

直方体まわりの流れと圧力場について

谷池 義人・奥田 泰雄・岩谷 敏弘

ON THE FLOW AND PRESSURE FIELDS AROUND THREE DIMENSIONAL PRISMS

By Yoshihito TANIKE, Yasuo OKUDA and Toshihiro IWATANI

Synopsis

An experimental investigation of the vortical structure formed by the separated shear layer around square section prisms of various aspect ratios in a smooth-wall turbulent boundary layer is described. Measurements on the mean and fluctuating pressure distributions on the body and floor surfaces, including the simultaneous pressure measurements of several points have been presented. A flow visualization using a dry-iced mist has also been carried out to clarify the position of the first vortex formation, vortex street spacings and the convection velocity for the prisms of various heights. Experimental data are collected to examine the vortical structure in the wake such as a vortex strength and a core length by transforming the pressure field on the body and floor surfaces into the vorticity field using a simple Rankine vortex representation as the basic frame work of a vortex model.

1. まえがき

ある速度をもつ流体内に物体が置かれたとき、物体表面近傍には流体の粘性のために境界層が生じる。境界層は、境界層の外側の主流が大きく減速される場合、或いは物体の急激な形状変化に主流が追随しなくなった場合（例えば鋭い角をもつ物体まわりの流れ）に物体表面から剝れ、剝離剪断層を形成する。剝離剪断層は、境界層と同様、細かい渦の層で形成されている。この細かい渦の幾つかは物体側方或いは背後で集まり、ある大きさをもつ渦を形成する。この渦（細かい渦の集合体、すなわち渦度の集合）は、それ自体で流れ場を形成し、物体まわりの流れ場と圧力場に大きな影響を与える。

にぶい物体からの剝離剪断層により形成される渦と圧力及び流れとの関係は、これまでに多くの研究者によって調べられてきた。このうち、Roshko¹⁾ は 2 次元物体背後の渦の発生数を後流幅を用いて、Bearman²⁾ は Kronauer の条件を用いてそれぞれ無次元化し、Universal Strouhal 数を提案した。また、Bearman³⁾ は、物体の背後に splitter 板を置いて渦の形成位置を種々に変化させ、この形成位置と背圧との関係について調べている。Vickery⁴⁾ は、2 次元正方形断面角柱の側面と背面の平均及び変動圧を測定し、渦放出に伴う変動圧の大きさを調べた。Lee⁵⁾ も同じ角柱を用いて接近流の乱れと変動圧及び変動揚力との関係、並びに前縁で剝離した流れの後縁付近での再付着が渦の形成にどのように影響するかを調べている。一方、Davies⁶⁾ は、2 次元物体背後の流れを条件付抽出法の一つである位相平均法を用いて解析し、渦の配列及び個々の渦の強さ（循環）を直接測定している。Nakagawa⁷⁾ は、2 次元角柱背後の渦列をマッハ・チェンダー法により密度の変化

量として光学的に可視化し、これを圧力場に変換して物体背後の相対的な圧力の大きさを求めている。

これらの研究は、いずれも物体の断面軸方向(z 方向)に速度成分がないと仮定した2次元流れを対象にしたものである。これに対し、床面上に発達する境界層流中に置かれた3次元物体まわりの流れは、高さ方向(z 方向)の速度成分をもつために、その流れ場に対応する圧力場及び渦度場は、2次元状態に比べて複雑になる。3次元物体からの剝離流と圧力及び渦度場の関係について調べた研究は少なく、そのうちCastro et al⁹⁾は、一様流中と境界層流中に置いた立方体に作用する平均圧と後流(wake)内の流速変動の性状を調べた。また、Sakamoto et al^{9),10)}は、境界層厚さに対する直方体のスケール比とStrouhal数との関係、及びその比の変化による物体表面と床面に作用する平均圧の変化の様子を明らかにしているが、いずれの場合にも形成される渦の強さや大きさ等の渦の構造を明らかにするには至っていない。

本研究においては、境界層流中に置いた3次元正方形断面角柱からの剝離剪断層によって生じる渦と圧力場との関係、及び角柱のアスペクト比の変化が角柱まわりの流れと圧力場に及ぼす影響を調べることを目的としている。本研究では、3次元角柱表面と角柱周辺の床面上の平均及び変動圧を測定し、さらにこれらのある領域に関しては変動圧を多点同時に測定し、ある仮定を設けて圧力場を渦度場に変換している。また、流れ場はドライアイスのミストを用いて可視化し、その画像を処理して渦の形成位置やその流下速度を求め

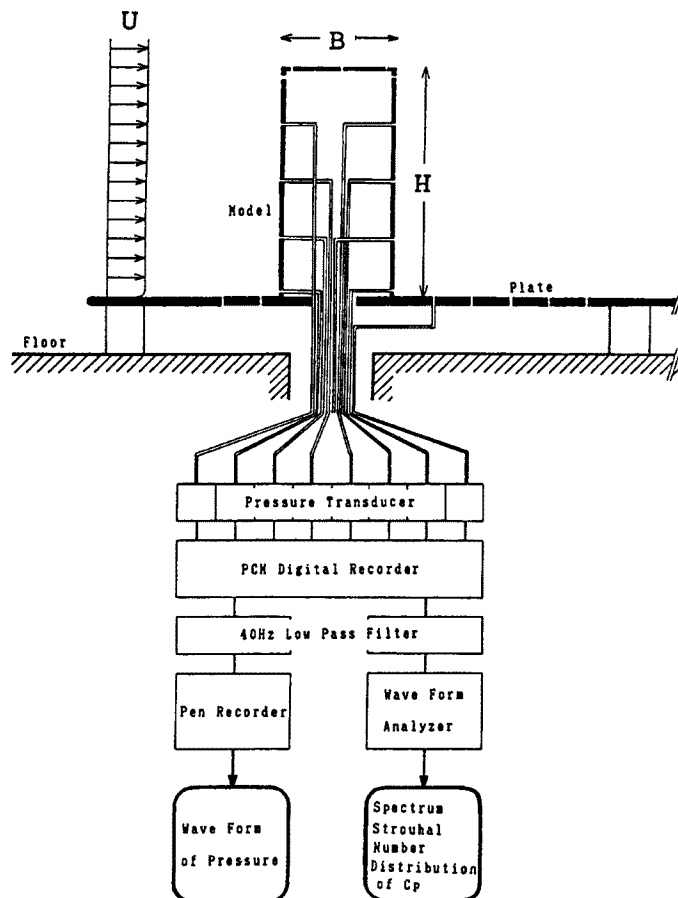


Fig. 1. Sketch of a prism placed in a boundary layer with experimental apparatus and procedure.

ている。さらにこれらの結果をもとにして、3次元角柱からの剝離剪断層により生じる渦の構造を考察し、この渦の発生が角柱に及ぼす抗力を求めている。

2. 実験方法

風洞実験は京都大学防災研究所の境界層風洞を用いて行った。幅 2.5 m、高さ 2 m、長さ 21 m の測定部内の床上 25 cm の位置に上床を設け、接近流の境界層の発達を抑えて実験模型にあたる流れをできるだけ一様流に近い状態にした。使用した模型は、いずれも幅 $B=7$ cm の正方形断面角柱であり、高さは $H=7$ cm, 14 cm, 28 cm の 3 種類ある。

実験は大別して 2 種類あり、その一つは流れに直角に置いた角柱の表面及び角柱まわりの床面に作用する平均及び変動圧の測定であり、もう一つは角柱まわりの流れの可視化である。このとき流れ方向の静圧勾配は天井の高さを調整して 0 に保っている。

圧力測定は、角柱表面及び床面の多数の位置に設けた測定穴から、内径 1 mm、長さ 50 cm のビニールチューブを介して圧力変換器 (Setra model 239) に導いて行った (Fig. 1)。圧力変換器の最大の測定範囲は公称 ± 7 mmH₂O で固有振動数は 2 kHz である。チューブを介したときのこの変換器の位相及び周波数特性を Fig. 2 に示す。本実験に用いた 60 cm のチューブ長をもつ位相・周波数特性は、20 Hz まではチューブのない特性とほとんど変りないことがわかる。圧力変換器は 8 台あり、いずれも同じ特性を有する (但し、校正値は若干異なる)。8 台の圧力変換器からの出力は、PCM レコーダーに一担記録し、その出力を 40 Hz のローパスフィルターに通した後、波形解析装置により解析した (Fig. 1)。基準流速は角柱側方の境界層外側の位置で測定し、 $U_0=4.35$ m/s とした。このときの乱れ強さは 0.3% であった。角柱の幅 B を代表長さにしたときの Reynolds 数は、 $Re=2.06 \times 10^4$ である。風洞内に上床を設けて境界層の発達を抑えたが、角柱設置位置での境界層厚さは $\delta=13.8$ cm であった。このとき排除厚さは $\delta^*=1.77$ cm、運動量厚さは $\theta=1.39$ cm であった。

圧力測定と平行して、それぞれの角柱まわりの流れをドライアイスのミストを用いて調べた。ミストの吹き出し口は、角柱前方 1.4 m の位置におき、噴出するミストの乱れをできるだけ小さくするために、流出速度を小さくし、さらに吹き出し口に縮流口を設ける等の工夫をした (詳細は文献 11 参照)。このときの流速は $U_0=0.81$ m/s であり、Reynolds 数は $Re=3.83 \times 10^3$ であった。角柱まわりの流れ場は、角柱の真上からカメラとビデオの両方を用いて撮影した。1 秒間に 30 コマ撮影されたビデオの画像から、角柱背後に形成される渦の位置や速度を求めた。

なお、圧力測定時と可視化時で Reynolds 数が異なる。可視化時と同じ Reynolds 数で圧力測定を行ったところ、圧力の値が変換器の下限の測定限界に近いために測定精度が悪くなり、角柱表面の圧力係数分布の形状

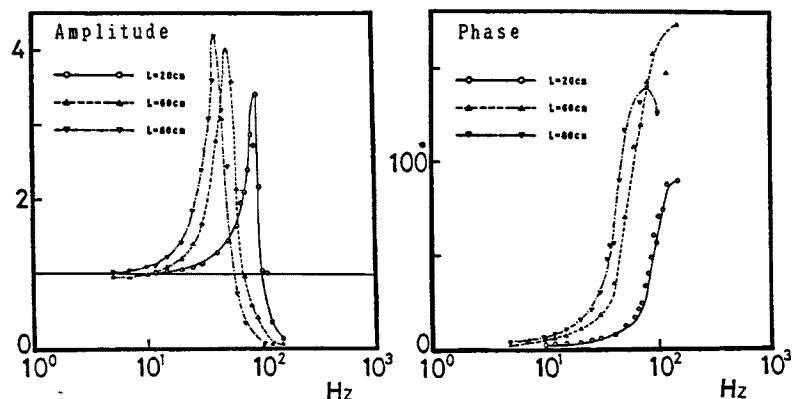


Fig. 2. Amplitude and phase responses of the pressure sensing system.

はよく似たものになるが、値そのものは異ってくる。しかしながら、4章に示すように、可視化時の画像処理から求めた Strouhal 数と圧力測定時の変動圧のスペクトルから求めたものとはほぼ一致しており、両者の角柱まわりのフローパターンに差はないものと考えられる。

Table 1. Drag coefficient varied with aspect ratio

$H/B=1$	2	4
$C_D=0.73(0.65)$	$1.02(1.02)$	$1.42(1.33)$

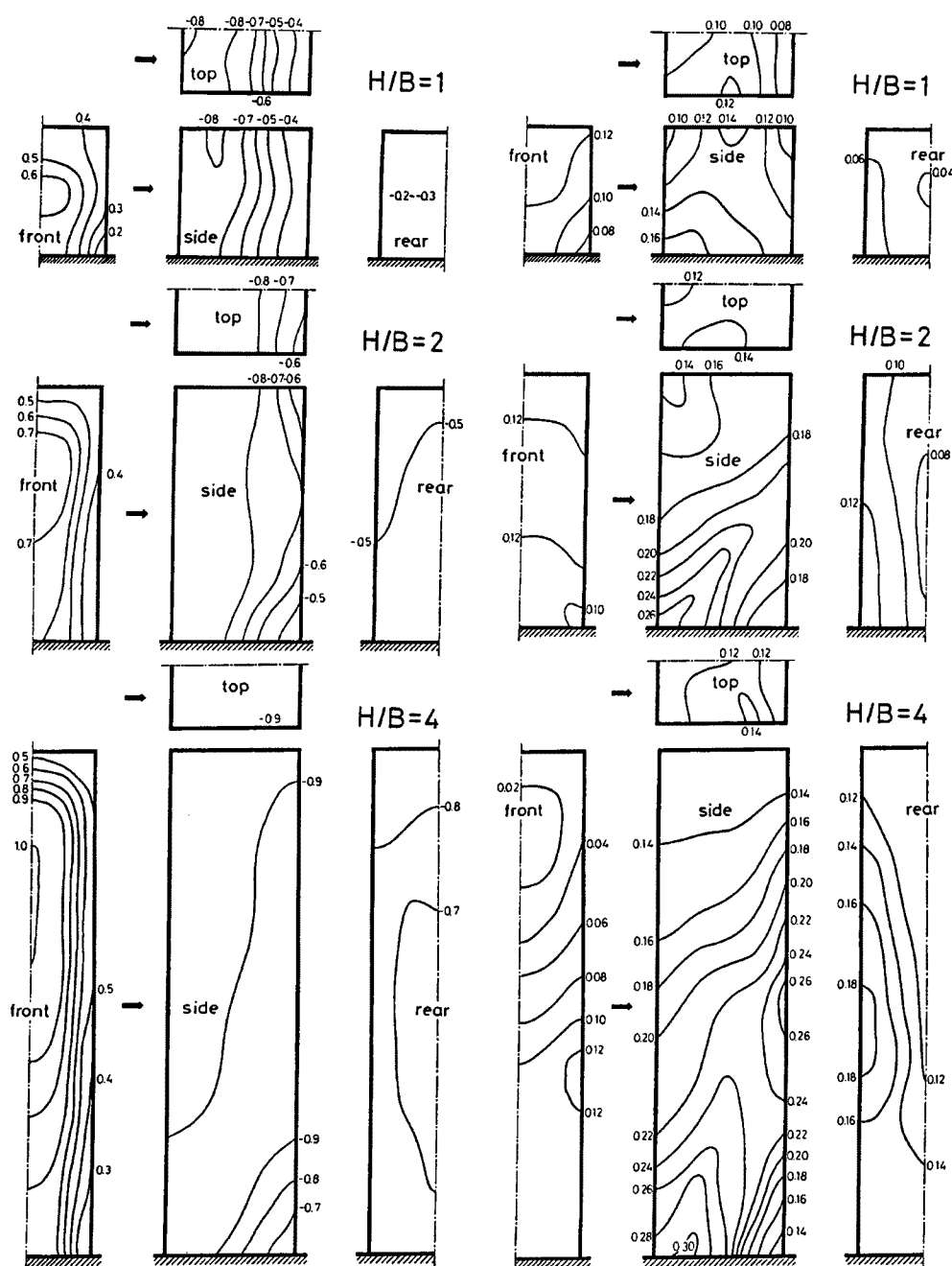


Fig. 3(a, b). Mean(a) and fluctuating(b) pressure distributions on the body surfaces of the prisms.

3. 角柱表面及び床面の圧力分布

Fig. 3(a, b), Fig. 4(a, b) に正方形断面角柱表面及びその周辺の床面の圧力分布を示す。各図の **a** は、基準の静圧 p_0 から測った平均圧 $(\bar{p}_i - p_0)$ を基準の速度圧 $q_0 (= (1/2)\rho U_0^2, \rho$ は空気密度) で割った平均圧係数 C_p の分布を、**b** は変動圧 p'_i の標準偏差 $\sqrt{p_i'^2}$ を q_0 で割った変動圧係数 C_p' の分布を示す。 q_0 と p_0 は角柱側方の境界層の外側の値である。なお、図中の H/B は角柱のアスペクト比を示す。

アスペクト比が $H/B=1$ のときの角柱は境界層(厚さ $\delta=13.8$ cm)内に埋もれるため、正面の淀み点の C_p は0.63と低くなる。また、屋根及び側面では境界層内の乱れにより流れが再付着するため、各面の後方で圧力の回復が見られる。この傾向は $H/B=2$ になった角柱 ($H \geq \delta$) においてもわずかに見られ、屋根及び側面における流れの間欠的な再付着が予想される。 $H/B=4$ になると、 $H \geq 2\delta$ になるため境界層の影響は小さくなり、流れの再付着も生じなくなる。

側面及び背面の平均圧分布 C_p は、各角柱ともに高さ方向にはほとんど変化しない。これに対し、変動圧分布 C_p' は下層部に向うにつれて大きくなる。とくに側面においてこの傾向が著しく現われる。これは角柱側面前縁で剝離した流れにより形成される渦の3次元的な構造に関係する。剝離直後の剪断層内に含まれる渦度(或いは渦糸)は、集積してある大きさをもつ渦(或いは渦管)を形成する。この渦度の集積率が悪いと形成される渦の強さ(循環)も弱くなる。側面下層部の剝離流れは床による境界条件の影響で床と平行になり、形成される渦度も高さ方向(z 方向)成分が卓越する。これに対し、側面上、中層部には、床面のような適切な境界もなく、さらに屋根面前縁からの剝離流れが側面まわりの流れに干渉してくるため、渦度は z 成分以外の成分をもつようになる。ところで一度形成された渦糸は、Lagrange の渦定理によりたとえ粘性があってもわずかな時間内においては消滅しない。したがって、下層部で床面に垂直であった渦糸は、高さとともにその方向を変えると考えられる。このために、上層部では渦度の z 成分が下層部に比べて小さくなり、それらの集積した渦の強さ(循環 Γ)も小さくなる。また、アスペクト比 H/B の増加につれて側面の C_p' が大きくなることから、より強い渦が形成されると考えられる。

屋根面の C_p' は H/B の大きさにかかわらずほぼ一定になり、それらは側面下層部の C_p' に比べると小さくなる。このことから、屋根面前縁で剝離した流れは、渦面(vortex sheet)を形成するが、ある大きさをもつ渦には発達しないものと思われる。このために、角柱側面付近で形成される渦との結びつきはないものと

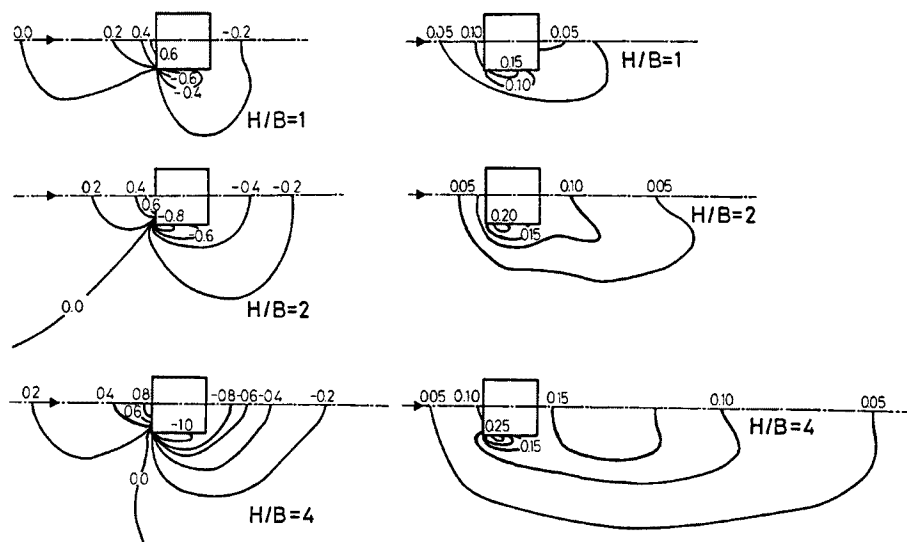


Fig. 4(a, b). Mean(a) and fluctuating(b) pressure distributions on the floors around the prisms.

考えられる。

また、側面の平均圧係数が高さ方向に変化しないのは、次式に示すように平均の剝離流速 U_b が高さ方向に変らないことに関係する。

$$C_p = 1 - (U_b/U_0)^2 \quad (1)$$

このために、剝離流に含まれる total の渦度、すなわち単位時間あたりの循環 $U_b^2/2$ は、高さ方向に変化しない。しかし、この渦度（ここでは x 成分の渦度）の集積率が、高さ方向に異なるために変動圧に差が生じるのであろう。側面の平均圧が高さ方向に変化しない現象は、もっと乱れの大きい乱流境界層流中においても観察されている¹²⁾。この興味深い現象は、逆に言えば側面前縁の剝離流によって形成される total の渦度、すなわち循環が Lagrange の渦定理（或いは Kelvin の定理）により、高さ方向に保持されるために生じるとも考えられる。

なお、角柱に作用する平均抗力 F_D を正面と背面の平均圧 $\bar{p}_i$ から求め、それを基準の速度圧 q_0 で割って無次元化した抗力係数 C_D を Table 1 に示す。ここで () の値は Sakamoto¹⁰⁾ の結果である。

床面の平均圧分布については、Sakamoto¹⁰⁾ も求めており、この結果と比較すると、角柱前方の正圧の領域或いは角柱側方及び背後の負圧の領域が、 H/B の増加に伴って拡がりかつその値も大きくなる傾向はよく似ているが、負圧の値 ($-C_p$) は、本実験の方が大きくなり、また角柱側面の ($-C_p$) にはほぼ連続的につながる傾向をもつ。

H/B の増加につれて、前方床面の正圧領域が拡がるのは、角柱見付け面積の増加により流れを塞ぎ止める効果が大きくなることに関係する。前方の $C_p \approx 0.4$ までの平均圧係数の急激な減少は、Baker¹³⁾ も述べているように 1 次の馬蹄形渦 (horseshoe vortex) の形成位置に関係し、 H/B の増加につれてその渦の形成位置が角柱前方へと遠ざかることが分かる。

また、前方の変動圧分布 C_p' は、 H/B にかかわらずほぼ同じ値と同じ拡がりをもつが、側方及び背後の C_p' は、($-C_p$) と同じく H/B の増加につれて大きくなりかつ同じ値をもつ領域も拡がる。前方の C_p' は馬蹄形渦の形成に関係し、側方、背後の C_p' は Karman 型の渦の形成に関係する。前者の C_p' が後者の C_p' に比べて小さいのは、馬蹄形渦がほぼ定常的に存在することに対応する。一方、Karman 型の渦は周期的に放出されるために C_p' がより大きくなる。また、この渦は H/B の増加につれてより強くなり、かつより角柱後方まで減衰しにくくなる。

4. 流れの可視化と渦の発生数

Photo. 1 (a, b, c) に、それぞれアスペクト比が $H/B=4, 2, 1$ のときの角柱まわりの流れを示す。a, b を見ると、角柱のすぐ背後には、渦の形成が交互に見られるが、角柱から遠ざかるとミストが拡散されて渦の形が不明瞭になる。これは実際 Fig. 4b の床面の変動圧分布からもわかるように、剝離流によって形成される渦そのものの減衰に対応する。一方、c を見ると渦の形成は見られなくなる。これは Fig. 5c に示す角柱側方及び背後の床面圧のスペクトル解析で明瞭なピークが求まらないこと、及び 5 章に示す多点同時の変動圧（圧力降下）の分布形状からも確認され、Karman 型渦のみならず門形渦 (arch-type vortex) も形成されないものと考えられる。このために、3 章に示した角柱側面の ($-C_p$) 及び C_p' が小さくなるのであろう。

Fig. 5a を見ると、 $H/B=4$ のときの角柱前縁付近の床面圧のスペクトルピークは唯一でかつ鋭い。角柱後方のスペクトルには、wake 内の乱れにより渦の放出周波数以外の成分も含まれてくるが、卓越周波数は両者ほぼ等しくなる。したがって、角柱前縁部（側面前縁も同じスペクトル形状をもつ）の圧力変動から、角柱背後の渦放出周波数 f_v を推定することができる。このことから角柱後方に放出される Karman 型渦は、剝離直後の剪断層内にその種が形成されると考えられる。これに対し、 $H/B=2$ になると (Fig. 5b)、前縁付近のスペクトルにも他の成分が現われ、卓越するスペクトルピークも後方のものと異ってくる。これは剝離流の側面後縁付近における間欠的な再付着に関係する。渦を取り囲む剝離流が間欠的に再付着することにより、後縁からの渦の放出速度が前縁付近に比べて速くなるためと考えられる。

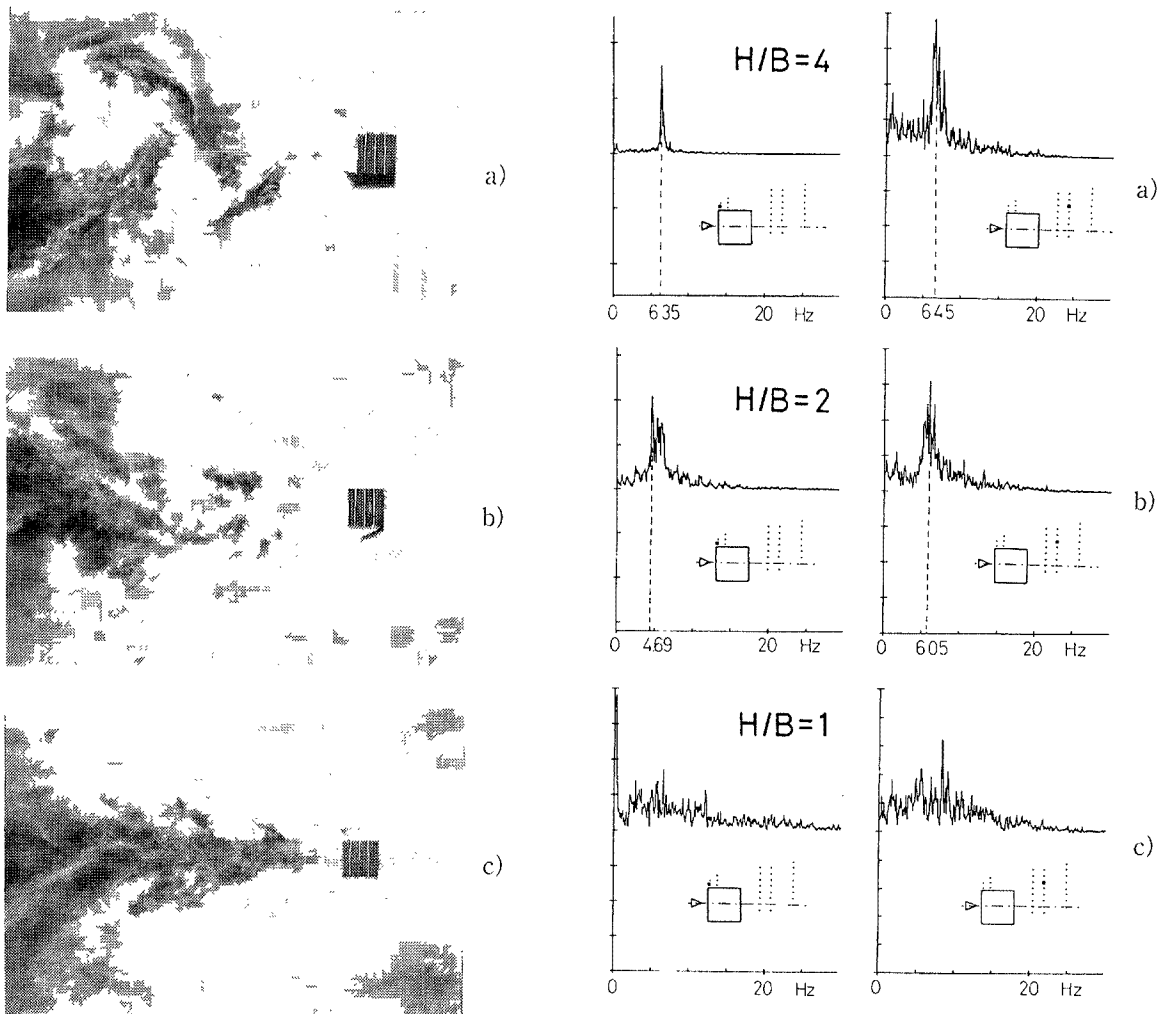


Photo. 1(a, b, c). Flows around the prisms from the upper viewpoint; a) $H/B=4$, b) $H/B=2$, c) $H/B=1$.

Fig. 5(a, b, c). Power spectra of the pressures on the side and rear floors; a) aspect ratio of $H/B=4$, b) $H/B=2$, c) $H/B=1$.

なお、角柱後方の床の圧力変動及び流れの可視化（次の（ ）内）から求めた Strouhal 数 $S_t (=f_s B/U_0)$ は、それぞれ $H/B=4$ のとき $S_t=0.104$ (0.107), $H/B=2$ のとき $S_t=0.097$ (0.101) となり、両者ほぼ一致する。

Fig. 6a は、ビデオの画像から求めた $H/B=4$ のときの渦の中心の通り路である。同じ記号は同時刻に存在する渦の位置を示し、同じ模様の直線はそれぞれの渦の通り路を示す。渦はまず角柱の中心から後方約 $1B$ の位置（中心線付近に形成されるものが多い）に形成され、その後多少ふらつきながら中心線から遠ざかっていく。各渦の位置と通り路をアンサンブル平均すると **Fig. 6b** のようになる。角柱の中心から後方 $6B$ 以上隔れると、ミストが拡散（これは床面の変動圧の測定結果から渦の減衰に対応する）してしまうため、渦の位置は不明になる。したがって、角柱後方に渦としての形を保つのは高々 2 対の渦のみである。このときの渦列の間隔比 l_y/l_x (l_x , l_y は、それぞれ流れ方向とそれに直角方向の渦列間隔) と一般流速に対する渦の流下

Table 2. Vortex spacings and the convection velocity

H/B	2	4	2-D
l_y/l_x	0.25	0.23	0.21
$U_0 - U_s/U_0$	0.65	0.64	0.8

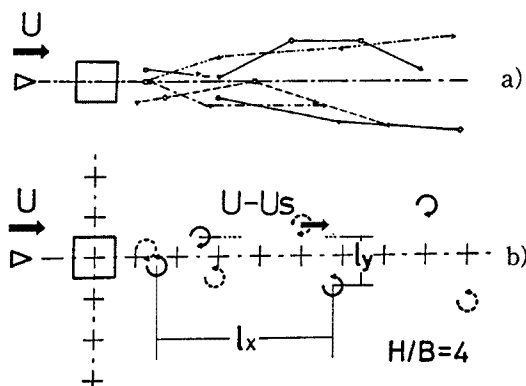


Fig. 6(a, b). Vortex street configuration; a) path, b) mean position.

速度 $U_0 - U_s/U_0$ (U_s は渦自体による誘導速度) を Table 2 に示す。ここで 2-D とあるのは Davies⁶⁾ の求めた 2 次元 D 形柱の値である。なお、 $H/B=2$ については渦の拡散(減衰)がさらに大きくなるため、1 対半(すなわち 3 個の渦)の渦列から求めた。

ところで 2 次元円柱における渦形成領域 l_F (渦が放出される瞬間まで成長を続ける領域で、一般に物体の中心からその領域の後縁までの距離をさす) は、Bloor¹⁴⁾ によると (本実験に対応した Reynolds 数と円柱のスケールでは)、 $l_F \approx 2B$ となる。したがって最初に形成される渦の中心位置は $x > 2B$ (座標軸のとり方は 5 章参照) になる。一方、本結果では、最初の渦の形成位置が $x \approx B$ であることから $l_F < B$ となり、渦の半径を考えると Gerrard¹⁵⁾ が示唆した渦形成領域における流体の連行を生じる領域は残されておらず、この現象は渦の形成領域においては生じないものと思われる。その後、この渦は、6 章に示すようにすぐに拡散して渦のコアが拡大し、それに伴い渦の強さも減少していく。したがって、3 次元角柱においては、角柱背後に最初にできた渦が十分に発達して渦の形成領域 l_F を作り出す前に拡散を受けて減衰してしまうのである。

5. 角柱表面と床面の変動圧の同時測定

Fig. 7 (a, b, c) に、 $H/B=4$ のときの角柱屋根面と側面の前縁、背面と床面の中央部及び角柱後方の床面の変動圧の 8 点同時記録を示す。図の縦軸は変動圧の値 (スケールは各点でほぼ同じ)、横軸は時間を示す。この図から渦の形成と通過に伴う圧力変動の様子が観察される。

角柱前縁では、側面下層部から中層部にかけて渦の形成を示す波形が見られ、その振幅は下層部ほど大きくなる。したがって、形成される 3 次元渦は下層部において強く、高さと共に弱くなり上層及び屋根面では渦構造を形成しなくなる。角柱背面においても同様の傾向が見られる。とくに背後の床面において、その振幅は背面下層部のものより大きくなる。これは床面の圧力測定点で、背面に比べてより渦の中心に近づくためである。また、角柱背後の床面に流れと直角に圧力の測定点を設け、剥離流によって形成される 3 次元渦の下層部の水平面内の構造を調べた。c 図はこのときの圧力変動の一例であるが、渦の中心に近いところでは振幅が大きく、中心から遠ざかるにつれて小さくなる様子が観察される。

Fig. 8 に、側面前縁、背面中央部 ($H/B=4$ のみ) のほぼ同時刻における圧力降下 $\bar{p}$ (谷をはさんだ 2 つの山の平均値から谷までの値で圧力降下を負にとる) を基準の速度圧 q_0 で割って無次元化した圧力係数 $\bar{C}_p$ を示す。図中の同じ記号はある同時刻における $\bar{C}_p$ の分布を示し、実線は $\bar{C}_p$ のアンサンブル平均と次式に示す指数関数で近似したものである。

$$\text{when } H/B=4, \quad \bar{C}_p(z) \propto \exp(-7.01z) \text{ at leading edge} \quad (2-a)$$

$$\bar{C}_p(z) \propto \exp(-9.36z) \text{ at rear surface} \quad (2-b)$$

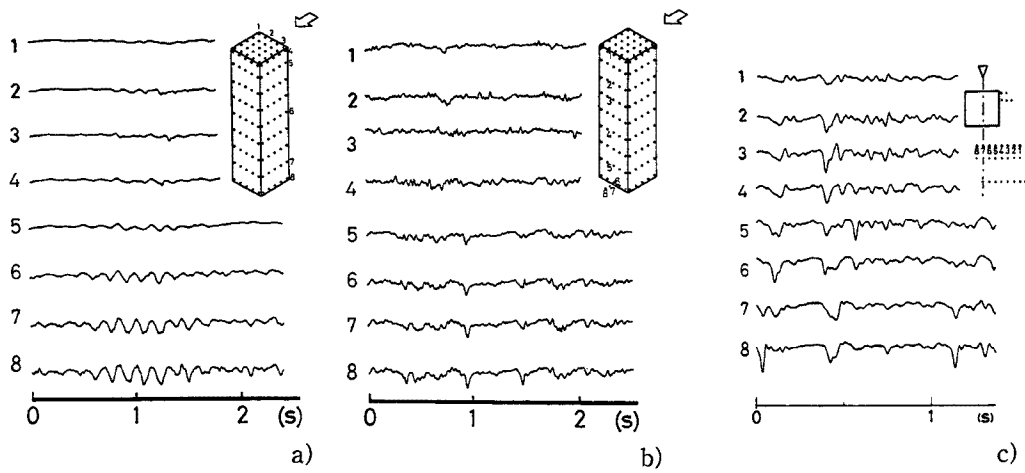


Fig. 7(a, b, c). Time records of the pressure fluctuations on the leading edge(a), the rear surface(b) and the rear floor(c).

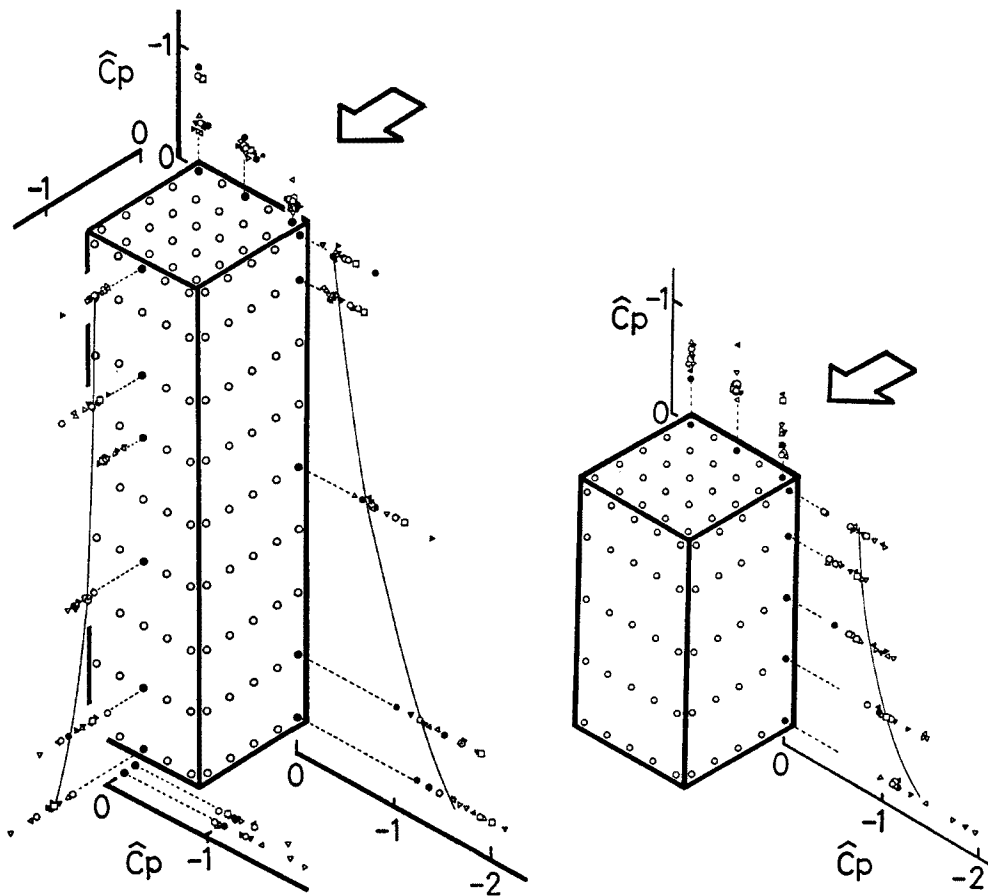


Fig. 8. Pressure drop distributions on the side and rear surfaces obtained from the simultaneous pressure measurements.

$$\text{when } H/B=2, \hat{C}_p(z) \propto \exp(-17.1z) \text{ at leading edge} \quad (3)$$

但し、 z は床面から測った鉛直方向の距離 (単位m) である。

3, 4 章の結果から、剝離した流れは前縁のすぐ後方で渦 (角柱後方に放出される渦の源) を形成すると考えられる。この渦は剝離流と角柱側面との間に存在するため、その大きさは高さ方向にほぼ等しくなると考えて差し支えない。今、渦のコア内部の圧力 p と渦の強さ (循環) Γ との間には、近似的に次の関係が成立する。

$$p \propto \Gamma^2 \quad (4)$$

したがって、渦のコアが高さ方向にほぼ等しいときには、 Γ は次式に示す z の関数として表わすことができる。

$$\text{when } H/B=4, \Gamma(z) = \Gamma_0 \exp(-3.50z) \quad (5-a)$$

$$\text{when } H/B=2, \Gamma(z) = \Gamma_0 \exp(-8.53z) \quad (5-b)$$

ここで Γ_0 は床面上での渦の強さを示す。

上式から角柱のアスペクト比 H/B が小さくなると、渦の強さ Γ の高さ方向における減少の割合が大きくなる。ところで前にも述べたように、一度生じた渦糸はたとえ粘性があってもわずかな時間内においては消滅しない。したがって、下層部の渦のコアを形成している z 成分の渦度をもつ渦糸は、上層に向うにつれて不規則に曲がり、上層部の渦のコアには z 成分の渦度が相対的に少なくなる。この結果、 Γ が高さとともに小さくなるのであろう。なお、この渦のコアの中心軸は床面にほぼ垂直になり、その軸まわりのほぼ円形の流れが、コア内の圧力場を形成していると考えて差し支えないものと思われる。また、角柱背面では、(2)式より前縁に比べて Γ の減少の割合がわずかに大きくなる。これは角柱背後に生じる渦の中心軸が、高さとともに角柱後方へ傾くためか、或いは渦のコアが高さ方向に拡がるためかとも考えられる。

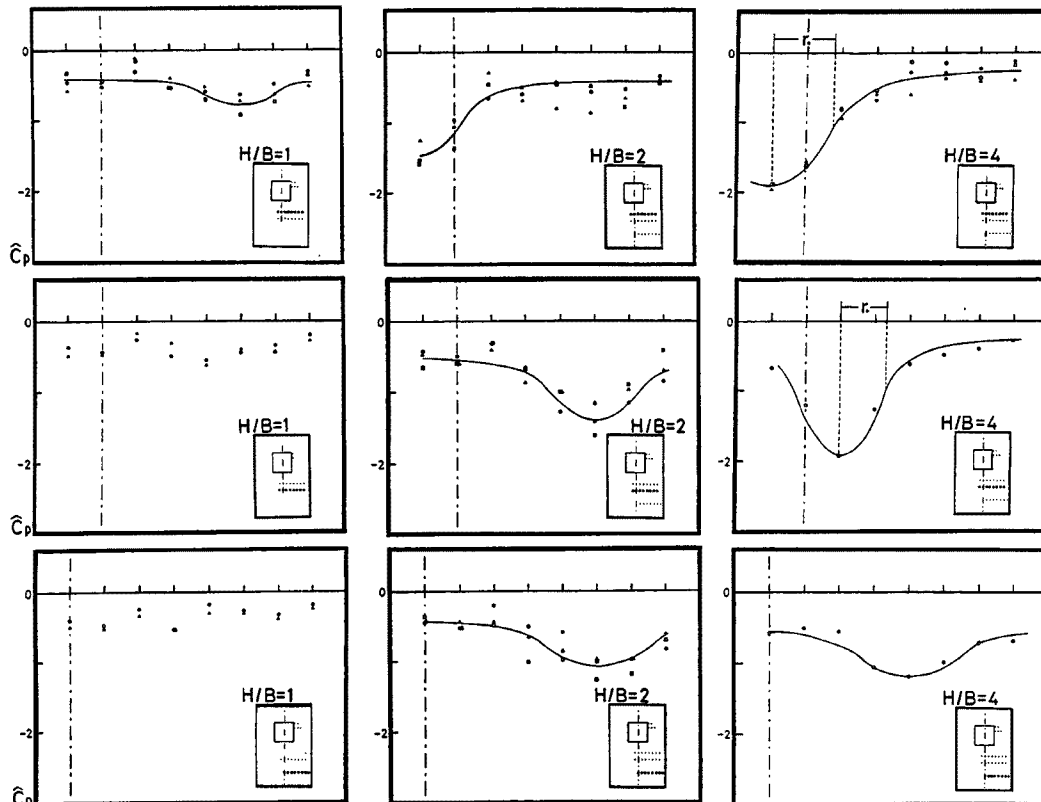


Fig. 9. Pressure drop distributions on the rear floors comparing with the model prediction.

Fig. 9 に角柱背後の床面のほぼ同時刻における $\hat{C}_p$ の分布の一例を示す。角柱の中心を原点とし、流れ方向を x 軸（下流方向を正）、流れ直角方向を y 軸（流れに向って右側を正）とする座標を定め、角柱背後における最初の渦の形成位置付近とそれが流下する軌跡に沿った所に圧力の測定点を設けた。図の上、中、下段は、それぞれ $x=1.07B$, $1.43B$, $2.14B$ の地点における y 軸と平行な $\hat{C}_p$ の分布である。各図の縦軸は $\hat{C}_p$ 、横軸は y 軸方向に $0.179B$ の間隔でとった測定点の位置を示し、一点鎖線は x 軸を示す。なお、図中の曲線については後で述べる。

$H/B=1$ のとき、角柱に最も近い $x=1.07B$ の列を除くと、 $\hat{C}_p$ はほぼ一様に分布し、その絶対値も小さくなる。 $x=1.07B$ の列においては、 $y=0.714B$ でわずかに極小値をとる。したがって、この付近に弱い渦の形成が見られるが、流下するとすぐに拡散して消えてしまう。 $H/B=2, 4$ になると、 $\hat{C}_p$ の分布は各列ともにある y の位置で明確に極小値をとり、それから隔れるにつれて圧力が回復する。極小値をとる $\hat{C}_p$ の位置に渦の中心が存在すると考えられるので、最初角柱背後のほぼ中心線上に形成された渦が流下とともに中心線から遠ざかっていく様子が、 $\hat{C}_p$ の分布からも明らかになる。また、角柱から遠ざかるにつれて $\hat{C}_p$ の極小値並びにその付近の $\hat{C}_p$ が大きくなる（絶対値は小さくなる）ことから、渦は流下とともに拡散していくことがわかる。

但し、ここに示した $\hat{C}_p$ の分布は圧力変動波形から解析した一例に過ぎず、 $\hat{C}_p$ の極小値が他の y の位置に存在するものもあるが、ここでは極小値をとる頻度の最も多いものを例に取り上げた。なお、 $x=1.07B$ の列では、 $H/B=2, 4$ ともに $\hat{C}_p$ の極小値が $y=-0.179B$ の位置にあるが、これは角柱の左側面前縁で剝離した流れが形成する渦の中心を示す。

6. 圧力場から渦度場への変換

5章に示した床面上の圧力降下係数 $\hat{C}_p$ の分布から、下層部における渦の構造をモデル化してみる。床面付近では境界条件により流れは床と平行になり、形成される渦の軸も床面に垂直になる。 $x=1.43B$, $2.14B$ 列の $\hat{C}_p$ の極小値に関する対称性から、渦のコア及び渦により形成される流れ場を円形と仮定する。Shaefer et al¹⁶⁾, Davies⁶⁾ は、2次元物体から放出される円形渦の強さを、次式に示す初期の時刻に渦度が中心軸に集中していたと仮定したときの2次元の渦度方程式の解から得られる循環 Γ で与えている（いわゆる Hamel-Oseen の渦）。

$$\Gamma = \Gamma_0 \{1 - \exp(-1.26(r/r_0)^2)\} \quad (6)$$

ここで Γ_0 は渦全体の強さ、 r は渦の中心軸からの距離、 r_0 は最大の接線速度を示す距離で渦のコアの半径に対応する。

一方、Hoffmann et al¹⁷⁾ は、乱れによる渦動粘性を考慮した円形渦を提案し、その強さ Γ を次元解析により

$$\Gamma \propto \log r \quad (7)$$

で与えている。

ここでは、粘性の影響が小さいと仮定したときに得られる最も簡単でかつ基本的な Rankine の結合渦でこの渦度場を近似してみる。このとき、この渦の強さ Γ は

$$\left. \begin{aligned} \Gamma &= \pi r^2 \omega, & r < r_0 \\ \Gamma &= \pi r_0^2 \omega = \Gamma_0, & r > r_0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

で表わされる。 Γ_0 , r_0 , ω は、それぞれ渦全体の強さ、渦のコアの半径及び渦度 (z 成分) を表わす。また、接線方向の速度 u_θ は、

$$u_\theta = \Gamma / 2\pi r \quad (9)$$

で表わされる。さらに円形の流線をもつことから、 u_θ と p との関係式

$$\partial p / \partial r = \rho u_\theta^2 / r \quad (10)$$

を用いると、圧力場と渦度場を結びつけることができる。以上の手順で求めた圧力降下係数 $\hat{C}_p$ と渦度 ω の関

Table 3. Vortex strength and core radius varied with aspect ratio and position in the wake

H/B	2			4			2-D
x/B	1.07	1.43	2.14	1.07	1.43	2.14	6
Γ_0/U_0B	0.96	0.96	0.97	1.69	1.22	0.97	1.66~2.39
$2r_0/B$	0.46	0.5	0.59	0.64	0.46	0.57	2.0

係式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{C}_p &= \omega^2 r^2 / 4 U_0^2 - |\hat{C}_p|_{\max}, & r < r_0 \\ \hat{C}_p &= -\omega^2 r_0^4 / 4 U_0^2 r^2 + C, & r > r_0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここで、 $-|\hat{C}_p|_{\max}$ は実験から求まる $\hat{C}_p$ の極小値、 C は積分定数である。 C と r_0 をそれぞれ変化させて得られる計算値と実験値との2乗平均誤差が最小になるように、 r_0 と C を定めた。このときの結果(11式)を Fig. 9 の曲線で示す。

$H/B=4$ のとき、 $x=1.43B, 2.14B$ 列における $\hat{C}_p$ の分布はある同時刻におけるものである。この分布と(11式)から求めた $\hat{C}_p$ の曲線とを比較すると、精度よく一致している。それ以外のものは、各時刻における $\hat{C}_p$ (実験値) のアンサンブル平均を(11式)を用いて近似したものである。いずれも実験で求めた圧力分布の特徴を精度よく近似しているものと思われる。この結果、3次元角柱背後に生じる Karman 型の渦の下層部における構造を、Rankine の結合渦で近似できるものと考えられる。このときの渦の強さ Γ_0 とそのコアの半径 r_0 を無次元化した値を Table 3 に示す。但し、2-D の値は Davies⁹⁾ の求めた2次元D型柱に関するものである。

この結果は、角柱側面及び床面の C_p 又は $\hat{C}_p$ の分布から定性的に推測した渦の下層部の構造を定量的に確めたものになっている。すなわち、渦の強さ Γ は H/B の増加につれて大きくなる。また、渦のコアは、流下に伴い wake 内の乱れと流体の粘性のために拡散を受けて大きくなる。なお、渦の強さ Γ は、 $H/B=4$ のときは渦の流下と伴に減少するが、 $H/B=2$ のときにはほぼ一定になる。

また、下層部における渦度の集積率 k は、次式を用いて求めることができる。

$$k = \Gamma_0 f_s / \left(\frac{1}{2} (1 - C_p) U_0^2 \right) \quad (12)$$

ここで、 C_p は角柱下層部前縁の平均圧係数を示す。集積率は、 $H/B=4$ のとき $k=0.18$ 、 $H/B=2$ のとき $k=0.10$ となり、剥離流中に含まれる渦度の約15%が下層部における渦の強さ Γ に貢献する。この値は2次元D型柱⁹⁾ ($k=0.26$) 或いは2次元円柱 ($k=0.43$ by Roshko¹⁾ and $k=0.30$ by Bloor et al¹⁴⁾) に比べて少し小さくなる。さらに Γ_0/U_0B の値も、上記の表から $H/B=4$ のときには2次元D型柱の値にほぼ等しくなる。これらの結果から、3次元角柱の下層部における渦の形成は、2次元渦の形成と似かよっていると考えられる。しかしながら、上層部においては、屋根面からの剥離流れがこの渦の高さ方向の一様性を破るために、渦内の円形の流れに寄与していた z 成分をもつ渦度が拡散され、(5式)に示すように循環も小さくなるのであろう。なお、角柱のアスペクト比 H/B が小さくなると、屋根面からの剥離流の影響を一層強く受けるために、下層部における渦の2次元性も損われてしまう。

以上の結果から、3次元角柱 (但し、 $H/B \geq 2$) によって形成される渦の構造は、Fig. 10 のようになっているものと考えられる。但し、角柱背後の渦の軸の傾きは考慮していない。ここで図中の点々の領域は渦のコアを示し、その濃淡は渦内部の円形の流れに寄与する渦糸の量、すなわち z 成分の渦度を示し、濃いところではこの渦糸が多く、渦の強さ Γ が大きくなることを意味する。したがって、図中の矢印に示す接線方向の速度 u_θ も大きくなる (矢印の太さが u_θ の大きさに対応する)。また、渦の流下に伴ってコアが大きくなり、それに対応して u_θ も小さくなる。

ところで、強さ Γ をもつ対渦の周期的な放出に伴う流れ方向の運動量の単位時間あたりの増分 dJ/dt は、

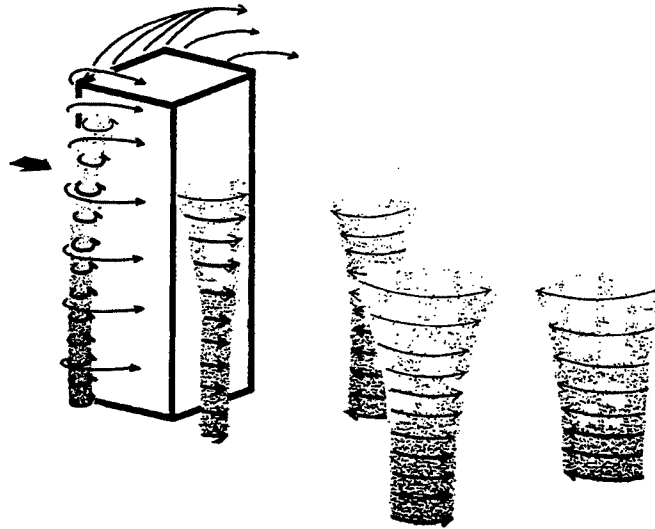


Fig. 10. Sketch of the vortical structure behind the prism.

単位長さ（ここでは z 方向）あたり次式で近似できる。

$$dJ_2/dt = -\rho \Gamma l_y f_s \quad (13)$$

今、循環 Γ が高さ z の関数 $\Gamma(z)$ で表わせるなら、3次元角柱背後に形成される対渦による運動量の変化は

$$dJ_3/dt = -\rho l_y f_s \int_0^H \Gamma(z) dz \quad (14)$$

で表わすことができる。(13), (14)式の逆符号が物体に作用する抗力 F_D の一部となる。その比率 $K = (-dJ/dt)/F_D$ をアスペクト比 $H/B=4$ について求めると、 $K_3 = 0.32/1.42 = 0.23$ になる。一方、Karman の2次元物体に作用する抗力 F_{2D} に関する理論式¹⁸⁾

$$F_{2D} = \rho \Gamma (U - 2U_s) l_y / l_x + \rho \Gamma^2 / 2\pi l_x \quad (15)$$

を用いて、(13)式の $(-dJ_2/dt)$ との比を計算すると、 $K_2 = 0.82/0.91 = 0.90$ となり、その比率は本結果に比べると4倍程度大きくなる。この結果から、2次元物体においては、対渦の放出に伴う運動量の変化が抗力の形成要因になるのに対し、3次元角柱においては、剥離流によって囲まれた wake 内の圧力降下がその主要因となる。

7. むすび

乱れの小さい境界層流中において、3種類のアスペクト比 ($H/B=1, 2, 4$) をもつ3次元角柱まわりの流れ場、圧力場及び渦度場を調べる目的で、流れの可視化と角柱表面及び床面の多点同時の圧力測定を行い、次の結果を得た。

- 1) 角柱側面に作用する平均圧は、各角柱ともに高さ方向にほとんど変化しない。これに対し変動圧は、いずれも下層部ほど大きくなる。この現象は、角柱側面前縁での剥離流速が高さ方向に変化しない一方で、剥離流により形成される渦の強さが、高さ方向に指数関数的に減少することに関係する。また、アスペクト比 H/B の減少に伴い形成される渦の強さが弱くなり、 $H/B=1$ のときには渦の形成は見られなくなる。
- 2) 角柱屋根面における変動圧は側面に比べると小さく、屋根面前縁で剥離した流れにより形成される渦と角柱側面付近で形成される渦との結びつきはないものと考えられる。
- 3) アスペクト比 H/B の増加につれて、角柱前方床面の正圧領域が広がるのは、角柱見付け面積の増大により流れを塞ぎ止める効果が大きくなることに関係する。

- 4) 1次の馬蹄形渦の形成位置は、 H/B の増加につれて角柱前方へと遠ざかることがわかった。
- 5) 3次元角柱背後に放出される Karman 型の渦は、十分に発達して渦形成領域 l_f を作り出す前に、拡散されて減衰(渦のコアの拡大と循環の減少)してしまう。したがって、角柱後方に渦としての形を保つのは高々2対の渦のみである。
- 6) 角柱背後に形成される渦の下層部における圧力降下を Rankine の結合渦で近似したところ精度よく一致した。この渦の下層部における強さと剥離流に含まれる渦度の集積率は、2次元渦に比べて少し小さくなる。
- 7) 3次元角柱によって形成される渦の構造は、Fig. 10 のようになるものと思われる。
- 8) 2次元物体に作用する抗力は、物体背後に放出される対渦による運動量変化が主要因となるのに対し、3次元角柱においては、剥離流によって囲まれた wake 内の圧力降下がその発生要因になる。

なお、本研究の一部は文部省科学研究費一般研究 B (研究代表者・桂順治、課題番号6346017) の交付を受けて行った。

参 考 文 献

- 1) Roshko, A.: On the Drag and Shedding Frequency of Two-Dimensional Bluff Bodies, Nat. Adv. Comm. Aero. Tech. Note, No. 3169, 1954, pp. 1-29.
- 2) Bearman, P. W.: On Vortex Street Wakes, J. Fluid Mech., Vol. 28, 1967, pp. 625-641.
- 3) Bearman, P. W.: Investigation of the Flow behind a Two-Dimensional Model with a Blunt Trailing Edge and Fitted with Splitter Plates, J. Fluid Mech., Vol. 21, 1965, pp. 241-255.
- 4) Vickery, B. J.: Fluctuating Lift and Drag on a Long Cylinder of Square Cross-Section in a Smooth and in a Turbulent Stream, J. Fluid Mech., Vol. 25, 1966, pp. 481-494.
- 5) Lee, B. E.: The Effect of Turbulence on the Surface Pressure Field of a Square Prism, J. Fluid Mech., Vol. 69, 1975, pp. 263-282.
- 6) Davies, M. E.: A Comparison of the Wake Structure of a Stationary and Oscillating Bluff Body, Using a Conditional Averaging Technique, J. Fluid Mech., Vol. 75, 1976, pp. 209-231.
- 7) Nakagawa, T.: Vortex Shedding behind a Square Cylinder in Transonic Flows, J. Fluid Mech., Vol. 178, 1987, pp. 303-323.
- 8) Castro, I. P. and A. G. Robins: The Flow around a Surface-Mounted Cube in Uniform and Turbulent Streams, J. Fluid Mech., Vol. 79, 1977, pp. 307-335.
- 9) Sakamoto, H. and M. Arie: Vortex Shedding from a Rectangular Prism and a Circular Cylinder Placed Vertically in a Turbulent Boundary Layer, J. Fluid Mech., Vol. 126, 1983, pp. 147-165.
- 10) Sakamoto, H.: Aerodynamic Forces Acting on a Rectangular Prism Placed Vertically in a Turbulent Boundary Layer, J. Wind Engng Indust. Aero., Vol. 18, 1985, pp. 131-151.
- 11) 谷池義人・奥田泰雄・岩谷敏弘: 連立する建物まわりの流れと作用風力, 京大防災研年報, 第31号 B-1, 1988, pp. 255-264.
- 12) 石崎澄雄・桂順治・谷池義人・奥田泰雄: 乱流境界層中の3次元角柱に作用する風圧力のアスペクト比による変化について, 京大防災研年報, 第28号 B-1, 1985, pp. 345-353.
- 13) Baker, C. J.: The Turbulent Horseshoe Vortex, J. Wind Engng Indust. Aero., Vol. 6, 1980, pp. 9-23.
- 14) Bloor, M. S. and J. H. Gerrard: Measurements on Turbulent Vortices in a Cylinder Wake, Proc. Roy. Soc., A294, 1966, pp. 319-342.
- 15) Gerrard, J. H.: The Mechanics of the Formation Region of Vortices behind Bluff Bodies, J. Fluid Mech., Vol. 25, 1966, pp. 401-413.

- 16) Schaefer, J. W. and S. Eskinazi : An Analysis of the Vortex Street Generated in a Viscous Fluid, J. Fluid Mech., Vol. 6, 1959, pp. 241-260.
- 17) Hoffmann, E. R. and P. N. Joubert : Turbulent Line Vortices, J. Fluid Mech., Vol. 16, 1963, pp. 395-411.
- 18) Milne-Thomson, L. M.: Theoretical Hydrodynamics (5th Edition), Macmillan, 1968.