

## 移動床のアーミング機構に関する研究

芦田 和男・江頭 進治・高村 裕平

### MECHANISM OF GRAIN SORTING IN MOVABLE BEDS

By Kazuo ASHIDA, Shinji EGASHIRA and Yuhei TAKAMURA

#### Synopsis

Armored bed surface, which is composed of particles coarser than those of the parent material, can be produced even if in the conditions that all the particles of bed material are transported. The material of subsurface is usually finer. This emphasizes that another mechanism except selective entrainment exists in the armoring process of bed sediment.

A multi-layer model, in which both the selective entrainment on bed surface and the vertical exchange of grains between surface and subsurface layers are taken into account, is proposed. The model enable the bed material of surface to be coarser and that of subsurface to be finer. A flume test is performed with no sediment supply. Particle size distributions are measured during the run for transported sediment and bed layers. The results predicted with the model are compared well with data from the flume test for areal and temporal changes of those particle size distributions. In comparison with the present study, the results calculated with a familiar two-layer model are shown.

#### 1. 緒 言

河床表層の粗粒化現象は、流砂の量的・質的問題や流路の安定性の問題に関連して研究されている。これらの研究の殆どは、おのおのの砂礫の移動限界の違いに着目したものであって、小さい粒子が選択的に輸送される結果、河床表層が粗くなることを力説している<sup>1)~4)</sup>。しかしながら、水路実験や現地調査等によれば、アーマーコートの伝播速度は、選択的輸送の概念で説明されるものよりも実際には速い場合が多いことが知られている。これを説明するため、道上・鈴木<sup>5)</sup>は輸送過程にある小さい粒子が大きい粒子の間隙へ取り込まれるようなプロセスを提案している。

上述の粗粒化現象は、河床を構成する粒子のうちの大きい粒子が停止するような条件のもとで議論されている。ところが、最近のいくつかの観測や水路実験によれば、全粒子が移動する状態においても河床表層は粗粒化していることが判明している<sup>6), 7), 8)</sup>。Parker<sup>9)</sup>はこれを pavement と名付けて、流砂が量的にも質的にも変化しない平衡状態を対象として、表層の粗粒化現象を解析している。この解析においては、流砂の粒度分布が元河床あるいは下層の粒度分布に一致するものとして、河床表層におけるしゃへい係数の条件が求められている。また、鈴木・加藤<sup>10)</sup>も Parker 同様の解析を試みている。

芦田・江頭・西野<sup>11)</sup>は、河床を構成する粒子の移動条件にかかわらず、河床表層は粗粒化し、その下層には細粒化した層が形成されることに着目し、従来の選択的輸送の概念に加えて、砂礫層内における粒子の垂直移動の概念を用いて河床材料の粒度分布式を導いている。これは、従来の交換層に相当する部分を二つの層（第1層と第2層）に分けて扱うものであって、流砂層と第1層との粒子交換、および第1層と

第2層との粒子交換によって各層の粒度分布の形成を説明しようとするものである。

本研究は、上述の研究に引き続くものであって、まず、粒度分布式を種々の条件のもとで解析し、同時に従来の選択輸送モデルによる結果とを比較しながら、この粒度分布式の性質を調べる。ついで、新たに水路実験を行い、それに対するモデルの適用を試みる。さらに、従来の分級モデルによる解析例も示し、その結果と本モデルによる結果とを比較検討する。

## 2. 粒度分布式

芦田・江頭・西野は先の研究<sup>11)</sup>において、粒子層における粒径階  $d_i$  の質量保存則を次のように表した。

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left\{ \frac{\partial E_i f_i}{\partial z} - \frac{\partial D_i f_i}{\partial z} \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $f_i$  は粒径階  $d_i$  の含有率、 $E_i$  は  $d_i$  の移動速度の上向き成分、 $D_i$  は下向き成分、 $\lambda$  は間隙率である。砂礫層は非圧縮性としている。ついで、砂礫層を Fig. 1 に示すように、流砂層、第1層、第2層、第3層のように分割し、粒子移動があるのは第2層までであるとしている。

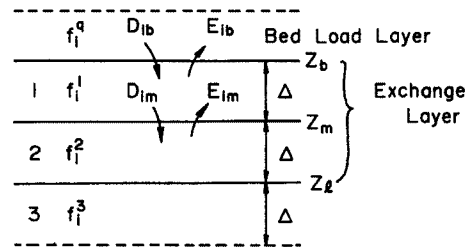


Fig. 1. Definition sketch of multi-layer model.

第1層と第2層とは従来の交換層に相当する。ここで、式(1)をそれぞれ第1層および第2層にわたって積分することによって、各層の粒度分布式を次のように得ている。

$$\frac{\partial f_i^1}{\partial t} = \frac{F_i^1}{\Delta} \frac{\partial z_b}{\partial t} - \frac{1}{(1-\lambda)\Delta} \{ (E_{ib} f_i^1 - D_{ib} f_i^q) - (E_{im} f_i^2 - D_{im} f_i^1) \} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial f_i^2}{\partial t} = \frac{F_i^2}{\Delta} \frac{\partial z_b}{\partial t} - \frac{1}{(1-\lambda)\Delta} (E_{im} f_i^2 - D_{im} f_i^1) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $f_i^1$ 、 $f_i^2$ 、 $f_i^q$  はそれぞれ第1層、第2層、および流砂における  $d_i$  の含有率、 $\Delta$  は各層の厚さであって、最大径の1/2程度の値である。 $z_b$  は河床位、 $E_{ib}$ 、 $D_{ib}$  は河床表面における  $d_i$  の移動速度の上向き、および下向き成分である。 $E_{im}$ 、 $D_{im}$  は、同様に第1層と第2層との境界における移動速度である。式(2)、(3)の右辺第1項は河床変動に伴う粒子移動を表わすものであって、 $F_i^1$ 、 $F_i^2$  はそれぞれ次のように定義される。

$\partial z_b / \partial t \geq 0$  のとき、

$$F_i^1 = -f_i^1, \quad F_i^2 = f_i^1 - f_i^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$\partial z_b / \partial t < 0$  のとき、

$$F_i^1 = f_i^1 - f_i^2, \quad F_i^2 = f_i^2 - f_i^3 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに  $f_i^3$  は第3層における  $d_i$  の含有率である。第3層においては、河床変動による見かけの粒子移動を除けば、実質的な粒子移動はない。したがって、 $f_i^3$  は河床低下の条件では初期条件として与えられ、河床上昇の場合には次式を用いて追跡される。

$$\frac{\partial f_i^3}{\partial t} = \frac{f_i^2 - f_i^3}{\Delta} \frac{\partial z_b}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (6)$$

さて、上述のモデルは、 $E_{ib}$ 、 $D_{ib}$ 、 $E_{im}$ 、 $D_{im}$  が与えられると閉じる。 $E_{ib}$  には中川・辻本の pick-up

rate に関する研究成果を用いれば、

$$E_{ib} = (k_3/k_2)P_{si}d_i, \frac{P_{si}}{\sqrt{\sigma/\rho-1}g/d_i} = F_0\tau_{*i}\left(1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}}\right)^3 \dots\dots\dots (7)$$

によって与えられる。ここに、 $k_3/k_2$ は粒子の形状係数比であって、球形の場合には $k_3/k_2=2/3$ 、 $F_0$ は係数0.03～0.035である。 $D_{ib}$ は次式で与えられる。

$$D_{ib} = q_{bi} / l_i f_i^a \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $q_{bi}$ は $d_i$ の流砂成分、 $l_i$ はstep-lengthである。なお、 $E_{ib}$ 、 $D_{ib}$ の意味が慣用のものと異なっていることに注意が必要である。ついで、 $E_{im}$ は、 $E_i$ が $z=z_l$ (Fig. 1参照)において0、 $z=z_b$ において最大値 $E_{ib}$ になることを考慮して、次式で推定する。

$$E_{im} = \alpha E_{ib} \quad (\alpha \leq 0.5) \dots\dots\dots (9)$$

$D_{im}$ は、第2層からある粒径 $d_k$ が第1層へ移動したときに、これよりも小さい粒子が第1層から2層へ落ち込むと考え、さらに移動速度が各粒子の射影面積の差に依存するとして、次式で与えている。

$$D_{im} = \gamma \sum_{k=i}^n E_{km} \left\{ 1 - \beta \left( \frac{d_i}{d_k} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ただし、

$$\beta(d_i/d_k)^2 > 1 \text{ のとき, } \left\{ 1 - \beta \left( \frac{d_i}{d_k} \right)^2 \right\} = 0$$

$\beta$ は粒子移動の限界粒径を定める係数であり、1.0～1.5程度の値をとる。 $\gamma$ は、第1層と第2層との間の粒子交換量が等しいという条件より次式で与えられる。

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^n E_{im} f_i^2}{\sum_{i=1}^n \left[ f_i^1 \sum_{k=i}^n E_{km} \left\{ 1 - \beta \left( \frac{d_i}{d_k} \right)^2 \right\} \right]} \dots\dots\dots (11)$$

以上が前報<sup>(1)</sup>において導いた粒度分布式である。なお、式(2)および(3)を加えた後、 $f_i^1=f_i^2=f_i$ 、 $f_i^3=f_{i0}$ とおけば、次式のような従来の選択的輸送モデルになる。

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} = \frac{F_i}{2\Delta} \frac{\partial z_b}{\partial t} - \frac{1}{2\Delta(1-\lambda)} (E_{ib} f_i - D_{ib} f_i^q) \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $F_i$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \partial z_b / \partial t \geq 0 \text{ のとき,} \\ F_i &= -f_i \\ \partial z_b / \partial t < 0 \text{ のとき,} \\ F_i &= f_i - f_{i0} \end{aligned}$$

### 3. 多層モデルと2層モデル

#### 3.1 多層モデルの性質

式(2)、(3)で示される粒度分布モデルを便宜上多層モデルと呼び、式(12)で示される選択的輸送モデルを2層モデルと呼ぶことにする。さて、多層モデルの性質を調べるには、河床変動がなく、しかも流砂

量も流砂の粒度分布も変化しない状態を想定すれば便利である。このとき、式(2), (3) は次のように簡略化される。

$$\frac{\partial f_i^1}{\partial t} = \frac{1}{(1-\lambda)\Delta} (E_{im} f_i^2 - D_{im} f_i^1) \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{\partial f_i^2}{\partial t} = -\frac{1}{(1-\lambda)\Delta} (E_{im} f_i^2 - D_{im} f_i^1) \dots\dots\dots (14)$$

上式から明らかなように、平衡状態における粒度分布変化は、2つの層における各粒子の質量が保存されるように起こる。さて、平衡状態においては  $E_{ib} f_i^1 = D_{ib} f_i^2$  であるから、これと式(9), (10) を用いれば、 $E_{im}$ ,  $D_{im}$  は次式のようにも書ける。

$$E_{im} = \alpha q_{ib} / l_i f_i^1 \dots\dots\dots (15)$$

$$D_{im} = \gamma \sum_{k=i}^n \left[ (\alpha q_{bk} / l_k f_k^1) \left\{ 1 - \beta \left( \frac{d_i}{d_k} \right)^2 \right\} \right] \dots\dots\dots (16)$$

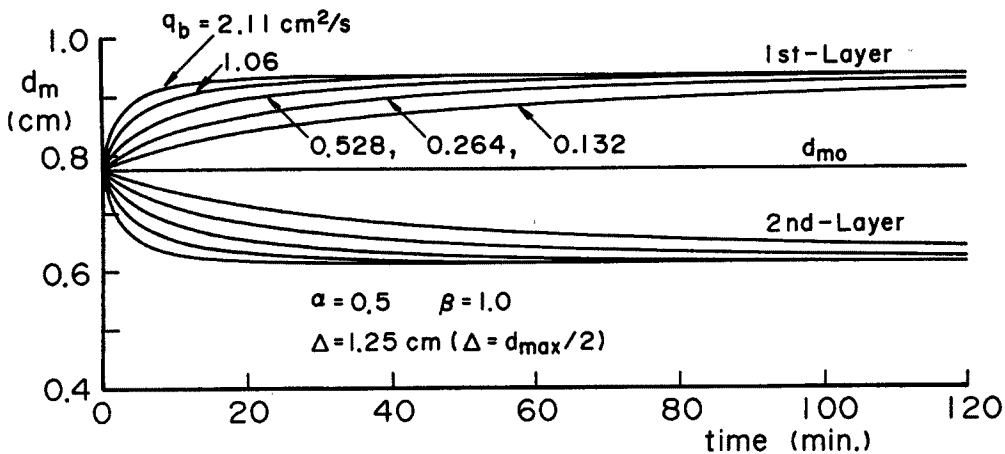


Fig. 2. Curves predicted with present model for mean diameters of sediment in the first and second layers in terms of sediment discharge rate.

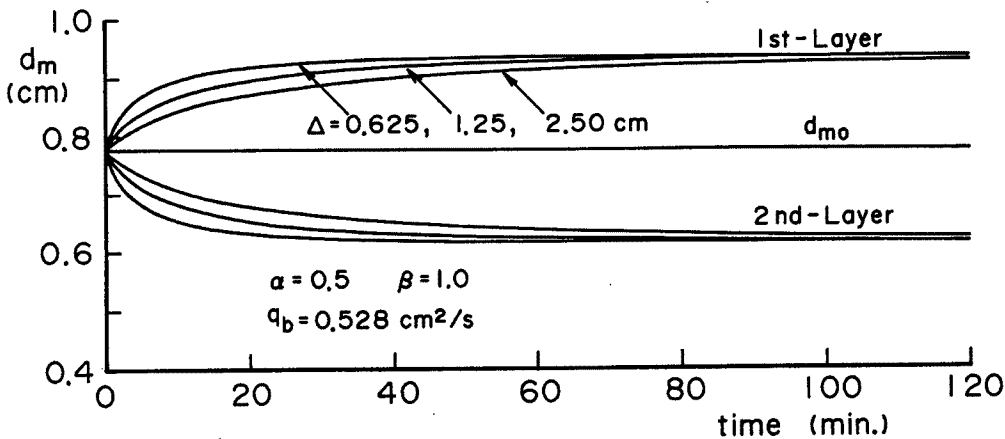


Fig. 3. Curves predicted with the present model for the mean diameters of sediment in the first and second layers in terms of layer thickness.

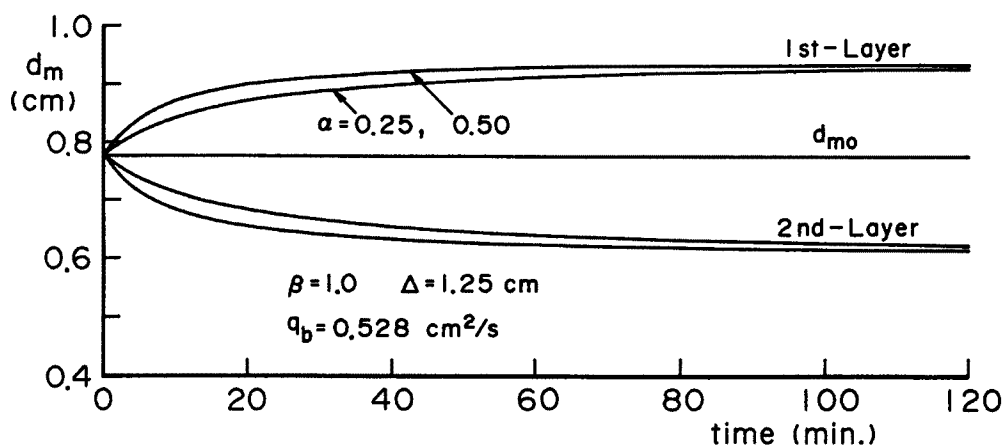


Fig. 4. Curves predicted with the present model for the mean diameters of the bed sediment in terms of  $\alpha$ .  $\alpha$  is the coefficient by which the vertical motion of sediment particles is specified.

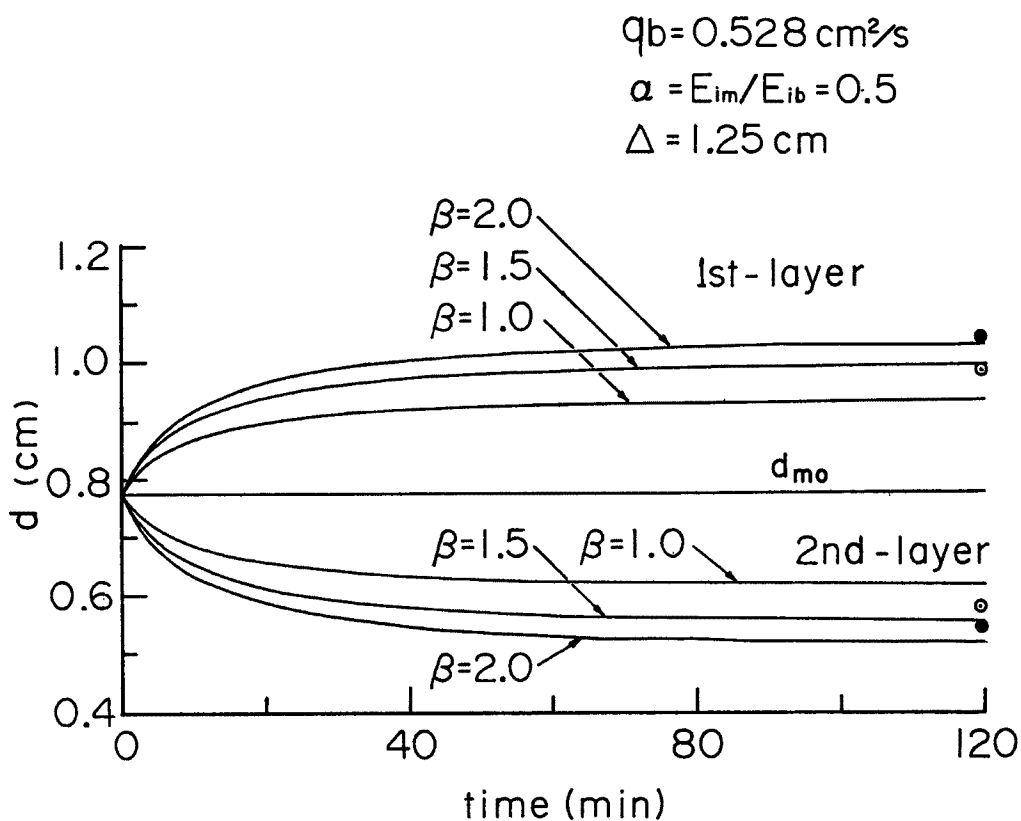


Fig. 5. Curves predicted with the present model for the mean diameters of sediment in the first and second layers in terms of  $\beta$ .  $\beta$  is the coefficient by which the critical size of sediment particles to move downwards is specified. Black and open circles are data obtained by Ashida, Egashira and Nishino<sup>10)</sup>.

ここで、 $l_i = 100 d_i$ として、層厚  $\Delta$ 、流砂量  $q_b$ 、係数  $\alpha$ 、 $\beta$ をパラメータとして、各層における粒度分布の変化のプロセスを調べてみよう。用いる河床材料は、最大径 2.50 cm、平均粒径 0.782 cm、 $\sqrt{d_{84}/d_{16}} = 2.58$ の混合砂礫であり、前報<sup>11)</sup>で用いたものと同じである。計算において、粒径は8階級に分割している。

Fig. 2, 3, 4および5は、それぞれ流砂量  $q_b$ 、層厚  $\Delta$ 、係数  $\alpha$  および  $\beta$  をパラメータとして、第1層および第2層における平均粒径の時間変化をみたものである。これらの計算において、各パラメータの標準的な値として、 $q_b = 0.528 \text{ cm}^3/\text{s}$ 、 $\Delta = d_{max} / 2 = 1.25 \text{ cm}$ 、 $\alpha = 0.5$ 、 $\beta = 1$ を採用している。図示のように、時間の経過に伴い、いずれも第1層(表層)は粗粒化し、第2層は細粒化し、それぞれ平衡値をもっているのが分かる。また容易に予想されるように、 $q_b$ 、 $\Delta$  および  $\alpha$  によって平衡値は変わらないが、平衡値への遷移速度は、これらのパラメータに依存する。ちなみに、 $q_b$  が大きく、 $\Delta$  が小さく、また、 $\alpha$  が大きくなると遷移は速くなる。ついで、第1層と第2層との粒子交換の条件を与える  $\beta$  の影響についてみると、 $\beta$  が大きくなるに伴って第1層の粗粒化と第2層の細粒化が顕著になっている。

上述の結果より、第1層の粗粒化および第2層の細粒化現象に対する各パラメータの役割が明らかにされた。そこで、これらのパラメータとしてどんな値が適当か調べておく。まず、 $\Delta$  については、交換層厚が  $2\Delta$  であることを考慮すれば、 $\Delta = d_{max} / 2$  程度が適当であろう。 $\alpha$  は、粒子移動速度が第1層表面で  $E_{ib}$  であり、第2層下端で0であり、なおかつ、粒子のしゃへい効果を考慮すれば、 $\alpha \leq 0.5$  の範囲にあることは確かである。さらに、Fig. 4 に示す  $\alpha = 0.5$  と  $0.25$  についての結果を比較すれば、両者に大きな差異は見られない。そこで、粒子の垂直移動速度の分布を直線近似して求められる値  $\alpha = 0.5$  を採用する。 $\beta$  は、理論的には1~2程度の値をとることが予想される。前述の Fig. 5 には前報<sup>11)</sup>における Run 1-1 および Run 1-3 のデータが示されているが、これによれば、 $\beta = 1.5$  程度するとき、計算値と実験値とはよく一致している。そこで、不合理が生じない限り、 $\beta = 1.5$  としておく。

### 3.2 多層モデルと2層モデルの特性比較

上の議論によって多層モデルの性質がかなり明らかにされた。多層モデルの構造をさらに検討するため、従来の選択的輸送モデル、すなわち2層モデルと多層モデルにおける結果とを比較してみる。計算に用いる条件は、選択的輸送が活発に起こるようにすることに留意して、つぎのように定める。移動床の長さ  $L = 6.5 \text{ m}$ 、初期河床勾配  $i_0 = 0.005$ 、単位幅流量  $q = 2600 \text{ cm}^3/\text{s}$ 、最大粒径  $d_{max} = 2.5 \text{ cm}$ 、平均粒径  $d_m = 0.870 \text{ cm}$ 、給砂なし、下流端固定である。2層モデルにおける交換層厚は最大径 2.5 cm にとり、多層モデルにおける第1層と2層との厚さは  $\Delta = d_{max} / 2 = 1.25 \text{ cm}$ 、 $\alpha = 0.5$ 、 $\beta = 1.5$  である。流れの相当粗度  $k_s$  は、 $k_s = 2 d_m$  で与え、時間的にも場所的にも変わるものとする。粒径別移動限界は芦田・道上の修正 Egiazoroff 式で与える。なお、水位、河床位は、前報<sup>11)</sup>と同様、次元解析法によって追跡する。

Fig. 6 および Fig. 7 は、それぞれ下流端流砂量と流砂の粒度分布に関して、2層モデルと多層モデルによる計算結果を示し、Fig. 8 および Fig. 9 には水路中央部  $L/2$  地点における河床材料の粒度分布と平均粒径に関する計算結果を示している。

まず流砂量についてみると、2層モデルよりも多層モデルの方が逡減が速くなっている。これは Fig. 8, 9 の結果にみられるように、後者において河床表層の粗粒化が全長にわたって速かに起こるからである。流砂の粒度分布についても、河床表層の粒度分布の影響が顕著にみられ、2層モデルの結果では徐々に細粒化するのに対し、多層モデルでは細粒成分が前者の結果よりも少く、その時間的変化も小さい。これは、多層モデルにおいては、輸送過程にある流砂のうちの細粒成分が第1層から第2層へ取り込まれるからである。

河床材料について、2層モデルのものと多層モデルにおける第1層の粒度分布をみると、上述したように、後者において粗粒化が速く、また顕著であって、前者における5400秒の平均粒径は、後者においては1200秒以前に達成されているのが分かる。また、前者のモデルでは細粒化した層は形成されないが、

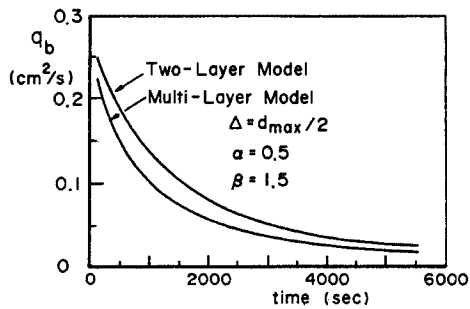


Fig. 6. Curves of sediment discharge rate at the downstream end predicted with two-layer model and the present model. (multi-layer model)

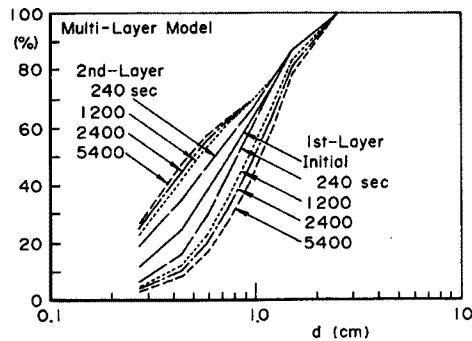
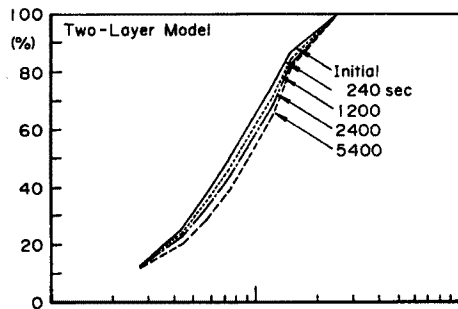


Fig. 7. Particle size distributions of bed material at the mid-portion of the flume predicted with two-layer model and multi-layer model.

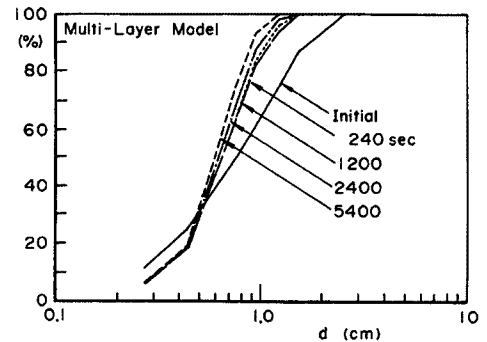
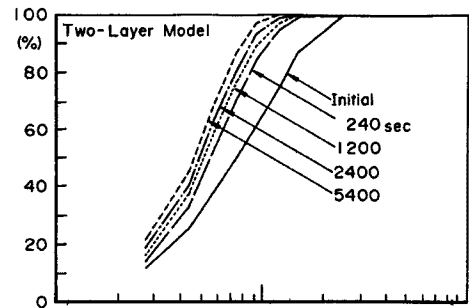


Fig. 8. Particle size distributions of the transported sediment predicted with two-layer model and multi-layer model.

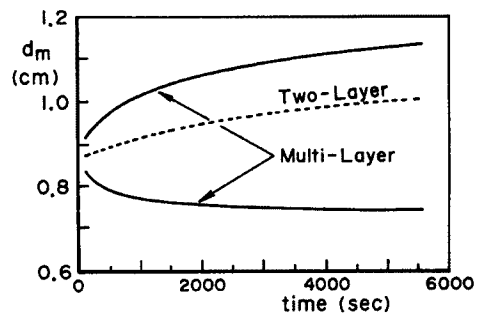


Fig. 9. Curves of mean sizes of bed material at the mid-portion of the flume predicted with two-layer model and multi-layer model.

多層モデルでは第2層の結果にみられるような細粒化が表現される。

上述の通り、二つのモデルの顕著な違いが明らかになるとともに、多層モデルは、2層モデルでは表現し得ない現象を評価できることが示された。

#### 4. 水路実験への適用

全粒子が活発に移動する平衡状態や非定常通水・定常給砂に関する水路実験については、前報に示すと

おりで、これらに対して本モデル（多層モデル）を適用し、良好な結果を得ている。そこで、今回は粒子の垂直移動や選択的輸送が活発に起こるような条件を想定して、給砂なし、定常流量の条件で水路実験を行った。すなわち、幅25 cmの水路に平均粒径0.302 cm、最大径1.0 cmの砂礫を長さ7.8 m、勾配0.0145に敷きならし、流量 $q = 267 \text{ cm}^3/\text{s}$ を通水している。この実験では、下流端流砂量と流砂の粒度分布、および河床材料の粒度分布を調べた。河床材料の採取は、上流端から2 m、4 m、および6 m地点において深さ方向に3層にわたって行っている。各層の採取厚は、最大径の $\frac{1}{2}$ になるよう配慮したが、実際には5~7 mm程度の採砂厚になっている。

上述の実験に対し、本研究の粒度分布式（多層モデル）および従来の選択的輸送モデル（2層モデル）を適用しよう。適用に当たり次のようなパラメータを用いる。すなわ

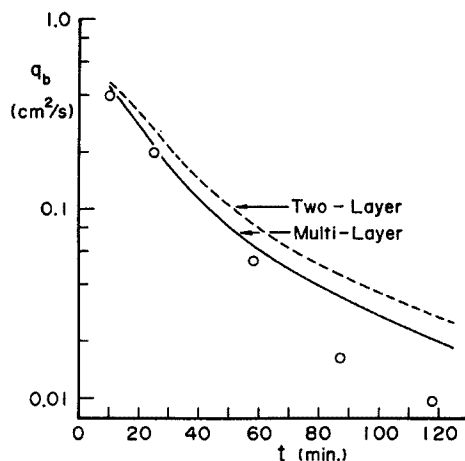


Fig. 10. Results of sediment discharge rates calculated with two methods vs. flume data.

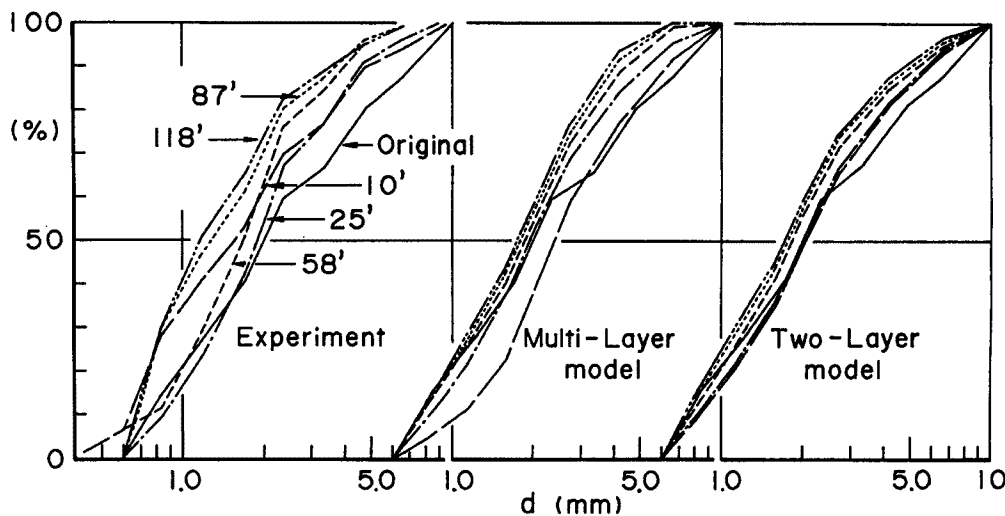


Fig. 11. Results of particle size distributions of transported sediment calculated with two method vs. flume data.

ち、 $\alpha = 0.5$ ,  $\beta = 1.5$ ,  $\Delta = d_{max} / 2 = 0.5 \text{ cm}$ とし、他は前節に同様である。

Fig. 10は下流端流砂量、Fig. 11は流砂の粒度分布について、実験値と二つのモデルによる計算値を示している。図示のように、流砂量は大局的にはいずれのモデルでも説明がついていると判断できるが、流砂の遞減部においていずれも若干の問題を残している。とくに、2層モデルにおける結果は、流砂の遞減が遅くなっている。粒度分布についてもいずれの計算値も実験結果をよく再現しているものと思われるが、粒径の大きい部分において、多層モデルの方が良好な結果を得ている。二つのモデルにおけるこのような違いは、3章において述べたように、河床表層における粒度分布の形成過程の違いに起因している。

Fig. 12は、上流端から2 m、4 m、6 mにおける表層の平均粒径に関する実験値と計算値を示している。実験値は厚さ0.5 cm~0.7 cmの層を採取したデータである。これに対し、多層モデルでは0.5 cm (=  $\Delta$ )の層厚に関する計算値であり、2層モデルでは1.0 cm (=  $2\Delta$ )に関するものであることに留意する必要がある。図示のように、実験値は、初期を除けば多層モデルによってかなりよく再現されているが、実験初期の平均粒径は、計算値よりもかなり小さくなっている。初期においては流砂がまだかなり活発で



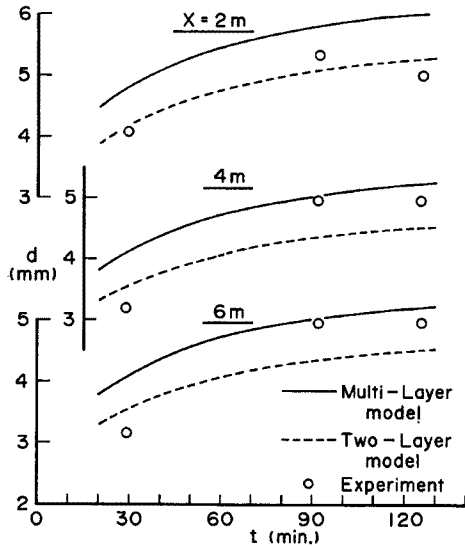


Fig. 12. Mean particle sizes of surfacelayer (first-layer) calculated with two methods at the three sections vs. flume data.  $X=0m$  indicates the upstream end.

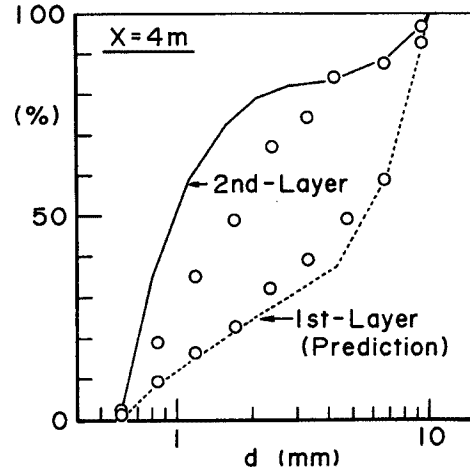


Fig. 13. Particle size distributions of first- and second- layers predicted with multi-layer model (present model) vs. flume data.

あり、給水停止に伴ってこれが河床表面に堆積し、それを採取しているために、粒径が小さくなっているものと考えている。

Fig. 13 は、水路中央部の  $t=126.5$  分における第1層と第2層の粒度分布に関して実験値と計算値を比較したものである。図示のように、第1層の粗粒化および第2層の細粒化が多層モデルによってかなりよく再現されていることが判る。なお、このデータにおける採取厚は、第1層が  $0.67\text{ cm}$  で第2層が  $0.64\text{ cm}$  であったが、もし、採取厚が Two-layer Model に一致していたならば、実験データは、図示の結果よりも第1層でさらに粗粒化しており、第2層ではさらに細粒化していたものと推察される。

## 5. 結 語

河床材料の移動状態にかかわらず河床表面は粗粒化し、その下層に細粒化した層が形成されることに着目し、その機構について検討した。以下、本研究によって得られた主要な結果を要約する。

- (1) 選択的輸送による粒度分布の形成ならびに粒子の垂直移動による形成機構を考慮して導かれた河床材料の粒度分布式を種々の条件下において解析し、その性質を明らかにした。これによれば、第1層の粗粒化と第2層の細粒化が説明できる。
- (2) 従来の交換層を用いた選択的輸送モデルと本研究の粒度分布式（多層モデル）とを比較し、本モデルの有効性を示した。
- (3) 定常給水、給砂なしの条件のもとで行われた水路実験に対して本モデルを適用するとともに、選択的輸送モデルの適用も行った。その結果、流砂量、流砂の粒度分布、河床表層の粗粒化の過程など、本モデルによってかなりよく説明できることが判明した。さらに、下層の細粒化現象など、選択的輸送モデルでは説明のつかない現象も評価できることも示した。
- (4) 平水時の山地河川では殆どの場合、河床表層は粗粒化している。これは洪水流量の減少に対応して、流路の長い区間にわたって粗粒化現象が急速に起こっていることを意味している。こうした現象は、砂礫の選択的輸送の概念で説明することは困難であるが、本モデルによれば、それを十

分に評価できる。

上述のように、本モデルによって河床における粒度分布の形成機構に対する理解が深められたものと思われる。しかし、今後に究明すべきいくつかの問題もある。例えば、粒子の垂直移動を規定する二つのパラメータ、 $\alpha$ 、 $\beta$ は、結果そのものを鋭感に左右するものではないが、これらをより合理的に決定する方法が必要である。また、本モデルにおいては、粒子の垂直移動は厚さ $2\Delta$ に限られているが、従来の交換層厚の決定法の場合と同様に、流砂の運動機構の観点からこれを考察していくことが重要である。

本研究は、一部文部省科学研究費一般C（代表 江頭進治）の補助を受けて進めている。また、実験や資料作成に当たっては京大防災研究所吉田義則技官に御協力いただいた。ここに記して感謝いたします。

#### 参考文献

- 1) 平野宗夫: Armouring を伴う河床低下について, 土木学会論文集, 195号, 1971, pp.55-65.
- 2) 芦田和男・道上正規: 混合砂礫の流砂量と河床変動に関する研究, 京大防災研究所年報, 14号B, 1971, pp.259-273.
- 3) Gessler, J.: Self-stabilizing Tendencies of Alluvial channel, Proc. ASCE, Jour of Waterways, Harbors and Coastal Engineering Div. 96, ww 2, 1970, pp.235-248.
- 4) 中川博次・辻本哲郎・原稔明: 混合砂礫床の粗粒化過程について, 京大防災研究所年報, 20号B-2, 1970, pp.355-370.
- 5) 道上正規・鈴木幸一: 混合砂礫床における増水・減水時の平衡流砂量, 土木学会論文集, No.399 / II-10, 1988, pp.95-104.
- 6) Kuhnle, K. A. and J.B.Southard: Bed Load Transport Fluctuations in a Gravel Bed Laboratory channel, Water Resources Research, Vol.24, No. 2., 1988, pp.247-260.
- 7) Andrews, E.D.: Bed-material Entrainment and Hydranlic Geometry of Gravel-bed Rivers in Colorado, Geol. Soc. American Bull. Vol.95, 1984, pp.371-378.
- 8) Parker, G., P.C.Klingeman and D.G.Mclean: Bed Lood and Size Distribution in Paved Gravel Bed streams, Proc. ASCE, Vol.108, Hy 4, 1982, pp.544-571.
- 9) Parker, G.: 粗粒化について, 土木学会論文集, 375号, II-6, 1986, pp.17-27.
- 10) 鈴木幸一・加藤幸一: 動的平衡状態における混合砂礫河床表層の粗粒化, 33回水理講演会論文集, 1989, pp.415-420.
- 11) 芦田和男・江頭進治・西野隆之: 混合砂礫床の粒度分布変化と流砂の機構, 京大防災研究所年報, 31号B-2, 1988, pp.423-441.