

治水システムの段階的建設手順に関する研究

池淵 周一・小尻 利治・堀 智晴

A STUDY ON OPTIMAL SCHEDULING OF CONSTRUCTION WORKS FOR FLOOD CONTROL SYSTEM

By *Shuichi* IKEBUCHI, *Toshiharu* KOJIRI and *Tomoharu* HORI

Synopsis

The aim of this study is to establish the optimal scheduling planning of construction works for flood control system.

We have defined that the planning objective of construction scheduling is the minimization problem of the accumulated value of flood inundation probability for the total construction stages. First, the site planning of construction projects is formulated considering the whole planning of the flood control system, such as the flood inundation probability, or the scale and kind of the projects.

Second, Dynamic Programming and Branch-and-Bound method are introduced to solve the multistage decision process under the condition of the annual budget.

Third, these construction schedulings are generalized by including the simultaneous execution of several work and the development of river basin.

Last, the approximate method is proposed to obtain the feasible solution for the complex river basin with the multi-project and multi-sub-basin.

These approaches are applied to a real flood control system for the verification of the theory.

1. 序 論

治水事業の目的は洪水から人類の生命や財産を守ることであり、その中心は土工施設の建設である。特に、我国は地形・気象等の自然条件からみて災害を受けやすい基盤にあるうえ、河川の氾濫によって形成された堆積平野に経済・社会活動の重要な部分が集中しているという社会条件が加わっているため、水害による被害は常に甚大であり、治水事業の重要性が古くから認識されてきた。以上のような背景のもとに、治水計画の分野においても基本高水 の概念を中心とした方法論が確立され種々の成果が収められている。しかし、近年、河川流域の開発に伴う防災対象地点の増加、あるいは、ダム貯水池や大規模な土地利用の変換など空間的相関機能を有する施設 の出現等に見られる河川流域の急激な変貌によって、水系全体を同一の安全率で防衛することが不可能となってきている。そこで、多評価地点系に対して、水系各部の時間的・空間的な整合性を考慮する水系一貫した治水システムの構成が重要となってくる。水系一貫した治水システムの策定については、システムの大規模性・多目的性に鑑み、次のような段階的意思決定法が提案されている¹⁾。すなわち、計画最終段階の流域開発レベルを想定した最終的な治水システムを、適度に簡略化された流域モデルを用いて近似的に上位解を抽出するスクリーニング段階と、より精度の高い流域モデルを構成し多目的なシステム評価を導入するシミュレーション段階を経て決定する方法である (Fig. 1参照)。

一方、公共事業に対する財政的な圧迫の強い現在では、治水システムの大規模化に伴いシステムの建設は非常に長期間におよび、流域に期待されている治水安全度の達成が遅れている。さらに、建設期間中に水系内の状況が変化し、新たな対応が迫られるという問題が顕在化している。したがって、計画最終年以前にお

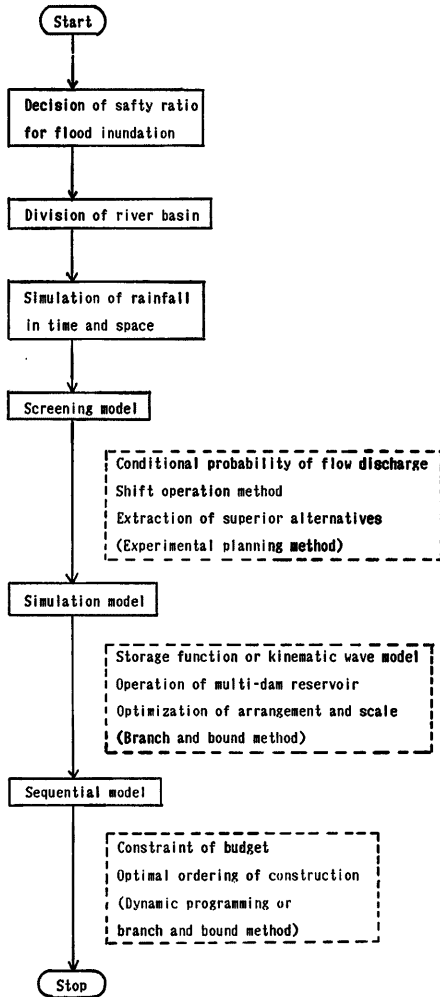


Fig. 1. Flow chart of flood control planning

加えて、建設期間中の部分流域の新規開発、社会経済情勢の変動あるいは政策方針の変更といった変化に即応し難く、かえって、水系内のバランスを崩す危険性がある。また、氾濫が生起していない場合は評価されないため、氾濫に至るまでの流量変動、危険性増加やシステムの弾力性などを含んだ多目的な安全度評価は困難である。したがって、社会的経済的な要因だけでなく流域の安全性を客観的かつ普遍的に評価する物理的指標が必要となる。

一方、後者は流域内の防災対象地点における被害の発生頻度によって地点間の投資のバランスと治水事業

いても既に建設されている施設群を有効に機能させることによって流域全体と個々の部分流域とがバランスのとれた洪水防衛能力を有しつつ、水系内の治水水準を段階的に上昇させることが要求されることになる。本研究では、治水システム策定の最終段階として以上の段階的建設手順計画をシークエンシャル段階と位置づけ、その配置・規模計画（スクリーニングおよびシミュレーション段階）との整合性をはかりながら、現実の流域モデルや行政の財政レベルを念頭において考察した。なかでも、段階的建設計画を評価する有効な指標の選択や DP あるいは LP を用いた最適解導出のプロセスの解明、実流域で発生する諸問題の解決等に焦点をあてて議論を行っている。

2. 段階的建設手順問題の目的と定式化

2.1 治水システムの評価指標

治水システムを評価する指標としては次の

2種類を考慮することができよう。すなわち、

- (i) 流域全体における洪水災害の被害額を軽減すること。
- (ii) 洪水による被害の発生頻度を軽減すること。

である。

前者は、通常、被害額の期待値として表わされ、投資額との費用便益分析などの経済的評価を通して政策の決定が行なわれている。期待被害額を用いた場合、流域内の各評価地点に対する資産の蓄積度や資産からみた評価地点の重要性など流域の社会的経済的状況を与件として総合的にモデルに組み込んだ判断を可能にする。しかし、流域の開発状況の予測手法や被害額算定の精度の面で問題がある。

の限界を明示することにより、洪水被害の要因が天災だけでなく人災も考えられる今日、重要な指標となってきた。洪水被害発生頻度は実際には氾濫確率なる概念でとらえられているが、より客観的に流域の整備状況を反映すること、その上で流域の整備状況から見た流域のあるべき開発方法の考察を可能にすることなど極めて実用性の高い側面を有している。特に段階的建設計画においては、使用される指標が施設建設に伴い流域の治水水準が時間的に変化していく様子を適確に反映することが肝要であり、後者の氾濫確率をシステムの評価指標として採用するのが妥当であると考えられる。

いま、任意の評価地点 m における氾濫確率は洪水期間内にわたって河川流量 Q_m が許容流下流量 Q_{om} を超過する確率であると定義すると次式によって与えられる。

$$PF_m[Q_m > Q_{om}] = PF_m[\{Q_m(t) > Q_{om}\} \cup \{Q_m(t+1) > Q_{om}\} \cup \dots \cup \{Q_m(t+T) > Q_{om}\}] \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 t は時刻、 T は洪水制御期間、記号 \cup は和事象を示している。ところで式(1)で定義される氾濫確率 PF_m は各評価地点 m に対するもので水系全体を表現しているわけではない。本研究で使用する流域モデルはスクリーニング段階を対象としており、氾濫確率は時間的に独立な形で算定されることになる²⁾。そこで、以上のモデルの精度を考慮し、段階的建設計画における建設ステージ i での流域の氾濫確率を次式で再定義する。すなわち、

$$PF(i) = \max_m [\max_t \{ P_m^i(t) \}] \dots\dots\dots(2)$$

である。ここに、 $P_m^i(t)$ は建設ステージ i 、評価地点 m 、時刻 t での氾濫確率である。式(2)で示される氾濫確率は治水システムの評価を最も氾濫の危険性の高い状態で代表して行なおうとする立場であり、 $PF(i)$ の減少の程度を見ることによって水系内の治水水準の全体的な変化をつかむことができる。あわせて、時間的には独立、空間的には洪水流下の連続性を保持した各評価地点の氾濫確率 $P_m^i(t)$ を用いた評価を加えることにより、個々の防災対象地点相互のバランスのとれた建設を進めることが可能である。以上の特徴は施設の段階的建設によって徐々に上昇する水系内の安全性の程度に応じて流域内の開発を規制あるいは許可するといった土地利用に関する段階的建設手順計画の積極的な側面を示唆している。

2.2 段階的建設手順問題の定式化

氾濫確率を評価指標に用いた場合、段階的建設手順問題の目的関数には次の2種類が考えられる。すなわち、

- (i) 各建設ステージ i において選択される施設 x_i の工期 $dt(x_i)$ にそのステージでの氾濫確率 $PF(i)$ を乗じたものの総和を最小化する。
- (ii) 隣り合うステージ間において氾濫確率の減少分を最大化する。

である。さて、2.1で定義した流域の氾濫確率を建設ステージ i に対してプロットすれば、Fig.2のような階段状の氾濫確率低下曲線が得られる。(i) の目的関数は、この曲線の描く面積を最小化することを意味しており、各ステージでの施設の選択を全建設期間との調和を考えつつ、できるだけ早い時期に治水水準の上昇をもたらそうとする立場である。具体的な数式で表現すると、次のようになる。

$$Ob_1 = \sum_{i=1}^I PF(i) \cdot dt(x_i) \rightarrow \min. \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 I は全建設ステージ数を表す。また、建設手順計画は政策的に決定される単年度予算枠の中で行なわれるため、施設によって決まる工期 $dt(x_i)$ も実際にはその施設に割り当てられた予算によって左右される。そこで、建設期間 $dt(x_i)$ を単年度ごとにとり、各施設の単位段階当たりに要する工期を一定とすると、式(3)は次のように簡略化される。

$$Ob_1 = \sum_{i=1}^I PF(i) \rightarrow \min. \dots\dots\dots(3')$$

一方、(ii) の目的は2ステージ間の建設効果のみに着目する即時的単純な考え方に基くもので、建設期間

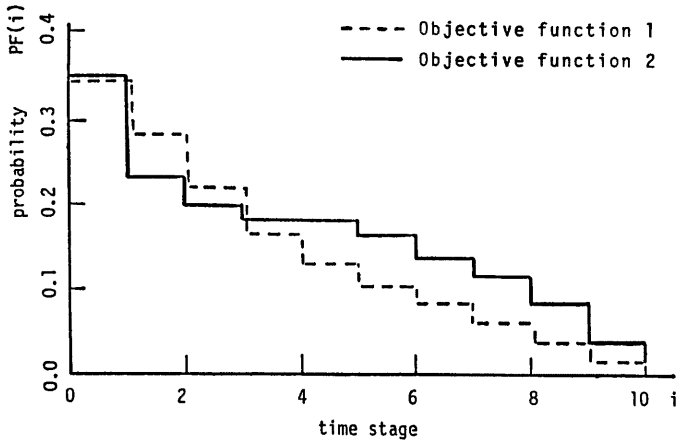


Fig.2. The decreasing curve of flood inundation probability

全体から見ると非効率な手順を求める恐れがある (Fig.2 参照)。ただ、いくつかの制約条件を導入することによって両者は同じ結果に到達する可能性があるため、本研究では、近似的方法として考察を加える。制御目的は次式のように表わされる。

$$Ob_2 = PF(i) - PF(i+1) \rightarrow \max. \quad (i=1, 2, \dots, I-1) \dots\dots\dots(4)$$

なお、建設手順問題の現実性を失わないために次の制約条件および仮定を導入する。

- (i) 最適配置・規模計画により既に決定された施設を対象に建設手順を決定する。
- (ii) ダムはその構造上、建設に着手した場合は継続して建設を行なうものとする。
- (iii) 堤防は数回の段階施工を行なう。
- (iv) 各施設は、各建設ステージに複数個建設する同時施工を行なうことができる。
- (v) 各施設では決められた段階施工の順序 (先行、後続作業など) を踏まなければならない。
- (iv) いかなる評価地点においても氾濫確率が前ステージより増大することがあってはならない³⁾。すなわち、

$$\max_t \{P_m^{i+1}(t)\} \leq \max_t \{P_m^i(t)\} \quad (i=1, 2, \dots, I-1; m=1, 2, \dots, M) \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 M は評価地点の総数である。

- (vii) 計画総年数は各施設および予算によって決められる建設期間の総和とする。
- (viii) 計画期間内における新規流域開発を考慮し、各建設ステージにおいて流域の実情に適合した流域モデルを構成する。ただし、流域モデルがスクリーニング段階を対象としていることから流域の流出流量の変化は考慮せず、流域開発に応じて評価地点を増加させることによって土地利用形態の基礎情報のみを包含する。

以上の議論から治水システム策定の最終段階としての段階的建設手順計画は、上記 (i) ~ (viii) の制約条件のもとで目的関数式(3)、(3')あるいは(4)を最適化することであると定式化される。

3. 建設手順問題の解法

一般に最適化手法には微分法や変分法の古典的方法、ならびに線形計画法(LP)、非線形計画法(NLP)などがある。しかし、建設手順問題が時間的かつ空間的に多段階の決定過程を有しているとともに、目的関

数が非線形で決定変数が離散的な値しかとらないことを考慮すると、動的計画法 (DP) の適用が期待される。また、建設手順計画を有限な施設の可能建設順列の中から目的関数値を最適にする建設順列を選択する問題であると考えた場合、整数計画法なかでも列挙法を基本とする分枝限定法の適用も可能である。以下、本章では上記 2 方法を中心に最適解抽出の方法を考察する。

3.1 DP による解法

まず、建設手順問題に DP を適用しよう。最適解抽出の過程を明確にするため、2 章で挙げた制約条件 (iv), (viii) を緩和し、次の仮定を置く。ただし、緩和された部分については 4 章で考察を加える。

(iv') 各ステージで建設する施設を 1 個に限定する順番施工を行なう。

(viii') 現時点において流域開発は考慮しない。

さらに、次の仮定を導入する。

(ix) 任意のステージ i における施設への投資額 $MA(i)$ はすべて等しい。

したがって、ステージ i における施設に対する累積投資額 $M(i)$ を決定変数にすることはステージ i で建設すべき施設を決定変数にすることと他ならない。

また、システムの状態を表す状態量には、

(a) 各ステージにおいて、既に建設されている施設の組み合わせをとる場合

(b) 各ステージにおいて選択するプロジェクト数をとる場合

の 2 種類が考えられる。以下、(a), (b) 各々について DP の適用法、最適性の原理を中心に考察する。

(1) 建設済施設の組み合わせを状態量にとる方法

ステージ i におけるシステムの状態は、ステージ i において既に建設されている施設の組み合わせのみによって決まり、その順序には依存しない。そこで、ステージ i での施設 n の状態を表わす変数 $S_n(i)$ を次式で定義する。

$$S_n(i) = \begin{cases} 0: \text{施設 } n \text{ が建設されていない場合} & \dots\dots\dots(6) \\ k: \text{施設 } n \text{ が第 } k \text{ 段階まで建設済である場合} & \dots\dots\dots \end{cases}$$

ただし、 $k=1, 2, \dots, K(n)$ であり、 $K(n)$ は施設 n の施工分割数である。式(6)の $S_n(i)$ を用いれば、ステージ i におけるシステムの状態は次の $\mathbf{Y}(i)$ なる行ベクトルで表わすことができる。

$$\mathbf{Y}(i) = (S_1(i), S_2(i), \dots, S_n(i), \dots, S_N(i)) \dots\dots\dots(7)$$

ここに、 N は施設建設地点の総数である。さらに、ステージ i までの施設の施工総数 $T(\mathbf{Y}(i))$ を

$$T(\mathbf{Y}(i)) = \sum_{j=1}^N S_j(i) \dots\dots\dots(8)$$

と定義すれば、仮定 (iv') より次式が成立する。

$$i = T(\mathbf{Y}(i)), \quad I = T(\mathbf{Y}(I)) \dots\dots\dots(9)$$

ただし、同時施工を許す場合には右辺を同時施工数で除する必要がある。いま、決定変数として、ステージ i で建設すべき施設を次式で定義される変数 $\mathbf{X}_i(n)$ で表す。

$$\mathbf{X}_i(n) = (0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0) \dots\dots\dots(10)$$

$\mathbf{X}_i(n)$ は、第 n 列要素の値のみが 1 の値をとり、他の要素は 0 である行ベクトルで、施設 n を一段階増設することを示している。結局、以上の変数を用いれば、第 i ステージで施設 n を 1 段階増設することによるシステムの状態の遷移は次式で表わされる。

$$\mathbf{Y}(i+1) = \mathbf{Y}(i) + \mathbf{X}_i(n) \dots\dots\dots(11)$$

いま、建設開始以前と全施設の建設が完了した段階におけるシステムの状態および氾濫確率は、施設の建設順序にかかわらず固定した値をとる。したがって、最適化にあたっては、ステージ 1 からステージ $I-1$ に至る建設順序を決定すればよいことになる。ゆえに、ステージ i においてシステムの状態が $\mathbf{Y}(i)$ のとき流域の氾濫確率を $PF_i(\mathbf{Y}(i))$ とすると、式(3')で表される目的関数 Ob_i は、

$$\begin{aligned}
 Ob_1^* &= \min_{\{X_i(n)\}} \left[\sum_{i=1}^{I-1} PF_i(\mathbf{Y}(i)) \right] \\
 &= \min_{\{X_{I-1}(n)\}} \left[\min_{\{X_i(n)\}} \left\{ \sum_{i=1}^{I-1} PF_i(\mathbf{Y}(i)) + PF_i(\mathbf{Y}(i-1)) \right\} \right] \dots\dots\dots(12)
 \end{aligned}$$

となる。さらに、ステージ i までの氾濫確率の最適累加値に、

$$f_i(\mathbf{Y}(i)) = \min_{\{X_i(n)\}} \left\{ \sum_{i=1}^i PF_i(\mathbf{Y}(i)) \right\} \dots\dots\dots(13)$$

と定義すれば、関数漸化式

$$f_i(\mathbf{Y}(i)) = \min_{\{X_i(n)\}} [PF_i(\mathbf{Y}(i)) + f_{i-1}(\mathbf{Y}(i-1))] \dots\dots\dots(14)$$

を得る。式(14)は最適性の原理の成立を意味している。いいかえると、状態量をステージ i において既に建設されている施設の組み合わせとした場合には、DP による最適政策の決定が可能となる。以上の議論で得られた計算手順を前進型 DP で示すと次のようになる。

<計算手順>

- (i) $i=0$ の状態として、 N 次元行ベクトル $\mathbf{Y}(0)$ を定義する。
 $\mathbf{Y}(0) = (0, 0, \dots, 0)$
- (ii) 決定変数 $X_i(n)$, 状態変数 $\mathbf{Y}(i-1)$ を用いて、式(11)によってステージ i における状態 $\mathbf{Y}(i)$ を得る。
- (iii) ステージ i において、同一の状態 $\mathbf{Y}(i)$ に至る経路が複数存在するとき、その中で評価関数の累加値を最小にするものを最適経路として選択する。
- (iv) 上記(ii), (iii)を $i=1, 2, \dots, I-1$ まで繰り返す。
- (v) (iv)により最終ステージに達すればすべての施設の建設が完了するから、今度は逆に $I-1$ から 1 へ、各ステージにおける施設の最適組み合わせを拾うことによって最適解が決定される (Fig. 3 参照)。
- (2) 状態量として各ステージでの選択施設を用いる場合

システムの状態を表す変数として、ステージ i において建設可能な施設を用いた場合について考察しよう。本方法によれば、各ステージにおける状態変数はそのステージで建設可能な施設数に一致するため、前述の方法に比べ記憶すべき状態量の節減が図られる。以下にその計算手順を示す。

<計算手順>

- (i) 建設着手以前の状態としてステージ0を定義する。
- (ii) ステージ1において建設可能な施設を選択し氾濫確率を計算する。
- (iii) ステージ $i+1$ において建設可能な施設を選択し、ステージ i から選択された施設に至る経路を確認するとともに各経路に対する評価値を計算する。
- (iv) 確認された経路の中から氾濫確率の累加値を最小とするものを当該施設に至る最適経路として決定する。
- (v) 上記(iii), (iv)を $i=1, 2, \dots, I$ について繰り返す。
- (iv) 最終ステージでの評価関数を最小にする施設が最終状態の最適施設であり、ステージをさかのぼって施設を拾い出せば最適手順系列が得られる。

ただし、本方法は前述した各ステージにおいて既に建設されている施設の組み合わせを状態量に用いる方法と異なり、式(14)で示される最適性の原理の成立は保証されない。しかし、式(5)で表わされる制約条件を課することや、最終的にはすべての施設を構成することを考慮すれば、近似解を得る方法としては実用的であると思われる。以上の点を考慮し、次に、各方法について解導出のプロセスと最適性の原理について具体的に考察しよう。

- (3) 解導出のプロセスと最適性の原理

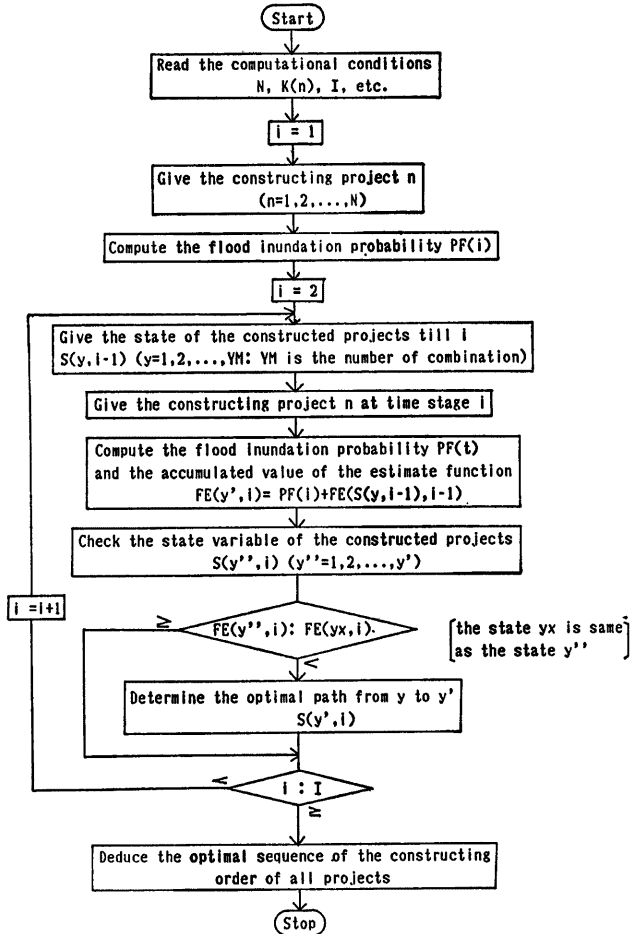


Fig.3. Flow chart of Dynamic Programming (exact method)

ベルマンによれば、最適性の原理は、「最適経路とは、最初の状態がどうであっても、それ以後の決定は最初の決定によって生じた状態に関して最適政策となるように構成しなければならない。」と述べられている。ここで、政策とは、許容される系列を導き出す決定を行う規則であり、最適政策とは最終状態変数について指定された関数を最大化（または最小化）するような政策である。

まず、建設済施設の組み合わせを状態量に用いる場合を考える。いま、ステージ $i-1$ において幾つかの異なる状態 $Y(i-1)$ が存在するとしよう。ステージ i での状態 $Y(i)$ は、式(11)により $Y(i-1)$ に決定変数 $X_i(1), X_i(2), \dots, X_i(n), \dots, X_i(N)$ のうち可能なものを加えることによって得られる。もし、ス

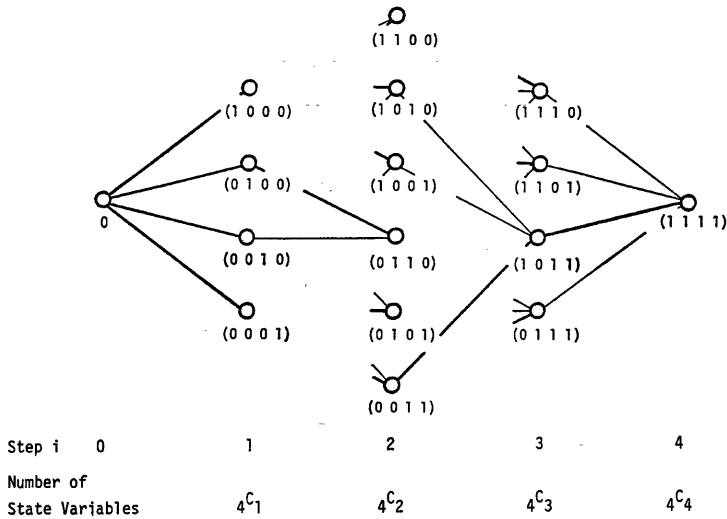


Fig.4. Computational process in Dynamic Programming (exact method)

テージ i で同一の状態 $Y(i)$ に至る経路が複数存在すれば、これらはステージ i までに建設する施設群が同じで、その建設順序のみが異なる政策を表わしていることになる。したがって、同一の状態に至る複数の経路の中から目的関数値を最小にするものをその状態に至る最適経路として選択することは、前述の最適性の原理に合致する。なぜなら、行ベクトル $Y(i)$ が任意のステージにおけるシステムの状態を完全に表わし得るからである。具体的には Fig.4 を参照されたい。

一方、状態量として各ステージでの選択施設を用いる場合、ステージ i で同一施設を建設する状態に至る経路の中から目的関数値を最小にするものを選択するという操作を行なうことになる。ところが、各ステ

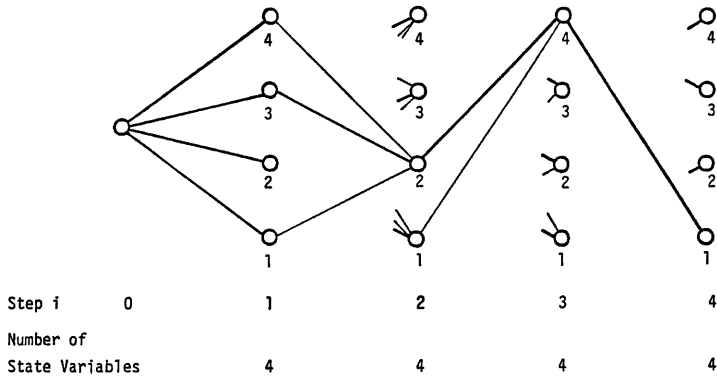


Fig.5. Computational process in Dynamic Programming (approximate method)

ージの建設施設は、水系全体の施設建設状況からみると必ずしも同一の状態を表わしているとは言えない。すなわち、本操作は、ステージ i においてある施設 n を建設するという前提のもとに、 n の先行作業としてステージ $i-1$ で建設する施設のうち最適なものを選択しているにすぎないのである。さらに、ステージ i 以後の決定はステージ i で建設する施設 n に至る経路のうちどれを選択するかに大いに左右される結果となり、DP でいう「系の過去の履歴は未来の決定に何ら影響を与えない」との前提も満たさない。ただし、最適性の原理の不成立にもかかわらず、各ステージで DP のような政策決定を行なっており、この意味から、本方法を DP 的手法を用いた多段意思決定手法と呼ぶことにする。(Fig. 5 参照)

3.2 分枝限定法による解法

分枝限定法とは、列挙法を基本とした整数計画法の 1 種であり⁵⁾、段階的建設手順問題に適用する場合には、有限な施設の可能建設順列をステージごとに選択し、選択施設を分枝変数として列挙木を形成しつつ、最適順列の方向を探ることになる。いま、任意のステージ i における節点(分枝頂点と称し、建設すべき施設を表わす)より、ステージ $i+1$ における節点(分枝変数)を選択するに際して次の判断規程が設定される。

- (a) 分枝変数によって表わされている施設が既に建設されているか、または、先行作業が完了していない場合には、その分枝変数は選択不能である。
- (b) 分枝変数で表わされる施設をステージ $i+1$ で選択することにより、少なくとも 1 つの評価地点の氾濫確率がステージ i より悪化することがあれば、当該分枝変数は選択不能である。
- (c) 分枝変数で示される施設をステージ $i+1$ で建設した場合、ステージ $i+1$ に至る氾濫確率の累加値が既に得られた実行可能解の目的関数値以上となったときには、この分枝変数は解の改善方向にないとして見切られる。

上記(a)~(c)がすべて成立すれば、当該列挙木はそれ以上発展させることができず分枝停止となり、ステージを一段もどして計算を再開することになる。具体的な計算手順は次の通りである。

<計算手順>

- (i) ステージ 0 (現況) での各評価地点ならびに流域の氾濫確率を算定する。
- (ii) ステージ i において、基準(a)により建設可能な施設(分枝変数)を選択する。
- (iii) (ii)において選択された施設を建設した場合の各評価地点および流域の氾濫確率を算定する。
- (iv) 基準(b)により実行可能施設の選択を行う。
- (v) 基準(c)による取捨選択を行う。
- (vi) ステージ i での節点に対して(ii)~(v)を行ないステージ $i+1$ での節点を求める。
- (vii) (vi)を $i=1, 2, \dots, I-1$ について繰り返し、実行可能な最終節点を求める。
- (viii) すべての最終節点のうち目的関数値を最小にするものを最適解とする。(Fig. 6 参照)

本方法は、基本的には実行可能順列を列挙する立場であり、DP を用いた解法に比べて計算回数の点で非効率となる可能性がある。しかし、上記(a)~(c)の基準を有効に活用するとともに、計算過程を幾つかのブロックに分割して、各ブロックにおいては前のブロックの最終情報(記憶)をもとにして新しい節点に対してのみ列挙木を更新する、いわゆる、会話型の計算方法の採用により、計算の実行可能性を高めることができる。さらに、近似的 DP 手法を補完する方法として、近似解近傍での適用にはかることにより近似解の特性を追求することも考えられる。また、本方法では、実行可能な建設順列を順次列挙することになるから、最適系列が途中で変更されたときの応答や、他の系列との相違点の比較など建設手順問題の解の特性を吟味するうえで、ひとつの有力な情報ともなるであろう。

3.3 即時的単純決定法

最後に、目的関数として、各ステージにおける氾濫確率の減少分を最大化する場合について考察しよう。

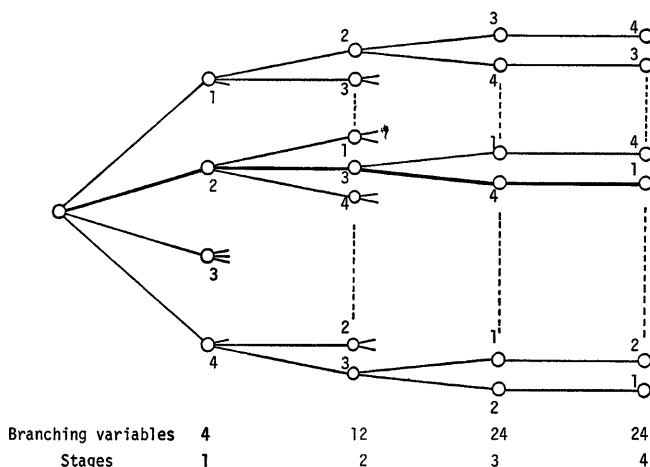


Fig. 6. Computational process in Branch-and-Bound method

実際には、建設期間を単年度ごとに分割し、制約条件の効果を考慮すれば目的(i)も(ii)も大きな差異は呈し
ないはずである。ところが、(ii)では隣り合う2ステージ間のみまたがる建設効果のみを捉えるため、各
ステージでの施設建設の即効性を重視することとなる。なお、全期間(ステージ)にわたる制御効果の連続
性は無視される。ただし、本方法によれば、目的(i)に DP あるいは分枝限定法を適用した場合と異なり、
各ステージにおいて目的関数値を最適にする施設が唯一決定されるので、かなりの計算量の減少が期待さ
れる。すなわち、全ステージ数を I とすると、ステージ i においては高々 $I-i+1$ 個の施設を比較すれば
よい。したがって、本方法によりある程度の現実性のある解が得られるならば、それを近似解として採用す
ることが可能である。

いま、本章で定義した変数 $Y(i)$, $PF_i(Y(i))$, $X_i(n)$ を用いれば、目的(ii)は、

$$Ob_2(i) = \max_{\{X_i(n)\}} \{PF_{i-1}(Y(i-1)) - PF_i(Y(i))\} \dots\dots\dots(15)$$

(i=1, 2, \dots, I)

(n=1, 2, \dots, N)

と定式化することができる。具体的な計算手順は次の通りである。

<計算手順>

- (i) $i=0$ (現況) における各評価地点および流域の氾濫確率を算定しておく。
- (ii) ステージ i において建設可能な施設を選択し、各種氾濫確率を算定することによって実行可能な施設を決定する。
- (iii) (ii) で選ばれた実行可能施設のうち、式(15)を満足するものをステージ i における最適施設とする。
- (iv) (ii), (iii) を $i=1, 2, \dots, I-1$ について繰り返すことによって式(15)に基く最適解が得られる。

なお、本方法では、ダム貯水池などのように建設が複数ステージにまたがり、1ステージのみの施工では効果が現われないような施設に対しては、無条件に建設を遅らせるという欠点がある。このような場合には、数ステージ後の完成後に初めて現われる建設効果を毎ステージの平均で評価するなどの工夫が必要となろう。

4. 建設手順問題の一般化

本章では、緩和された条件をもとにもどし、同時施工ならびに流域開発による環境変化を含めて建設手順問題をより一般的に考察する。なお、ここでは式(1)による目的関数のみを対象としている。

4.1 多施設同時施工

1ステージにある施設を一段階しか建設できない順番施工と異なり、予算額に応じて複数の施設の建設を許すのが多施設同時施工の立場である。単年度の工事予算が多いときや、予算額に比して1工区の工期が長く単年度（1ステージ）では全額を消化できない場合に相当する。以下、各々の解法について具体的な対策を考えよう。

(1) DP を用いた厳密解法による場合

順番施工を仮定した場合には、決定変数 $X_i(n)$ を第 n 列目の要素が1で他は全て0とする N 次元ベクトルと定義した。しかし、同時施工を許す場合のステージ i において複数の施設を選択することを表現するため、次のように決定変数を書き換える必要がある。

$$X_i(n, n') = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0) \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 $X_i(n, n')$ はステージ i で施設 n と n' を同時施工することを意味しており、具体的には、第 n 列と第 n' 列の要素が1で、他がすべて0の N 次元行ベクトルである。また、1ステージで施設 n を第 k 段階まで建設できるときには、 $X_i(n)$ は次の形になる。

$$X_i(n, n) = (0, \dots, 0, k, 0, \dots, 0) \dots\dots\dots(7)$$

すなわち、建設済施設の組み合わせを各ステージにおける状態量として DP の適用を計る場合には、決定変数の形状を式(6)あるいは式(7)のように拡大して用いることにより、3.1 で述べた操作と同様な手法で最適解を得ることができる。もちろん、決定変数の増加にしたがって状態量も増加することが予想され、計算の実行可能性についてさらに吟味する必要がある。

(2) DP 的手法を用いた多段的意思決定手法による場合

DP の適用に際し、各ステージにおける選択施設を状態量に用いた近似解法である。いま、3.1 で付けた制約条件 (ix) をそのまま用い、各ステージでの施設への投資額を一定とする。すると、任意のステージにおいて、投資額に見合った同時施工を行なうことのできる施設の組み合わせは、有限個に確定される。したがって、これら施設の組み合わせを各々新しい選択可能なプロジェクトとして番号を付け直し、新たな決定変数として付け加えることによって、もとの計算手順をそのまま適用することができる。

(3) 分枝限定法による場合

分枝限定法は有限な施設の可能建設順列の列挙を基本としている。したがって、同時施工を可能にするためには、1つの分枝変数あるいは分枝頂点に特定の施設を対応させるだけでなく、同時施工が可能な施設群をも包含させなければならない。これには、(2)と同様に制約条件を満足する施設群から可能な組み合わせを選び出し、新しい分枝変数、分枝頂点とする必要がある。言い換えれば、列挙木の節点となる分枝変数（頂点）を単なる選択施設を表わすものとしてではなく、各ステージにおいて選択可能な政策に対応するものと解釈することによって3.2と同様な計算手順の適用が可能となる。ただし、DP による厳密解法と同じく、計算量の大幅な増加が予想されるため、近似解法と組み合わせるなど実用化に向けての工夫を行なう必要がある。

4.2 流域の開発状況に対応した建設手順の策定

治水施設の建設手順問題は、配置・規模計画と異なり、明らかに時間軸上の問題である。したがって、建設プロセスの立案に際しては計画終了時点までの流域の変化を十分に考慮しなければならない。ところが、本研究では計算時間の短縮をはかるため、スクリーニング段階に対応する流域モデルを対象としており、流

出形態の変化そのものや氾濫域の状況を正確に捉えることはできない。そこで、流域開発の効果を、本来、制御の対象となっていない地域が資産や人口の増加によって制御を必要とするようになる現象、具体的には、評価地点が増加する問題と限定して考察を行なうことができる。なお、洪水氾濫の危険性が増加する地点が新たに続発すれば、制約条件が満足されなくなる可能性がある。こうした現象には新たな予算増額や土地利用規則など地域計画レベル、長期財政投資計画レベルでの変更が必要となるから、本研究では氾濫確率の変化情報を示すにとどめる。

(1) 評価地点の設定方法

一般に評価地点とは、過去の破堤地点もしくは重要度が比較的高く、氾濫が生じれば多くの被害が発生すると考えられる地区の代表地点を選んだものである。しかし、前述したように、流域開発が進むにつれて、予め設定されていた評価地点だけでは水系の状態を十分に評価することができなくなり、評価地点の追加が必要とされる。理論的には、評価地点の個数の増減は主に式(6)で示される制約条件式の増減として捉えることができ、3章で議論した解法の適用が可能である。しかし、実流域に適用する際には、流域モデルの構成に関するため、予め多数の仮想評価地点を設定し、不必要な地点は評価の対象から除くという方法をとらねばならない。仮想評価地点の設定基準を整理すれば、次のようになる。

- (i) ひとつの残流域に対し、少なくとも1個の評価地点を設定する。
- (ii) 本川と残流域あるいは支川と残流域との合流直下はすべて評価の対象とする。
- (iii) 流域開発が進み流出形態の変化が予想される地点では流域分割を行ない、河道との合流地点で評価する。
- (iv) 上流の河道整備によって氾濫の危険性が高まる下流都市部を評価地点にする。

もちろん、流域モデルの精度を考慮し、(i)～(iv)を適宜取捨すべきであるが、仮想評価地点系の導入によって脆弱地点の早期発見等弾力的なシステムの評価が可能となろう。

(2) 評価地点の追加方法

治水システムの策定上、最終的に必要とされる評価地点あるいは現在の流域モデルから追加していくべき評価地点の場所と日時が明らかになると、建設手順計画の中では、評価地点をどのように変動させるかを考えなければならない。評価地点の追加を含めた場合の計算法を以下に示す。

- (i) 新規の流域開発が行なわれていないときは、危険度の低い評価地点では、疎通能力を無限大として計算を行なう。
- (ii) 徐々に流域開発が進行すると、そのステージより正常な評価を行なう。
- (iii) 評価地点の追加により、制約条件が全く満足されなくなれば、適宜、次のような対策を講じる。
 - a) 土地利用規制を行なう。
 - b) 予算の追加により複数施設の同時施工をはかる。
 - c) 1ステージ以前より評価地点を追加し、制約条件の達成をはかる。
- (iv) 最適系列が得られれば、当初より全評価地点を組み込んだ場合と上記の場合を比較し、施工形態の変化を検討する。

なお、実際には、治水施設の配置・規模計画において計画最終年次の流域状況に見合った評価地点が与えられている。したがって、上記の方法は建設開始時点で不必要な評価地点を削減し、開発の進み具合に応じて流域モデルを計画最終年次の姿に近づけていくといった流れで捉えることができよう。

5. 適用と考察

5.1 最適化手法の計算量の比較

本研究で展開した最適化手法を実流域に適用するに際し、記憶容量および計算時間を比較して実行可能性を検討しよう。簡単のために4施設各1段階の建設計画を例にとって比較を行う。

まず、計算時の記憶量は状態変数の個数と相関が高いため、後者を比較すればよい。施設の組み合わせを

状態量とする厳密解法では状態量は最大6個であり、選択施設を状態量とする近似解法では、決定変数と状態変数は一致し、各ステージ最大4個ですむ。建設すべき施設が増加するにしたがい、前者は膨大な状態量を必要とするようになり、逆に、後者は、各ステージで状態量は多くとも総建設施設数と一致するのみである。一方、分枝限定法によれば、分枝頂点に至る経路を記憶するにとどまり、記憶容量に関しては大きな制約は受けない。

次に、計算時間について考察する。計算過程において最も計算時間を要するのは氾濫確率の算定であり、この計算を何回行なうかによって全計算時間が決定されると言っても過言ではない。氾濫確率の追跡回数は、施設の組み合わせを状態量とする厳密な DP では32回、選択施設そのものを状態量とする方法では28回、分枝限定法では24回となる。建設すべき施設数が増加すれば、状態量の増加とともに計算回数は増大することが予想され、第1の方法の実行可能性は計算機の能力に大きく限定されることになる。また、分枝限定法においても同様な問題が生じる可能性があるが、その程度は各施設が流域の氾濫確率に及ぼす影響の鋭敏性によって異なってくる。

以上、簡単な比較を行なったが、特に大規模流域の建設計画に対しては次のようにする必要があろう。すなわち、最も実行可能性の高い第2の方法によって近似解を得、その後、分枝限定法による補完に移り、記憶量及び計算時間の節約をはかるものである。

5.2 適用例

以上の議論をダム建設地点3、堤防建設地点5、評価地点7の流域モデルに対し適用をはかった。Fig. 7は適用流域の概要図である。建設すべき各種洪水防御施設は、Table に示すような分割施工を行なうものとし、氾濫確率の算定には、シフト・オペレーション (shift operation^{1),2)} 手法を用いたスクリーニング段階に対応するモデルを用いている。

建設済施設の組み合わせを状態量とする厳密な DP 解法では、計算機上の制約のため、全建設ステージにわたる適用は困難であったが、選択施設そのものを状態変数とする方法では、厳密解法に比べて状態量や計算量が少なく、計算機の能力による制約を受けることなく解を得ることができた。Fig. 8は得られた近似解の1例である。また、Fig. 9は建設ステージ0, 3, 8での施設の建設状況と評価地点の氾濫確率を表わした

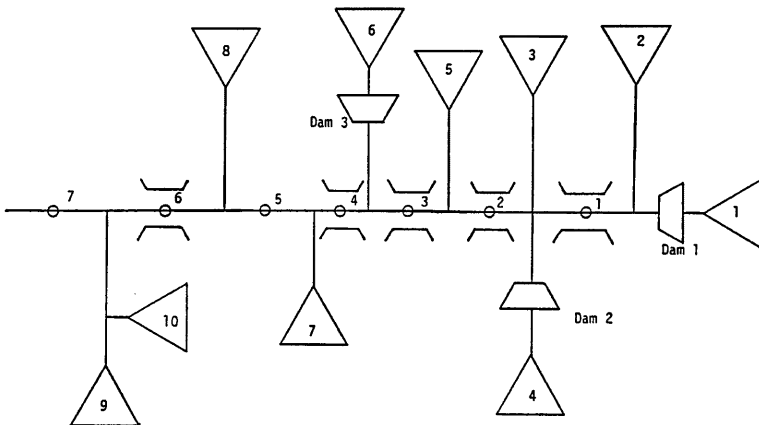


Fig. 7 The river basin model

Table. The construction work of flood control system

Project number	Site	Step	Total capacity after construction	Project number	Site	Step	Total capacity after construction
1	Dam 1	1	0.0($\times 10^4\text{m}^3$)	10	Dike 2	2	400.0
2	Dam 1	2	0.0	11	Dike 3	1	300.0
3	Dam 1	3	1058.4	12	Dike 3	2	400.0
4	Dam 2	1	0.0	13	Dike 4	1	300.0
5	Dam 2	2	453.6	14	Dike 4	2	400.0
6	Dam 3	1	0.0	15	Dike 6	1	460.0
7	Dam 3	2	453.6	16	Dike 6	2	760.0
8	Dike 1	1	240.0(m^3/sec)	17	Dike 6	3	1000.0
9	Dike 2	1	300.0				

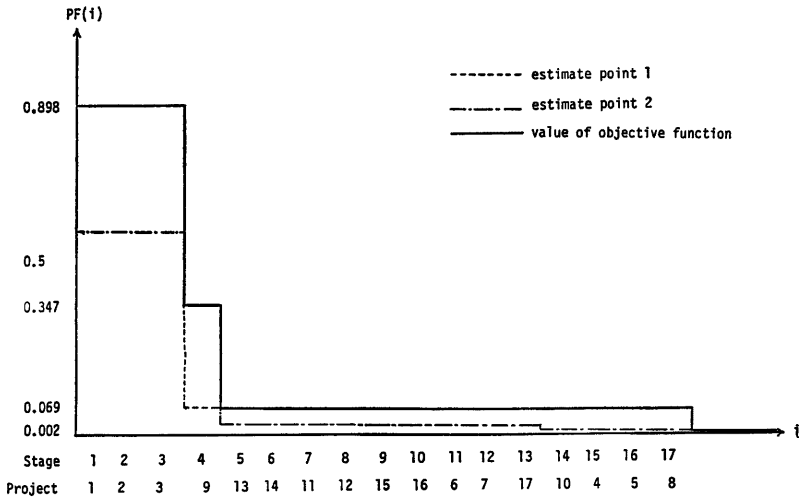
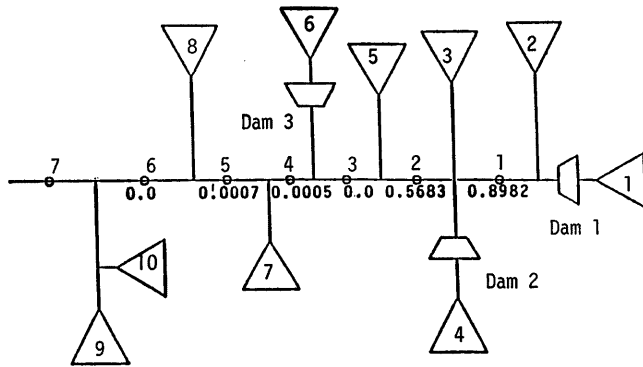
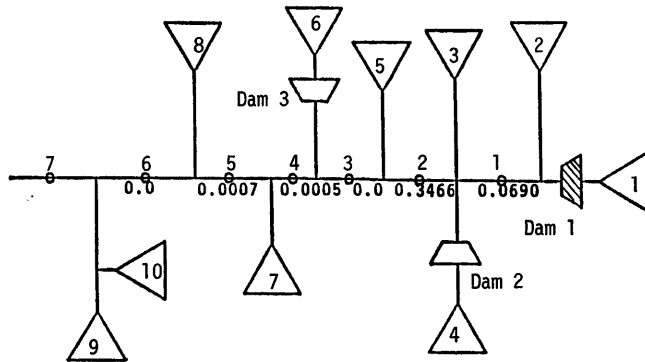


Fig. 8. The approximate solution by Dynamic Programming

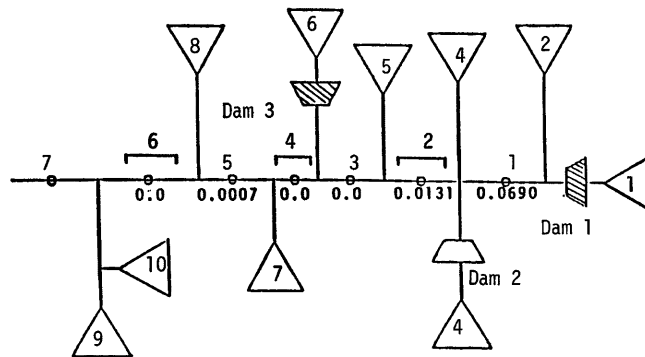
ものである。上流側のダム1は本川上に位置し、その制御効果は極めて大きく、早期に建設されている。堤防に関しても治水効果の高いところから着手されている様子を伺うことができ、上下流問題より、まず、水系全体のバランスをとることの必要性が理解できる。また、建設期間の比較的早い段階において氾濫確率の減少が大きく、後半では小さくなっていることから、即時的単純決定方法によっても類似の解が得られるであろう。さらに、Fig. 8の近似解の特徴と各施設固有の洪水防御効果、流域の特性などを考慮すれば、選択施設そのものを状態変数とする方法を用いても最適解に極めて近い解が得られることが予想される。また、氾濫確率の精度を考えると、1つの実用的な実行可能解あるいは近似解として採用する意義が明らかになる。もちろん、前述したように、この近似解より分枝限定法による探索をスタートすることも計算効率の点からは、一層、有利になる。



(a) Stage 0



(b) Stage 3



(c) Stage 8

Fig.9. The state of constructed works and flood inundation probabilities

6. 結 語

本研究は、治水システム策定の最終段階に位置づけられている段階的建設手順計画について解導出のプロセスを中心に考察したものである。ここで得られた成果をまとめると次のようになる。

- (i) 治水システムの評価指標として氾濫確率を導入し、建設手順計画と治水システムの策定手順との整合性をはかった。
- (ii) 目的関数として氾濫確率の累加値を設定し、水系一貫した建設手順計画を提案した。
- (iii) DP および分枝限定法による定式化をはかり、建設手順計画の多段決定過程の問題を解明する方法を提案した。
- (iv) 順番施工だけでなく、同時施工および流域開発による流域の変化の包含というより一般的な建設手順計画を可能にした。
- (v) シークエンシャルモデルの最適解だけでなく、実行可能解、近似解の導出方法を提案し、計画の実用化をはかった。

一方、今後の課題として、

- (vi) 各手法に対して記憶量および計算量など主として 計算機的能力からくる限界を明示し、対象地域の特性に応じた計算手法の使い分けを行なう。
- (vii) より一般化した地域に対して、建設手順計画のプログラム化とそのマニュアル化をはかる。
- (viii) より厳密な解を得るため、スクリーニングモデルだけでなく、シミュレーションモデルによる流域モデルを構成し、建設手順計画を策定する必要がある。
- (ix) 氾濫確率が大きい評価地点では、安全性を確認するという意味で流域開発の抑制あるいは土地利用規制を行ない、治水計画と一体となった地域計画の策定をはかる。

などがあげられよう。

今後、より多くの実流域への適用をはかり、本理論の実用性と有効性を高めていくことを確認して本論文の結びとする。

参 考 文 献

- 1) 高棹琢馬・池淵周一・小尻利治：水系一貫した治水計画の策定に関する研究，京都大学防災研究所年報，第25号 B-2，1982，pp.285-296.
- 2) 小尻利治・堀智晴・池淵周一：スクリーニング段階における治水システムの策定に関する研究，京都大学防災研究所年報，第27号 B-2，1984，pp.241-254.
- 3) 室田明・江藤剛治・水野雅光：治水施設の着工順位付問題に関する研究，第26回水理講演会論文集，1982，pp.367-372.
- 4) たとえば，ベルマン・小田中敏男他訳：ダイナミック・プログラミング，東京図書，1973.
- 5) H. グリンバーク，真鍋龍太郎訳：整数計画法，培風館，1976.