

## 河道網系 Kinematic Wave モデルの集中化

中北 英一・高樫 琢馬・椎葉 充晴

### LUMPING OF THE KINEMATIC WAVE MODEL FOR STREAM NETWORK SYSTEMS

By Eiichi NAKAKITA, Takuma TAKASAO  
and Michiharu SHIIBA

#### Synopsis

The kinematic wave model for stream network systems, which is a distributed runoff model, is transformed into a lumped runoff model which we call a "reservoir cascade" model.

The reservoir cascade model for stream network systems is obtained through the following procedure: the stream network is partitioned into a number of sub-networks; the relation between the discharge at the exit of each sub-network and the storage within the sub-network is determined by assuming that the water-surface profile can be approximated by that in a steady state; each sub-network is regarded as a cascade of reservoirs.

To apply the reservoir cascade model to a stream network system we must determine the number of partitions of the stream network system and the positions of partition points. It is not easy to do this because of multi-dimensionality and variety of the stream network. So we show the method to divide the stream network in consistent with the characteristics of the reservoir cascade model, in which we utilize the geometric pattern function and the structure of the lumping error in case of the single channel.

#### 1. 序 論

流出現象は空間的広がりの中で生起する現象である。しかし、貯留関数法などの集中型モデルは、その空間的広がりを無視したモデルである。したがって、空間的広がりが無視できないような場合には複数個の集中型モデルを連結して考える必要がある。こうした集中型モデルの分布化というのは、取り扱いの容易さがある程度保持し、しかも分布系としての流出系の特性を考慮するものではあるが、その分布化の規準は必ずしも明確であるとは言えない。

そこで本研究では、むしろ分布型モデルである kinematic wave モデルの集中化を考える。このように分布型モデルを出発点としてその集中化を議論することは、集中型モデルの分布化と同じ利点を生み出すばかりでなく、集中化の規準を理論的に検討して行く上で非常に有効である。単一要素 kinematic wave モデルの集中化はすでに議論されており<sup>1)</sup>、本論文ではそれを基礎にして河道網系 kinematic wave モデルの集中化方法を展開するとともにその理論的な集中化の規準を与える<sup>2),3),4)</sup>。

つまり、まず河道網を有限個の部分河道網に分割し、定常時水面形状を積分して得られる貯水量～流出量関係式を適用して、河道網系を連立常微分方程式系でモデル化（集中化）する。さらに、すでに議論されている単一要素 kinematic wave モデルの集中化誤差構造と関連させて部分河道網への分割規準を与える。

#### 2. 河道網系 kinematic wave モデルの集中化

##### 2.1 部分河道網への分割

一般に河道網は Fig. 1(a) に示すような樹枝状構造をなす。与えられた河道網上に有限個数の分点を取り、

分点によって河道網を部分河道網に分割するものとする。このとき、流域の最下流端も1つの分点とする。

**Fig. 1** に示す例では、4個の分点1\*, 2\*, 3\*, 4\* (分点につける番号には\*印を付す) によって4個の部分河道網に分割されている (**Fig. 1(b)**)。この分点は、合流点 (河道が合流する点) であっても、河道の途中の点であってもよい。

以下、水源 (水流の発する地点), 合流点, または分点によって区切られる河道部分を河道セグメントとよぶことにし, 上流の河道セグメントほど若い番号をもつように, 各河道セグメントに1から始まる一連の番号をつけるものとする。また, 分点  $i^*$  を下流端とする部分河道網は英大文字を用いて部分河道網  $I$  とよぶことにする。

## 2.2 部分河道網の定常時における貯水量～流出量関係式

各河道セグメント内の流れは, 指数法則 kinematic wave モデル

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x_i} = q \dots \dots \dots (1)$$

$$Q = \alpha_i A^m \dots \dots \dots (2)$$

で表されるものとする。ここで,  $t$  は時刻,  $x_i$  は河道セグメント上流端からの距離,  $A, Q$  はそれぞれ流積, 流量である。また,  $q$  は河道の流れ方向単位距離あたりの側方流入強度,  $\alpha_i, m$  は定数である。 $\alpha_i$  は河道セグメントごとに異なってもよい。

側方流入強度  $q$  は, 河道セグメント  $i$  の集水面積を  $F_i$ , 河道セグメントの長さを  $L_i$ ,  $F_i$  からの単位面積あたりの流出強度を  $R_i$  とすると,

$$q = \frac{F_i}{L_i} R_i \dots \dots \dots (3)$$

と表される。本論文では, 全河道セグメントに対して

$$R_i = R_0 = \text{一定} \dots \dots \dots (4)$$

で流れが定常になったときの水面形状を考え, これによって, 部分河道網の貯水量～流出量の関係を求める。

この場合, 流量  $Q$ , 流積  $A$  は位置だけの関数であるから, (1), (2)式に(3), (4)式を代入して,

$$Q(x_i) = (A_i - F_i + F_i x_i / L_i) R_0 \dots \dots \dots (5)$$

$$A(x_i) = (Q(x_i) / \alpha_i)^{1/m} \\ = (A_i - F_i + F_i x_i / L_i)^{1/m} (R_0 / \alpha_i)^{1/m} \dots \dots \dots (6)$$

が得られる。ただし,  $A_i$  は河道セグメント  $i$  の下流端点より上流にあるすべての河道セグメントの集水面積の和である。また河道セグメント  $i$  の貯水量  $S_i$  は, 次のように表すことができる。

$$S_i = \int_0^{L_i} A(x_i) dx_i = R_0^{1/m} \tilde{S}_i \dots \dots \dots (7)$$

ただし, ここで,

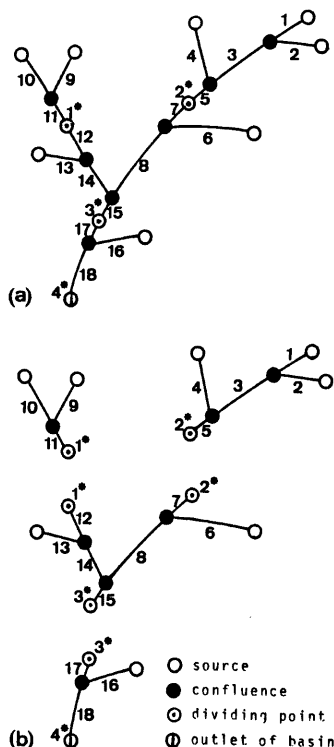


Fig. 1 An illustration of division of a stream network.

$$\tilde{S}_i = \frac{m}{m+1} \frac{L_i}{F_i} \left( \frac{1}{\alpha_i} \right)^{1/m} \{A_i^{(m+1)/m} - (A_i - F_i)^{(m+1)/m}\} \dots\dots\dots (8)$$

とおいた。 $\tilde{S}_i$  は  $R_0$  に依存しない定数である。

これらの関係を用いて、部分河道網の定常時の貯水量～流出量関係式は次のようにして求められる。部分河道網  $J$  に属する河道セグメントの集合を  $\Omega_J$  と記すと、部分河道網  $J$  内の全貯水量  $S_J$  は、

$$S_J = \sum_{i \in \Omega_J} S_i = R_0^{1/m} \sum_{i \in \Omega_J} \tilde{S}_i \dots\dots\dots (9)$$

で与えられる。一方部分河道網  $J$  の下流端点、すなわち分点  $j^*$  での定常時流量  $Q_J$  は、

$$Q_J = R_0 A_{k(J)} \dots\dots\dots (10)$$

で与えられる。ただし、 $k(J)$  は分点  $j^*$  を下流端点とする河道セグメントの番号である。すなわち、 $A_{k(J)}$  は、分点  $j^*$  より上流の全集水面積である。(9)式を  $R_0$  について解き、これを(10)式に代入すると、

$$Q_J = \alpha_J S_J^m \dots\dots\dots (11)$$

$$\alpha_J = A_{k(J)} / \left( \sum_{i \in \Omega_J} S_i \right)^m \dots\dots\dots (12)$$

が得られる。これが、定常時における部分河道網の貯水量～流出量関係式である。(12)式で定める  $\alpha_J$  は、定常入力  $R_0$  に依存しない定数である。

### 2.3 多段貯水池モデルによる河道網系 kinematic wave モデルの集中化

河道流に対する基礎方程式(1)を各部分河道網ごとに空間座標について積分すると、部分河道網  $J$  の貯水量  $S_J(t)$  に関する連立常微分方程式

$$dS_J(t)/dt = \sum_{I \in \mathcal{A}_J} Q_I(t) - Q_J(t) + q_J(t), \quad J=1, \dots, N \dots\dots\dots (13)$$

が得られる。ただし、部分河道網  $I$  からの流出が部分河道網  $J$  への流入となるような  $I$  の集合を  $\mathcal{A}_J$  で表した。また、 $Q_I(t)$  は部分河道網  $I$  の流出量、すなわち分点  $j^*$  での河道流量であり、 $q_J(t)$  は部分河道網  $J$  への側方流入量、 $N$  は部分河道網の個数である。

(13)式の右辺にある  $Q_I(t)$  が貯水量  $S_J(t)$  の関数として表現できれば、その関係を(13)式に代入することによって、河道網系の kinematic wave モデルを集中化できることになる。厳密に言えば、 $Q_I(t)$  を  $S_J(t)$  の一価関数として表すことは不可能であるが、側方流入量や上流部部分河道網からの流入量の時間的変化が緩慢であれば、水面形状を定常時のそれで近似することが可能である。この場合は、(11)式で示した関係を採用して、

$$Q_I(t) = \alpha_J S_J(t)^m \dots\dots\dots (14)$$

となる。

## 3. 河道網の分割方法

2.では、河道網の分点が既に与えられているとして、河道網系 kinematic wave モデルを貯水池系モデルで集中化する方法を述べた。この集中化モデルを具体的に構成するためには、流域の分割個数  $N$  とその分割点を決める必要がある。そこで本章では、単一要素 kinematic wave モデルの集中化誤差構造に基づいた分割個数の決定方法と、分割個数が決定された上での分割点の決定方法を述べる。

集中化の議論が比較的無理なく展開し得た単一要素 kinematic wave モデルでは流れの場が一通りであるのに対し、河道網系では流れの場が樹枝状に結合する複雑な構造をしており（多段・多次元性）、さまざまな形状の河道網があり得る（多様性）という問題が存在するために、河道網系 kinematic wave モデルの分割規準を正面から議論することは必ずしも容易ではない。

そこで、多段・多次元性、多様性のもたらす困難を回避するためにつきのような方法を検討する。

- ① 任意に与えられた河道網系 kinematic wave モデルに対して、それを近似する単一要素 kinematic wave モデルを対応させる。

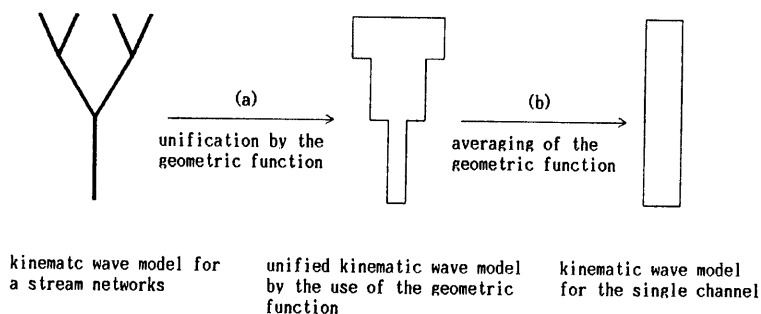


Fig. 2 Unification of a stream network to a single channel.

② 単一要素 kinematic wave モデルに対する集中化の理論を適用して河道網系の分割標準を得る。実際の河道網系の多段・多次元性、多様性は集中化された貯水池モデルの構造である程度反映されているので、①で対応させる単一要素 kinematic wave モデルが元の河道網系 kinematic wave モデルを完全に近似するものである必要はない。すなわち、①で与える単一要素 kinematic wave モデルは、河道網の分割を得るための媒介として用いるのであって、個々の計算はもちろん2.で述べた集中化モデルを用いて行う。

### 3.1 地形パターン関数による河道網系の統合モデル

河道網系 kinematic wave モデルを単一要素 kinematic wave モデルに帰着させるために、Fig. 2 で示す手順をとる。つまり、まず矢印 (a) で示すように地形パターン関数<sup>5)</sup>を用いた河道網系の統合モデルを考え、さらに矢印 (b) のように地形パターン関数を流れ方向に平均し一定値として単一要素モデルに帰着させる。本節では、矢印 (a) の部分、つまり河道網系の統合について述べる。

地形パターン関数  $p(y)$  を導入した kinematic wave モデルとは、次ぎの(15)～(17)式で表現されるモデルを言う。

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial y} = p(y) r(t), \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (15)$$

$$w = p(y) f(s/p(y)) \quad (16)$$

$$Q(t) = w(1, t) \quad (17)$$

ただし、 $s(0, t) = w(0, t) = 0$  である。

以下、放射状の河道網の場合についてこれらの式を具体的に説明する。放射状の河道網とは、Fig. 3 のように分枝比2をもつとともに同一位数の河道区分は同一の距離を持つような河道網をいうことにする。このような河道網において、位数1の河道セグメント上流端からの距離が  $x$  である地点を含む河道セグメントの本数を  $N(x)$ 、河道への単位距離あたりの横流入強度を  $r(t)$ 、河道流の通水断面積を  $h(x, t)$ 、河道流量を  $q(x, t)$ 、最下流端の流出量を  $Q(t)$ 、主河道長を  $L$  と表すことにする。さらに、河道流量  $q$  と通水断面積  $h$  との間には指数法則が成り立っているものとすれば、各河道内の流れは

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r(t) \quad (18)$$

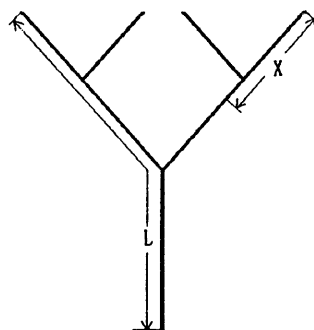


Fig. 3 An example of radially distributed stream networks.

$$q=f(h)=\alpha h^m \dots\dots\dots (19)$$

で表される。ただし  $\alpha, m$  は  $\alpha>0, m\geq 1$  なる定数である。位数1の河道セグメント上流端からの距離が  $x$  である河道上の地点は  $N(x)$  個あり、これらのすべての地点で流量、通水断面積が等しいことに注意すると、河道流量および通水断面積の和はそれぞれ  $N(x)q(x, t), N(x)h(x, t)$  で与えられる。さらに、 $N(x)$  が各位数ごとに一定値を取ることに注意すれば、(18)式より

$$\frac{\partial}{\partial t}(Nh) + \frac{\partial}{\partial x}(Ng) = Nr(t) \dots\dots\dots (20)$$

を得る。したがって、変数変換

$$y=x/L, \quad p(y)=LN(Ly), \quad s(y, t)=LN(Ly), \quad w(y, t)=N(Ly)q(Ly, t), \quad \alpha^*=\alpha/L$$

を施せば、(18)～(20)式から(15)～(17)式を得る。このように、各河道セグメント内の流れを個別に考えることなく、(15)～(17)式なる単一の方程式系によって河道網系を統合的に表現することができる。さらに、系が線形であれば、放射状でない任意の河道網系が同じく(15)～(17)式によって統合的に表現される。

河道網が放射状でも線形でもない一般の場合には、このモデルで厳密に表現できるとは限らない。しかし近似的な意味では、地形パターン関数を適当に選ぶことにより一般の河道網系の場合でも(15)～(17)式によって統合的に表現できる。

### 3.2 河道網の統合モデルと単一要素モデルの結合

(15)、(16)式で表される統合モデルと単一要素モデルと異なる点は、両式の右辺に  $y$  に依存する地形パターン関数  $p(y)$  が存在することである。そこで、 $p(y)$  の  $y$  に関する平均をとり、地形パターン関数が  $y$  によらず一定とすると

$$\bar{p} = \int_0^1 p(y) dy = L \int_0^1 N(Ly) dy = \int_0^L N(x) dx = \bar{L} \dots\dots\dots (21)$$

となり、地形パターン関数の平均値  $\bar{p}$  は総河道長  $\bar{L}$  になる。これを(15)、(16)式の  $p(y)$  に代入すると、

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial y} = \bar{L}r(t), \quad 0 \leq y \leq 1 \dots\dots\dots (22)$$

$$w = \bar{L}\alpha^*(s/\bar{L})^m = \bar{L}^{1-m}\alpha^*s^m \dots\dots\dots (23)$$

となる。さらに、全集水面積を  $\bar{F}$ 、集水域単位面積あたりの流出量を  $R_0(t)$  とすると、

$$r(t) = (\bar{F}/\bar{L})R_0(t) \dots\dots\dots (24)$$

となり、単一要素 kinematic wave モデル

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial y} = \bar{F}R_0(t), \quad 0 \leq y \leq 1 \dots\dots\dots (25)$$

$$w = (\bar{L}^{1-m}\alpha^*)s^m \dots\dots\dots (26)$$

に帰着する。この単一要素 kinematic wave モデルで河道網系を近似する。

### 3.3 分割規準としての河道網系の無次元入力継続時間

本節では、単一要素 kinematic wave モデルの集中化において無次元入力継続時間がつま意を述べるとともに、(25)、(26)に対する無次元入力元継続時間を示す。

単一要素 kinematic wave モデルでは、集中化誤差  $e$ 、単一要素の区分個数  $k$ 、無次元入力元継続時間  $T_r$  の三者の関係がすでに得られている<sup>1)</sup>。ここで、kinematic wave モデルとその集中化モデルによる流出量を各々  $Q_K(t), Q_L(t)$  とするとき、集中化誤差  $e$  は

$$e = \max_t \{ |Q_K(t) - Q_L(t)| / (Q_K(t) + \max_{t'} Q_L(t')) \} \dots\dots\dots (27)$$

である。また、側方流入継続時間を  $t_r$ 、平均側方流入強度を  $q_m$  としたとき、無次元入力元継続時間  $T_r$  は

$$T_r = t_r / l / (\alpha q_m^{m-1})^{1/m} \dots\dots\dots (28)$$

で与えられる。ただし、 $l$  は単一要素の長さ、 $\alpha, m$  は kinematic 定数である。(28)式の分母は、側方流入

強度を  $q_m$  とした定常状態での上流端から下流端までの伝播時間である。この無次元入力元継続時間  $T_r$  が大きい程系が定常状態に近いことを意味する。つまり、 $T_r$  が大きい程少ない区分個数で近似でき、逆に  $T_r$  が小さい程多くの区分個数を必要とする。Fig. 4 に  $T_r$ ,  $e$ ,  $k$  の関係を示す。集中化の際の区分は定常時の伝播時間が等しくなるように設けてある。入力パターンは二等辺三角形で、kinematic 定数  $m$  は 1.45 である。

さて、(25)式右辺における  $R_0(t)$  のパターンを二等辺三角形としてそのピークでの値を  $R_{0p}$  とすると、単一要素 kinematic wave モデル(25), (26)に対する無次元入力元継続時間  $T_r$  は

$$T_r = t_r \{ 2^{1-m} \alpha (R_{0p} \rho^{-1})^{m-1} / L \}^{1/m} \quad (29)$$

となる。ここで、 $\rho$  は河道密度である。次節では、この無次元入力元継続時間  $T_r$  を用いて河道網を分割する方法を示す。

#### 3.4 河道網の分割手順

Fig. 5 に河道網の分割手順を示す。まず、河道網と入力元継続時間及び強度が与えられると、(29)式によって河道網を単一要素モデルに帰着させた場合の無次元入力元継続時間  $T_r$  が得られる。さらに、許容集中化誤差が与えられると、Fig. 4 に示した単一要素 kinematic wave モデルの集中化誤差構造のグラフから、許容誤差に必要な区分個数  $k$  が定まる。

区分個数  $k$  が定まれば次ぎのように河道網を分割する。たとえば、グラフから区分個数が 3 と得られたとすると、河道網ではまずこの 3 に対応させて Fig. 6 に示すように一点鎖線で縦方向に大きく 3 つに分ける。この一点鎖線と河道との交点つまり区分点は、定常時の伝播時間が各区分点間で等しくなるように下流から決定して行く。そして、一点鎖線で区切られることにより分離される部分を別々の部分河道網とすれば、結

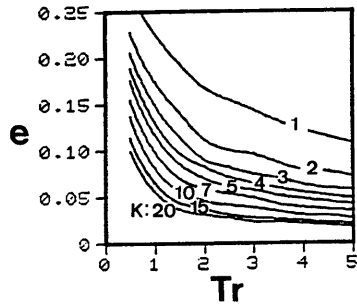


Fig. 4 The change of  $e$  with  $T_r$  for various  $k$ 's.

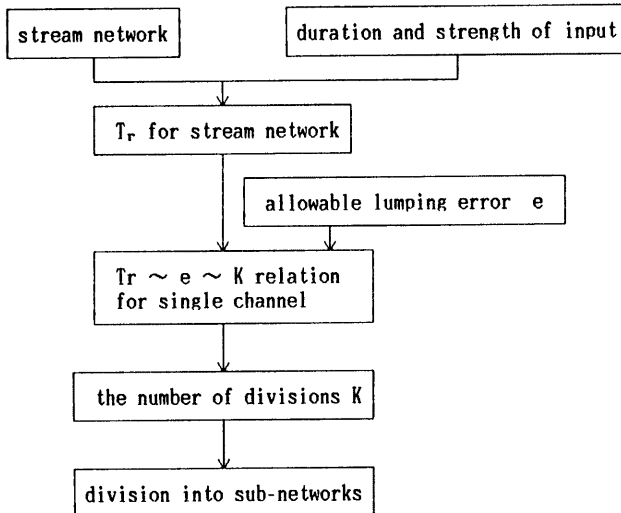


Fig. 5 Procedure for dividing into sub-networks.

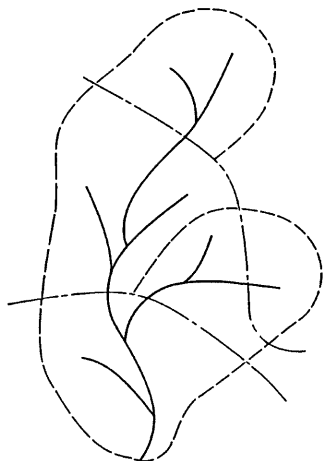


Fig. 6 An illustration of procedure for dividing into sub-networks.

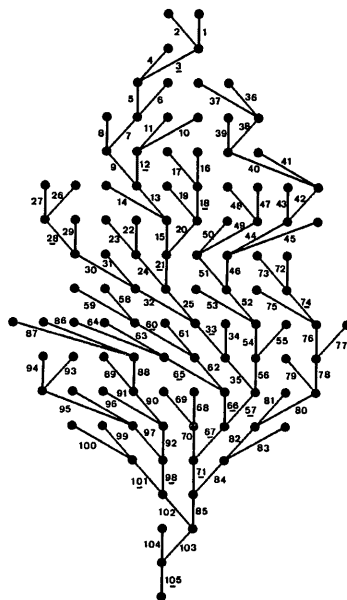


Fig. 7 The stream network of the Arakura Basin. The segments with underlined numbers are the most downstream segments in the networks to which we apply the reservoir cascade model.

局破線で区切った5個の部分河道網に分割されることになる。以下、いままで用いてきた区分個数という言葉と区別するために、最終的に得られる部分河道網の個数を分割個数と呼ぶことにする。Fig. 6の例では区分個数は3、分割個数は5である。

このようにして河道分割が定まれば、2.で述べた河道網系の集中化モデルによって流出計算を行うことができる。

#### 4. 多段貯水池モデルによる集中化誤差構造

本章では、2.で述べた河道網系 kinematic wave モデルの集中化モデルである多段貯水池モデルに、3.で定めた分割方法を用いて集中化誤差を求め、その分割方法の有効性を検討する。

Fig. 7に、集中化モデルを適用した由良川水系荒倉流域（流域面積は159 km<sup>2</sup>）の河道網を示す。河道網は国土地理院発行の5万分の1の地形図から読み取った。各河道セグメントの長さ、集水面積および河道セグメント間の接続はTable 1に示す。この河道網は105本の河道セグメントで構成されており、その中からFig. 7で番号に下線を付した16本の河道セグメントを選び、各々の河道セグメントを下流端とする河道網を異なった河道網と見なして計算を行った。各河道網の特性はTable 2の通りである。以下、各河道網の最下流端のセグメント番号を用いて、たとえば河道網12と呼ぶことにする。

集水域単位面積当たりの流出強度のパターンは二等辺三角形とし、kinematic 定数  $m$  は1.45とした。集中化誤差  $e$  および無次元入力継続時間  $T_r$  は各々(27)、(28)式に従って計算した。区分個数  $k$  は1～20まで

Table 1 The characteristics of each segment.

| segment<br>number | stream-<br>segment<br>length<br>(km) | intake area<br>(km <sup>2</sup> ) | connection |    | segment<br>number | stream-<br>segment<br>length<br>(km) | intake area<br>(km <sup>2</sup> ) | connection |     |
|-------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|------------|----|-------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|------------|-----|
| 1                 | 4.3                                  | 6.659                             | 0          | 0  | 54                | 1.6                                  | 2.481                             | 52         | 53  |
| 2                 | 2.0                                  | 3.188                             | 0          | 0  | 55                | 3.3                                  | 2.013                             | 0          | 0   |
| 3                 | 2.3                                  | 2.520                             | 1          | 2  |                   |                                      |                                   |            |     |
| 4                 | 0.4                                  | 0.253                             | 0          | 0  | 56                | 1.5                                  | 2.224                             | 54         | 55  |
| 5                 | 3.7                                  | 3.865                             | 3          | 4  | 57                | 1.0                                  | 0.396                             | 35         | 56  |
|                   |                                      |                                   |            |    | 58                | 1.1                                  | 0.820                             | 0          | 0   |
| 6                 | 1.0                                  | 1.627                             | 0          | 0  | 59                | 1.5                                  | 3.802                             | 0          | 0   |
| 7                 | 0.2                                  | 0.092                             | 5          | 6  | 60                | 0.5                                  | 0.715                             | 58         | 59  |
| 8                 | 0.5                                  | 0.478                             | 0          | 0  |                   |                                      |                                   |            |     |
| 9                 | 0.8                                  | 1.248                             | 7          | 8  | 61                | 2.5                                  | 1.552                             | 0          | 0   |
| 10                | 0.8                                  | 0.624                             | 0          | 0  | 62                | 1.6                                  | 1.072                             | 60         | 61  |
|                   |                                      |                                   |            |    | 63                | 2.4                                  | 2.970                             | 0          | 0   |
| 11                | 0.9                                  | 0.845                             | 0          | 0  | 64                | 2.3                                  | 2.408                             | 0          | 0   |
| 12                | 0.6                                  | 1.949                             | 10         | 11 | 65                | 1.7                                  | 0.953                             | 63         | 64  |
| 13                | 1.4                                  | 1.976                             | 9          | 12 |                   |                                      |                                   |            |     |
| 14                | 1.6                                  | 2.210                             | 0          | 0  | 66                | 0.4                                  | 0.205                             | 62         | 65  |
| 15                | 0.5                                  | 0.258                             | 13         | 14 | 67                | 0.9                                  | 0.780                             | 57         | 66  |
|                   |                                      |                                   |            |    | 68                | 1.3                                  | 0.877                             | 0          | 0   |
| 16                | 3.4                                  | 3.791                             | 0          | 0  | 69                | 2.1                                  | 2.031                             | 0          | 0   |
| 17                | 0.5                                  | 0.306                             | 0          | 0  | 70                | 0.4                                  | 0.553                             | 68         | 69  |
| 18                | 0.9                                  | 1.716                             | 16         | 17 |                   |                                      |                                   |            |     |
| 19                | 0.8                                  | 0.580                             | 0          | 0  | 71                | 2.0                                  | 2.233                             | 67         | 70  |
| 20                | 4.3                                  | 6.644                             | 18         | 19 | 72                | 0.5                                  | 0.315                             | 0          | 0   |
|                   |                                      |                                   |            |    | 73                | 0.7                                  | 0.847                             | 0          | 0   |
| 21                | 0.9                                  | 0.892                             | 15         | 20 | 74                | 4.1                                  | 4.281                             | 72         | 73  |
| 22                | 1.0                                  | 0.466                             | 0          | 0  | 75                | 3.0                                  | 1.906                             | 0          | 0   |
| 23                | 0.7                                  | 1.037                             | 0          | 0  |                   |                                      |                                   |            |     |
| 24                | 0.8                                  | 0.611                             | 22         | 23 | 76                | 1.5                                  | 1.438                             | 74         | 75  |
| 25                | 2.3                                  | 2.414                             | 21         | 24 | 77                | 0.6                                  | 0.733                             | 0          | 0   |
|                   |                                      |                                   |            |    | 78                | 0.3                                  | 0.678                             | 77         | 76  |
| 26                | 0.6                                  | 0.719                             | 0          | 0  | 79                | 0.3                                  | 0.575                             | 0          | 0   |
| 27                | 0.9                                  | 0.653                             | 0          | 0  | 80                | 0.8                                  | 1.438                             | 78         | 79  |
| 28                | 0.7                                  | 0.232                             | 26         | 27 |                   |                                      |                                   |            |     |
| 29                | 1.8                                  | 1.685                             | 0          | 0  | 81                | 0.5                                  | 0.440                             | 0          | 0   |
| 30                | 2.0                                  | 2.447                             | 28         | 29 | 82                | 0.6                                  | 0.372                             | 80         | 81  |
|                   |                                      |                                   |            |    | 83                | 0.7                                  | 0.936                             | 0          | 0   |
| 31                | 0.6                                  | 0.596                             | 0          | 0  | 84                | 1.6                                  | 1.046                             | 82         | 83  |
| 32                | 1.5                                  | 0.912                             | 30         | 31 | 85                | 4.5                                  | 4.998                             | 71         | 84  |
| 33                | 0.5                                  | 0.884                             | 25         | 32 |                   |                                      |                                   |            |     |
| 34                | 2.4                                  | 2.380                             | 0          | 0  | 86                | 0.8                                  | 0.925                             | 0          | 0   |
| 35                | 0.8                                  | 0.795                             | 33         | 34 | 87                | 0.1                                  | 0.440                             | 0          | 0   |
|                   |                                      |                                   |            |    | 88                | 2.8                                  | 2.371                             | 86         | 87  |
| 36                | 2.1                                  | 2.003                             | 0          | 0  | 89                | 2.6                                  | 2.291                             | 0          | 0   |
| 37                | 1.1                                  | 1.532                             | 0          | 0  | 90                | 2.3                                  | 1.965                             | 88         | 89  |
| 38                | 1.3                                  | 0.965                             | 36         | 37 |                   |                                      |                                   |            |     |
| 39                | 1.0                                  | 1.508                             | 0          | 0  | 91                | 0.1                                  | 0.031                             | 0          | 0   |
| 40                | 0.8                                  | 0.498                             | 38         | 39 | 92                | 0.9                                  | 1.257                             | 90         | 91  |
|                   |                                      |                                   |            |    | 93                | 1.1                                  | 1.486                             | 0          | 0   |
| 41                | 0.8                                  | 1.744                             | 0          | 0  | 94                | 1.1                                  | 2.055                             | 0          | 0   |
| 42                | 0.2                                  | 0.139                             | 40         | 41 | 95                | 0.4                                  | 0.289                             | 93         | 94  |
| 43                | 3.0                                  | 3.341                             | 0          | 0  |                   |                                      |                                   |            |     |
| 44                | 0.2                                  | 0.086                             | 42         | 43 | 96                | 1.3                                  | 1.791                             | 0          | 0   |
| 45                | 1.8                                  | 2.607                             | 0          | 0  | 97                | 1.1                                  | 1.383                             | 95         | 96  |
|                   |                                      |                                   |            |    | 98                | 2.3                                  | 2.267                             | 92         | 97  |
| 46                | 0.1                                  | 0.082                             | 44         | 45 | 99                | 1.0                                  | 1.798                             | 0          | 0   |
| 47                | 0.7                                  | 1.147                             | 0          | 0  | 100               | 0.5                                  | 0.727                             | 0          | 0   |
| 48                | 1.6                                  | 1.113                             | 0          | 0  |                   |                                      |                                   |            |     |
| 49                | 0.3                                  | 0.647                             | 47         | 48 | 101               | 1.5                                  | 2.296                             | 99         | 100 |
| 50                | 0.2                                  | 0.664                             | 0          | 0  | 102               | 2.0                                  | 2.780                             | 101        | 98  |
|                   |                                      |                                   |            |    | 103               | 1.9                                  | 2.100                             | 85         | 102 |
| 51                | 0.8                                  | 0.223                             | 49         | 50 | 104               | 0.6                                  | 0.728                             | 0          | 0   |
| 52                | 1.6                                  | 4.127                             | 46         | 51 | 105               | 1.7                                  | 2.213                             | 103        | 104 |
| 53                | 0.2                                  | 0.132                             | 0          | 0  |                   |                                      |                                   |            |     |



Table 2 The characteristics of each stream network to which we apply the reservoir cascade model.

| network number | order | the number of segments | total stream-segment lengths (km) | basin area (km <sup>2</sup> ) | length of main stream (km) | drainage density <sup>1)</sup> |
|----------------|-------|------------------------|-----------------------------------|-------------------------------|----------------------------|--------------------------------|
| 105            | 4     | 105                    | 140.1                             | 159.4                         | 29.7                       | 0.88                           |
| 71             | 4     | 71                     | 94.3                              | 108.2                         | 21.6                       | 0.87                           |
| 67             | 4     | 67                     | 88.5                              | 102.5                         | 19.6                       | 0.86                           |
| 57             | 4     | 57                     | 73.6                              | 87.2                          | 18.7                       | 0.84                           |
| 33             | 3     | 33                     | 45.2                              | 54.4                          | 16.9                       | 0.83                           |
| 21             | 3     | 21                     | 31.8                              | 41.7                          | 14.1                       | 0.76                           |
| 98             | 3     | 13                     | 16.9                              | 18.6                          | 9.1                        | 0.91                           |
| 66             | 3     | 9                      | 14.0                              | 14.5                          | 4.0                        | 0.97                           |
| 12             | 2     | 3                      | 2.3                               | 3.4                           | 1.5                        | 0.68                           |
| 18             | 2     | 3                      | 4.8                               | 5.8                           | 4.3                        | 0.83                           |
| 60             | 2     | 3                      | 3.1                               | 5.3                           | 2.0                        | 0.58                           |
| 74             | 2     | 3                      | 5.3                               | 5.4                           | 4.8                        | 0.98                           |
| 3              | 2     | 3                      | 8.6                               | 12.4                          | 6.6                        | 0.69                           |
| 101            | 2     | 3                      | 3.0                               | 4.8                           | 2.5                        | 0.63                           |
| 28             | 2     | 3                      | 2.2                               | 1.6                           | 1.6                        | 1.38                           |
| 65             | 2     | 3                      | 6.4                               | 6.3                           | 4.1                        | 1.02                           |

1) drainage density = total stream-segment lengths (km)/basin area (km<sup>2</sup>)

の20通り、無次元入力継続時間  $T_r$  は0.5～5まで0.5づつ変化させた10通りとして、これら各々の場合について集中化誤差  $e$  を求めた。河道の流れの追跡計算には、Lax-Wendroff スキームを用いた。

**Fig. 8～Fig. 11** に計算結果を示す。ただし、区分個数  $k$  が5, 10, 15の場合のみ示してある。図中、太線は単一要素の集中化誤差である。

これらの図から、単一要素 kinematic wave モデルと河道網系 kinematic wave モデルの集中化誤差の特性が一致していることがわかる。さらに、位数が小さくセグメント数の少ない河道網の一部を除いて単一要素と河道網の集中化誤差は近い値をとっている。これは、位数が大きくセグメント数が多くなって河道網が複雑になると、合流点が多くなるので、一つの合流点において生じる誤差が系全体の誤差に占める割合が小さくなるからだと考えられる。

これは次の例を見れば、よりはっきりする。河道網65（位数2；セグメント数3）の集中化誤差（**Fig. 11**）は単一要素の集中化誤差とあまり一致していない。ところが、この河道網65を含む河道網67（位数4；セグメント数67）の集中化誤差（**Fig. 8**）は単一要素の集中化誤差と良く一致している。つまり、上に述べた理由により、セグメント数が増大すれば単一要素モデルと河道網系モデルの集中化誤差は良く一致する。

次に、セグメント数が少なく集中化誤差があまり一致しない場合、とくにY字型の河道網について考察する。そのために、定常線形化によるY字型河道網の単位インパルス応答<sup>9)</sup>を調べる。つまり、河道網系への入力が単位強度で一定としたときの定常時流速をもとめ、これを固定して系を線形化したときの単位インパルス応答を求める。**Fig. 12** ではY字型河道網の単位インパルス応答を実験で、3.で述べた方法により帰着させた単一要素の単位インパルス応答を点線で示している。図中の  $T_B$  は合流点から出発した擾乱が下流端に到達する時刻であり、合流の効果が点Bから点Cへのジャンプで表されている。さらに、 $\lambda$  は

$$\lambda = h(T_B^+)/h(T_B^-) \dots\dots\dots (30)$$

である。 $\lambda$  が1より大きいほど合流の効果が下流に及ぼす影響が大きくなる。

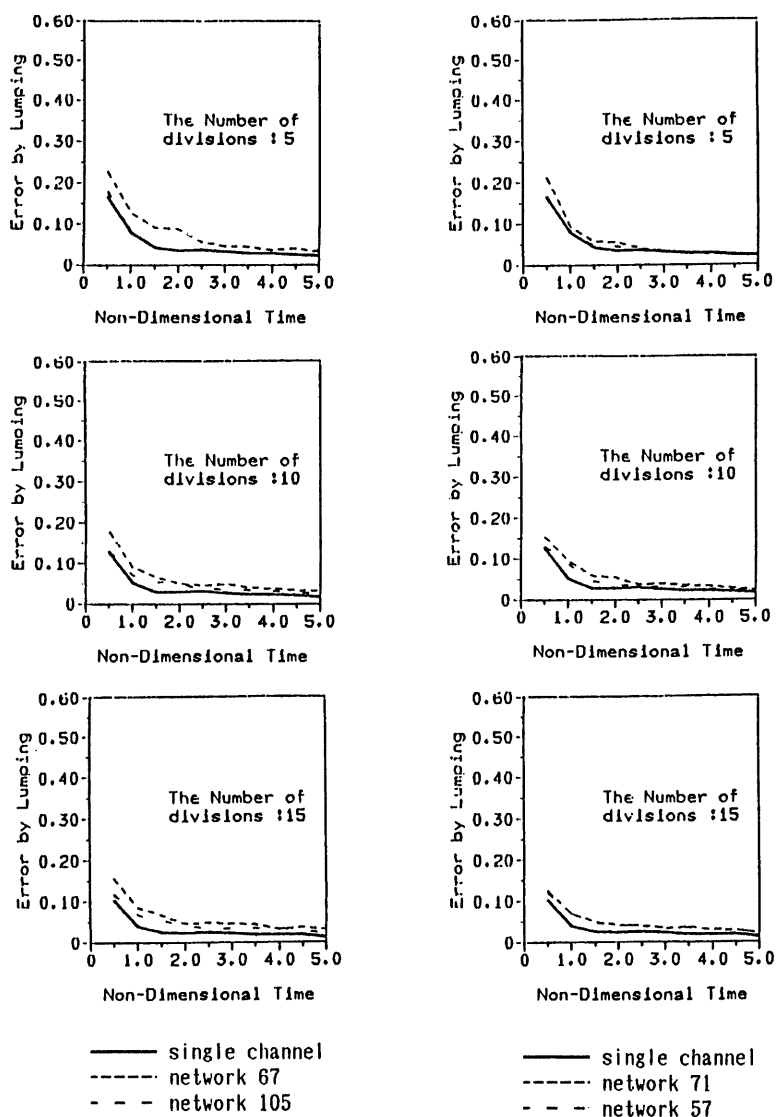


Fig. 8 The relation between lumping error of single channel and that of network.  
The orders of the networks are 4.

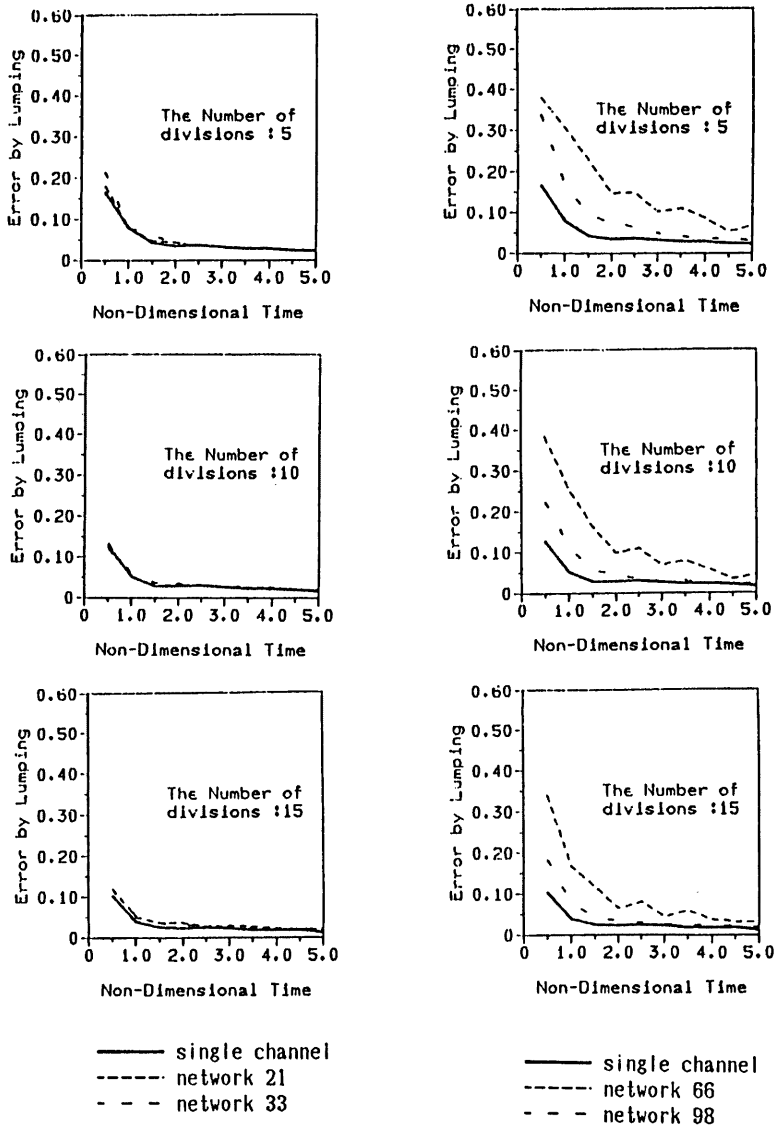


Fig. 9 The relation between lumping error of single channel and that of network. The orders of the networks are 3.

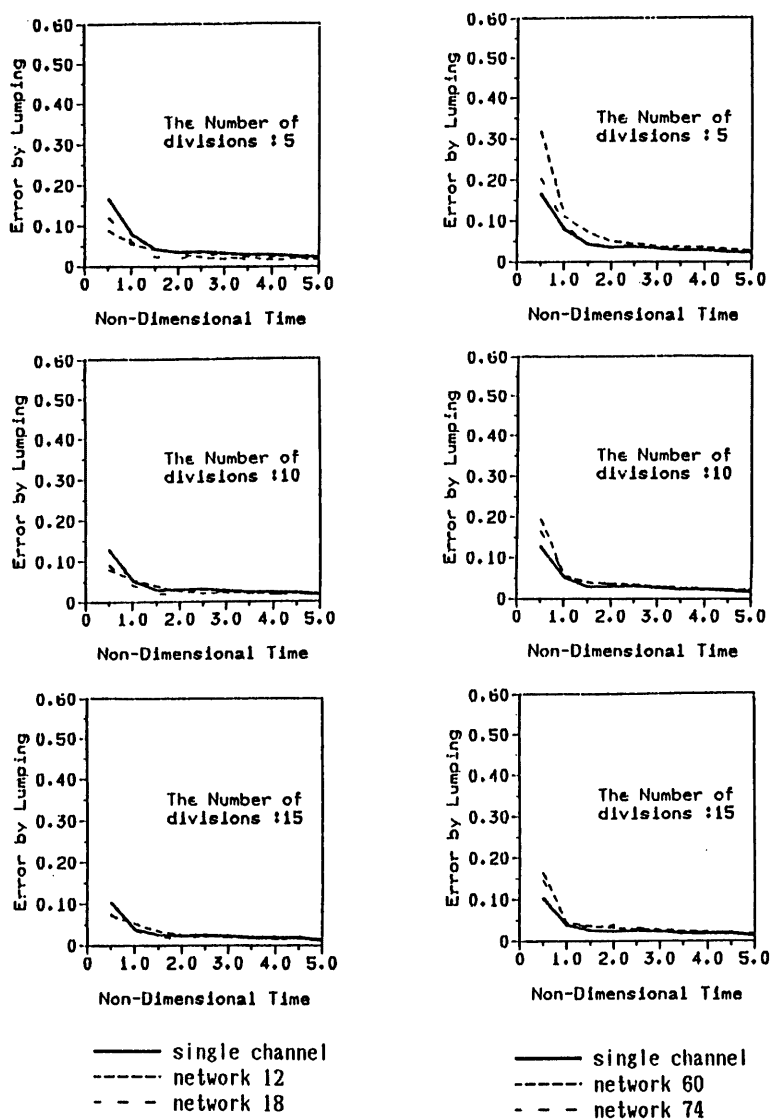


Fig. 10 The relation between lumping error of single channel and that of network.  
The orders of the networks are 2.

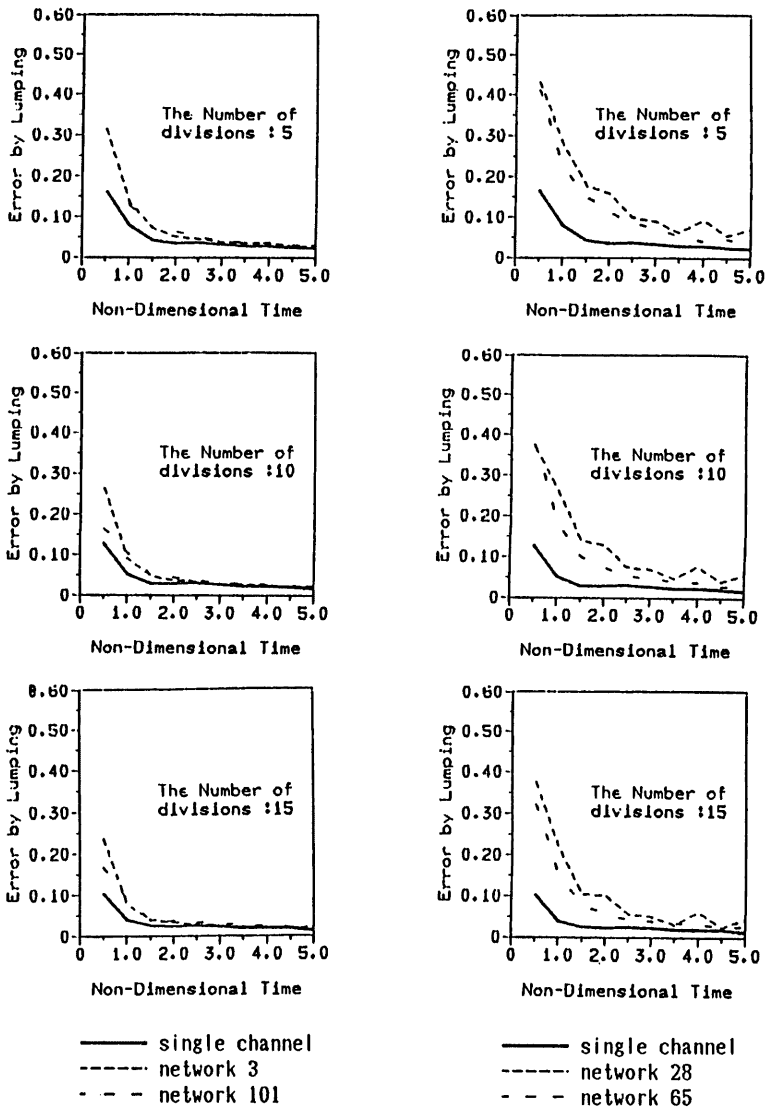


Fig. 11 The relation between lumping error of single channel and that of network.  
The orders of the networks are 2.

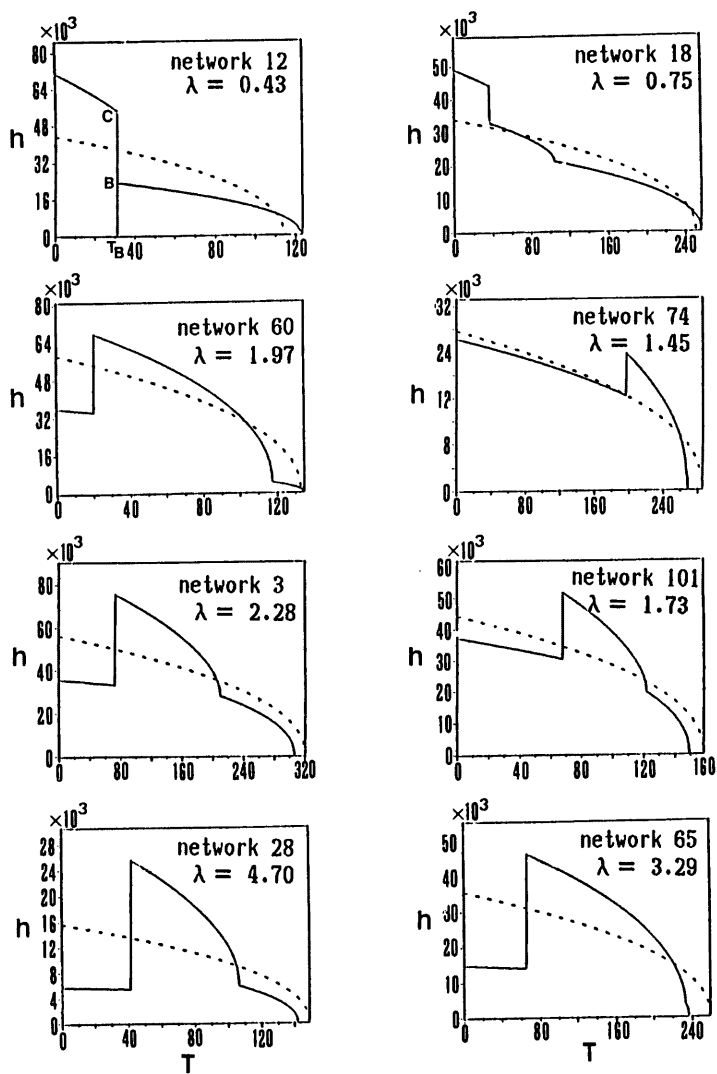


Fig. 12 The unit impulse response obtained by using the velocity distribution in a steady state.

Fig. 5 と Fig. 10, Fig. 11 をあわせて見ればわかるように、 $\lambda$  が 1 より大きい河道網では単一要素より河道網系の集中化誤差の方が大きく、反対に  $\lambda$  が 1 より小さい河道網では河道網系の集中化誤差の方が若干小さくなっている。つまり、時刻 0 に合流点を出発した擾乱付近の水面形状が、 $\lambda$  が 1 より大きくなるにつれ定常時のものに比べて急峻になるために、それだけ多くの分割が必要となる。反対に、 $\lambda$  が 1 より小さくなるにつれ合流点上流からの影響が少なくなり、その結果として帰着させた単一要素より若干少ない分割で十分となる。

したがって一般の河道網の場合でも、河道網が放射状であるかどうかということよりも、上流からの合流による影響が大きいかどうかが問題となる。そして、セグメント数の多い河道網では主河道の流れに対して横からの合流が及ぼす影響は小さいことが多いので、帰着させた単一要素モデルの集中化誤差改造と良く一致することになる。

以上より、セグメント数の多い河道網、あるいはセグメント数が少なくても合流による影響の少ない河道網に対しては、帰着させた単一要素モデルの集中化誤差を規準にして区分個数を決定するという方法が有効であることが示された。

またセグメント数が少なく、しかも合流の影響が大きい河道網でも単一要素 kinematic wave モデルの集中化誤差を参考にして、区分個数を少し多くとればよい。セグメント数が少ない場合は、区分個数を多くしても計算量が飛躍的に増大することはない。

## 5. 結 論

本研究では、分布型モデルである河道網系 kinematic wave モデルを出発点としてその集中化を議論した。まず、河道網を有限個の部分河道網に分割し、定常時の水面形状を積分して得られる貯水量～流出量関係式を適用して、河道網系を連立方程式系でモデル化した。さらに、単一要素 kinematic wave モデルの集中化誤差構造と関連させて部分河道網への分割規準を与える方法を示し、その方法の有効性も示した。

河道網系の集中化計算の手順は以下の通りである。

- ① 与えられた河道網および入力継続時間・強度から(29)式を用いて無次元入力継続時間  $T_r$  を計算する。
- ② 単一要素モデルの集中化誤差構造から、①で計算した  $T_r$  に基づいて許容集中化誤差に必要な区分個数を読み取る。
- ③ 3.4で述べた方法によって河道網を分割する。
- ④ (13), (14)式によって流出計算を行う。

本研究で提案した方法は、分割手順と集中化計算の方法とが首尾一貫している。したがって、河道網流出の追跡計算をすることなく集中化誤差を求めることができるし、反対に、許容される集中化誤差に応じた流出計算を行うことができるわけである。

## 参 考 文 献

- 1) 高棹琢馬・椎葉充晴：雨水流モデルの集中化に関する基礎的研究，京都大学防災研究所年報，第28号 B-2，1985，pp. 213-220.
- 2) 佐伯 仁：河道網における kinematic wave モデルの集中化について，京都大学卒業論文，1983.
- 3) 中北英一・高棹琢馬・椎葉充晴：河道網系 kinematic wave モデルの集中化，土木学会第39回次学術講演会講演概要集第2部，1984，pp. 45-46.
- 4) 高棹琢馬・椎葉充晴・中北英一・張 昇平：KINEMATIC WAVE モデルの集中化，第29回水理講演会論文集，1985，pp. 239-244.

- 5) 高棹琢馬・椎葉充晴 : kinematic wave 法への集水効果の導入, 京都大学防災研究所年報, 第24号B-2, 1981, pp. 159-170.
- 6) 高棹琢馬・椎葉充晴 : kinematic wave 法における場および定数の集中化, 京都大学防災研究所年報, 第21号B-2, 1978, pp. 207-217.