

土の弾塑性構成式の三軸試験による検証

三村 衛・中野 伸也・清水 博樹

COMPARISON OF ELASTO-PLASTIC CONSTITUTIVE EQUATIONS WITH EXPERIMENTAL RESULTS OF TRIAXIAL COMPRESSION TESTS

By Mamoru MIMURA, Shin-ya NAKANO and Hiroki SHIMIZU

Synopsis

The static behaviors of undisturbed clay under drained and undrained triaxial compression are studied. Triaxial compression tests were carried out in the axial strain rate of 0.000781%/min. We discuss about the prediction abilities of elasto-plastic constitutive equations, Cam-Clay Model, Modified Cam-Clay Model, and Pender's Model. On the purpose, experimental data of drained and undrained triaxial compression tests are compared with calculations using these models.

The results give some facts, it is difficult for elasto-plastic constitutive equations to predict exactly the behaviors of clay, drainage condition has much effect on the deformation of clay under triaxial compression, and that some problems, for example, estimation of hardening of clay, the determination of parameters and so on, were remained for elasto-plastic constitutive equations.

1. ま え が き

金属などの非硬化材料に対しては、塑性力学の分野で古くから、応力～ひずみ関係式が提案され、その種々の変形に対して厳密解や数値解が与えられている。土質力学で対象とする土は、金属などとは異なって変形に伴って硬化することが多い。従って塑性力学で提案されてきた構成式は、ひずみ硬化型材料に対してはその適用が著しく制限され、変形挙動を予測することは極めて難しい。また、土は単体ではなく、土粒子、水、空気の実体で、変形に伴って体積も変化し、外的応力によって間隙水圧も発生する。こうした特徴を持った土に対する構成式は、1960年前後から、世界各国で理論的、実験的に研究が進み、数多くのモデルが提案されてきた。その後、電算機の急速な発達、普及に伴って、有限要素法を用いた境界値問題の解析が可能となり、地盤の挙動を数値的に表現できるようになったので、構成式の役割は、土の物性の解明に対する必要性和相まって、非常に重要なものになったといえよう。本研究では、粘性土に対する代表的な弾塑性構成式をいくつか取り上げ、室内要素試験を併せて行ない、モデルの挙動予測能力について考察する。取り上げた構成式は、Cam-Clay モデル、修正 Cam-Clay モデル、及び Pender モデルである。各構成式の比較検討を行なうにあたり、不攪乱大阪沖積粘土を用いて、標準圧密試験、静的載荷速度による非排水三軸圧縮試験、排水三軸圧縮試験を実施した。また構成式自身が持っている問題点、排水条件が土の変形に及ぼす影響、土質パラメータの選定上の問題についても触れることにする。

2. 弾 塑 性 構 成 式

本章では、粘性土に対する代表的な構成式として、Cam-Clay モデル、修正 Cam-Clay モデル、Pender の

モデルを取り上げ、その概説を行なう。

2.1 Cam-Clay モデル

Roscoe らは、土を弾塑性体と仮定して繰返した正規圧密粘土の等方応力下における挙動を説明できる構成式を提案した¹⁻⁴⁾。一般に Drucker の仮説を適用する場合、降伏関数 f を与えれば、構成式は決定される。Roscoe らは、Drucker の仮説による直交則に彼らが独自で提案したエネルギー消散の仮定を併せて降伏関数を決定し、構成式を次式のように誘導した。

$$dv = \frac{1}{2.3} \frac{C_c}{(1+e_0)} \left[\frac{dp'}{p'} + \left(1 - \frac{C_s}{C_c} \right) \frac{d\eta}{M} \right] \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

$$d\varepsilon = \frac{1}{2.3} \frac{(C_c - C_s)}{(1+e_0)} \left[\frac{p' d\eta + M dp'}{M p' (M - \eta)} \right] \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

ここで η は応力比 q/p' を示す。Cam-Clay モデルにおけるパラメータは、 C_c , C_s , M , Γ の4個である。 C_c , C_s は、圧密膨潤試験の $e \sim \log p'$ 関係において、それぞれ処女圧縮線、膨潤線の勾配として定義される。 M は限界状態における応力比 q/p' であり、非排水三軸圧縮試験より求められる。 Γ は、 $e \sim \log p'$ 面上に投影された限界状態線上で $p' = 1.0 \text{ kgf/cm}^2$ に相当する間隙比であり二種類以上の非排水三軸圧縮試験より、限界状態線を $e \sim \log p'$ 面上に投影することによって求められる。

2.2 修正 Cam-Clay モデル

Roscoe, Burland⁵⁾, Burland^{6), 7)} はエネルギー消散の仮定を修正して修正 Cam-Clay モデルを誘導した。Cam-Clay モデルと全く同様の演算の後、応力～ひずみ関係は次式のように求められる。

$$dv = \frac{1}{2.3} \frac{1}{(1+e_0)} \left[(C_c - C_s) \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} d\eta + C_c \frac{dp'}{p'} \right] \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

$$d\varepsilon = \frac{1}{2.3} \frac{(C_c - C_s)}{(1+e_0)} \frac{2\eta}{(M^2 - \eta^2)} \left[\frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} d\eta + \frac{dp'}{p'} \right] \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

パラメータは Cam-Clay モデルと全く同じ4個である。

2.3 Pender モデル

Pender は、過圧密状態にある粘性土に対し、これをひずみ硬化弾塑性体と仮定して、軸対称等方応力下及び異方応力下における挙動を表現できる構成式を与えた⁸⁾。さらに繰返し載荷に適用し⁹⁾、拡張して正規圧密粘土の挙動をも表現できる統一的なモデルを誘導した¹⁰⁾。詳細は付録に譲って、誘導された応力～ひずみ関係を次式で示す。

$$dv = \frac{2C_s \left(\frac{p_0}{p_{cs}} - 1 \right) \frac{p'}{p_{cs}} \eta d\eta}{2.3 M^2 (1+e_0) \left(2 \frac{p_0}{p'} - 1 \right)} + \frac{(C_c - C_s)}{2.3 (1+e_0)} \left\{ \frac{dp'}{p'} + \frac{2 \frac{p'}{p_{cs}} \left(\frac{p_0}{p_{cs}} - 1 \right) \eta}{M^2 \left(2 \frac{p_0}{p'} - 1 \right)} d\eta \right\} \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

$$d\varepsilon = \frac{2C_s \frac{p'}{p_{cs}} \eta \cdot d\eta}{2.3 M^2 (1+e_0) \left(2 \frac{p_0}{p'} - 1 \right) \left(M - \frac{p_0}{p_{cs}} \eta \right)} + \frac{(C_c - C_s)}{2.3 (1+e_0)} \frac{\eta}{(M - \eta)} \left\{ \frac{dp'}{p'} + \frac{2 \frac{p'}{p_{cs}} \left(\frac{p_0}{p_{cs}} - 1 \right) \eta}{M^2 \left(2 \frac{p_0}{p'} - 1 \right)} d\eta \right\} \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

パラメータは Cam-Clay モデルと全く同様の4個である。またパラメータ p_{cs} は土が限界状態に達した時の平均有効応力で、正規圧密粘土では p_0/p_{cs} は一定と仮定されている。

3. 実 験

3.1 試料と実験

実験に用いた試料は、大阪南港地区よりシンウォールサンプラーで採取した不攪乱沖積粘土であり、その物性値を **Table 1** に示す。カサグラndeの分類では、高塑性無機質粘土である。試料はラップ、アルミ箔による密封とパラフィンシールを施し、含水比の変化を防止することに留意して保存した。

実験は、標準圧密試験装置による圧密膨潤試験と、*N. G. I.* 型三軸試験装置を用いた、側圧一定のひずみ速度非排水三軸圧縮試験、及び、定ひずみ速度排水三軸圧縮試験である。せん断に先立って、所定の拘束圧までは、24時間間隔で等方圧密させ、せん断時の拘束圧で48時間放置した。なお、非排水三軸圧縮試験では、 1.0 kgf/cm^2 の背圧を作用させた。排水は、円柱供試体にドレーン用ろ紙を巻き付けることにより、半径方向にのみ許した。間隙水圧は、供試体底面中央で計測した。

弾塑性構成式と比較するためには、定常状態が得られる程度にひずみ速度を小さくするのが理想的であり、ここでは、 $\dot{\epsilon}_{11} = 7.81 \times 10^{-4} \text{ \%/min.}$ を採用した。有効拘束圧 p_o' は非排水三軸圧縮試験に対し、 $2.0, 4.0, 6.0, \text{ kgf/cm}^2$ 、排水三軸圧縮試験に対しては、 $2.0, 3.0, 4.0, 5.0 \text{ kgf/cm}^2$ である。

Table 1 Properties of Osaka Alluvial Clay

SILT (%)	CLAY (%)	L.L. (%)	P.L. (%)	P.I.	Gs
37	63	100.5	37.2	63.3	2.67

3.2 実験結果とパラメータの決定

実験結果から、構成式に含まれる各種のパラメータを求める。まず、圧縮指数 C_e と膨潤指数 C_s を決定するための標準圧密試験結果を **Fig. 1** に、得られた値を **Table 2** に示す。次に **Fig. 2** は、非排水三軸圧縮試験 ($\dot{\epsilon}_{11} = 7.81 \times 10^{-4} \text{ \%/min.}$) の有効応力径路であり、ピーク強度を連ねた原点を通る直線の勾配より、限界応力比 M が、 1.28 と求められる。ただし、 $p_o' = 2.0 \text{ kgf/cm}^2$ に対するものはやや過圧密の挙動が見られる。

ひずみ速度 $7.81 \times 10^{-4} \text{ \%/min.}$ の排水三軸圧縮試験より得られた有効応力径路を **Fig. 3** に示す。この図によれば、有効応力径路は、 $p' \sim q$ 面上で1対3の勾配を持つ直線となっており、間隙水圧の残留は認められずに完全排水状態となっていることがわかる。また同図には参考のために、ひずみ速度 $1.0 \text{ \%/min.}$ で排水三軸圧縮試験を行なった時の有効応力径路を併記したが、この場合には部分排水挙動を示している。**Table 2** のパラメータ Γ は、二章で述べたように、限界状態線を $e \sim \log p'$ 面上に投影して求めた。

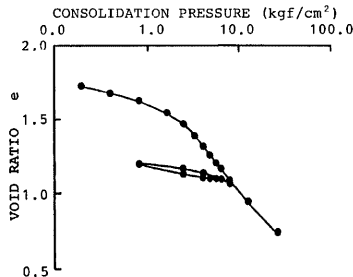


Fig. 1 $e \sim \log p$ Relation for Osaka Alluvial Clay ($1 \text{ kgf/cm}^2 = 98 \text{ kPa}$)

Table 2 Parameters of Osaka Alluvial Clay

$p_o' (\text{kgf/cm}^2)$	1.25
C_e	0.726
C_s	0.118
M	1.28
Γ	2.62

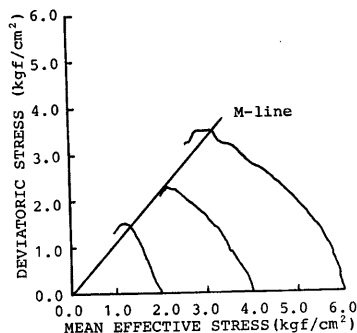


Fig. 2 Effective Stress Paths and M-Line for Undrained Triaxial Compression Tests ($1 \text{ kgf/cm}^2 = 98 \text{ kPa}$)

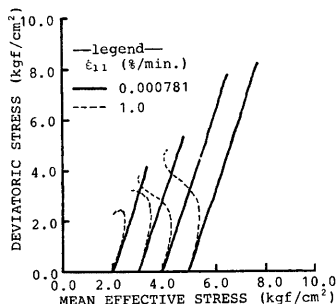


Fig. 3 Effective Stress Paths for Drained Triaxial Compression Tests — the Rate Sensitive Behavior of Pore Pressure due to Strain Rate ($1 \text{ kgf/cm}^2 = 98 \text{ kPa}$)

4. 弾塑性モデルと実験結果との比較

本章では、粘性土をひずみ硬化弾塑性体と仮定して導かれた弾塑性モデルによる計算曲線が、実験結果との程度予測できるかを考察する。

4.1 定ひずみ速度非排水三軸圧縮試験

Fig. 4 は、有効応力経路による比較である。これらの図によれば、まず修正 Cam-Clay モデルによる計算曲線は、正規圧密状態にある $p'_0 = 4.0, 6.0 \text{ kgf/cm}^2$ の場合、せん断応力を過大に評価している。これに対して、Cam-Clay モデルと Pender モデルは、かなり精度良く実験結果を説明できている。この中で、Cam-Clay モデルは、いずれの p'_0 に対しても、せん断応力を過小に評価し、やや過圧密の挙動を示す $p'_0 = 2.0 \text{ kgf/cm}^2$ の場合、実験値との差は特に大きくなる。それに対して、元来、過圧密粘土を対象に導かれた Pender モデルは、実験結果を比較的うまく説明できるのが特徴的である。

Fig. 5 は、軸差応力～偏差ひずみ関係による比較である。図によれば、修正 Cam-Clay モデルは応力の発現を過大に予測し、Cam-Clay モデルは比較的精度良く挙動をフォローしている。しかし両モデルは、共に限界状態に至るまでの変形過程で、せん断応力を過大に見積っている。限界状態における応力比 M は実験より求められるから、この段階で計算値が実験値に近づくのは当然であるが、構成式は限界状態に至るまでの過程を説明する必要がある。その意味では、修正 Cam-Clay モデル、Cam-Clay モデル共に、粘性土の非排水せん断挙動を完全に表現できているとは言えない。これと対照的に、Pender モデルは、せん断初期から限界状態に至る応力～ひずみ関係を的確に表現している。付録で詳しく述べるが、Cambridge 型の構成式と異なって、Pender モデルは、応力比～塑性ひずみ増分比関係に独自の仮定を設けて塑性ポテンシャル関数を誘導し、塑性ひずみの発生を非関連流れ則によって規定している。次節で排水せん断試験の結果から、この点に関して考察する。Fig. 4 の有効応力経路による比較で、Cam-Clay モデルによる計算曲線が、せん断応力を過小評価する傾向のあることは既に述べたが、Fig. 5 の応力～ひずみ関係による比較と併せて、採用したひずみの速度が妥当であるか否かを検討する。一般に粘性土は、特に正規圧密状態において顕著な時間依存性を示すことが知られており¹¹⁾、ひずみ速度が小さくなれば、せん断応力の発生は小さくなる。もしもひずみ速度 $7.81 \times 10^{-4} \text{ \%/min.}$ が過大なために、Fig. 4 の有効応力経路上で大きなせん断応力が生じて計算曲線との差があるのなら、ひずみ速度をさらに小さくする必要がある。一方これを Fig. 5 の応力～ひずみ関係による比較で見ると、せん断応力が小さくなれば計算曲線と実験結果との差はますます大きく

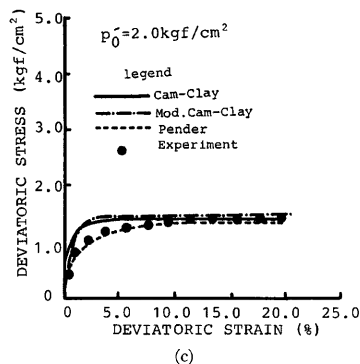
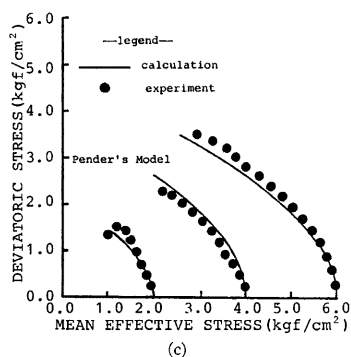
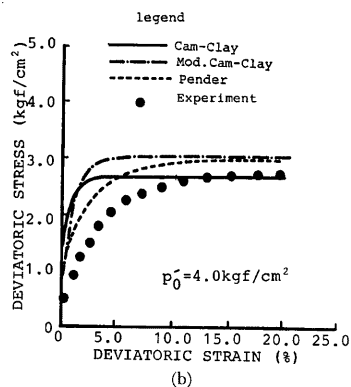
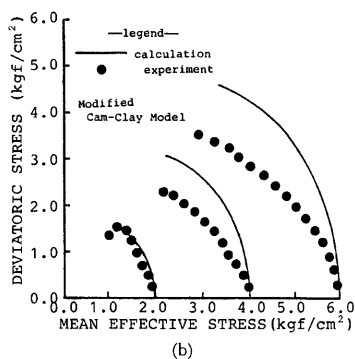
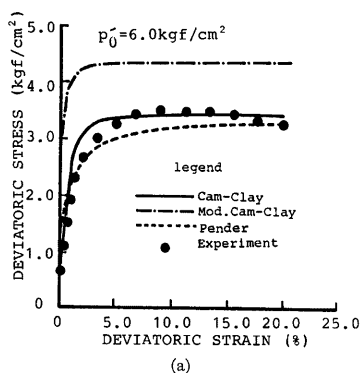
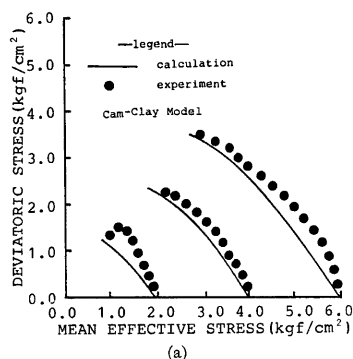


Fig. 4 Comparison of Calculated Effective Stress Paths with Experimental Data of Undrained Triaxial Compression Test ($1 \text{ kgf/cm}^2 = 98 \text{ kPa}$)

Fig. 5 Comparison of Calculated Stress-Strain Relations with Experimental Data of Undrained Triaxial Compression Test ($1 \text{ kgf/cm}^2 = 98 \text{ kPa}$)

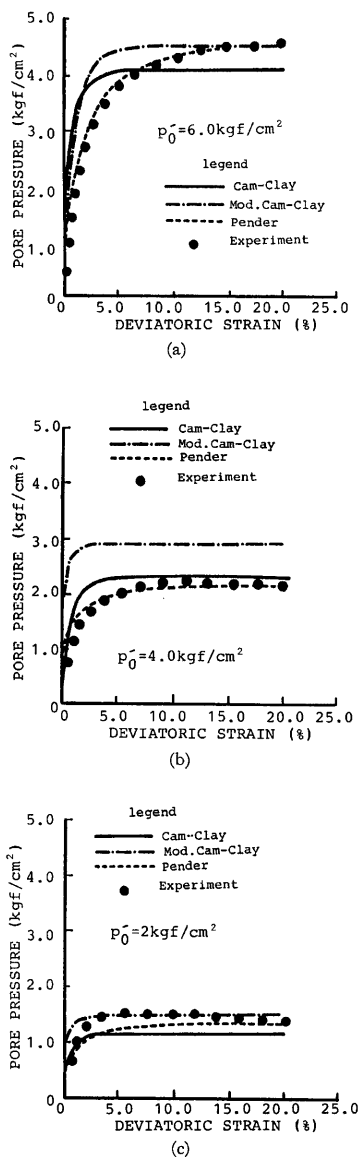


Fig. 6 Comparison of Calculated Pore Pressure-Strain Relations with Experimental Data of Undrained Triaxial Compression Test (1 kgf/cm²=98kPa)

なる。つまり、ひずみ速度では、この両図の不一致は説明できない。

Fig. 6 は間隙水圧～偏差ひずみ関係による比較である。応力～ひずみ関係と同様、Cam-Clay モデル、修正 Cam-Clay モデルは初期変形過程で、間隙水圧の発生を過大に、偏差ひずみの発生を過小に見積る傾向がある。これに対し Pender モデルは、間隙水圧～偏差ひずみ関係を比較的精度良く予測している。

4.2 定ひずみ速度排水三軸圧縮試験

排水三軸圧縮試験の軸差応力～偏差ひずみ関係による比較を Fig. 7 に示す。いずれの p_0^- においても計算による予測値は実験結果に比べて、せん断応力が小さく、Cam-Clay モデルによる差が特に大きい。修正 Cam-Clay モデル、Pender モデルは初期変形についてはある程度予測できるが、せん断が進行し、土が硬化するにつれて、計算値と実験値との差が大きくなる傾向にある。Fig. 8 に示した体積ひずみ～偏差ひずみ関係による比較では、 p_0^- に依らず、各モデルとも実験結果を良く説明している。Fig. 7, 8 から明らかなように、ひずみ～ひずみの関係については、これらのモデルはかなりの確に挙動を表現できるが、応力がいってくと、その予測は難しくなる。

構成式に関する議論では、一般に応力とひずみ増分の主軸の一致を仮定し、応力比～塑性ひずみ増分比関係と Drucker の仮説による直交則を用いて応力の関数として降伏関数を決定するため、応力比～塑性ひずみ増分比関係はしばしば重要な意味を持つ。そこで、排水三軸圧縮試験より求めた応力比～塑性ひずみ増分比関係を各モデルによる計算曲線と比較して Fig. 9 に示す。Cam-Clay モデルによる応力比～塑性ひずみ増分比関係は、エネルギー消散の仮定より、軸対称三軸圧縮応力下では勾配 (-1) の直線となり、修正 Cam-Clay モデル、Pender モデルでは下に凸の曲線となる。いずれの計算曲線も実験結果を的確に表現しているとはいえないが、修正 Cam-Clay モデルと Pender モデルがわずかに初期変形過程において、実際の挙動を説明できており、Fig. 7 で示した結果を裏付けている。

以上より、Cam-Clay モデル、修正 Cam-Clay モデル、Pender モデルは、体積ひずみ～偏差ひずみ関係についてはある程度の予測は可能である。しかし、応力～ひずみ関係になると、変形の初期段階については、修正 Cam-Clay モデルと Pender モデルが挙動を説明できる

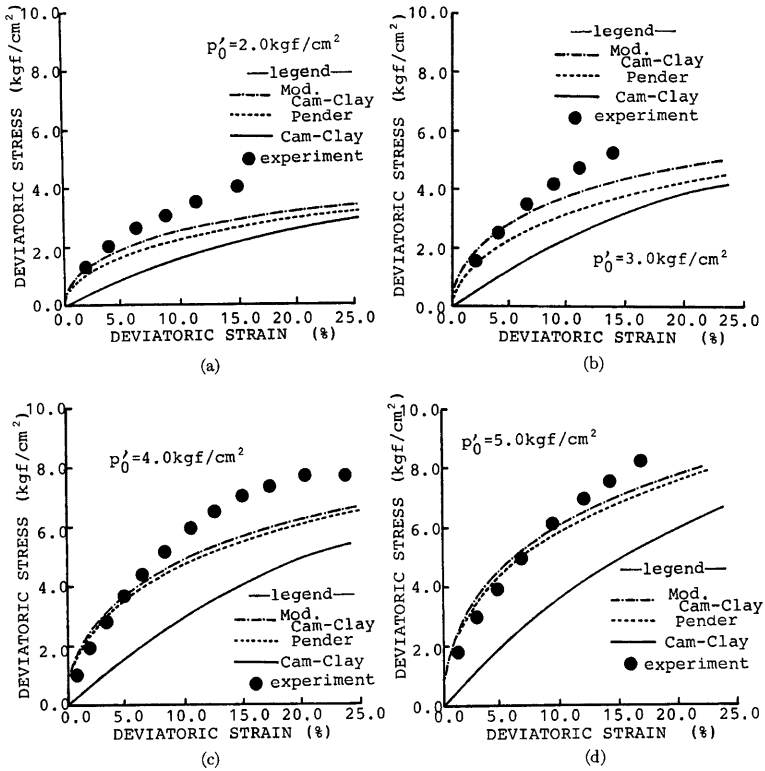


Fig. 7 Comparison of Calculated Stress-Strain Relations with Experimental Data of Drained Triaxial Compression Test ($1 \text{ kgf/cm}^2 = 98 \text{ kPa}$)

ものの、変形の進行につれて計算値と実験値はその差が広がり、Cam-Clay モデルでは全変形過程にわたって、粘土の排水せん断挙動を正しく評価し得ないことがわかった。

4.3 排水条件と変形について

4.1, 4.2で非排水条件下及び排水条件下における粘性土の挙動について、モデルによる計算結果がどの程度実験結果を予測できるかを検討した。本節では、排水条件が粘性土の変形に及ぼす影響と、構成式が非排水、排水条件下における応力～ひずみ特性を統一的に評価できるか否かについて考察する。

数種類の側圧で排水三軸圧縮試験を実施し、各段階で間隙比を求めることにより、応力面上に等間隙比線が得られる。このようにして求めた等間隙比線を Fig. 10 に示すが、この等間隙比線は、非排水三軸圧縮試験における有効応力径路と見なすことができる。なお、Fig. 10 には、実際に非排水三軸圧縮試験より求めた有効応力径路と Cam-Clay モデル、修正 Cam-Clay モデルを用いて計算より求めた有効応力径路を示している。まず実験結果をみると、非排水有効応力径路と排水三軸圧縮試験から求められた等間隙比線は一致していない。これは、排水条件によって土の変形過程に相違があることを示しており、要因として考えられることは、せん断応力による間隙比 e の減少に伴う土の硬化が土の強度に及ぼす影響である。しかし、こ

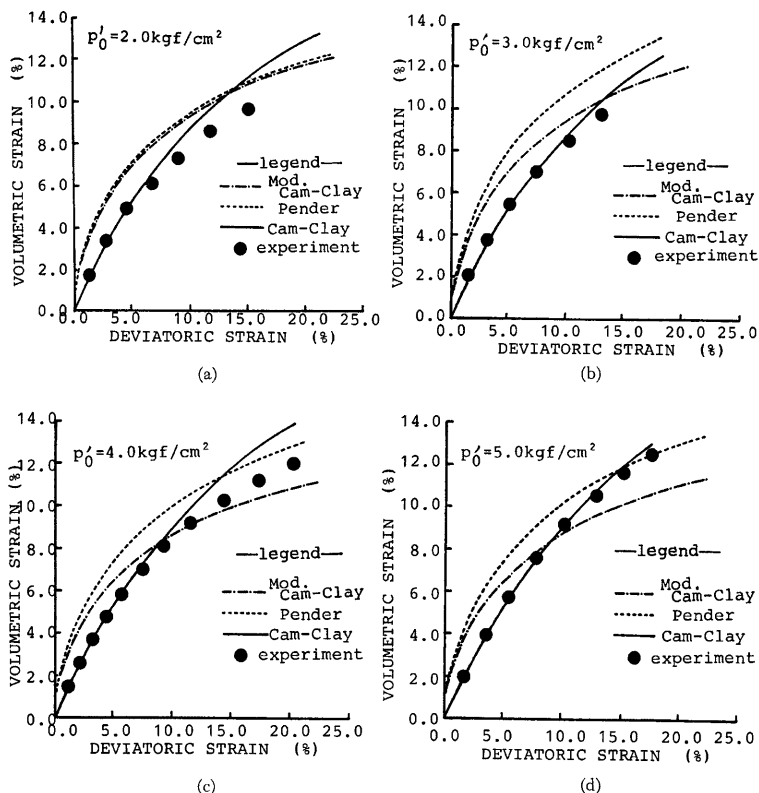


Fig. 8 Comparison of Calculated Volumetric Strain-Deviatoric Strain Relations with Experimental Data of Drained Triaxial Compression Test ($1 \text{ kgf/cm}^2 = 98 \text{ kPa}$)

の実験事実 Cambridge 理論の状態境界面等の概念と相反するものであり、今後さらに原因について検討すべき課題である。図でも明らかなように、非排水有効応力経路は Cam-Clay モデルの状態経路に、等間隙比線は修正 Cam-Clay モデルの状態経路に近いものとなっている。これについては土の硬化の評価に加えて、パラメータ選定上の問題が考えられる。モデルに含まれるパラメータは、 C_e , C_s , M , Γ であるが、ここでは膨潤指数 C_e について議論する。圧縮指数 C_s は、通常の応力レベルでは一定と考えられ、限界状態における応力比 M も側圧、ひずみ速度によらず一定値をとる。これに対し、膨潤指数 C_e は、除荷時の $e \sim \log p'$ 関係の勾配より求められるが、厳密には応力の関数となっており、一定の C_e を決めることができない。ところで非排水三軸圧縮試験では、有効応力 p' は過剰間隙水圧の発生によりせん断の進行に伴って減少する。この間の p' の減少量は、除荷時に膨潤線が線型関係を保つ範囲に含まれるので、せん断中 C_e は一定と考えてよい。ところが排水三軸圧縮試験では、 p' は刻々増加しながら変形が進行する。有効応力増加時に C_e がとる値については、便宜上一定としているものの確かではない。これに関して、軽部は、圧密曲線の圧縮指数と膨潤指数は、せん断抵抗角と次式で表わす関係にあると報告している¹²⁾。

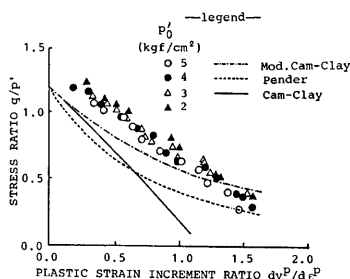


Fig. 9 Comparison of Calculated Stress Ratio-Plastic Strain Increment Ratio with Experimental Data of Drained Triaxial Compression Test (1 kgf/cm²=98 kPa)

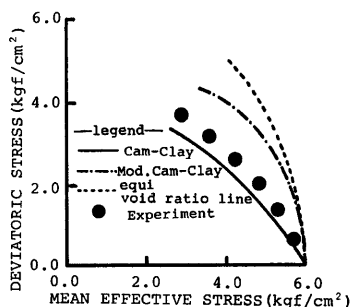


Fig. 10 Comparison of Calculation using Cam-Clay Model, Modified Cam-Clay Model with Equi Void Ratio Line from Drained Triaxial Compression Tests and Effective Stress Pass from Undrained Triaxial Compression Test (1 kgf/cm²=98 kPa)

$$\left(1 - \frac{\kappa}{\lambda}\right) = \left(\frac{1}{1.75}\right)M \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

ここで λ は自然対数による圧縮指数(0.434 C_c)、 κ は自然対数による膨潤指数(0.434 C_s)である。この関係を用いると、限界状態における応力比 M と圧縮指数 C_c から逆に、膨潤指数 C_s を決定することができる。試みに今回使用した大阪沖積粘土に対して、軽部の式(4-1)から C_s を計算すると、0.228となり、標準圧密試験から求めた値0.117に比べてかなり大きな値となる。この一例からも解るように、パラメータの値の信頼性に疑問な点があり、計算に際してどのように決定するかという点が課題として残されている。

5. む す び

大阪沖積粘土を用いて、定ひずみ速度非排水三軸圧縮試験、排水三軸圧縮試験を行ない、Cam-Clayモデル、修正 Cam-Clay モデル、Pender モデルによる挙動予測が実験結果をどの程度評価できるかを考察した。

1) 排水三軸圧縮試験において発生する過剰間隙水圧は軸ひずみ速度に大きく依存し、 $7.81 \times 10^{-4} \%$ /min. 程度までひずみ速度を小さくすれば、残留間隙水圧はなく、完全排水状態が得られる。

2) Cam-Clay モデルと Pender モデルは、正規圧密粘土の非排水せん断挙動をある程度予測できるが、修正 Cam-Clay モデルは偏差ひずみの発生をかなり過小評価し、非排水条件下での粘土の変形を予測することは難しい。

3) Cam-Clay モデル、修正 Cam-Clay モデル及び Pender モデルによる粘土の排水せん断挙動に対する計算値は、体積ひずみ～偏差ひずみ関係についてはある程度実験結果を予測できるが、応力～ひずみ関係についてはいずれも応力を過小評価し、Cam-Clay モデルにおいてその差は特に大きい。

4) 非排水せん断試験より得られる状態経路(e は一定)と排水せん断試験より得られる等ひずみ線とは一致しない。この原因として土の硬化の評価、パラメータの選定といった問題が考えられる。

謝 辞

末筆ではありますが、御指導を受けている、京都大学防災研究所柴田徹教授、同関口秀雄助教授に心より謝意を表します。同八嶋厚助手には終始熱心なアドバイスを頂き感謝致します。

参 考 文 献

- 1) Roscoe, K. H., A. N. Schofield and C. P. Wroth., On the Yielding of Soils, Geotechnique, Vol. 8, 1958, pp. 22-53.
- 2) Roscoe, K. H., A. N. Schofield and A. Thirairajah., Yielding of Clays in States Wetter than Critical, Geotechnique, Vol. 13, No. 3, 1963, pp. 211-240.
- 3) Roscoe, K. H. and H. B. Poorooshasb., A Theoretical and Experimental Study of Strains in Tri-axial Compression Test on Normally Consolidated Clays, Geotechnique, Vol. 13, 1963, pp. 12-38.
- 4) Schofield, A. N. and C. P. Wroth., Critical State Soil Mechanics., McGraw-Hill, 1968.
- 5) Roscoe, K. H. and J. B. Burland., On the Generalized Stress-Strain Behavior of Wet Clay, Engineering Plasticity Cambridge University Press, 1968, pp. 535-609.
- 6) Burland, J. B., The Yielding and Dilation of Clay, Correspondance, Geotechnique, Vol. 15, 1965, pp. 211-214.
- 7) Burland, J. B., Deformation of Soft Clay, Ph. D. Thesis, Cambridge University.
- 8) Pender, M. J., A Model for the Behavior of Overconsolidated Soil, Geotechnique, Vol. 28, No. 1, pp. 1-25.
- 9) Pender, M. J., Modelling Soil Behavior under Cyclic Loading, Proc. 9th ICSMFE, Vol. 2, 1977, pp. 325-331.
- 10) Pender, M. J., A Unified Model for Soil Stress-Strain Behavior, Proc. Speciality Session 9, 9th ICSMFE, 1977, pp. 213-222.
- 11) Akai, K., T. Adachi and N. Ando., Existence of a Unique Stress-Strain-Time Relation of Clay, Soils and Foundations, Vol. 15, No. 1, 1975, pp. 55-73.
- 12) 軽部大蔵：規格以外の三軸圧縮試験方法とその問題点，第20回土質工学シンポジウム～一軸および三軸圧縮試験法とその応用，1975.

付 録

構成式の誘導

Cam-Clay モデル，修正 Cam-Clay モデルの大きな特徴はエネルギー消散の仮定にある。Cam-Clay モデルを例にあげて，以下に説明する。

エネルギー消散の仮定とは，外力による外部消散エネルギーは，内部摩擦による内部消散エネルギーに等しいとする仮定である。軸対称三軸圧縮応力下で考えると，外部消散エネルギーは，

$$dW_{ex} = p' dv^p + q d\epsilon^p \dots\dots\dots \text{付-(1)}$$

一部内部消散エネルギーは

$$dW_{in} = p' \cdot M \cdot d\epsilon^p \dots\dots\dots \text{付-(2)}$$

と表わされる。Burland らは，修正 Cam-Clay モデルを誘導するにあたって，内部エネルギー式を

$$dW_{in} = p' \sqrt{(dv^p)^2 + (M d\epsilon^p)^2} \dots\dots\dots \text{付-(3)}$$

と修正した。ここで p' は平均有効応力， q は軸差応力， dv^p は塑性体積ひずみ増分， $d\epsilon^p$ は塑性偏差ひずみ増分， M は限界状態における応力比 q/p' である。以下の演算は Cam-Clay モデルを例として示す。付-(1)，付-(2)式より，

$$\frac{dv^p}{d\epsilon^p} = M - \frac{q}{p'} \dots\dots\dots \text{付-(4)}$$

直交則は

$$\frac{dv^p}{d\varepsilon^p} = -\frac{dq}{dp'} \dots\dots\dots \text{付-(5)}$$

と表わされ、付-(4)、付-(5)より

$$\frac{dq}{dp'} - \frac{q}{p'} + M = 0 \dots\dots\dots \text{付-(6)}$$

が得られる。これを積分することにより降伏関数 f は、

$$f = p' \exp\left[-\frac{q}{Mp'}\right] = k_s \dots\dots\dots \text{付-(7)}$$

と決定される。ここで k_s は硬化パラメータである。関連流れ則を用いることにより、応力～ひずみ関係は (2.1)、(2.2) 式のように誘導される。修正 Cam-Clay モデルについても全く同様の演算により応力～ひずみ関係は (2.3)、(2.4) 式のように誘導される。

次に Pender モデルについて説明する。このモデルは、いわゆる Cambridge 理論に立脚している。基づく前提条件として、

- (1) 土は載荷されると応力比が一定になるような破壊状態、すなわち限界状態に漸近する。
- (2) 土の応力～ひずみ挙動は等方的である。三軸圧縮状態では、 q, p', v, ε で表現できる。
- (3) 弾性体積ひずみは、平均有効応力の変化によって生じる。弾性偏差ひずみは無視する。

Cam-Clay モデルでは、状態境界面内では塑性ひずみは発生しないと仮定されている。つまり過圧密粘土では、応力が状態境界面上に達するまでは塑性ひずみはゼロということになるが、載荷初期から塑性ひずみが発生することが実験結果などから広く知られている。Pender は応力～ひずみ関係は非線型であり、載荷方向が逆転してもひずみは元には戻らないと考え、応力～ひずみ関係が閉じたサイクルを示す過程においては正の仕事がなされると仮定した。塑性ひずみに対する構成式として Hill の式を次のように与えた。

$$d\varepsilon_{ij}^p = h \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} df \dots\dots\dots \text{付-(8)}$$

$d\varepsilon_{ij}^p$ は塑性ひずみ増分テンソル、 h は硬化関数、 g は塑性ポテンシャル関数、 f は降伏関数である。Pender は、付-(8)式に含まれる h, g, f を決定するため以下に示すような仮説をたてた。

(仮説 1) 土は応力比 η が変化するとき、塑性ひずみを生じる。したがって降伏関数 f は、

$$f = q - \eta_i \cdot p' = 0 \dots\dots\dots \text{付-(9)}$$

で与えられる。 η_i はある瞬間の η の値を示す。

(仮説 2) 非排水有効応力径路は次式で示す放物線で近似できる。

$$\left(\frac{\eta}{M}\right)^2 = \frac{p_{cs}}{p'} \left\{ \frac{1 - \frac{p_0}{p'}}{1 - \frac{p_0}{p_{cs}}} \right\} \dots\dots\dots \text{付-(10)}$$

(仮説 3) ひずみ増分比に対する仮定を次式で与える。

$$\frac{d\varepsilon^p}{dv^p} = \frac{1}{\left(\frac{p_0}{p_{cs}} - 1\right) \left[M - \left(\frac{p'}{p_{cs}}\right)\eta\right]} \dots\dots\dots \text{付-(11)}$$

以上の仮説より h, g を決定し、付-(8)式により応力～ひずみ関係は、(2.5)、(2.6) 式のように誘導される。