

開水路流れにおける濃度変動場の伝播特性

岩佐 義朗・細田 尚・松井 健一

THE TRANSFER PROCESS OF CONCENTRATION FLUCTUATIONS IN OPEN-CHANNEL FLOWS

By *Yoshiaki IWASA, Takashi HOSODA and Kenichi MATSUI*

Synopsis

This paper deals with the transfer process of concentration fluctuations of the tracer injected as a point source in open-channel flows. The constitution of $\overline{c'^2}-\epsilon_c$ equations, which is quite similar to $k-\epsilon$ model, will be shown with taking account of the production and dissipation term of ϵ_c equation from hydraulic point of view. The transverse and longitudinal distributions of $\overline{c'^2}$ are derived numerically using $\overline{c'^2}-\epsilon_c$ equations and compared with the experimental results to identify the mathematical form of the production term of ϵ_c equation. The existence of $-5/3$ power law for the spectrum of concentration fluctuations is also verified experimentally.

1. 序 論

本研究は、開水路流れの中に連続的に点源として放出された物質の濃度変動の伝播特性について、 $\overline{c'^2}-\epsilon_c$ 方程式を用いて数値解析し、実験結果と比較検討したものである。濃度変動場の解析は、 $\overline{c'^2}$ 方程式のみを用いた Csanady の研究¹⁾があるが、ここではより高次のモデルとして $k-\epsilon$ モデルに対応した $\overline{c'^2}-\epsilon_c$ 方程式を用いて解析する。その際、 ϵ_c 方程式の散逸項の表示について若干の考察を加えた。

密度が空間的に一様な流れの場では、 $\overline{c'^2}$ 、 ϵ_c は流れに影響を及ぼさない。一方、密度が空間的に非一様なばあい、 $-\overline{c'\rho'}$ 方程式上に $\overline{c'^2}$ を含む項が現われ、 $\overline{c'^2}-\epsilon_c$ 方程式を解く必要が生ずる。すなわち、後者のばあい、乱流モデルを構成する上で $\overline{c'^2}-\epsilon_c$ 方程式が必要となる。

本研究では $\overline{c'^2}-\epsilon_c$ 方程式の適用を計る前段階として、 $\overline{c'^2}$ 、 ϵ_c が流れに影響を及ぼさない場合の基礎式的特性を検討し、実験結果と比較する。

2. $\overline{c'^2}-\epsilon_c$ 方程式の基本的特性

2.1 $\overline{c'^2}-\epsilon_c$ 方程式の概要

濃度を c として、分子拡散方程式は次のように表わされる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_i \frac{\partial c}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 t ；時間、 x_i ；空間座標、 u_i ；流速ベクトルの成分、 λ ；分子拡散係数。また、総和の規約を用いている。

c 、 u_i を時間平均値とそれよりのずれとして $c = \bar{c} + c'$ 、 $u_i = \bar{u}_i + u_i'$ と表わせれば、乱流拡散方程式は

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (-\overline{u_i' c'}) + \lambda \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x_i \partial x_i} \dots\dots\dots (2)$$

となる。(1)式より(2)式を減ずれば c' について

$$\frac{\partial c'}{\partial t} + u_i' \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} + \bar{u}_i \frac{\partial c'}{\partial x_i} + \left(u_i' \frac{\partial c'}{\partial x_i} - \overline{u_i' \frac{\partial c'}{\partial x_i}} \right) = \lambda \frac{\partial^2 c'}{\partial x_i \partial x_i} \dots\dots\dots (3)$$

が得られる。(3)式の両辺に $2c'$ を乗じ、平均操作を行えば $\overline{c'^2}$ に対して

$$\frac{\partial \overline{c'^2}}{\partial t} + u_i \frac{\partial \overline{c'^2}}{\partial x_i} = -2\overline{u_i' c'} \frac{\partial \overline{c}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial \overline{c'^2}}{\partial x_i} - \overline{u_i' c'^2} \right) - \varepsilon_c \quad \dots\dots\dots (4)$$

が成り立つ。ここに、 ε_c は次式で定義される。

$$\varepsilon_c = 2\lambda \frac{\partial c'}{\partial x_i} \frac{\partial c'}{\partial x_i} \quad \dots\dots\dots (5)$$

(3)式を x_j で微分し、両辺に $4\lambda \frac{\partial c'}{\partial x_j}$ を乗じて平均すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} + u_i \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial x_i} = & -4\lambda \frac{\partial c'}{\partial x_j} \frac{\partial c'}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - 4\lambda \frac{\partial c'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{c}}{\partial x_i} \\ & - 4\lambda \frac{\partial c'}{\partial x_j} \frac{\partial c'}{\partial x_i} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} - 4\lambda^2 \left(\frac{\partial c'}{\partial x_i \partial x_j} \right)^2 \\ & + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(-u_i' \varepsilon_c' + \lambda \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial x_i} \right) - 4\lambda u_i' \frac{\partial c'}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{c}}{\partial x_j \partial x_i} \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

となる。

(4)、(6)式が $\overline{c'^2} \cdot \varepsilon_c$ 方程式と呼ばれ、 $k-\varepsilon$ モデルに対応している。(4)式中右辺第1項が生成項、第2項が拡散項、第3項が散逸項である。同様に、(6)式中、右辺第1項、2項が生成項、第3、4項が散逸項、第5項が拡散項と考えられる。Turbulent Reynolds 数が十分大きい流れを取り扱う標準的な $k-\varepsilon$ モデルとの対応を考えると、(4)式中 $\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial \overline{c'^2}}{\partial x_i} \right)$ が無視される。また、(5)式中 $-4\lambda^2 \left(\frac{\partial^2 c'}{\partial x_i \partial x_j} \right)^2$ 、 $\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial x_i} \right)$ 、 $-4\lambda u_i' \frac{\partial c'}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{c}}{\partial x_j \partial x_i}$ が無視される。

実際に(4)、(6)式を用いて解析を行うためには、各項を既知の水理量で表わすことが必要となる。現段階では、各項の表示は十分に確立されておらず、次に、一様乱流場の知見を基に、 ε_c 方程式の散逸項の表示に関して若干の考察を行う。

2.2 一様乱流場での $\overline{c'^2} - \varepsilon_c$ 方程式の特性

一様等方性乱流場では、Kármán-Howarth 方程式と同様に、濃度の空間相関係数が次式によって規定される²⁾。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \overline{c'^2} R_{c,c}(r, t) - 2\overline{c'^2} \sqrt{u'^2} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} [r^2 k_c(r, t)] \\ = 2\lambda \overline{c'^2} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial R_{c,c}(r, t)}{\partial r} \right] \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここに、 $R_{c,c}(r, t)$ ；濃度の空間相関係数、 $k_c(r, t)$ ；濃度と流速の三重相関係数、 r ；相関をとる二点間の距離、 $\sqrt{u'^2}$ ；乱れ強さ。

濃度変動の一次元波数スペクトル $E_{c1}(k_1, t)$ は次式で定義される。

$$E_{c1}(k_1, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \overline{c'^2} R_{c,c}(x_1, t) \cos k_1 x_1 dx_1 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$E_{c1}(k_1, t)$ には、流速変動と同様に

$$E_{c1}(k_1, t) \propto \varepsilon_c(t) \varepsilon(t)^{-1/3} k_1^{-5/3} \quad \dots\dots\dots (9)$$

と表わせる慣性領域が存在し、 $R_{c,c}(r, t)$ 、 $E_{c1}(k_1, t)$ が長さのスケール

$$L \propto \sqrt{\left(\frac{\overline{c'^2}}{\varepsilon_c} \right) \varepsilon} \quad \dots\dots\dots (10)$$

によって普遍関数表示できる²⁾。

Rotta³⁾ が Kármán-Howarth 方程式に対して行ったように、(7)式を r に関して 0 から ∞ まで積分する。ただし、turbulent Reynolds 数が十分大きい $k-\varepsilon$ モデルに対応するように(7)式右辺を無視する。無次元波数 $r' = r/L$ を用いれば次式が得られる。

$$\frac{d}{dt} \left(\bar{c}^2 L \int_0^\infty R_{\epsilon, c}(r') dr' \right) = 2\bar{c}^2 \left(\frac{2}{3} k \right)^{1/2} \int_0^\infty \frac{1}{r'^2} \frac{\partial}{\partial r'} [r'^2 k_{\epsilon}(r')] dr' \quad \dots\dots\dots (11)$$

(11)式において、 $k\text{-}\epsilon$ モデルとの対応を考慮して $\bar{u}^2 = \frac{2}{3} k(k; \text{乱れエネルギー})$ としている。

(11)式に現われる積分は定数であり、(10)式の L に関する比例定数も含めた定数 c_ϵ を用いて、(11)式は次式となる。

$$\frac{d}{dt} \left[\bar{c}^2 \sqrt{\left(\frac{c'^2}{\epsilon_c} \right)^3 \epsilon} \right] = c_\epsilon \bar{c}^2 \sqrt{k} \quad \dots\dots\dots (12)$$

一様乱流場では

$$\frac{d\bar{c}^2}{dt} = -\epsilon_c \quad \dots\dots\dots (13)$$

であり、(12)式と連立することにより、 ϵ_c に関して

$$\frac{d\epsilon_c}{dt} = -\frac{5}{3} \frac{\epsilon_c^2}{\bar{c}^2} - \frac{1}{3} c_{\epsilon_2} \frac{\epsilon_c \epsilon}{k} - \frac{2}{3} c_\epsilon \frac{\epsilon_c^{5/2} k^{1/2}}{\bar{c}^{23/2} \epsilon^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

が得られる。上式の展開の過程で、一様乱流場での $k\text{-}\epsilon$ モデル

$$\frac{dk}{dt} = -\epsilon \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -c_{\epsilon_2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad \dots\dots\dots (16)$$

を用いている。

次に、 c_ϵ の値の推定を試みる。 $k\text{-}\epsilon$ モデルでは、 c_{ϵ_2} がエネルギー・スペクトルの低波数領域の時間的不変性のパラメータ σ とが次式で関係づけられる⁹⁾。

$$c_{\epsilon_2} = \frac{3\sigma+5}{2(\sigma+1)} \quad \dots\dots\dots (17)$$

これと同様に、濃度変動場においても、不変量

$$\mathbf{A}_T = \bar{c}^2 L^{T+1} = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (18)$$

あるいは積分量

$$\int_0^\infty \bar{c}^2 R_{\epsilon, c}(r, t) r^T dr = \bar{c}^2 L^{T+1} \int_0^\infty R_{\epsilon, c}(r') r'^T dr' = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (19)$$

の不変性を仮定する。(10)式を用いて(18)式に時間に関して微分すれば、Newman・Lauder・Lumley⁵⁾ と同様の表示が得られる。

$$\frac{d\epsilon_c}{dt} = -\frac{(\gamma+1)+\frac{2}{3}}{\gamma+1} \frac{\epsilon_c^2}{\bar{c}^2} - \frac{c_{\epsilon_2}}{3} \frac{\epsilon_c \epsilon}{k} \quad \dots\dots\dots (20)$$

(20)式は先に得られた(14)式とみかけ上異っている。しかし減衰する一様乱流場では、(15)、(16)式は十分時間が経過するべき乗解に従って減衰し⁹⁾、その領域では $\epsilon/k = 1/[(c_{\epsilon_2}-1)\cdot t] = 2(\sigma+1)/[(\sigma+3)\cdot t]$ が成立する。これを(14)式に代入すれば(13)、(14)式も一定のべきに従って $\bar{c}^2$ 、 ϵ_c が減衰する領域が存在し、その領域では $\epsilon_c/\bar{c}^2 \propto 1/t$ となる。すなわち、(14)式右辺第3項を $-\frac{2}{3} c_\epsilon \frac{\epsilon_c^2}{\bar{c}^2} \sqrt{\frac{\epsilon_c}{\bar{c}^2}} \frac{k}{\epsilon}$ と表わすと $\sqrt{\frac{\epsilon_c}{\bar{c}^2}} \frac{k}{\epsilon}$ は一定となるため減衰する一様乱流場では(14)式と(20)式は同一とみなせる。

(18)式を仮定すれば $\epsilon_c/\bar{c}^2$ について

$$\frac{\epsilon_c}{\bar{c}^2} = \frac{2(\gamma+1)}{\sigma+3} \frac{1}{t} \quad \dots\dots\dots (21)$$

が成り立つため、(14)式右辺第3項は

$$-\frac{2}{3} c_\epsilon \frac{\epsilon_c^2}{\bar{c}^2} \sqrt{\frac{\epsilon_c}{\bar{c}^2}} \frac{k}{\epsilon} = -\frac{2}{3} c_\epsilon \frac{\epsilon_c^2}{\bar{c}^2} \sqrt{\frac{\gamma+1}{\sigma+1}}$$

となる。上式を用いて(14), (20)式の $\varepsilon_c^2/\bar{c}^2$ にかかる係数を比較すれば,

$$c_c = -\sqrt{\frac{\gamma^2(\sigma+1)}{(\gamma+1)^3}} \dots\dots\dots(22)$$

が得られる。 $\sigma=\gamma$ とすれば $c_c = -\gamma/(\gamma+1)$ となり, c_c は 0 と -1 の間にある。 γ の具体的な値を求めることは困難であるが, γ の値にかかわらず c_c は 0 と -1 の間にあり, 本研究ではとりえず $c_c = -0.5$ とする。

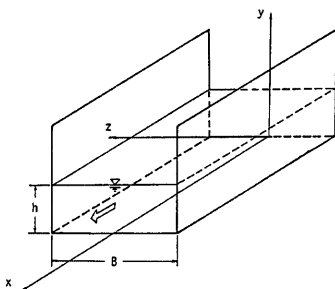


Fig. 1 Coordinate system.

3. 開水路流れにおける濃度変動場の流下過程

3.1 解析に用いられる基礎式系

開水路の中を等流状態で流れている流れの中に, 連続的に点源として放出された物質の濃度変動の伝播について $\bar{c}^2$ - ε_c 方程式を用いて検討する。簡単のため平面二次元流れとしての解析を行う。Fig. 1 で示される座標系を用いて, 基礎式系は次式で表わすことができる。

$$\frac{\partial CH}{\partial t} + \frac{\partial(CUH)}{\partial x} + \frac{\partial(CWH)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}(h \cdot -\overline{u'c'}) + \frac{\partial}{\partial z}(h \cdot -\overline{w'c'}) \dots\dots\dots(23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{c}^2 h}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{c}^2 UH)}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{c}^2 WH)}{\partial z} &= 2h \left(-\overline{u'c'} \frac{\partial C}{\partial x} - \overline{w'c'} \frac{\partial C}{\partial z} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x}(h \cdot -\overline{u'c'^2}) + \frac{\partial}{\partial z}(h \cdot -\overline{w'c'^2}) - h\varepsilon_c \dots\dots\dots(24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_c h}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon_c UH)}{\partial x} + \frac{\partial(\varepsilon_c WH)}{\partial z} &= h \cdot (\text{生成項}) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x}(h \cdot -\overline{u'\varepsilon'_c}) + \frac{\partial}{\partial z}(h \cdot -\overline{w'\varepsilon'_c}) + h \cdot (\text{散逸項}) \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

ここに, h ; 水深, U, W ; 水深平均流速ベクトルの x, z 方向成分, C ; 水深平均濃度である。等流状態を考えているため, $h=h_0$ (等流水深), $W=0$ となる。また, 連続的に点源として放出されるばあい, 乱流拡散方程式の解より, 点源からの距離が増加するとともに, x 方向の拡散項は無視できる^{2,6)}。

問題となるのは, (25)式中の生成項の表示である。生成項は(6)式中 $-4\lambda \frac{\partial \bar{c}'}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{c}'}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$, $-4\lambda \frac{\partial \bar{c}'}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_i'}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i}$ の二つの項で表わせるが, 等流状態を考えていることと, 平面流れとしての解析であるから, 前者を無視する。後者は ε 方程式からの類推より次のような表示を用いる。

$$-4\lambda \frac{\partial \bar{c}'}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_i'}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} = c_{\varepsilon_c}(-\overline{u'_i c'}) \cdot \frac{\varepsilon_c}{\bar{c}^2} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i}, \quad c_{\varepsilon_c}(-\overline{u'_i c'}) \frac{\varepsilon}{h} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} \dots\dots\dots(26)$$

本研究では(26)式右辺の二つの表示を別々に扱う。また拡散項と同様に点源からの距離の増加とともに水路幅方向の濃度こう配が卓越するため, (25)式中の生成項の表示は最終的に次のようになる。

$$(\text{生成項}) = c_{\varepsilon_c}(-\overline{w'c'}) \frac{\varepsilon_c}{\bar{c}^2} \frac{\partial C}{\partial z}, \quad c_{\varepsilon_c}(-\overline{w'c'}) \frac{\varepsilon}{h} \frac{\partial C}{\partial z} \dots\dots\dots(27)$$

以上のことから解析に用いる基礎式系は次のようになる。

Table 1 Hydraulic variables

	Width $B(\text{cm})$	Depth $h(\text{cm})$	Mean Velocity $u(\text{cm/s})$	Shear Velocity $u_* (\text{cm/s})$	Aspect Ratio B/h	Slope	Froude Number	Reynolds Number
Exp.	25.0	2.09	31.06	1.87	11.96	1/500	0.69	6130

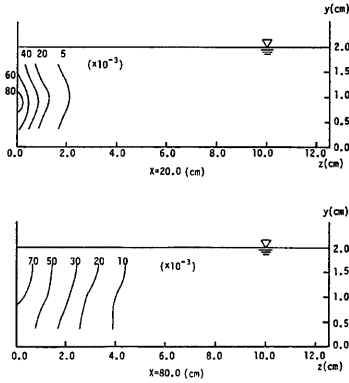
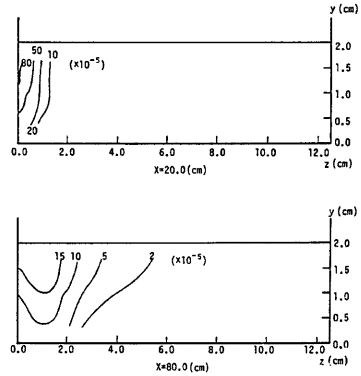


Fig. 2 Distributions of concentration.


Fig. 3 Distributions of $\overline{c'^2}$.

$$U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (28)$$

$$U \frac{\partial \overline{c'^2}}{\partial x} = 2 D_z \left(\frac{\partial C}{\partial z} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial \overline{c'^2}}{\partial z} \right) - \varepsilon_c \dots\dots\dots (29)$$

$$U \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial x} = \left[c_{\varepsilon c} \frac{\varepsilon_c}{\overline{c'^2}} D_z \left(\frac{\partial C}{\partial z} \right)^2, \right. \\ \left. c_{\varepsilon c} \frac{\varepsilon}{k} D_z \left(\frac{\partial C}{\partial z} \right)^2 \right] \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial z} \right) - \frac{5}{3} \frac{\varepsilon_c^2}{\overline{c'^2}} - \frac{c_{\varepsilon 2}}{3} \frac{\varepsilon}{k} \varepsilon_c \\ - \frac{2}{3} c_c \left(\frac{k}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\varepsilon_c^{5/2}}{\overline{c'^2}^{3/2}} \dots\dots\dots (30)$$

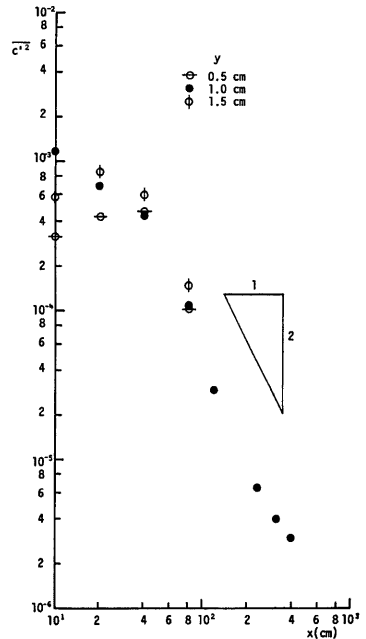
ここに、 $-\overline{w'c'}$ 、 $-\overline{w'c'^2}$ 、 $-\overline{w'\varepsilon'_c}$ は水路幅方向の乱流拡散係数 D_z を用いて $-\overline{w'c'} = D_z \frac{\partial C}{\partial z}$ 、 $-\overline{w'c'^2} = D_z \frac{\partial \overline{c'^2}}{\partial z}$ 、 $-\overline{w'\varepsilon'_c} = D_z \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial z}$ と表わしている。

3.2 実験と解析結果の比較

(1) 実験の概要

実験は、京都大学工学部土木総合館地階水理実験室に設置された全長 10 m、幅 25 cm の長方形断面水路を用いて行われた。水路と座標系の対応は Fig. 1 と同一である。水路上流端より 3 m の地点の $z=0$ cm、 $y=h_0/2$ cm の点に内径 5 mm の点源を設置し、メチル・アルコールで比重 1.0 に調整された 3% の食塩水を連続的に放出した。放出流量をフロー・メータで計測し、放出口での食塩水の流速がほぼ断面平均流速となるように注意した。

放出口下流での濃度計測は導電率計（計測技研 MK-106）を用い、出力をデータ・レコーダ（TEAC R81）に記録した。その後、A-D 変換器（TEAC DR2000A）によってサンプリング間隔 0.0025 sec で A-D 変換


Fig. 4 Attenuation of $\overline{c'^2}$.

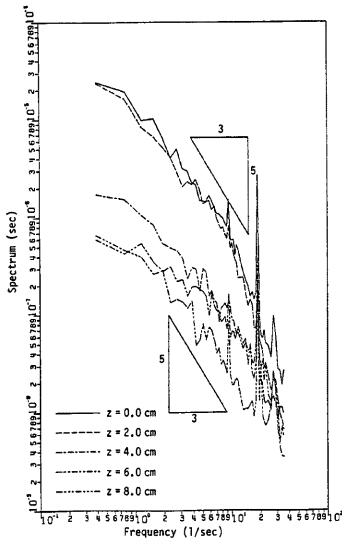


Fig. 5 Spectrum of concentration fluctuations.

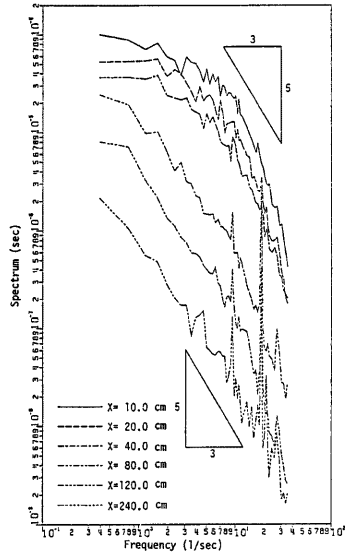


Fig. 6 Spectrum of concentration fluctuations.

して統計処理を行った。

実験の水理諸量を Table 1 に示す。

実験により得られた等濃度線図, 等濃度変動線図を Fig. 2, Fig. 3 に示した。等濃度線図はほぼ $s=0$ cm にピークをもつが, 濃度変動強さは s の増加とともに増加し, ピークに達してから減少している。

$s=0$ cm での濃度変動強さの流下方向の減衰を示したのが Fig. 4 である。さらに, 濃度変動のスペクトルを Fig. 5, Fig. 6 に示した。Fig. 5 は $x=80$ cm, $y=1$ cm において, s 方向に測点を移動させたばあいであり, Fig. 6 は $s=0$ cm, $y=1$ cm で流れ方向に測点を移動させたばあいである。いずれも $-5/3$ 乗で減衰する領域が見られる。

(2) 実験結果と解析結果の比較

(28)~(30)式を用いて数値解析を行い, 実験結果と比較する。その前に基礎式を無次元化し, 無次元パラメータを導入する。 $x=0$ cm での境界条件 $C=C_0$, $\overline{c'^2}=\overline{c'^2_0}$, $\varepsilon_c=\varepsilon_{c0}$ を用いて次式で定義される無次元量を用いる。

$$x' = \frac{xU}{D_s}, \quad s' = \frac{sU}{D_s}, \quad C' = \frac{C}{C_0}, \quad \overline{c'^2} = \frac{c'^2}{c'^2_0}, \quad \varepsilon'_c = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}$$

(28)~(30)式は次のようになる。ただし, 簡単のため ' をとる。

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial^2 C}{\partial s^2} \quad \dots\dots\dots (28')$$

$$\frac{\partial \overline{c'^2}}{\partial x} = \frac{2}{\alpha} \left(\frac{\partial C}{\partial s} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \overline{c'^2}}{\partial s} \right) - \beta \varepsilon_c \quad \dots\dots\dots (29')$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial x} = & \left[\frac{c \varepsilon_c}{\alpha} \cdot \frac{\varepsilon_c}{c'^2} \left(\frac{\partial C}{\partial s} \right)^2, \frac{c \varepsilon_c \gamma}{\alpha \beta} \left(\frac{\partial C}{\partial s} \right)^2 \right] + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial s} \right) \\ & - \frac{5}{3} \beta \frac{\varepsilon_c^2}{c'^2} - \frac{2}{3} \gamma \varepsilon_c - \frac{2}{3} c \frac{\beta^{3/2}}{\gamma^{1/2}} c'^{2-3/2} \varepsilon_c^{5/2} \quad \dots\dots\dots (30') \end{aligned}$$

Table 2 Conditions of numerical analysis

	production term of ε_c -eq.	$c_{\varepsilon c}$
Run 1	$c_{\varepsilon c} \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c^{1/2}} D z \left(\frac{\partial C}{\partial z} \right)^2$	3.0
Run 2		4.0
Run 3	$c_{\varepsilon c} \frac{\varepsilon_c}{k} D z \left(\frac{\partial C}{\partial z} \right)^2$	6.0
Run 4		7.0
Run 5		8.0

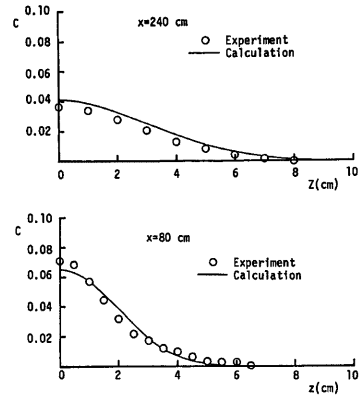
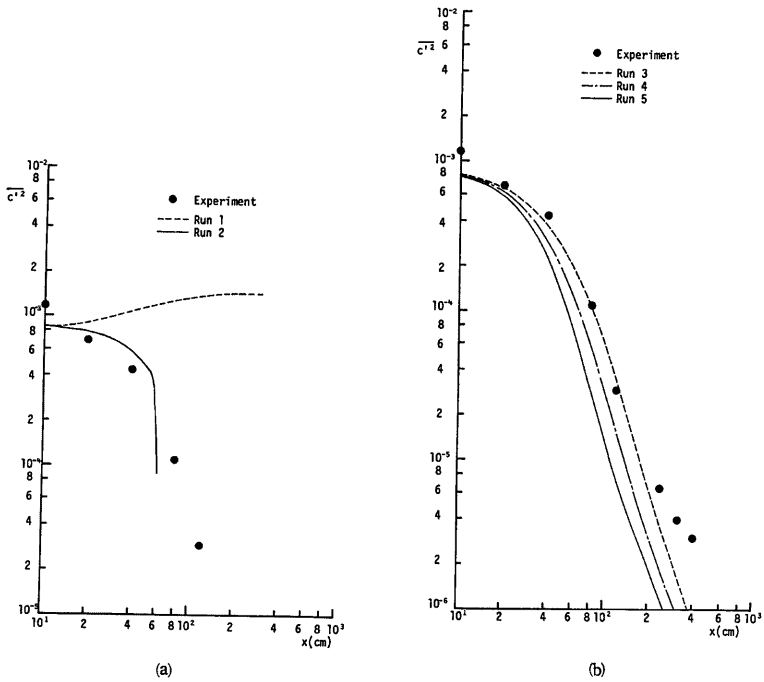
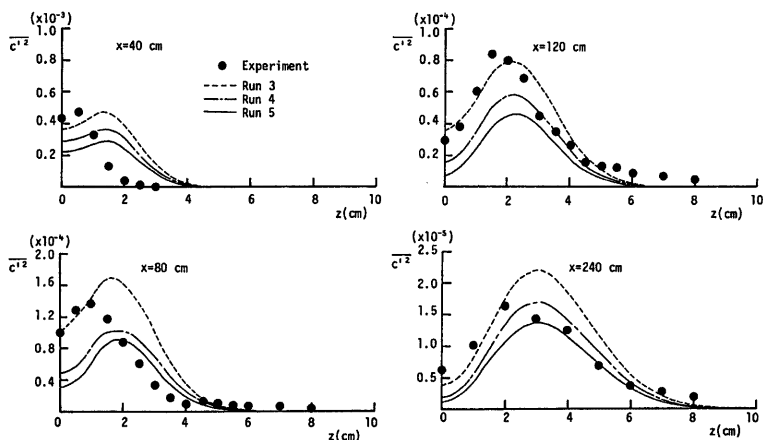


Fig. 7 Transverse distributions of concentration.


 Fig. 8(a), (b) Attenuation of c'^2 .

Fig. 9 Transverse distributions of c^2 .

ここに, α, β, γ は次式で定義される 無次元パラメータである。

$$\alpha = \frac{\bar{c}_0^2}{C_0^2}, \quad \beta = \frac{D_z \varepsilon_0}{U^2 c_0^2}, \quad \gamma = \frac{D_z \varepsilon}{U^2 k}$$

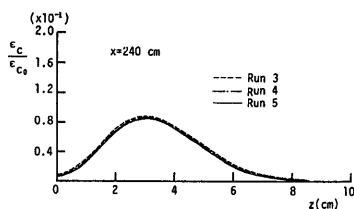
次に α, β, γ の与え方が問題となる。放出点から最も近い測定断面 $x=10$ cm での濃度が 0.1%, $\bar{c}^2$ が 1.0×10^{-3} 程度であることから, $C_0=0.1, c_0^2=1.0 \times 10^{-3}$ と考え, $\alpha=1.0 \times 10^{-1}$ となる。 ε_0 を Launder⁷⁾ に従い $\varepsilon_c = 2\bar{c}^2/k \cdot c_T' (c_T'=1.6)$ と簡単に推定すれば, 水深の 1/2 の点では $k \approx 2u_*'^2, \varepsilon \approx 3u_*'^3/h$ と考えられるため⁸⁾ $\varepsilon_0 \approx 1.88 \bar{c}_0^2 u_*'/h$ となり ε_0 は $\bar{c}_0^2$ と同程度の値となる。よって, モーメント法より求めた $D_x=0.56$ (cm²/sec), 断面平均流速 $U=31.06$ (cm/sec) より β, γ のオーダーを推定し, $\beta=0.5 \times 10^{-3}, \gamma=1.0 \times 10^{-3}$ とした。

Table 2 に計算条件を示した。

Fig. 7 に濃度分布の計算結果と実験値との比較の一例を示した。濃度分布は計算条件に依存しない。計算と実験値はほぼ適合し, 得られた濃度分布形を用いて $\bar{c}^2, \varepsilon_c$ を求めることになる。

Fig. 8(a), (b) に $s=0$ での $\bar{c}^2$ の流下方向の減衰過程を示した。本実験の範囲では ε_c 方程式の生成項の表示として $c_c(-\bar{w}'c') \frac{\varepsilon}{k} \frac{\partial C}{\partial s}$ とおいた方が実験値と適合している。そこで, Run 3~5 の条件での $\bar{c}^2$ の水路幅方向の分布形を Fig. 9 に示した。放出口付近ではかなりの差異があるものの, x の増加とともに両者は適合して来る。また, s の増加とともに $\bar{c}^2$ は一度増加してから減少するという分布形の特性が再現されている。

Fig. 10 には ε_c の分布形を示した。 ε_c も $\bar{c}^2$ と同様に一度増加してから減少している。

Fig. 10 Transverse distribution of ε_c .

4. 結 論

本研究は開水路流れに点源として連続的に放出された物質の濃度変動の伝播特性について検討したもので, 得られた結論をまとめると次のようになる。

- ① ϵ_c 方程式の散逸項について若干の検討を加え、従来と類似の表示(14)式を得た。
- ② 実験より得られた濃度変動強さの水路幅方向の分布形は、 z の増加とともに増加し、一度極大値をとってから減少する。また、濃度変動のスペクトルには $-5/3$ 乗で減少する領域が存在する。
- ③ 実験結果と $\overline{c'^2} - \epsilon_c$ 方程式を用いた数値解析結果を比較すると、 ϵ_c 方程式の生成項の表示として現在のところ $c_{\epsilon_c}(-\overline{w'c'}) \frac{\epsilon}{k} \frac{\partial C}{\partial z}$ が妥当と考えられ、その際 c_{ϵ_c} は約7.0であった。
今後、 ϵ_c 方程式の生成項の表示について理論的な研究を進めるとともに、密度流への拡張を計ることが必要と思われる。

参 考 文 献

- 1) Csanady, G. T.: Concentration Fluctuations in Turbulent Diffusion, Journal of the Atmospheric Science, Vol. 24, 1967, pp. 21-28.
- 2) Hinze, J. O.: Turbulence, 2nd edn. McGraw-Hill, 1975.
- 3) Rotta, von J. C.: 大路通雄訳 (1975), 乱流, 岩波書店.
- 4) Hosoda, T., Y. Iwasa and S. Yokosi: Hydraulic Analysis of Turbulent Jets by means of $k-\epsilon$ models, Kyoto Univ., School of Civil Eng., Research Report No. 84-HY-01, 1984.
- 5) Newman, G. R., B. E. Launder and J. L. Lumley: Modelling the Behaviour of Homogeneous Scalar Turbulence, Journal of Fluid Mech., Vol. 111, 1981, pp. 217-232.
- 6) 岩佐義朗, 細田 尚, 野口好夫: 粗・滑面水路における水路幅方向の乱流拡散係数, 京大防災研究所年報第25号B-2, 1982.
- 7) Launder, B. E.: On the Effects of a Gravitational Field on the Turbulent Transport of Heat and Momentum, Journal of Fluid Mech., Vol. 67, 1975, pp. 569-581.
- 8) 白畑智幸: 乱流モデルによる開水路流れの乱れ特性量の推定に関する研究, 京都大学修士論文, 1986.