

# エアレーションにより生ずる流れの数値解析

岩佐 義朗・松尾 直規・尾沢 卓思  
南部 茂義

## NUMERICAL ANALYSIS OF FLUID FLOWS INDUCED BY AERATION

By *Yoshiaki IWASA, Naoki MATSUO, Takashi OZAWA*  
and *Shigeki NANBU*

### Synopsis

This paper deals with the mathematical procedure of simulation analysis for the fluid flow induced by aerations in thermally stratified waters. The previous studies for the air-bubble systems have been reviewed and the mathematical model for the air-bubble plumes is newly developed. The numerical simulation technique for the mathematical model is developed and some applications of the technique to the air-bubble plumes in thermally stratified waters are also made. Furthermore, the mathematical procedure of simulation analysis for the horizontal flow induced by air-bubble plumes is developed and examined with some case studies.

### 1. 緒 言

湖沼及び貯水池等の閉鎖性水域における富栄養化対策手段として、湖内外での種々の技術的方策が考えられており、そのうちのいくつかはすでに試験段階に入っている。しかしながら、富栄養化が、水域が占める固有の地形や含まれる環境条件、水域内での物理的・化学的・生物学的な各種要因が複雑に関係した現象であり、制御因子を特定することが容易でないことから、効果的な対策手段を見出すには至っていない。このため、富栄養化対策の手順及び方法論のシステムとして確立ならびに個々の対策手段の効果の把握が、緊急かつ重要な研究課題の一つとなっている。

本研究は、上述した富栄養化対策の一つに挙げられている曝気循環法（aeration 法）を取り上げ、その水質改善効果を水理学的に明らかにすることを最終目標に、そのための第一歩として、曝気により生ずる空気泡ブルーム及び周囲水の流れの数値解析法を開発することを目的とするものである。すなわち、まず対象とする流れに関する従来の研究について概括し、その上で、流れの運動学的挙動ならびにそれと相互に関係する水温及び空気泡密度の分布を解析するための数学モデルを、円筒座標系を用いて記述する。さらに、陽形式の差分近似と、Hirt & Cook の流速圧力同時緩和法を用いたその数値計算法を述べるとともに、いくつかの計算例について考察する。

### 2. 従 来 の 研 究

空気泡ブルーム及び周囲水の水利挙動に関しては、空気防波堤に用いられるエアバブルカーテンに関するものを中心に、種々の観点よりいくつかの実験的研究及び理論的解析が行われてきている。

例えば、Kobus<sup>1)</sup> は、室内実験により、空気泡ブルームの基本的性状を調べ、その流速分布がガウス分布に従い、ブルーム幅が発生源からの距離に比例して直線的に増大することを確かめるとともに、流速値と空気

量との関係を求めている。さらに、その実験結果に基づく諸仮定に加え、空気泡を含む流体の運動量変化が、流体塊の浮力のみに依存するという仮定を使って、水平面で積分された運動量の鉛直方向への変化を一次元的に解析している。

Cederwall<sup>2)</sup> は、均質な静止流体中の2次元、3次元空気泡システムを Kobus と同じ仮定の下に定式化し、数値解析を行うとともに、空気泡の周囲流体に対する slip 速度、空気圧縮性、水温成層の影響についても検討を加えている。同様の解析が、エアバブルカーテン流に関して岩垣ら<sup>3)</sup> によっても行われており、同時に室内実験による検討も実施されている。

また、栗原<sup>4)</sup>、北野ら<sup>5)</sup> は、Schmidt の加熱気流の運動に関する研究を拡張して、流体中の空気泡ブルームを2次元モデルとして解析し、堀口は<sup>6)</sup>、鉛直方向に静水圧分布を仮定した2次元非定常モデルを用いて数値解析を行った。

一方、Bulson<sup>7)</sup>、Bulson-Struct<sup>8)</sup>、岩垣・浅野<sup>9)</sup>、Kobus<sup>10)</sup> は、空気泡ブルームが自由表面に達して水平方向に転じた後の表層水平流の特性についても検討を行い、水平流の最大流速及び層厚と空気供給量、気泡管深さとの関係を実験的に求めるとともに、水平流の流速分布やその変化特性について報告している。

さらに、関連する研究として、各種流体内での単一気泡の形状変化と運動特性を調べたものに、Haberman-Morton<sup>11)</sup> の研究がある。

以上に述べたように、従来の理論的解析は、主として、定常場における流れの平均的挙動を種々の仮定を用いて単純化した条件の下で解く形で行われており、その基本的性状を知るという点では、一定の成果が得られている。しかしながら、実際の流れの場における現象を対象とする場合には、上述のような限られた条件の下での解析だけでは不十分であり、現実の諸条件の影響をより忠実に反映させ得るような解析手法の確立が必要である。

著者らは、そうした解析法開発の第1段階として、堀口と同様に鉛直方向に静水圧分布を仮定した円筒座標2次元モデルを作成し、その適用性を検討している<sup>12)</sup>。ところが、こうしたモデルでは、鉛直流が卓越し、流速値がかなり大きくなる場合に問題があることから、以下では、静水圧分布の仮定を行うことなく、より厳密に流れの運動学的挙動を取り扱う方法について検討をすすめる。

### 3. 空気泡ブルームの数値解析

#### 3.1 モデル化のための諸条件

まず、基礎となる空気泡ブルームの取り扱いについて述べることにする。空気泡ブルームの流れは、厳密には気液混相流であり、温度や圧力の変化に伴う気泡容積の変化、周囲流体に対する slip 速度など、空気泡の性状に関する力学的要素と流体のそれとが相互に関係し合って、一つの流れを形成している。ところが、これらの関連要素のなかには、気泡の運動に対する流体の抵抗力やそれに関係する気泡の形状変化など不明な点が少なくなく、厳密に混相流としての水理を取り扱うことは容易でない。さらに、ここでの対象は、個々の空気泡の運動とそれに伴う局所的な流体運動ではなく、多数の気泡群を含む流体の平均的な挙動である。

一方、実際の流れの場における曝気について考えてみると、曝気のための空気量は、流体の容積に対し極めて小さく、気泡径自体も通常は極めて小さいことが多い。

したがって、ここでは、対象とする空気泡ブルームを混相流として取り扱うことなく、空気泡の混入の影響を、濃度と同様の概念である空気泡密度として取り扱うことにする。このように考えれば、空気泡を含む流体に対しても、通常の水理解析に用いる基礎原理がそのまま適用される。

すなわち、空気泡を含む流体の密度を  $\rho$ 、その容積を  $V$ 、空気密度を  $\rho_a$ 、容積を  $V_a$ 、水のそれらを  $\rho_w$ 、 $V_w$  とするとき、

$$\rho V = \rho_w V_w + \rho_a V_a, \quad V = V_w + V_a \quad \cdots \cdots (1)$$

の関係より

$$\rho = \rho_w \left(1 - \frac{V_a}{V}\right) + \rho_a \frac{V_a}{V} \dots\dots\dots (2)$$

となり、 $\rho_w \gg \rho_a$  であることを用いると

$$\rho \doteq \rho_w \left(1 - \frac{V_a}{V}\right) = \rho_w (1 - S_a) \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここに  $S_a = V_a/V$  であり、これを空気泡密度と呼ぶ。なお、 $S_a$  の値は極めて小さく、連続条件としては、非圧縮性流体のそれが適用される。

次に、圧力変化に伴う空気泡の容積変化は、水深が浅い所を除くと無視されえないが、ここでは簡単のため、これを無視して考える。一方、空気泡と周囲流体との slip 速度に関しては、気泡径が極めて小さく、その値が無視し得る程である場合を除くと、空気泡密度の分布に与える影響を考慮する必要がある。そこで、slip 速度を球形粒子の沈降速度と同様に取り扱い、空気泡密度の収支則に導入を図ることにする。

さらに、水温の非一様性に起因する密度分布の影響については、Boussinesq の近似が成立するものとし、また、空気泡ブルームの流れは長時間にわたって平均的にみたととき、曝気地点より放射状に拡がる流れとみなされ、せん回流の影響も無視されるものとする。

### 3.2 基礎式

以上の諸条件を考慮すれば、基礎式は、円筒座標系  $(r, \theta, z)$  で  $\theta$  方向の各水理量変化を無視してあらわせば、平均流に関して次の様になる。

#### 1) 連続式

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

#### 2) 運動量保存則 ( $r$ 方向分値)

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r^2) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z v_r) \\ = -g \frac{\partial h}{\partial r} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_R}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \epsilon_{rr} r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon_{rz} \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \end{aligned} \dots\dots\dots (5)$$

#### ( $z$ 方向分値)

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r v_z) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z^2) \\ = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} g - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_R}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \epsilon_{rz} r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon_{zz} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \dots\dots\dots (6)$$

#### 3) 水温収支則

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r T) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z T) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \epsilon_{Tr} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon_{Tz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (7)$$

#### 4) 空気泡密度収支則

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_a}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r S_a) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z S_a) \\ = S_{a \text{ in}} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \epsilon_{ar} r \frac{\partial S_a}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon_{az} \frac{\partial S_a}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z}(v_0 S_a) \end{aligned} \dots\dots\dots (8)$$

#### 5) 圧 力

$$p = \rho_0 g(h - z) + p_R \dots\dots\dots (9)$$

#### 6) 流体密度

$$\rho = \rho_w(1 - S_a), \quad \rho_w = f(T) \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $r$ : 半径方向距離、 $z$ : 鉛直方向距離、 $v_r$ : 半径方向の流速成分、 $v_z$ : 鉛直方向の流速成分、 $t$ : 時間、

$h$ : 水深,  $g$ : 重力加速度,  $T$ : 水温,  $S_a$ : 空気泡密度,  $S_{ain}$ : 水中への空気注入による単位時間当りの発生空気泡密度,  $\varepsilon_{rr}$ ,  $\varepsilon_{rz}$ ,  $\varepsilon_{zr}$ ,  $\varepsilon_{zz}$ :  $r$  方向,  $z$  方向の渦動粘性係数,  $\varepsilon_{Tr}$ ,  $\varepsilon_{Tz}$ :  $r$  方向,  $z$  方向の温度拡散係数,  $\varepsilon_{ar}$ ,  $\varepsilon_{az}$ :  $r$  方向,  $z$  方向の空気泡密度拡散係数,  $\rho_0$ : 基準密度,  $p$ : 圧力,  $p_R$ : 圧力より基準密度による静水圧分を差し引いた圧力偏差,  $v_0$ : slip 速度である。なお,  $p_R$  及び  $v_0$  はそれぞれ次式で与えられる。

$$p_R = p - \rho_0 g(h - z) \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$v_0 = \left\{ \frac{4}{3} \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_w} \right) \frac{g \cdot d}{C_D} \right\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここに,  $d$ : 気泡径,  $C_D$ : 抵抗係数であり, (12)式は空気泡を直径  $d$  の球形粒子と仮定したときの終端上昇速度を与えるものである。

### 3.3 基礎式の展開

(4)~(8)式を Fig. 1 に示すような Control Volume について積分し, 数値解析のための基礎式として展開すると, 各式は, 中間層の Control Volume に対し, 次のように表示される。

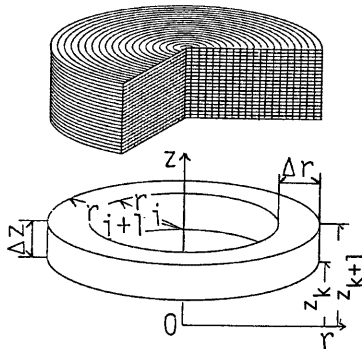


Fig. 1 Control volume

#### i) 連続式

$$|rv_r|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} \Delta z + |v_z|_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \frac{r_{i+1}^2 - r_i^2}{2} = 0 \quad \dots\dots\dots(13)$$

#### ii) 運動量保存則 ( $r$ 方向分値)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} |rv_r v_z|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} |v_z v_r|_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \\ &= - \frac{2g}{r_{i+1}^2 - r_i^2} \left\{ |r h|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} - \int_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} h dr \right\} - \frac{2}{\rho_0(r_{i+1}^2 - r_i^2)} \left\{ |rp_R|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} - \int_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} p_R dr \right\} \\ &+ \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} \left| \varepsilon_{rr} r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} \left| \varepsilon_{rz} \frac{\partial v_r}{\partial z} \right|_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \quad \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

#### ( $z$ 方向分値)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} |rv_r v_z|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} |v_z^2|_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \\ &= \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} g - \frac{1}{\rho_0 \Delta z} |p_R|_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} \left| \varepsilon_{zr} r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} \left| \varepsilon_{zz} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right|_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \quad \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

#### iii) 水温収支則

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} |rv_r T|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} |v_z T|_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \\ &= \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} \left| \varepsilon_{Tr} r \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} \left| \varepsilon_{Tz} \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \quad \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

#### iv) 空気泡密度収支則

$$\begin{aligned} & \frac{\partial S_a}{\partial t} + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} |rv_r S_a|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} |v_z S_a|_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \\ &= S_{ain} + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} \left| \varepsilon_{ar} r \frac{\partial S_a}{\partial r} \right|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} \left| \varepsilon_{az} \frac{\partial S_a}{\partial z} \right|_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} - \frac{1}{\Delta z} |v_0 S_a|_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \quad \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

ここに, 各式の水理量は空間的な平均化操作をした後のものであるが, 各記号は前出のものをそのまま用いている。

水面及び底面を含む Control Volume では、自由表面及び固定床における通常の運動学的条件及び幾何学的条件<sup>13)</sup>さらには、熱、空気との交換及び抵抗力に関する境界条件によりこれらの式が変形されるが、ここでは省略する。なお、水面及び底面においては、水、熱の出入りはなく、抵抗力は無視しうるとし、空気は水面においてのみ放出されるものとする。

### 3.4 数値計算法

#### (1) 差分式

上述した数学モデルは、(3)～(17)式を staggered scheme を用いて差分式に変形し、explicit 法により計算を進めることによって解かれる。この方法での各水理量の計算点の配置は、Fig. 2 に示すようであり、これらを使って、(13)～(17)式は次のような差分式に変形される。

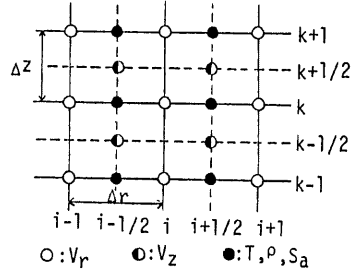


Fig. 2 Arrangement of variables in staggered scheme

#### i) 連続式

$$\frac{1}{r_{i+1/2}} \frac{r_{i+1} v_{r,i+1,k} - r_i v_{r,i,k}}{\Delta r} + \frac{v_{zi+1/2,k+1/2} - v_{zi+1/2,k-1/2}}{\Delta z} = 0 \quad (18)$$

#### ii) 運動量保存則 (r 方向分値)

$$\begin{aligned} \frac{v_{ri,k}^{n+1} - v_{ri,k}^n}{\Delta t} = & -\frac{1}{r_i} \frac{r_{i+1/2} v_{ri+1/2,k}^{n+1} - r_i v_{ri,k}^{n+1} - r_{i-1/2} v_{ri-1/2,k}^{n+1}}{\Delta r} \\ & - \frac{v_{zi,k+1/2}^{n+1} v_{ri,k+1/2}^{n+1} - v_{zi,k-1/2}^{n+1} v_{ri,k-1/2}^{n+1}}{\Delta z} - g \frac{h_{i+1/2,k}^{n+1/2} - h_{i-1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta r} \\ & - \frac{\rho_{Ri+1/2,k}^{n+1/2} - \rho_{Ri-1/2,k}^{n+1/2}}{\rho_0 \Delta r} + \frac{\epsilon_{rr}}{r_i \Delta r} \left( \frac{v_{ri+1,k}^{n+1} - v_{ri,k}^{n+1}}{\Delta r} r_{i+1/2} - \frac{v_{ri,k}^{n+1} - v_{ri-1,k}^{n+1}}{\Delta r} r_i \right) \\ & + \frac{\epsilon_{rz}}{\Delta z} \left( \frac{v_{ri,k+1}^{n+1} - 2v_{ri,k}^{n+1} + v_{ri,k-1}^{n+1}}{\Delta z} \right) \quad (19) \end{aligned}$$

#### (z 方向分値)

$$\begin{aligned} \frac{v_{zi+1/2,k+1/2}^{n+1} - v_{zi+1/2,k-1/2}^{n+1}}{\Delta t} = & -\frac{1}{r_i} \frac{r_{i+1} v_{ri+1,k+1/2}^{n+1} - r_i v_{ri,k+1/2}^{n+1} - r_{i-1} v_{ri-1,k+1/2}^{n+1}}{\Delta r} \\ & - \frac{v_{zi+1/2,k+1/2}^{n+1} v_{zi+1/2,k-1/2}^{n+1} - v_{zi+1/2,k-1/2}^{n+1} v_{zi+1/2,k-3/2}^{n+1}}{\Delta z} \\ & + \frac{\rho_0 - \rho_{Ri+1/2,k}^{n+1/2}}{\rho_0} g - \frac{\rho_{Ri+1/2,k}^{n+1/2} - \rho_{Ri-1/2,k}^{n+1/2}}{\rho_0 \Delta z} \\ & + \frac{\epsilon_{zr}}{r_{i+1/2} \Delta r} \left( \frac{v_{zi+3/2,k+1/2}^{n+1} - v_{zi+1/2,k+1/2}^{n+1}}{\Delta r} r_{i+1} - \frac{v_{zi+1/2,k+1/2}^{n+1} - v_{zi-1/2,k+1/2}^{n+1}}{\Delta r} r_i \right) \\ & + \frac{\epsilon_{zz}}{\Delta z} \left( \frac{v_{zi+1/2,k+3/2}^{n+1} - 2v_{zi+1/2,k+1/2}^{n+1} + v_{zi+1/2,k-1/2}^{n+1}}{\Delta z} \right) \quad (20) \end{aligned}$$

#### 3) 水温収支則

$$\frac{T_{i+1/2,k}^{n+1} - T_{i+1/2,k}^n}{\Delta t} = -\frac{1}{r_{i+1/2}} \frac{r_{i+1} v_{ri+1,k}^{n+1} T_{i+1/2,k}^{n+1} - r_i v_{ri,k}^{n+1} T_{i+1/2,k}^{n+1} - r_{i-1} v_{ri-1,k}^{n+1} T_{i+1/2,k}^{n+1}}{\Delta r}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\vartheta_{zi+1/2, k+1/2}^n T_{i+1/2, k+a}^n - \vartheta_{zi+1/2, k-1/2}^n T_{i+1/2, k-1+a}^n}{\Delta z} \\
& + \frac{\varepsilon_{Tr}}{r_{i+1/2} \Delta r} \left( \frac{T_{i+3/2, k}^n - T_{i+1/2, k}^n}{\Delta r} r_{i+1} - \frac{T_{i+1/2, k}^n - T_{i-1/2, k}^n}{\Delta r} r_i \right) \\
& + \frac{\varepsilon_{Tz}}{\Delta z} \left( \frac{T_{i+1/2, k+1}^n - 2T_{i+1/2, k}^n + T_{i+1/2, k-1}^n}{\Delta z} \right) \dots\dots\dots(21)
\end{aligned}$$

## 3) 空気泡密度収支則

$$\begin{aligned}
\frac{S_{ai+1/2, k}^{n+1} - S_{ai+1/2, k}^n}{\Delta t} &= \frac{1}{r_{i+1/2}} \frac{r_{i+1} \vartheta_{ri+1, k}^n S_{ai+1/2+a, k}^n - r_i \vartheta_{ri, k}^n S_{ai-1/2+a, k}^n}{\Delta r} \\
& - \frac{\vartheta_{zi+1/2, k+1/2}^n S_{ai+1/2, k+a}^n - \vartheta_{zi+1/2, k-1/2}^n S_{ai+1/2, k-1+a}^n}{\Delta z} + S_{ain}^n \\
& + \frac{\varepsilon_{ar}}{r_{i+1/2} \Delta r} \left( \frac{S_{ai+3/2, k}^n - S_{ai+1/2, k}^n}{\Delta r} r_{i+1} - \frac{S_{ai+1/2, k}^n - S_{ai-1/2, k}^n}{\Delta r} r_i \right) \\
& + \frac{\varepsilon_{az}}{\Delta z} \left( \frac{S_{ai+1/2, k+1}^n - 2S_{ai+1/2, k}^n + S_{ai+1/2, k-1}^n}{\Delta z} \right) \\
& - \frac{\vartheta_{oi+1/2, k+1/2}^n S_{oi+1/2, k}^n - \vartheta_{oi+1/2, k-1/2}^n S_{oi+1/2, k-1}^n}{\Delta z} \dots\dots\dots(22)
\end{aligned}$$

ここに、各変数の右肩に付けた添字  $n$  は時間ステップを、右下の添字  $i, k$  は  $r-z$  平面での位置を示している。また、添字中の記号  $a$  は、上流側差分をとるためのもので、これが付いた水理量に乘ぜられる流速の値が正ならば 0、負ならば 1 の値をとる。

なお、水深  $h$  は、水底より水面を含む Control volume の下側境界面までの距離  $z_{s-1/2}$  と、その Control Volume の厚さ  $\Delta z_s$  との和で求められ、 $\Delta z_s$  は次式で計算される。

$$\frac{\Delta z_{si+1/2}^{n+1/2} - \Delta z_{si+1/2}^{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{1}{r_{i+1/2}} \frac{\vartheta_{ri, s}^n r_i \Delta z_{si}^{n-1/2} - \vartheta_{ri+1, s}^n r_{i+1} \Delta z_{si+1}^{n-1/2}}{\Delta r} + \vartheta_{zi+1/2, s-1/2}^n \dots\dots\dots(23)$$

ここに、添字  $s, s-1/2$  は水面を含む Control Volume における値、及びその下側境界面における値を示している。

## (2) 計算法

以上の差分式を用いて、 $n$  ステップあるいは  $n-1/2$  ステップの値より  $n+1$  あるいは  $n+1/2$  ステップの各水理量が計算されるが、各ステップにおいて 1 回目の計算で得られた  $v_r^{n+1}, v_z^{n+1}$  は、一般に連続式を満たさないのがふつうである。そこで、連続式を満足するように、流速成分  $v_r^{n+1}, v_z^{n+1}$  及び圧力偏差  $p_R^{n+1}$  を修正し、繰返し計算によって最終的に連続式の誤差が許容値以下になるようにする。この方法は、Hirt & Cook<sup>(4)</sup> の流速圧力同時緩和法といわれるもので、(18)~(20)式より得られる  $p_R^{n+1/2}$  に関する方程式(ここでは直接使うことはないので記述していない)における連続式の誤差と  $p_R$  のそれとの関係を用いて、修正を進めていくものである。

すなわち、本計算では  $n+1/2$  ステップの圧力偏差値を 1 ステップ前の値  $p_R^{n-1/2}$  で近似するが(上述した圧力方程式を用いて計算される場合もある)、これと連続式を満たす  $p_R$  の値との差を  $\Delta p_{Ri, k}^{n+1/2}$  としたとき、連続式の誤差  $D_{i, k}^{n+1}$  と  $\Delta p_{Ri, k}^{n+1/2}$  との関係は、次式のようになる。

$$\Delta p_{Ri, k}^{n+1/2} = -\frac{1}{F} \frac{D_{i, k}^{n+1}}{\Delta t} \dots\dots\dots(24)$$

ここに

$$D_{j, k}^{n+1} = \frac{1}{r_{i+1/2} \Delta r} (r_{i+1} \vartheta_{ri+1, k}^{n+1} - r_i \vartheta_{ri, k}^{n+1}) + \frac{1}{\Delta z} (\vartheta_{zi+1/2, k+1/2}^{n+1} - \vartheta_{zi+1/2, k-1/2}^{n+1}) \dots\dots\dots(25)$$

$$\Gamma = \frac{2}{\rho_0} \left( \frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right) \dots\dots\dots (26)$$

この関係を用いて、連続式に関する修正計算を以下のように行う。

$$(D_{i,k}^{n+1})^{m+1} - (D_{i,k}^{n+1})^m = -\beta_0 (D_{i,k}^{n+1})^m \dots\dots\dots (27)$$

$$(\Delta p_{Ri,k}^{n+1})^m = -\beta (D_{i,k}^{n+1})^m, \quad \beta = \frac{\beta_0}{\Gamma \Delta t} \dots\dots\dots (28)$$

$$(p_{Ri,k}^{n+1/2})^{m+1} = (p_{Ri,k}^{n+1/2})^m + (\Delta p_{Ri,k}^{n+1/2})^m \dots\dots\dots (29)$$

$$(v_{ri,k}^{n+1})^{m+1} = (v_{ri,k}^{n+1})^m + \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta t}{\Delta r} \{ (\Delta p_{Ri-1/2,k}^{n+1/2})^m - (\Delta p_{Ri+1/2,k}^{n+1/2})^m \} \dots\dots\dots (30)$$

$$(v_{ri+1,k}^{n+1})^{m+1} = (v_{ri+1,k}^{n+1})^m + \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta t}{\Delta r} \{ (\Delta p_{Ri+1/2,k}^{n+1/2})^m - (\Delta p_{Ri+3/2,k}^{n+1/2})^m \} \dots\dots\dots (31)$$

$$(v_{zi+1/2,k-1/2}^{n+1})^{m+1} = (v_{zi+1/2,k-1/2}^{n+1})^m + \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta t}{\Delta z} \{ (\Delta p_{Ri+1/2,k-1}^{n+1/2})^m - (\Delta p_{Ri+1/2,k}^{n+1/2})^m \} \dots\dots\dots (32)$$

$$(v_{zi+1/2,k+1/2}^{n+1})^{m+1} = (v_{zi+1/2,k+1/2}^{n+1})^m + \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta t}{\Delta z} \{ (\Delta p_{Ri+1/2,k}^{n+1/2})^m - (\Delta p_{Ri+1/2,k+1}^{n+1/2})^m \} \dots\dots\dots (33)$$

ここに、添字  $m, m+1$  は繰り返し回数、 $\beta_0$  は加速パラメータであり、本計算では  $\beta_0 = 0.83$  とした。

以上の手順を、許容値  $\varepsilon$  に対し、連続式の誤差の最大値  $\max_{i,k} (D_{i,k}^{n+1})^m$  が、

$$\max_{i,k} (D_{i,k}^{n+1})^m < \varepsilon = 0.00001 \dots\dots\dots (34)$$

を満たすようになるまで繰り返し、所要の値を求める。

これまでに述べた計算法をまとめておくと、次のようである。

- 1) (23)式より表面厚  $\Delta z_{s,n+1/2}$  を計算し、水深  $h^{n+1/2}$  を求める。
- 2)  $p_R^{n+1/2} = p_R^{n-1/2}$  とおくとともに、1) で求めた  $h^{n+1/2}$  及び  $n$  ステップの諸量を用いて、(19), (20) 式より  $v_r^{n+1}, v_z^{n+1}$  の値を計算する。
- 3) (34)式を使って連続式をチェックし、これを満足しないときには、(27)～(33)式の反復計算を(34)式を満たすまで繰り返し、 $v_r^{n+1}, v_z^{n+1}, p_R^{n+1/2}$  の値を決定する。なお、2) で求めた値が(34)式を満たすときには、そのまま4)へ進めば良い。
- 4) (21), (22)式を使って  $n+1$  ステップの水温  $T^{n+1}$ 、空気泡密度  $S_a^{n+1}$  を計算する。
- 5) (10)式の関係より、4)で求めた  $T^{n+1}, S_a^{n+1}$  を使って流体密度  $\rho^{n+1}$  を計算する。
- 6) 時間ステップを進め、1)～5)の計算を繰り返す。

### 3.5 解析例とその考察

前節までに述べた計算法を用いて、空気泡プールの挙動、とくに鉛直流の特性を対象とした数値解析を **Table 1** に示す各ケースで実施し、拡散係数、slip 速度、空気泡発生源の深さ及び空気供給量の影響について検討した。

(1) 計算条件 (**Table 1** に示すものは省く)

a) 対象領域とその分割

対象とする領域は、有限な拡がりをもつ静水域内の一部分を想定し、その範囲を半径 5 m、水深 23 m の円柱状水域とした。対象領域は、 $\Delta r = 0.2$  m、 $\Delta z = 0.5$  m のリング状コントロールボリュームによって、半径方向に25、水深方向に46分割し、中心の column において、**Table 1** に示

Table 1 Test cases for Simulation Analyses

| Case No. | Slip velocity (m/sec) | Diffusion coefficient (m <sup>2</sup> /sec) | Air discharge (Nm <sup>3</sup> /min) | Depth of source (m) |
|----------|-----------------------|---------------------------------------------|--------------------------------------|---------------------|
| 1        | 1.20                  | 0.01                                        | 0.63                                 | 9.0                 |
| 2        | 0.0                   | 0.01                                        | 0.63                                 | 9.0                 |
| 3        | 2.0                   | 0.01                                        | 0.63                                 | 9.0                 |
| 4        | 1.27                  | 0.1                                         | 0.63                                 | 9.0                 |
| 5        | 1.27                  | Eq. (38)                                    | 0.63                                 | 9.0                 |
| 6        | 1.15                  | Eq. (38)                                    | 0.69                                 | 5.0                 |
| 7        | 1.11                  | Eq. (38)                                    | 0.69                                 | 10.0                |
| 8        | 1.07                  | Eq. (38)                                    | 0.69                                 | 15.0                |
| 9        | 0.97                  | Eq. (38)                                    | 0.32                                 | 10.0                |

すような位置で曝気が行われ、空気が注入される場合を想定した。この設定領域は、空気泡ブルームと周囲水との相互影響を考えるとかなり狭いと言わざるを得ないが、計算機の容量及び計算所要時間の関係から、いま述べたような領域で計算を行うことにした。

一方、コントロール・ボリュームとしての空間分割の大きさについては、それを判断する実測資料がないため、どの程度にとれば妥当かは明らかでないが、もともとの概念からは、より細分化する必要があるだろう。妥当なものを見出すことは今後の課題であるが、本計算では、上述した対象領域のそれと同じ理由で、前記の値とした。

#### b) 初期条件

流速に関しては静水状態を考え、すべて0とした。また、水面は水平であるとし、水温分布は、Fig. 3に示されるような鉛直方向の変化をすべてのcolumnにおいて与えた。なお、空気泡密度はすべてのメッシュで0とする。

#### c) 境界条件

水面及び底面における条件は、3.3で述べた通りであるが、中心軸上及び外周境界面での条件は次のようにした。

##### i) 中心軸上 ( $r=0$ の位置)

$$v_r=0, \quad \left. \frac{\partial v_r}{\partial r} \right|_{r=0}=0, \quad \left. \frac{\partial v_z}{\partial r} \right|_{r=0}=0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0}=0, \quad \left. \frac{\partial s_a}{\partial r} \right|_{r=0}=0 \quad \dots\dots\dots(35)$$

##### ii) 外周境界面

流速に関しては、境界面での流量収支が0、すなわち、

$$\sum_{k=b}^s (v_{rB,k} r_B \Delta s_k) = 0 \quad (\text{添字 } B \text{ は境界面での値}) \quad \dots\dots\dots(36)$$

を満たすように  $v_{rB,k}$  を定めるとともに、

$$\left. \frac{\partial v_r}{\partial r} \right|_{r=B}=0, \quad \left. \frac{\partial v_z}{\partial r} \right|_{r=B}=0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=B}=0, \quad \left. \frac{\partial s_a}{\partial r} \right|_{r=B}=0 \quad \dots\dots\dots(37)$$

とした。

#### d) 渦動粘性係数及び渦動拡散係数

Table 1 のケース1～4においては、運動量、温度及び空気泡密度に関する各係数はすべて等しく一定とした。一方、ケース5～9については、Prandtlの混合距離理論に基く渦動粘性係数の仮定及びReynolds相似の仮定を適用するとともに、Rouse<sup>(10)</sup>らの実験結果を参考に、

$$\begin{aligned} \varepsilon_v &= \varepsilon_{rr} = \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{zz} = 0.0256 b v_{zc} \\ \varepsilon_T &= \varepsilon_{Tr} = \varepsilon_{Tz} = 1.346 \varepsilon_v \\ \varepsilon_{s_a} &= \varepsilon_{ar} = \varepsilon_{az} = \varepsilon_T \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(38)$$

とした。ここに  $b$  はブルームの各目上の幅であり、

$$b = 0.102 (z - z_0) + 0.2$$

で計算している。また、 $v_{zc}$  は中心軸上の鉛直流速であり、 $z_0$  は、曝気位置における水底からの距離である。なお、この場合、曝気位置より下方にあるメッシュでの各係数値はすべて等しく  $0.001 \text{ m}^2/\text{sec}$  で一定であるとした。

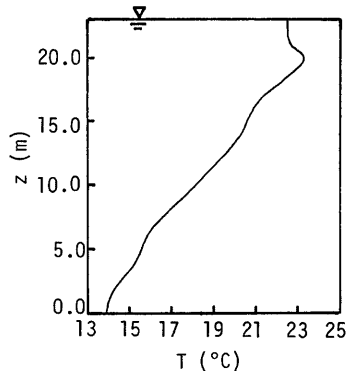


Fig. 3 Initial temperature distribution

## e) その他の条件

時間間隔  $\Delta t$  は、数値解の安定条件を満たすように、 $\Delta t=0.01$  秒とし、slip 速度は Table 1 に示される値で一定とした。計算時間は、鉛直流に関して計算値がほぼ定常に達したとみなしうるまでの時間とし、

以下の計算ではすべて50秒（5000ステップ）とした。  
以下の考察は、この50秒後の計算値を用いて進めることにする。

## (2) 計算結果

Fig. 4~6 は、計算結果の1例として、ケース7の場合の流速ベクトル、鉛直流速分布及び空気泡密度分布をそれぞれ示したものである。各図より、注入された気泡群及びそれによって生じたブルームが、水面へ向かってほぼ直線的にその分布幅を拡げながら上昇していく様子がわかる。ブルームの流れは、Fig. 4 よりわかるように、周囲水を連行しながらほぼ鉛直に上昇し、水面付近に達すると水面との相互干渉により急激にその流速を減じ、水平方向に転じており、計算値は実際のブルームのおおよその挙動をほぼ再現していると考えてよい。また、Fig. 5 に示された各断面における鉛直流速分布は、いずれもガウス分布形をとっており、この点でも定性的には良好な結果となっている。なお、Fig. 6 に示した空気泡密度の半径方向への分布も鉛直流速のそれと類似しており、また、Table 1 の各ケースで同様の結果が得られている。

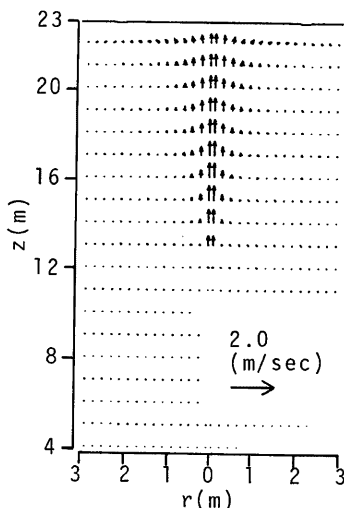


Fig. 4 Velocity vectors induced by air bubble plumes

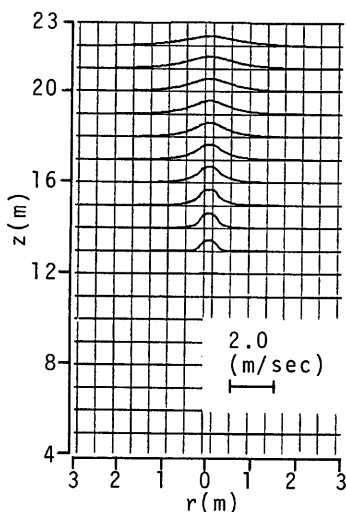


Fig. 5 Vertical velocity distribution induced by air bubble plumes

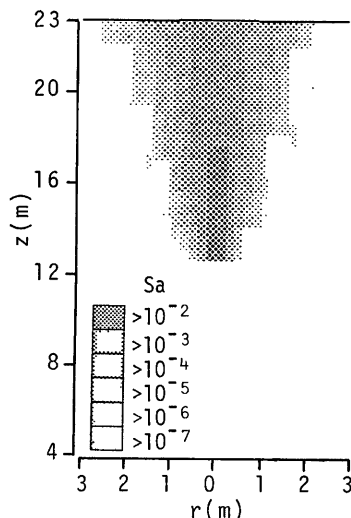


Fig. 6 Air density induced by simulation analysis

次に、拡散係数が計算値に与える影響をみるため、ケース1, 4, 5で得られた中心軸上鉛直流速の変化を示したものが Fig. 7 である。この図より、拡散係数が  $0.01 \text{ m}^2/\text{sec}$  の比較的小さい値の場合には、軸上流速の最大値が水面に近い位置（水深 1.5 m）に現われ、流速値は全体に大きな値を示すのに対し、拡散係数がその10倍の  $0.1 \text{ m}^2/\text{sec}$  のときには、曝気地点及び水面付近を除くとはほぼ様な分布となり、流速値は  $1/3$  以下に落ちていることがわかる。一方、拡散係数の値を(38)式で与えたケース5では、最大値が、曝気位置より約 3 m 上方に現われ、それより水面へ向かって徐々に低減し、他のケースと同様水深 1.5 m 付近より急減する形となっている。これらの違いは主として、鉛直方向への運動量成分及び密度偏差を支配する空気泡密度の半径方向への分布が、拡散フラックス ( $\Delta r$  の値と関係する数値拡散を含めて) によって左右される結果と考えられ、対象とするブルームの物理特性を正しく表現するには、半径方向の各係数値を正しく把握することが極めて重要であることを再確認させるものといえよう。空気泡ブルームに関する各種拡散係数の値については、実測値がないため明らかでないが、今後とも重要な研究課題である。

Fig. 7 の結果を、実際の場における実測資料と比べることは、資料数が乏しく測定精度も余り良くないことから困難であるが、Kobus<sup>1)</sup> の室内実験の結果と比較してみると、点源から放射状に拡がる3次元ブルームの場合には、ケース5の結果が定性的に一致し、ケース1の結果は、線源からの2次元的ブルームのそれに近いようである。

一方、空気泡の slip 速度の影響を、ケース1～3の計算結果よりみると、Fig. 8 のようになる。同図より slip 速度を変えても軸上鉛直流速の分布は変わらないが、流速値自体は、slip 速度が大きい場合程小さな値となることわかる。

さらに、Fig. 7 及び Fig. 8 に示した各ケースにおけるブルーム幅の変化をみると、Fig. 9 のようである。ここでいうブルーム幅とは、鉛直流速の分布をガウス分布としたとき、中心軸上流速の  $e^{-1}$  倍の流速値となる点の中心軸からの距離である。同図より、ブルーム幅は、ケース4の場合を除くと、いずれも水面付

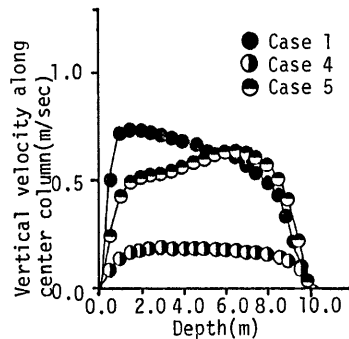


Fig. 7 Vertical velocity above source of air in cases of various diffusion coefficients

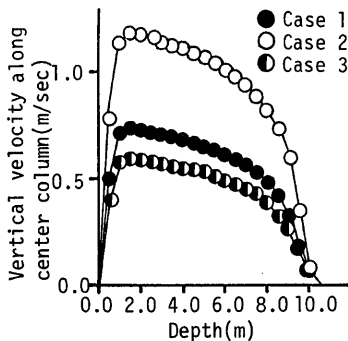


Fig. 8 Vertical velocity above source of air in cases of various slip velocities

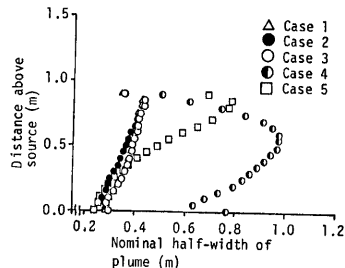


Fig. 9 Nominal half-width of plumes in cases of various diffusion coefficients and slip velocities

近以外では発生源からの距離に比例して増加していることがわかる。水面付近のブルーム幅の減少は、Fig. 4 にみられる水平流への展開、及び Fig. 7, 8 における中心軸上流速の減少と互に関連するものであり、水面の影響を表わしている。拡散係数及び slip 速度の影響については、前者がブルーム幅の増加率に大きく影響しているのに対し、後者はほとんど影響を与えていない。このことは、Fig. 7 及び Fig. 8 のところで述べた中心軸上流速の変化傾向に対応するものであり、slip 速度が空気泡密度すなわち密度偏差の半径方向への分布にはほぼ無関係で、ブルームの定性的特性を左右するものではないことを示している。なお、ケース 5 の計算値の変化率は、図中に示す Rouse<sup>15)</sup> の実験結果より得られた傾きとはやや一致しないが、それ程大きな差はなく、(38)式の関係を反映していると考えて良い。

Fig. 10, 11 は、曝気位置及び空気供給量すなわち発生空気泡密度を変えたときの計算結果を、中心軸上鉛直流速の分布と比較したものである。まず、Fig. 10 より、中心軸上流速は、空気泡発生源が 10 m, 15 m のときには余り変わりはないが、5 m の場合には、水面までの距離が短いために加速区間からすぐに水面との相互干渉域へ移るような形の分布になっていることがわかる。また、流速の最大値は、発生源の水深が浅い程大きな値となっている。これは、標準状態での空気供給量が同じであれば、水深が浅い程、発生空気泡密度が大きいこと、すなわち周囲水との密度差が大であることによるものであり、Fig. 11 において、空気供給量すなわち発生空気泡密度が大である程、流速値が大きくなることと共通していると考えられる。

Fig. 12 には、Fig. 10 及び 11 に示した各ケースにおける前述のブルーム幅の変化を比較している。同図においては、空気泡発生源の水深が浅い程、また空気供給量が大い程、いいかえれば上に述べたと同様、発生空気泡密度が大い程、ブルーム幅の変化率が大きくなる傾向がみられるが、その程度は極くわずかであり、余り大した違いではない。

空気泡発生源の深さ及び空気供給量とブルーム性状とのこうした関係は、定性的には従来の実験結果<sup>11-15)</sup>を説明しうるものである。しかしながら、発生源の深さの影響については、上述した要素の他にも、底面等の境界面の存在、周囲水の水温分布（密度分布）、さらには空気泡の上昇に伴う容積変化（本計算では考慮していない）などが関係するため、さらに今後の検討を要するであろう。

ところで、ブルームあるいは噴流と周囲水との関係を表わす概念の一つに「連行」があるが、最後に、これについて若干の検討を行うことにする。いま、ブルームの発達に伴う周囲水の連行と、それによるブルーム内流量  $Q_z$  の変化率との関係を、連行係数  $\alpha_z$  を用いて

$$\frac{dQ_z}{dz} = 2\pi b_z \alpha_z v_{zc} \quad \dots\dots\dots (39)$$

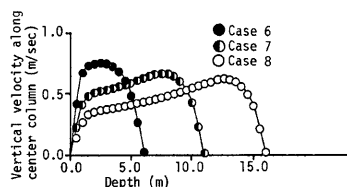


Fig. 10 Vertical velocity above source of air in cases of various source depths

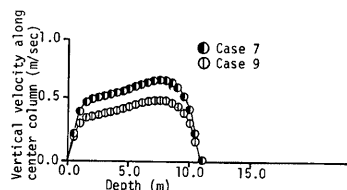


Fig. 11 Vertical velocity above source of air in cases of various air discharges

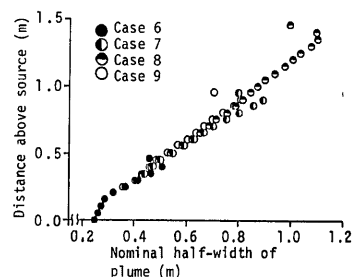


Fig. 12 Nominal half-width of plumes in cases of various source depths and air discharges

で記述し,  $Q_z$  を  $V_z$  に関するガウス分布の仮定より

$$Q_z = \int_0^\infty 2\pi v_z r dz = 2\pi v_{zc} \int_0^\infty e^{-v^2/b_z^2} r dr = \pi v_{zc} b_z^2 \quad \dots\dots\dots (40)$$

で定義するならば, 連行係数  $\alpha_z$  は, (40)式を(39)式に代入して変形した後, 次のように表示される。

$$\alpha_z = \frac{d}{dz} (v_{zc} b_z^2) / 2v_{zc} b_z \quad \dots\dots\dots (41)$$

そこで, (41)式の差分近似式を,

$$\alpha_{zk} = \frac{v_{zc,k+1} - v_{zc,k-1}}{4\Delta z \cdot v_{zc,k} \cdot b_{zk}} \quad \dots\dots\dots (42)$$

として,  $z = z_k$  における連行係数を計算値より求め, ケース6～9の場合について図示すると, Fig. 13 のようになる。

Fig. 13 より連行係数の値  $\alpha_z$  は, いずれも空気泡発生源で約0.108の最大値をとり, そこからの距離の増

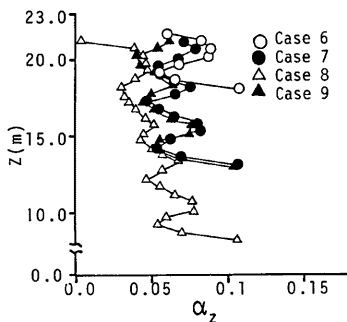


Fig. 13 Entrainment coefficient in cases of various source depths and air discharges

加とともに, 増減を繰り返しながら徐々に低下していくことがわかる。発生源からの距離が等しいところでの  $\alpha$  の値は, 発生源の位置が浅い程, また, 発生空気泡密度が大きい程大きな値となっているが, 余り大きな差はなく, Fig. 12 に示したブルーム幅の変化率の違いと対応した結果となっている。この点は, Cederwall<sup>29</sup> が, 解析的に求めた連行係数とブルーム幅の変化率との関係と定性的に一致している。なお, 各ケースにおける  $\alpha_z$  の値はかなりの幅をもってはいるが, Kobus<sup>19</sup> の実験あるいは Rouse<sup>15)</sup> らの軸対称ブルームに関する実験結果より求められた値は, その範囲内にあり, 得られた計算結果は概ね妥当であろう。

以上の結果より, 計算値は少なくとも定性的には従来の実測値より得られる空気泡ブルームの特性をほぼ表現していると考えられ, 計算条件やパラメータの設定に多

小の問題を残してはいるが, 本章で述べた解析法はエアレーションに伴う流れに対し十分適用しうるものといえよう。なお, ここでは比較すべき資料が十分でないため, 定量的な検討は行い得なかったが, 今後, 各種拡散係数及び slip 速度の値など残された課題についての検討を進めるとともに, それに基く解析法ならびに計算条件の改良を図り, 実際現象への適用を進めていきたい。

また, 本章での計算は, 空気泡ブルームの鉛直流特性のみを対象としたため, ブルームに伴う水平流についての検討は行い得なかった。この水平流を含めた解析を行うには, より多くの計算ステップ数とより広い計算対象領域を必要とするが, ここで述べた計算法では膨大な記憶容量と時間を要し不経済となる。そこで, 次章では, 本章で述べた数値解析法を単純化した方法によって, この水平流を取り扱い, その結果を考察する。

#### 4. 表層水平流の数値解析

本章では, エアレーションにより生じた空気泡ブルームが氷表面に達して水平方向に転じた後の表層水平流を対象とした数値解析法を述べ, その適用例について考察する。

##### 4.1 数値解析法

ここで対象とする表層水平流についても, 厳密には, 前章で述べた解析法が適用される。しかしながら,

表層水平流では、水平方向の流速成分に対し鉛直方向のそれは比較的小さく、その加速度については最早無視し得る程であることから、鉛直方向の流速成分に対する運動量保存則を静水圧分式で近似し、モデルの単純化を図ることとする。また、空気泡密度及び気泡径は既に十分小さく、空気泡の slip 速度は無視しうるものとする。

したがって、表層水平流を対象とした数値解析モデルは、3.3での表示法に従うとき、次のようになる。

- 1) 連続式：(13)式に同じ。
- 2) 運動量保存則（ $r$  方向分値）：

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} |rv_r|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} |v_z v_r|_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \\ = - \frac{2}{\rho_0(r_{i+1}^2 - r_i^2)} \left\{ |rp|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} - \int_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} p dr \right\} \\ + \frac{2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} \left| \epsilon_{rr} r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right|_{r=r_i}^{r=r_{i+1}} + \frac{1}{\Delta z} \left| \epsilon_{rz} \frac{\partial v_r}{\partial z} \right|_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \dots\dots\dots (43) \end{aligned}$$

（ $z$  方向分値）

$$p = \int_z^{z_s} \rho g dz \dots\dots\dots (44)$$

- 3) 水温収支則：(16)式に同じ。
- 4) 空気泡密度収支則：(17)式において  $v_0$  に関する右辺第 4 項を省略したもの。

上述の各式を用いた数値計算は、3.4で述べたと同様の差分近似法により進められるが、この場合には、鉛直方向の流速成分  $v_z$  が連続式より求められることになるため、3.4の(2)に述べた修正計算は必要としない。

## 4.2 解析例とその考察

### (1) 計算条件

ここでは、実際の貯水池におけるエアレーション実験の実測資料に基いて水平流の追跡を試みた例を述べる。このときの計算条件は以下のものである。

#### (a) 対象領域

水深 23.9 m、半径 25 m の水域を考え、 $\Delta z=0.5$  m、 $\Delta r=1.0$  m としてそれを  $48 \times 25$  の円型セルに分割した。

#### (b) 境界条件

半径 1 m 及び半径 25 m の各円筒断面を、それぞれ内側、外側の境界面とし、前者では実測された水平流速分布ならびに水温分布を与え、後者では水位を初期水位に固定した。また、空気泡密度の分布は、水平流速のそれと相似であると仮定し、その最大値を 0.001, 0.0005, 0.0001 と変化させた 3 ケースと、その値をすべて 0 としたケースの合計 4 ケースについて検討した。なお、底面及び水面における条件は、前章の計算の場合と全く同様である。

#### (c) 初期条件

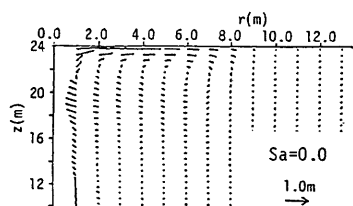
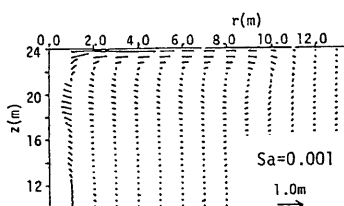
静水状態を考え、流速値はすべて 0 で水面は水平であるとした。また、水温分布は半径方向に一様として、実測の鉛直分布を与え、空気泡密度はすべて 0 とした。

#### (d) その他の条件

渦動粘性係数ならびに水温、空気泡密度の拡散係数はすべて等しく一定であると仮定し、 $0.01 \text{ m}^2/\text{sec}$  の値を与えた。計算時間間隔  $\Delta t$  は安定条件を満足するように  $\Delta t=0.02$  秒とし、計算時間は 200 秒（10,000 ステップ）とした。

### (2) 計算結果

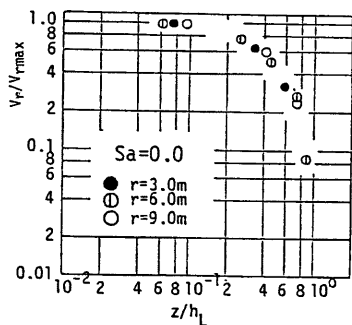
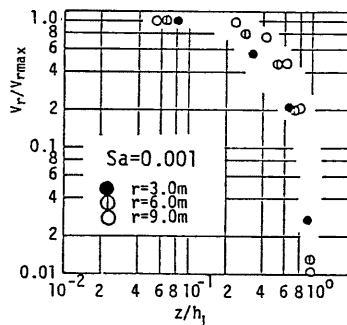
得られた表層水平流の計算例を Fig. 14 及び Fig. 15 に示す。Fig. 14 は、境界面での空気泡密度を 0

Fig. 14 Horizontal velocity vectors induced by air bubble plumes ( $S_a=0.0$ )Fig. 15 Horizontal velocity vectors induced by air bubble plumes ( $S_a=0.001$ )

とした場合、**Fig. 15** はその最大値を0.001とした場合のものであるが、後者の方が前者に比べより遠方にまで水平流が到達していることがわかる。水平流の層厚は、いずれも半径 3 m 付近で約 2 m にまで減じ、それ以後では徐々にその厚さを増している。外へ向かう表層水平流の下には、中心部へ向かう逆向きの流れが存在し、その一部は表層水平流に連行される形で循環流を形成している。これらの水平流に関する概要は、実測値より得られるものと概ね一致している。

つぎに、上述した各ケースにおける水平流の流速分布についてみると、**Fig. 16** 及び**17**のようである。両図では、縦軸に各点の流速  $v_r$  とその最大値  $v_{rmax}$  との比、横軸に水深  $z$  と水平流の層厚  $h_l$  との比をとっている。**Fig. 16** の空気泡密度を 0 としたケースでは、距離の増加に関係なく各断面でほぼ相似な分布形となっているのに対し、**Fig. 17** の場合には、距離の増加とともに、指数分布に近い形から放物線分布へと移行していく傾向がみられる。これは、先に述べた水平流の層厚変化と対応するもので、空気泡密度すなわち密度偏差を与えられたことによる密度流効果が、距離の増大とともに徐々に失われていく結果と考えられる。なお、指数分布に従う部分の傾きは、実測値より得られているもの<sup>16)</sup>とほぼ同程度である。

**Fig. 18** は、境界条件を与えた半径 1 m の断面における平均流速  $v_{r1}$  と各断面での平均流速  $v_r$  との比を縦軸に、各断面の中心からの距離  $r$  を上述した境界面での層厚  $h_l$  で無次元化した値を横軸にとって、水平流のてい減状態をみたものである。同図には、境界面での空気泡密度を変えた 4 ケースの計算値をプロットしているが、いずれも水平流速のてい減率は一定でなく、図上の傾きでみると 3 つの領域に分かれるようである。こうした傾向は、中村ら<sup>17)</sup>によるエアバブルカーテン流に伴う水平流の実測結果でも指摘されており、水平流の定性的なてい減特性を表現したものと考えられる。境界面で与えた空気泡密度の影響については、その値が大きい程水平流のてい減は緩やかとなっている。

Fig. 16 Horizontal flow velocity ( $S_a=0.0$ )Fig. 17 Horizontal flow velocity ( $S_a=0.001$ )

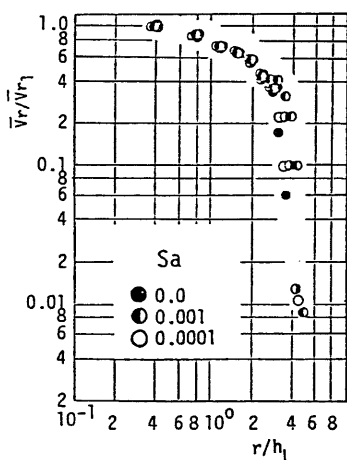


Fig. 18 Horizontal flow velocity versus distance from centerline

の密気泡密度（密度偏差）の分布や各種拡散係数の値などが実際とは異なることが主な原因と考えられるが、それ以上の事は、十分な実測値が得られていない現段階では明らかでない。

## 5. 結 言

本研究では、エアレーションにより生ずる空気泡ブルーム及びそれに伴う表層水平流のシミュレーション・モデルによる数値解析法について述べ、それらの計算例を示した。得られた結果を検討した結果、ここで述べた数学モデルならびに数値計算法が、対象とする流れの特性を少なくとも定性的には良好に再現しているものであることが確かめられた。しかしながら、実際現象への適用にあたっては、本文中に述べたような多くの課題が残されており、今後はそれらの課題について基礎実験や現地観測によってさらに検討を加えるとともに、計算時間の短縮を含めた計算法の改良を図り、現地への実地的な適用を進めてエアレーションにより生ずる流れの水理特性を定量的に明らかにしていきたいと考えている。

最後に、本研究の計算ならびに作図に多大の援助をいただいた大学院生太鼓地敏夫氏に感謝の意を表します。なお、本研究の一部は、昭和57、58年度文部省科学研究費補助金（試験研究(2)、代表者 岩佐義朗）によって行なわれたこと、また計算は京都大学大型計算機センターによったことを附記する。

## 参 考 文 献

- 1) Kobus, E. H.: Analysis of the Flow Induced by Air Bubble Systems, Proc. 11th Conference on Coastal Engineering, 1968, pp. 1016-1031.
- 2) Cederwall, K. and J. D. Ditmars: Analysis of Air-bubble Plumes, C.I.T. Report, KH-R-24, 1970, pp. 1-5.
- 3) 岩垣雄一（代表者）：空気防波堤の性能向上に関する研究，昭和54・55年度文部省科学研究費，試験研究(2)研究成果報告書，1981，pp. 1-56.
- 4) 栗原道徳：空気防波堤の研究に就いてⅥ—深水に於ける気泡噴流に就いて，九州大学応用力学研究所所報，第13報，1959，pp. 39-54.

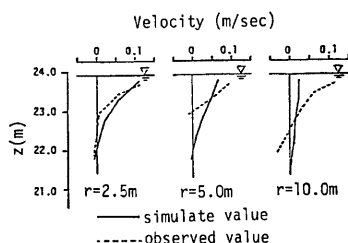


Fig. 19 Comparison of simulated velocities to observed ones in horizontal flow fields

最後に、Fig. 15 に示した計算結果と実測値との比較を Fig. 19 に示す。同図より境界条件を与えた断面より離れるに従って計算値と実測値との一致が悪くなるのがわかる。とくに、計算値では水平流の層厚が実測値に比べかなり大きく、その結果、流速のてい減が著しくなっている。こうした不一致は、境界面での

- 5) 北野義則・田中綏彦・粟谷陽一：静水中における気泡噴流の性質，土木学会論文報告集，第253号，1976.
- 6) 堀口孝男：空気混相流による水質改善の現地実験とその解析，第29回海岸工学講演会論文集，1982，pp. 599-603.
- 7) Bulson, P. S.: Current Produced by an Air Curtain in Deep Water, The Dock and Harbour Authority, 1961, pp. 15-22.
- 8) Bulson, P. S. and M. I. Strutt: The Theory and Design of Bubble Breakwater, Proc. 11th Conference on Coastal Engineering, Vol. II, 1968, pp. 995-1015.
- 9) 岩垣雄一・浅野敏之：空気防波堤の相似則と必要空気流量，土木学会論文報告集，第337号，1983，pp. 101-110.
- 10) Kobus, E. H.: Berechnungsmethode für Luftschleiv-Strömungen zur Auslegung von Pressluft-Ölsperren, Wasserwirtschaft, Band 62, Hett 6, 1972, pp. 159-166.
- 11) Haberman, W. L. and Morton, R. K.: An Experimental Study of Bubbles Moving in Liquids, Proc. ASCE, Vol. 80, 1954.
- 12) 松尾直規・岩佐義朗・大鼓地敏夫：気泡ブリームの数値解析：第38回土木学会年次学術講演会概要集，1983.
- 13) 岩佐義朗：開水路流れのモデリング法，1980年度水工学に関する夏期研修会講義集，71-A-3, 1971.
- 14) Hirt, C. W. and Cook, J. L.: Calculating Three-Dimensional Flows around Structures and over Rough Terrain, Jour. Computational Physics, Vol. 10, 1972, pp. 324-340.
- 15) Rouse, H., C. S. Yih and H. W. Humphreys: Gravitational Convection from a Boundary Source, Tellus, Vol. 4, 1952, pp. 201-210.
- 16) 建設省木津川上流工事事務所：木津川上流水質汚濁調査業務報告書，1983.
- 17) 中村 充・大西亮一・萩野静也・井上謙一：エアバブルカーテンによる水質改善に関する研究，第20回海岸工学講演会論文集，1973，pp. 239-245.