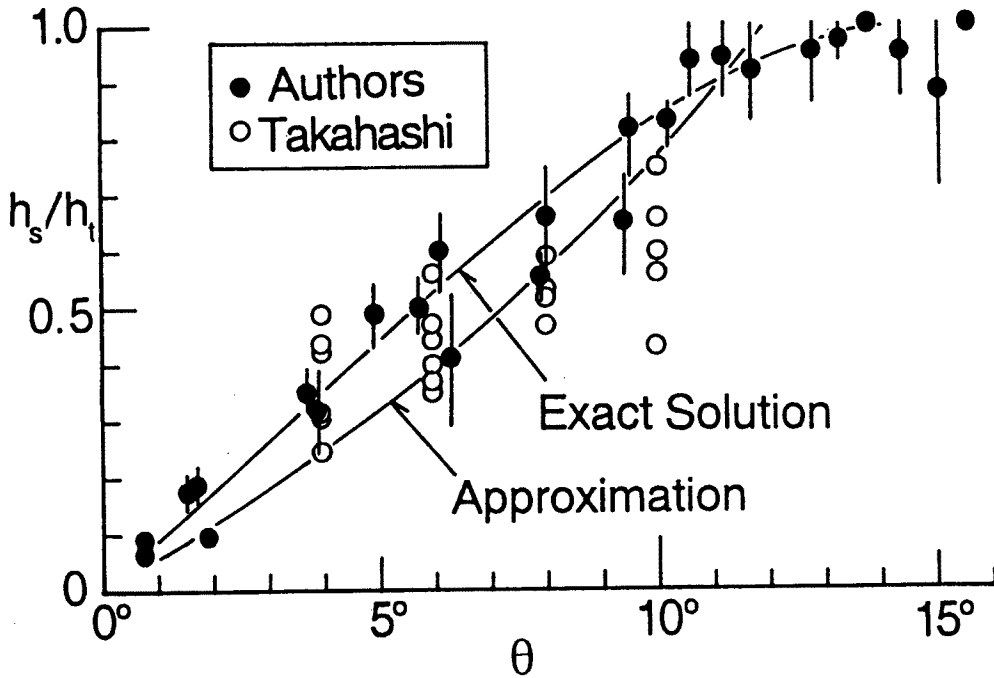


Fig. 9. Flow depth of sediment layer calculated with two methods (approximate theory and numerical analysis) vs. flume data.

$\text{cm}^2/\text{s}$  (絶対量) の範囲で変化させている。実験条件と実験結果の一部を Table 1 に示している。ここに、 $\theta$  は測定された平衡河床勾配、 $d$  は中央粒径、 $q_b$  は単位幅給砂量、 $q_w$  は単位幅給水流量、 $q_m$  は給砂量  $q_b$  と給水流量  $q_w$  の和、 $c_m$  は輸送土砂濃度  $c_m = q_b/q_m$ 、 $h_{s1}$  および  $h_{s2}$  は流動砂礫層厚であって、 $h_{s1}$  は流動厚の上限値、 $h_{s2}$  は下限値である。以下において、砂礫の流動厚は  $h_s = (h_{s1} + h_{s2})/2$  としている。 $h_t$  は全流動層厚、 $\tau_*$  は無次元掃流力で  $gh_s \sin \theta / (\sigma/\rho - 1)gd$ 、 $\Phi$  は無次元流砂量である。

#### 4. 流砂モデルの適用性

##### 4.1 流速分布と砂礫の流動厚

流砂量式の妥当性が保証されるためには、前述の理論によって流速分布、濃度分布、砂礫の流動厚が正しく評価されることが前提となる。しかし、濃度分布に関するデータは得られていない。ここでは、流速分布と流動厚について2

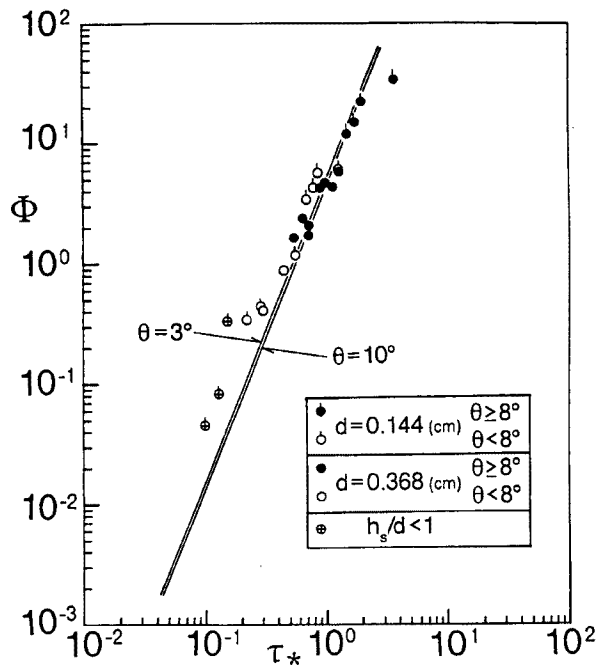


Fig. 10. Comparison between the sediment load equation (Eq.(30)) and flume data.

～3の実験データと厳密解および近似解とを比較しよう。

Fig. 8 (a), (b), (c) は,  $d = 0.144$  cm のケースについてこれらを比較したものである。実験条件は図示の通りであり, 計算に用いた諸量は,  $\tan \phi_s = 0.8$ ,  $e = 0.85$ ,  $\alpha = 0.25$ ,  $k_g = 0.828$ , 近似解は  $\sqrt{k_f} = 0.4$  として求め, 厳密解は  $\sqrt{k_f} = 0.4$  と  $\sqrt{k_f} = 0.5$  の場合について示されている。これらのパラメータのうち,  $\alpha$ ,  $k_g$  および  $k_f$  は土石流の実験より普遍定数として決定されたもので, 他は材料の特性として測定されたものである。図中には水流の層と流動砂礫層との境界の位置に関する実験値と計算値も示されている。なお, 境界の位置の変動の範囲もバーで示されている。さて, 図示の結果によれば, 勾配が小さくなるに伴って, 流速は若干小さく算定されるようであるが, 流砂の議論においてはこの程度の違いは問題とはならず, 厳密解, 近似解ともに実験値とかなりよく一致していると見なせよう。

Fig. 9 は流動砂礫層厚と全流動層厚比に関する厳密解, 式(26) による近似解および実験データを示したものである。図には高橋<sup>10)</sup>による同様の実験値も示されている。実験の性質上, データの精度はあまり良くないが, いずれの実験値も厳密解および近似解によって適切に評価されていると見なせよう。

前章の Table 1 から分かるように, 実験条件は広い領域をカバーしているとは言えないが, 流速分布および流動砂礫層厚ともに前章の理論でも十分にそれらが推定できることが示された。

4.2 流砂量

近似式と厳密解とはほぼ同じ流砂量を与えることを2章において示した。したがって, ここでは式(30) と著者らの実験データおよび水山<sup>11)</sup>の実験データとを比較してみよう。

Fig. 10 には式(30) と著者らの実験データを示している。式(30) の係数には4.1に示すものが用いられている。図示のデータは勾配が  $8^\circ$  以上のものとそれ以下のものに分類されている。さらに, 本理論の適用領域外と思われる流動厚の小さい  $h_s/d < 1$  (Fig. 7 参照) のデータについても明記されている。図示の結果が示すように,  $h_s/d < 1$  のデータは流砂量式よりも上方にプロットされているが, それ以外のデータと式(30) とはかなりよく一致しているのが分かる。

Fig. 11 は, 式(30) と水山のデータとを比較している。データの分類は Fig. 10 のものと同じである。

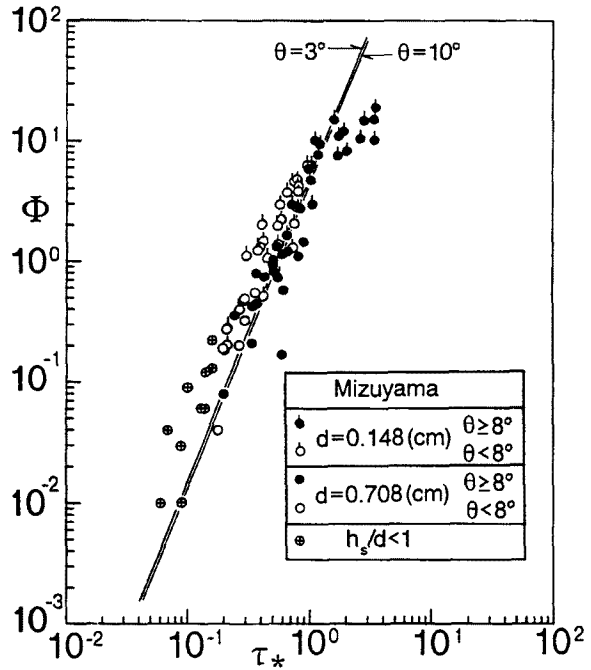


Fig. 11. Comparison between the sediment load equation (Eq.(30)) and Mizuyama's data.

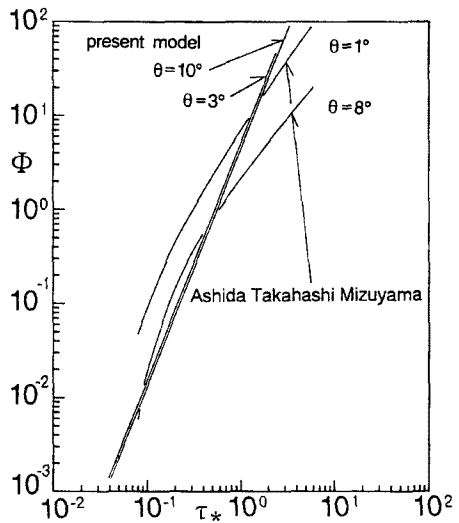


Fig. 12. Comparison between the sediment load equation (Eq.(30)) and that of Ashida, et al.

図示の結果が示すように、 $h_s/d < 1$  のデータは、Fig. 10 のものと同様に式(30) の上方にくるが、それ以外のデータは同式によってかなりよく推定されているのがわかる。

以上、流砂量式(30) と実験データとを比較したところ、勾配が小さく、かつ、 $h_s/d < 1$  に属するデータを除けば式(30) によって流砂量をほぼ評価できることが明らかにされた。これは、Fig. 7 に示すように、掃流力が大きく、流動砂層厚が  $h_s/d > 1$  になるような流れにおいては、土石流であれ、一般の掃流砂であれ、これらの運動を規定する力学は同じであって、これらを統一的に扱えることを示唆するものである。

ここで、式(30) と他の流砂量式との関係を調べるため、急勾配流路を対象として提案されている芦田・高橋・水山<sup>12)</sup> と同式とを比較してみよう。これを Fig. 12 に示している。図示のように、芦田らの式は勾配に対して比較的敏感に変わり、 $\tau_*$  の小さい領域において式(30) よりも大きい流砂量を与えることが分かる。

## 5. 結 語

本研究においては、掃流砂と土石流とにおいて、流動砂礫層の応力構造には本質的な違いはないものと考えて、江頭・芦田らの土石流に関する手法を掃流砂に拡張する試みを行った。以下、得られた結果を要約する。

- (1) 勾配が  $15^\circ$  以下の領域では、流動砂礫層の上方に砂粒子が分散しない水流だけの層が形成される。このような領域を対象として、流動砂礫層の流速分布や濃度分布則に関する厳密解ならびに近似解を導いた。さらに、流動砂礫層の厚さを推定する式を導いた。
- (2) 流速分布および砂礫層の流動厚に関する近似理論を用いて流砂量式を導いた。流砂量式は、係数を含んでいるが、これらは土石流の実験によって既に決定されており、新たに決定すべき係数はひとつも含んでいない。
- (3) 流砂量式の適用領域について、流動厚が粒径よりも大きくなる条件 ( $h_s/d > 1$ ) を考えて、その条件式を提案した。これは勾配と無次元掃流力によって決定される。
- (4) 流速分布と砂礫層の流動厚に関する近似理論は実験データによってその妥当性が検証された。同時に、今回の実験データならびに水山の実験データによって、 $h_s/d > 1$  の領域においては、流砂量式の妥当性が示された。これは、 $h_s/d > 1$  となる無次元掃流力の領域においては、土石流も掃流砂の運動も同じ応力構造をもっていることを意味している。これは、また、掃流砂が連続体として合理的に扱えることを意味するものである。

以上、本研究によって興味あるいくつかの知見を得た。しかし、今後に究明すべき問題も残されている。とくに、勾配が緩く、無次元掃流力の小さい領域においては、掃流砂量式による値は実験データよりもかなり小さくなるが、この場合には流砂量式に含まれる係数  $k_f$  を 0 と置けばデータを評価できることがわかっている。こうした問題も含めて、2章に示す理論の適用領域について検討する必要がある。

## 参 考 文 献

- 1) Du Boys, M.P: Le Rhone et les Riveres a Lit Affouillable, Anales des Ponte et Chaussees, Series 5, Vol. 18, 1879, pp. 141 - 195.
- 2) 佐藤清一・吉川秀夫・芦田和男: 河床砂礫の掃流運搬に関する研究(I), 建設省土木研究所報告, 第98号, 1958, pp. 18.
- 3) 芦田和男・道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第206号, 1972, pp. 59 - 69.

- 4) Einstein, H. A: The Bed Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows, USDA, Soil Conservation Service, Technical Bulletin, No. 1026, 1950, pp. 1 - 71.
- 5) Paintal, A. S: Stochastic Model of Bed Load Transport, Jour. Hydraulic Reserch, IAHR, Vol. 9, No. 4, 1971, pp. 527 - 554.
- 6) 中川博次・辻本哲郎: 水流による砂礫の移動機構に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第244号, 1975, pp. 71 - 80.
- 7) 椿東一郎・橋本晴行・末次忠次: 土石流における粒子間応力と流動特性, 土木学会論文集, 第317号, pp. 79 - 91.
- 8) 宮本邦明: Newton 流体を含む粒子流の流動機構に関する研究, 立命館大学学位論文, 1985. 9, pp. 39 - 72.
- 9) 江頭進治・芦田和男・矢島啓・高濱淳一郎: 土石流の構成則に関する研究, 京大防災研究所年報, 第32号B-2, 1989, pp. 487 - 501.
- 10) 高橋保: 土石流の停止, 堆積機構に関する研究(3), 京大防災研究所年報, 第25号B-2, 1982, pp. 327 - 348.
- 11) 水山高久: 土石流から掃流に変化する勾配での流砂量, 新砂防, Vol. 116, 1980, pp. 1 - 6.
- 12) 芦田和男・高橋保・水山高久: 山地河川の掃流砂量に関する研究, 新砂防, Vol. 107, 1978, pp. 9 - 17.