

# 上下地震動を受ける球形ドームの応答解析

國 枝 治 郎

## RESPONSE ANALYSIS OF SPHERICAL DOMES SUBJECTED TO VERTICAL EARTHQUAKE

By *Haruo* KUNIEDA

### Synopsis

This paper proposes response analysis based on analytical solution in axisymmetric state and provides some knowledge about response behaviors to vertical earthquake on the basis of nonlinear as well as of linear shell theory. Response analysis presented here introduces the assumption of flexural vibration, approximate solution of free vibration and the Galerkin's procedure in modal analysis. Modal analysis entails integrations of products of deflection modes with respect to spatial variable, and integrals of products of these approximate modes can be reduced to functions of closed form expression even in nonlinear state. They are easily amenable to numerical calculation. Solving, first, linear differential equation with respect to time variable numerically, the response characteristics of the spherical domes subjected to a real vertical earthquake will be examined and the effect of a design parameter on the response, which describes the material property, size and shape etc, will also be discussed. Followingly, nonlinear simultaneous differential equations with respect to time variable will be solved numerically and dynamic instability of the dome during real vertical earthquake will be examined in consideration of coexistence of a few deflection modes.

### 1. 序

多くのシェル構造の中で球形シェルが円筒形シェルに次いで多く用いられているように思われる。巨大な球形ドームが今日では建物、競技場、貯蔵庫の屋根に、あるいは巨大な容器類、LNG タンク、原子炉格納容器の屋根に用いられ、また用いられようとしている。ところでシェル構造は単位面積当りの重量が小さい故もあって、研究者も設計技術者も液体容器やサイロ以外では地震に対して十分に安全で、耐震性の検討は必ずしも必要ではないと考えて来たように思われる。球形シェルの自由振動に関する研究は極めて多いのに、地震動に対する応答の研究が世界的にほとんど見られないのはこれを裏付けているであろう。

海中にある半球形ドームの地震応答を取り扱った Akkas [1] の研究があるが、これは特殊な状態の場合を数値的に取り扱ったもので、彼の研究結果は一般的には適用できない。最近、加藤が或る立体トラス状偏平球形ドームについて、*El Centro '40* の上下地震動記録を用いて有限要素法により応答計算を行ない、その応答速度が減衰率1%時に約8000ガルにも達することを報告し [2]、研究者、技術者に衝撃を与えた。[2] は IASS の一部のメンバーのみに配布されたものであるが、著者はその重要性から敢えてここに引用したい。この衝撃的な報告は巨大な球形ドームの強度的安全性において、上下地震動に対する応答解析による検討がいかに大切かを示唆している。

もし加藤の結果が正しければ、球形ドームに動的不安定現象が誘起されないか懸念される。動的不安定は非線形応答解析により明らかにされる。

加藤の結果を検証し、動的不安定現象の存在の有無を調べることを目的に、自由振動に対する著者の近似

解 [3] を導入して、この稿では線形および非線形応答解析法を解析的手法で展開し、上下地震動に対する応答挙動を調べる。動的外力に対する応答における構造物の安全性のチェックは設計の最終段階においては有限要素法等の直接的数値計算法によって今日では為される場合が多いが、その比較検証のためにも、また設計の各段階における検討のためにも解析解に基づく応答解析法が有用である。

球形シェルの自由振動解は偏平の場合には Kalnins [4] 等によって、一般の場合著者他 [5] 等によって既に与えられている。これらの解において法線方向変位成分 (撓み)  $w$  は偏平の場合は Bessel 関数の級数和で、非偏平の場合は複素数次のあるいは非整数次の Legendre 陪関数の級数和として表現される。応答解析においてこれらの自由振動解を導入してモード解析法を行なうとき Galerkin 法を適用するのが一般的手順であるが、Galerkin 法では支配式とモードの積について空間座標での積分が必要になる。自由振動解 (モード) として厳正解を用いるとこの積分を閉形関数で表現することが難しい。特に非線形解析では困難である。ために厳正解に基づく応答解析は容易に数値的に遂行することができない (数値積分は望ましくない)。

応答解析において、flexural 振動 (撓み  $w$  による慣性項のみ考慮) の仮定を導入すると取り扱いがかなり簡略化できる。自由振動においてはこの仮定を導入しても十分な精度で固有振動数、モードの計算されることが明らかにされている [6]。この報告では flexural 振動の仮定を導入し、自由振動近似解を用いて応答解析を行なうが、近似解 [3] は撓みモードを Legendre 多項式の有限級数とであらわすもので、境界条件およびモード直交条件を満たしている。なお、この近似解を導入することにより、Galerkin 法における積分が容易に遂行できて閉形関数で表わされることになるので、非線形の場合と云えども数値計算は極めて容易になる。

本報告の第2の目的は上下地震動に対する球形ドームの応答挙動を明確にすることにある。応答解析において最終的に導びかれた時間関数に関する線形一自由度系微分方程式を *El Centro*'40 上下地震動記録を動的外力として線形加速度法で数値的に解き、幾何、材料的な設計パラメータ  $A (\equiv ma^2/Ehg)$  と応答挙動の関係を調らべる。球形ドームの挙動特性はこのパラメータによって一般に記述されるからである。限られた数の数値計算例しかここには示されないが、それでもパラメータ  $A$  がある範囲にあるとき、極めて大きな応答加速度の生じることが明らかにされる。したがって同様に最終的に導びかれた時間関数に関する多自由度系非線形連立微分方程式を *El Centro*'40 上下地震動記録を用いて Adams 法により数値的に解き、多モード共存下での球形ドームの実上下地震動中の動的不安定性について調べる。

## 2. 応答解析

著者は著者他の得た厳正解 [5] を用いて、軸対称および逆対称自由振動時の固有振動数とモードを明らかにしている [6]。便宜のために、flexural 振動の仮定を導入して得られた結果の一部を **Table 1** に再録

Table 1 Exact eigen values  $\Omega (\equiv \sqrt{\frac{ma^2}{Ehg}} \omega)$ :  $a/h=100$  and clamped edge

| $\phi_0$ | n=0   |       |       |       | n=1   |       |       |       |       |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|          | 30°   | 45°   | 60°   | 75°   | 30°   | 45°   | 60°   | 105°  | 135°  |
| $\Omega$ | 1.059 | 0.993 | 0.964 | 0.932 | 1.041 | 0.990 | 0.933 | 0.547 | 0.244 |
|          | 1.328 | 1.072 | 1.021 | 0.991 | 1.208 | 1.039 | 0.995 | 0.931 | 0.864 |
|          | 1.613 | 1.240 | 1.076 | 1.024 | 1.657 | 1.156 | 1.042 | 0.979 | 0.954 |
|          | 2.046 | 1.502 | 1.194 | 1.079 | 2.409 | 1.392 | 1.132 | 1.000 | 0.980 |
|          |       | 1.676 | 1.378 | 1.168 |       | 1.764 | 1.287 | 1.058 | 0.996 |
|          |       |       | 1.591 | 1.301 |       |       | 1.516 | 1.109 | 1.012 |
|          |       |       | 1.717 | 1.477 |       |       | 1.821 | 1.180 | 1.033 |

する。この表では半径・板厚比  $a/h=100$  とされているが、この表における  $a/h$  の影響は極めて小さいので、 $a/h$  が100以上の場合にも十分の精度で適用できる。この表によると、軸対称モードの低次固有振動数の存在帯域が逆対称モードのそれらの帯域と Rocking 型モードの固有振動数を除いてほぼ同じところに在ることがわかる。その上、 $a/h$  の大きな、あるいは flexible な立体トラスドームの低次の固有振動数帯域は上下地震動の卓越振動数帯域に一致することもわかる。このことは球形ドームの安全性にとって水平地震動に対する耐震性のみならず、上下地震動に対する耐震性も重要であることを示している。

さらに低次固有振動数帯において各固有振動数は極めて近接して存在することが見られる。これによってモード重畳法においてレスポンススペクトルに基づく最大応答加速度の *root mean square* 評価は有効でないことが結論づけられる。

序に既述のようにモード解析法において厳正解表現のモードを導入することは実用的ではないので、ここでは近似解[3]によって応答解析を行なう。

2.1 支配式

上下方向に動的外力を受ける球形ドームの軸対称形振動時の支配式は有限変形理論[7]を用い、flexural 振動の仮定を導入し、いくらかの演算を行なうと次の形で表現できる[8]。

$$H_2 H_2(w) - \frac{a}{D} H_2(\psi) - \frac{1}{D} \left[ w^\circ \sin \phi \left\{ \phi^\circ \cos \phi + \psi - \frac{D}{a} H_2(w) \right\} \right] \frac{1}{\sin \phi} + \frac{ma^4}{gD} \ddot{w} = 3 \frac{ma^4}{gD} \ddot{U} \cos \phi + \frac{ma^3}{gD} \ddot{U} \{ H_0(w) \cos \phi - w^\circ \sin \phi \} \dots\dots\dots(1)$$

ここに

$$\begin{aligned} \circ &= \frac{\partial}{\partial \phi}, H_0(B) = B^{\circ\circ} + B^\circ \cot \phi, H_2(B) = H_0(B) + 2B \\ &= \frac{\partial}{\partial t}, D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \end{aligned}$$

であり、 $\phi$  は頂点よりの経線に沿う方向の角度、 $m$  はシェル中立面単位面積当り重量、 $g$  は重力加速度、 $\nu$  はポアソン比、 $\phi$  は応力関数で、断面力、経線方向相対変位成分  $u$  とは次の関係にある。

$$\left. \begin{aligned} N_\theta &= \frac{1}{a^2} \left\{ \phi^{\circ\circ} + \psi - \frac{D}{a} H_2(w) \right\} \\ N_\phi &= \frac{1}{a^2} \left\{ \phi^\circ \cot \phi + \psi - \frac{D}{a} H_2(w) \right\} \\ u^\circ &= \frac{1}{Eha} \left\{ H_1(\psi) - \frac{(1-\nu)D}{a} H_2(w) + Eha w \right\} - \frac{1}{2a} (w^\circ)^2 - \frac{1+\nu}{Eha} \phi^{\circ\circ} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

また、 $w$  は法線方向相対変位成分であり、 $U$  は上下地震動変位である。

(1)式の誘導に当っては接線方向運動方程式において非線形の項と相対変位成分  $u$  による慣性項を無視している。適合条件は次式で表わされる。

$$H_2 H_1(\psi) - (1-\nu) \frac{D}{a} H_2 H_2(w) + Eha H_2(w) + Eh \{ H_0(w) w^{\circ\circ} - (w^{\circ\circ})^2 - (w^\circ)^2 \} = 0 \dots\dots\dots(3)$$

ここに

$$H_1(B) = H_0(B) + (1-\nu)B$$

本報告では頂点が閉じ、境界が一個所である球形ドームを取り扱う。

2.2 撓みモード

本解析では著者の提案した撓みモード[3]を用いる。それは次の形で表現される。

$$w = \sum_{i=1}^N W_i(\psi) T_i(t), \dots\dots\dots(4)$$

$$W_i(\phi) = \sum_{j=1}^{K_N} G_{ji} P_{j-L}(\cos \phi)$$

$W_i(\phi)$  は固有モードで、 $P_{j-L}(\cos \phi)$  は Legendre 多項式であり、 $K_N, G_{ji}, L$  は [3] に示された手順で決定される。

**2.3 線形応答解析**

(4)式を(1), (3)式に代入し、非線形項を無視し、Galerkin 法を適用すると時間関数  $T_i(t)$  について一自由度系に等価な次の微分方程式が得られる。

$$\ddot{T}_i + \rho\beta_1 \dot{T}_i + \rho\beta_2 \ddot{U} \dots\dots\dots(5)$$

ここに

$$\rho\beta_0 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{K_N} G_{ji} G_{ji} S(i-L, j-L)$$

として

$$\rho\beta_1 = \frac{1}{\kappa A_p \beta_0} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{K_N} G_{ji} G_{ji} \{2 - (i-L)(i-L+1)\} \{2 - (i-L)(i-L+1) - \lambda_{i-L}\} S(i-L, j-L)$$

$$\rho\beta_2 = \frac{3}{\rho\beta_0} \sum_{i=1}^{K_N} G_{ji} S(i-L, 1)$$

$$\kappa = \frac{12(1-\nu^2)a^2}{h^2}, \quad A = \frac{ma^2}{Ehg},$$

$$\lambda_n = \frac{(1-\nu)\{2-n(n+1)\} - \kappa}{1-\nu-n(n+1)},$$

$$S(r, s) = \int_0^{\phi_0} P_r P_s \sin \phi d\phi$$

$$= \begin{cases} \frac{1 - \cos(2r+1)\phi_0}{2r+1} - 2 \sum_{i=1}^r S(r-i, r+i) \dots\dots\dots (r=s) \\ \frac{1}{r(r+1) - s(s+1)} \{ (r-s)P_r P_s \cos \phi + sP_r P_{r-1} - rP_{r-1} P_s \} |_{\phi=\phi_0} \dots\dots\dots (r \neq s) \end{cases}$$

$P_i \equiv P_i(\cos \phi)$ ,  $\phi_0$ : 半開角 (conical angle)

である。

その有効性を検定済の固有振動数、モードを用いるときは、 $\rho\beta_1$  によらずに近似解で求まる  $\Omega_r$  を用いればよいが、そうでない場合には、 $\rho\beta_1$  より固有振動数を求め、近似解 [3] で求まった  $\Omega_r$  と比較をし、その差が十分に小さい (例えば0.1%) とき、対応するモードは有効だとするのが望ましい。

軸対称モードによる応答解析は(5)式を解く問題に帰せられる。この解法はいかなる初歩的な教科書にも述べられている。

**2.4 非線形応答解析**

動的不安定現象を検討するためには有限変形理論に基づく非線形応答解析を遂行しなければならない。球形ドームの非線形応答や動的不安定性に関する研究は既に多く為されているが、しかし非定常状態における動的不安定問題を取り扱った研究のほとんどは外力として衝撃力あるいはステップ外力を対象とし、直接的数値解法を採用している。かつて著者は厳正な解析的表現に基づいて軸対称非線形応答挙動のいくつかを明らかにしたが [8]、そこでは定常状態において正弦波外力の下の不安定性を論じたのであった。著者の研究も含めてこれらの研究はいずれも単一モードの状態のみを取り扱っており、モードが共存するための影響を全く考慮していない。

ここでは多モードが共存する場合の非線形応答解析を取り扱う。撓みモード(4)式を適合条件(3)式に代入すると応力関数  $\psi$  は次のように求められる。

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 \dots\dots\dots(6)$$

$$\psi_1 = \frac{D}{a} \sum_{s=1}^N \sum_{j=1}^{K_N} G_{sj} \lambda_{j-L} P_{j-L}(\cos \phi) T_s(t)$$

$$\psi_2 = Eh \sum_{r,r=1}^N \sum_{\alpha=1}^{\bar{K}} a_{\alpha rr} b_{\alpha} P_{\alpha-L}(\cos \phi) T_r(t) T_r(t)$$

$$\bar{K} = 2K_N + L$$

ここに  $\lambda_n$  は既に 2.3 で与えている。他の記号は次の通りである。

$$b_{\alpha} = 1 / [ \{ 2 - x(x+1) \} \{ x(x+1) - (1-L) \} ], \quad x = \alpha - L$$

$$a_{\alpha rr} = \frac{x-1}{2} C_{\alpha rr} + \frac{2x+1}{4} \sum_{\beta=\alpha}^{\bar{K}} C_{\beta rr} \{ (-1)^{\alpha+\beta+1} - 1 \}, \quad x = \alpha - L$$

$$C_{\beta rr} = \sum_{\gamma, \delta=1}^{\bar{K}} G_{\gamma r} G_{\gamma \delta} r_{\gamma} D_{\beta}$$

$$r_{\gamma} D_{\beta} = \frac{1}{2} \{ y(y+1) + z(z+1) - x(x+1) \}$$

$$\times \frac{2x+1}{y+z+x+1} \cdot \frac{R(\langle y-z+x \rangle / 2) R(\langle z-y+x \rangle / 2) R(\langle y+z-x \rangle / 2)}{R(\langle y+z+x \rangle / 2)}, \quad (x \geq |y-z|)$$

$$= 0, \quad (x < |y-z|)$$

$$R(n) = (2n-1)! / n!, \quad y = \gamma - L, \quad z = \delta - L, \quad x = \beta - L$$

(2)式に見るように接線方向変位成分  $u$  に含まれる撓み  $w$  の 2 次項は(4)式の係数  $G_{ji}$  を求めるときには考慮しないので (もし考慮すれば  $G_{ji}$  に関して 2 次の連立方程式を解くことになり、 $G_{ji}$  は容易には決定されない)、撓み(4)式は通常の境界条件も正しく満すとは云えない。が、この 2 次項は 1 次項に比して十分に小さいことが予想されるので、境界条件の不充足度は本質的な誤差にはならないと予想され得る。

(4)、(6)式を(1)式に代入し、Galerkin 法を適用すると、時間関数  $T_r(t)$  に関して次の非線形連立微分方程式が得られる。

$$\theta_{2n} \ddot{T}_n + \theta_{1n} \dot{T}_n + \sum_{s,r=1}^N \theta_{2ns}(s, r) T_s T_r + \sum_{s,r,\beta=1}^N \theta_{3ns}(s, r, \beta) T_s T_r T_{\beta} = \ddot{U}(\theta_{4n} + \sum_{s=1}^N \theta_{5ns}(s)) T_n, \quad \dots\dots(7)$$

ここに

$$\theta_{2n} = \sum_{i,j} G_{ni} G_{nj} S(i-L, j-L), \quad \theta_{4n} = 3 \sum_i G_{ni} S(i-L, 1)$$

$$\theta_{1n} = \frac{1}{\kappa A} \sum_{i,j} G_{ni} G_{nj} \{ 2 - (i-L)(i-L+1) \} \{ 2 - (i-L)(i-L+1) - \lambda_{i-L} \} S(i-L, j-L)$$

$$\theta_{2ns}(s, r) = - \frac{1}{\kappa A \alpha} [ \kappa \sum_i \sum_{\alpha} G_{ni} b_{\alpha} a_{\alpha rr} \{ 2 - (i-L)(i-L+1) \} S(i-L, \alpha-L) + [ \sin \phi \sum_{i,j,k} G_{ij} \times G_{rj} G_{nk} \{ \lambda_{j-L} P_{j-L}^1 \cot \phi + (2 - \langle j-L \rangle \langle j-L+1 \rangle - \lambda_{j-L}) P_{j-L} \} P_{i-L}^1 P_{k-L} \}_{\phi=\theta} + \sum_i \sum_{\alpha} C_{\alpha nn} G_{ri} [ \lambda_{i-L} F(i-L, \alpha-L) + \{ 2 - (i-L)(i-L+1) - \lambda_{i-L} \} S(i-L, \alpha-L) ] ]$$

$$\theta_{3ns}(s, r, \beta) = - \frac{1}{A \alpha^2} [ \{ \sin \phi \sum_{i,j} G_{ni} G_{nj} \sum_{\alpha} b_{\alpha} a_{\alpha r \beta} (P_{\alpha-L}^1 \cot \phi - P_{\alpha-L}) P_{i-L}^1 P_{j-L} \}_{\phi=\theta} + \sum_{\alpha} \sum_{\beta} C_{\alpha n \beta} b_{\alpha} a_{\beta r \beta} F(\alpha-L, \beta-L) - S(\alpha-L, \beta-L) ]$$

$$\theta_{5n}(s) = - \frac{1}{a} \sum_{i,j} G_{ni} G_{nj} \frac{(i-L)(i-L+1)}{2(i-L)+1} \{ (i-L-1) S(i-L-1, j-L) + (i-L) S(i-L+1, j-L) \}$$

$$F(i, j) = i S(i, j) + \sum_{k=1}^{[i/2]} (2i+1-4k) S(j, i-2k), \quad \sum_i \equiv \sum_{i=1}^{K_N}, \quad \sum_{\alpha} \equiv \sum_{\alpha=1}^{\bar{K}} \text{etc.}$$

[i/2] : Gaussian Symbol

(7)式の係数は全て閉形関数で与えられている。したがっていずれの解法を用いるにせよ(7)式を  $T_r(t)$  に

ついて解くことは十分に容易である。速度比例型の減衰項を加えて(7)式を解けば球形シェル非線形応答挙動と動的安定限界は明らかにされる。

### 3. 数値計算例と応答挙動

#### 3.1 線形応答解析

数値計算例として *El Centro '40* 上下地震動記録を外力として用いたときの応答を計算する。この記録は0.02秒間隔のデジタル量で与えられているので、(5)式の未知関数  $T_i(t)$  は解析的に求め得ない。ここでは線形加速度法により直接数値的に計算する。通常用いられる程度の球形ドームの低次の固有振動数は Table 1 より計算されるようにこの地震動の卓越振動数より低くはないので、0.02秒間隔で採録された原記録 [9] をそのまま用いたのでは線形加速度法では解の精度と収斂性が保証されない。したがって本計算では原記録間隔を数十分割し、その間のデータは線形、高次(4次、5次)補間して定め、諸検討の末、最終的に40分割(0.0005秒間隔)、線形補間のデータに基づいて数値計算を行なった。

半径・板厚比  $a/h=100$ ,  $\nu=0.3$  の場合について、半開角 (conical angle)  $\phi_0=30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  の球形ドームを対象とし、各ドームについて考慮した上限の固有振動数は  $\Omega_0=1.75$  である。周辺は固定境界とする。すなわち

$$w = \dot{w} = u = 0 \quad \text{at} \quad \phi = \phi_0$$

文献 [3] の(4), (5)式を用いてこの条件式を書き直すと

$$\sum_{j=1}^{K_n} F_{jn} P_{j-L}(\cos \phi_0) = 0, \quad \sum_{j=1}^{K_n} F_{jn} P_{j-L}(\cos \phi_0) = 0$$

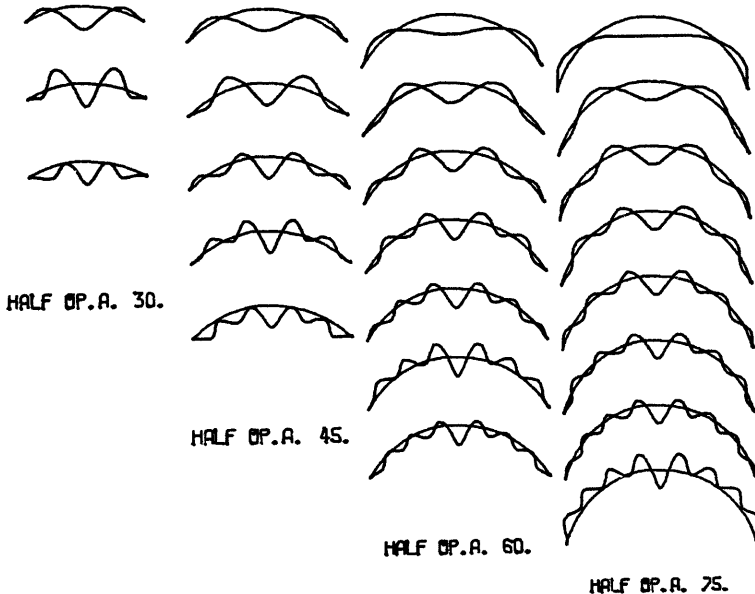


Fig. 1 Deflection modes used in response analysis

$$\sum_{j=1}^{K_n} F_{jn} \lambda_{j-L} P_{j-L}^2(\cos \phi_0) = 0$$

となる。これらと [3] の(6)式とより、本稿(4)式の係数  $G_{ji}$  は計算される。

Fig. 1 に各ドームに対して用いた固有モードを、Table 2 に対応する一般化固有振動数を示す。Table 1, Table 2 の比較よりここに用いる近似解の精度の良いことがわかる。 $a/h=100$  としているが、支配式に含まれるのは  $(h/a)^2$  の項であり、この値は1に比して十分に小さい。従って Table 2 の値および以下の応

Table 2 Eigen values  $\Omega$  by approximate solution :  $a/h=100$  and clamped edge

| $\phi_0$ | $\Omega$ |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 30°      | 1.059    | 1.325 | 1.613 |       |       |       |       |       |       |
| 45°      | 0.993    | 1.072 | 1.248 | 1.510 | 1.685 |       |       |       |       |
| 60°      | 0.964    | 1.013 | 1.078 | 1.197 | 1.387 | 1.607 | 1.717 |       |       |
| 75°      | 0.932    | 0.991 | 1.024 | 1.079 | 1.171 | 1.306 | 1.496 | 1.644 | 1.755 |

Table 3 Peak value of relative acceleration of each mode and absolute maximum response acceleration of whole dome and related time :  $\zeta=0.05$

| $\phi_0$ | Mode Numb. | $\mu_{\beta 2}$ | $A=3.5E-4$ |                       |                            |                      | $A=6.5E-4$ |                       |                            |                      |
|----------|------------|-----------------|------------|-----------------------|----------------------------|----------------------|------------|-----------------------|----------------------------|----------------------|
|          |            |                 | Time (sec) | peak $\ddot{w}$ (gal) | $\ddot{U} \cos \phi$ (gal) | Abs. Max Accele.     | Time (sec) | peak $\ddot{w}$ (gal) | $\ddot{U} \cos \phi$ (gal) | Abs. Max Accele.     |
| 30°      | 1          | 0.823           | 1.20       | -725                  | 141                        | 2620<br>( $t=1.02$ ) | 0.92       | -413                  | 97                         | 6114<br>( $t=1.34$ ) |
|          | 2          | -2.189          | 1.22       | -1199                 | 440                        |                      | 1.00       | 1739                  | 206                        |                      |
|          | 3          | 7.290           | 1.02       | 3301                  | 555                        |                      | 1.24       | 5930                  | 27                         |                      |
| 45°      | 1          | 0.666           | 1.00       | -510                  | 206                        | 2387<br>( $t=1.22$ ) | 0.74       | 276                   | -90                        | 4618<br>( $t=1.52$ ) |
|          | 2          | -0.686          | 1.20       | 612                   | 141                        |                      | 0.92       | 363                   | 97                         |                      |
|          | 3          | 2.004           | 1.22       | 1250                  | 44                         |                      | 1.00       | -1344                 | 206                        |                      |
|          | 4          | -4.844          | 1.02       | -2439                 | 55                         |                      | 1.20       | 4417                  | 141                        |                      |
|          | 5          | 6.007           | 1.02       | 2116                  | 55                         |                      | 1.28       | -3808                 | -87                        |                      |
| 60°      | 1          | 0.952           | 1.00       | -755                  | 206                        | 1906<br>( $t=1.28$ ) | 0.74       | 402                   | -90                        | 4015<br>( $t=1.60$ ) |
|          | 2          | -0.600          | 1.20       | 436                   | 141                        |                      | 3.36       | 239                   | 116                        |                      |
|          | 3          | 0.772           | 1.20       | -690                  | 141                        |                      | 0.92       | -415                  | 97                         |                      |
|          | 4          | -1.116          | 1.24       | -859                  | 27                         |                      | 0.96       | -637                  | -117                       |                      |
|          | 5          | 2.297           | 1.12       | 1092                  | 184                        |                      | 1.20       | -1737                 | 141                        |                      |
|          | 6          | -5.845          | 1.02       | -2698                 | 55                         |                      | 1.24       | -4816                 | 27                         |                      |
|          | 7          | 7.120           | 3.38       | 2234                  | -14                        |                      | 1.22       | 4432                  | 44                         |                      |
| 75°      | 1          | 1.340           | 1.00       | -966                  | 206                        | 1435<br>( $t=1.22$ ) | 0.58       | 530                   | -39                        | 3187<br>( $t=1.48$ ) |
|          | 2          | -0.600          | 1.00       | 463                   | 206                        |                      | 0.74       | -250                  | -90                        |                      |
|          | 3          | 0.606           | 1.20       | -479                  | 141                        |                      | 3.36       | -246                  | 116                        |                      |
|          | 4          | -0.748          | 1.20       | 670                   | 141                        |                      | 0.92       | 403                   | 97                         |                      |
|          | 5          | 0.959           | 1.24       | 802                   | 27                         |                      | 0.96       | 532                   | -117                       |                      |
|          | 6          | -1.401          | 1.22       | -805                  | 44                         |                      | 1.00       | 1102                  | 206                        |                      |
|          | 7          | 2.836           | 1.02       | 1418                  | 55                         |                      | 1.20       | -2565                 | 141                        |                      |
|          | 8          | -4.287          | 1.02       | -1756                 | 55                         |                      | 1.24       | -3141                 | 27                         |                      |

答解析結果中の  $a/h$  の影響は極めて小さいと云えるので、これらの値は  $a/h > 100$  の場合にも十分の精度で適用できる。

地震動記録による応答スペクトルと実用的なドームの形状、材料等を勘案して、パラメータ  $A$  ( $=ma^2/Ehg$ ) を  $0.5E-4$  から  $1.25E-3$  の範囲に設定して解析を進める。立体トラスドームや附加された重量の大きい薄肉の巨大なドームがこの範囲に含まれる。加藤の例[2]は  $A=3.7E-4$  と思われる。

各モードのモード刺激係数、最大応答相対加速度値とその生じた時刻、その時の入力加速度、モード重畳法を行なった後の最大絶対加速度値とその生じた時刻等の例を **Table 3** に示す。減衰率  $\zeta=0.05$  として計算している。各モードは最大撓み値を1に正規化しているので、**Table 3** は応答解析に比較的に高次のモードの考慮の必要性を示している。また応答スペクトルを用いて、*root mean square* 法により最大応答加速度を評価することの不適切性を明確にしている。

その生じた位置、時刻に関係なく、絶対最大応答加速度値のみを取り出し  $A$  との関係を示したのが **Fig. 2** である。ただし減衰率0.05の場合である。この図より、 $A$  の値によっては上下地震動時に極めて大きな応答加速度の生じることが判る。このような事実の指摘は [2] 以外無かったのである。巨大ドームの安全性のためにも上下地震動に対する応答解析は必ず為されねばならないことを強調したい。

**Fig. 3** は絶対最大応答加速度のドーム面上の分布を示したものであり、時刻に関係なく最大値のみと位置  $\phi$  との関係プロットしている。この図によると、 $A$  が大きくなり絶対最大応答加速度が極めて大きくなると、その値は頂点近傍に限られることが判る。この図より容易に推定できるように断面力は最大加速度に対応する程には大きくはならないが、しかし通常静的荷重に対してきつて余裕なく設計されるドームにあっては上下地震動時に危険な場合があり得るのである。

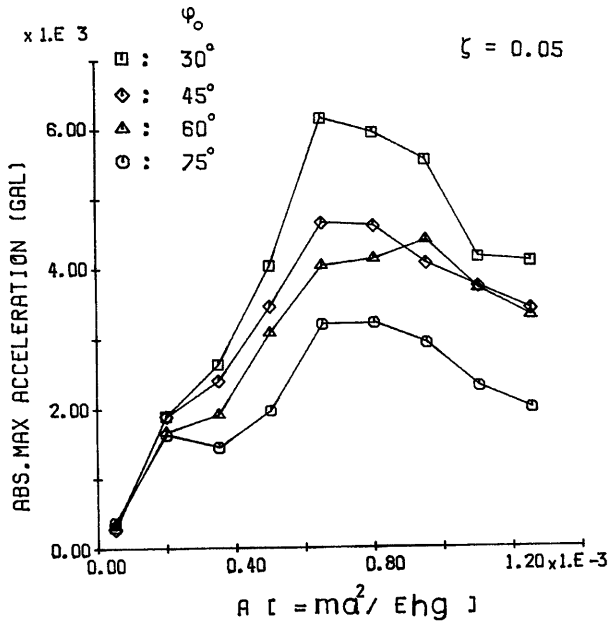


Fig. 2 Absolute maximum response acceleration versus parameter  $A$  curves to El Centro, 40 U-D :  $a/h=100$



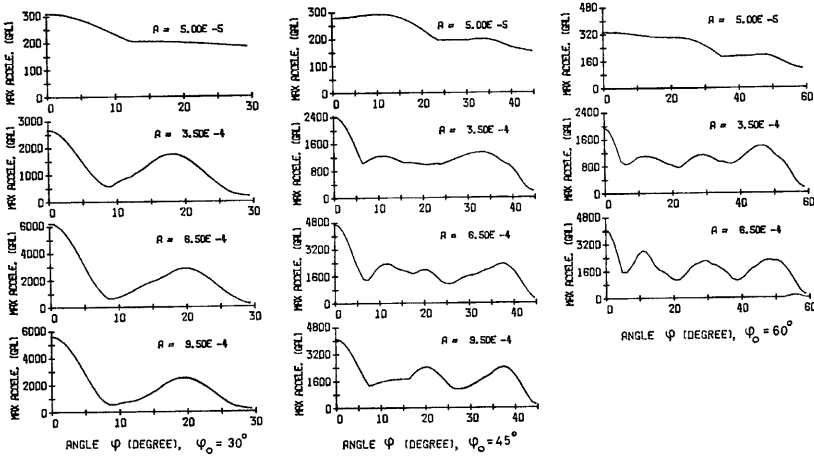


Fig. 3 Distribution of maximum response acceleration in whole of dome

### 3.2 非線形応答解析

3.1において上下地震動により極めて大きな応答加速度の生じることが明らかにされた。上記は *El Centro'* 40 上下地震動記録一例に対するものであるが、3.1に示された値は他の地震動に対する応答加速度値の *order* の評価の基礎には成り得る。したがってこのような大なる応答加速度が生じるのであれば不安定現象が発生しないかの懸念が生まれる。

同一地震動記録を用いて、減衰率を0.05として非線形応答解析を行なう。同記録は物理量で表現されているので、非線形連立微分方程式(7)式は物理量で取り扱われねばならない。したがってこの例では半径  $a$  を30mと設定する。(7)式は3次項のみならず2次項を含んでいるので、動的不安定現象の存在は推察される。この例では原記録のデータ時間間隔を20分割し(0.001秒間隔)、それぞれの時刻に対応するデータは原記録から2次式近似で内挿して作成したのを用い、Adams法により(7)式を直接数値的に解いた。

不安定現象は絶対最大撓みが急激に増加する現象をもって判定することにした。Fig. 4はその一例を示す。この図でパラメータ  $\xi$  は原記録に乘じられた係数(荷重係数に相当する)であり、 $\xi=1$ で原記録とする。Fig. 4は  $\phi_0=45^\circ$ ,  $A=1.5E-4$  のときのものであり、はじめの4個の固有モードを用いて、減衰率0.05として計算している。Fig. 4では安定限界  $\xi_{cr}$  を0.125とする。このように定めた安定限界  $\xi_{cr}$  の例をTable 4に示す。この表でみると扁平な場合は十分に小さい上下地震動によって不安定現象が生じてしまい、非扁平の場合は通常の上地震動によっては不安定現象は生じないように思われる。

Table 4. Stability critical amplitude factor  $\xi_{cr}$  for *El Centro'*40 U-D

| $\phi_0$ | Modes     | A                 |         |         |         |
|----------|-----------|-------------------|---------|---------|---------|
|          |           | 0.50E-4           | 1.50E-4 | 3.50E-4 | 6.50E-4 |
| 40°      | 1 st~4 th | 0.310             | 0.055   | —       | —       |
| 45°      | 1 st~4 th | 0.735             | 0.125   | —       | —       |
| 50°      | 1 st~5 th | (none) $\leq 2.5$ |         |         |         |
| 60°      | 1 st~5 th | (none) $\leq 3.3$ |         |         |         |

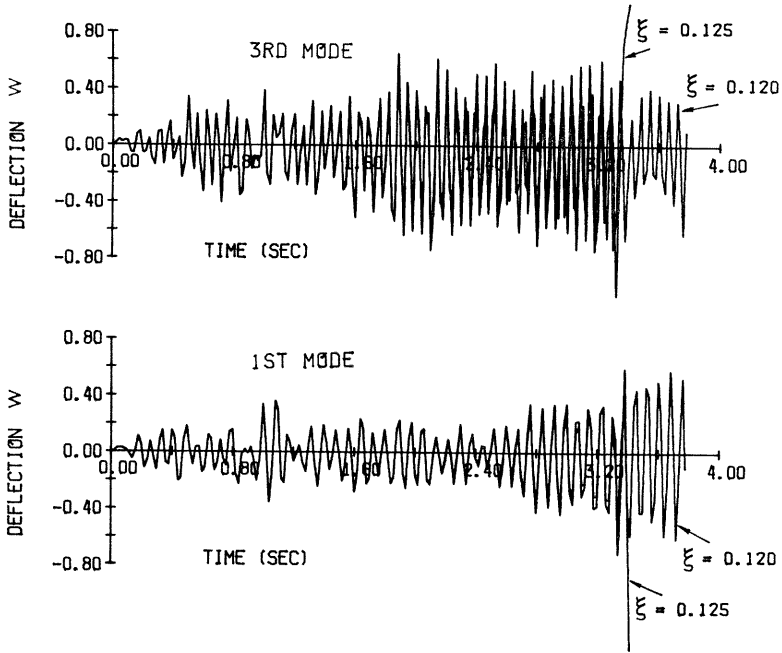


Fig. 4 Example of stability limit :  $\phi_0=45^\circ$ ,  $A=1.5E-4$  and  $a/h=100$

Table 5.  $\xi_{cr}$  in single mode state :  
 $\phi_0=45^\circ$ ,  $A=1.50E-4$

| Mode Num. | $\xi_{cr}$        |
|-----------|-------------------|
| 1st       | (none) $\leq 1.0$ |
| 2nd       | (none) $\leq 1.0$ |
| 3rd       | 0.2050            |
| 4th       | (none) $\leq 1.0$ |

Table 5 には単一モードの場合の安定限界の一例を示す。Table 4 と Table 5 を比較すると非線形応答解析では多モード状態を取り扱う必要性が認識されるであろう。また Table 4 より、球形ドームの設計に当たって、設計者が特に注意すべき（むしろ避けるべき） $A$  の範囲のあることがわかる。

#### 参 考 文 献

- 1) N. Akkas : Dynamic response of submerged hemispherical shell to earthquake motion, Earthq. Eng. Struct. Dyn., Vol. 1, 1971, pp. 89-97.
- 2) S. Kato : §3.5 Dynamic Analysis in 'Analysis, design and construction of space frames (draft)', IASS Working Group, 1979, pp. 92-104.
- 3) 國枝治郎 : 球形シエルの軸対称自由振動時の近似解, 京都大学防災研究所年報, 第26号 B-1, 昭58. 4, pp. 173-181.
- 4) A. Kalnins : Free nonsymmetric vibrations of shallow spherical shells, Proc. Natio. Cong. Appl. Mech. 4th U. S., 1963, pp. 225-233.
- 5) 横尾義典, 松岡理, 國枝治郎 : 球殻振動時の一般解 (その1) 理論式誘導と厳正解, 日本建築学会論

文報告集 第83号, 昭38. 3, pp. 7-14.

- 6) H. Kunieda : Solutions of free vibrations of spherical shell, Part 3 natural frequencies and modes in axi- nad anti-symmetric state, Transc. AIJ, No. 325, 1983, pp. 57-66.
- 7) J. L. Sanders, Jr. : Nonlinear theories for thin shells, Quart. Appl. Math., Vol. XXI, No. 1, 1963, pp. 21-36.
- 8) H. Kunieda : Nonlinear axisymmetric flexural vibration of spherical shell, NASA Tech. Note, D-6776, 1972, pp. 1-47.
- 9) Strong motion earthquake accelerograms, CALTEC EERL 71-21, 1971.