

# 密度流先端部の解析における相似理論の適用性

芦田 和男・江頭 進治・中川 一

## APPLICABILITY OF SIMILARITY THEORY TO THE ANALYSIS OF THE MOTION OF A DENSITY CURRENT HEAD

By *Kazuo* ASHIDA, *Shinji* EGASHIRA and *Hajime* NAKAGAWA

### Synopsis

When the behavior of a density current head is analyzed theoretically, the similarity theory concerning to the velocity, density and shape of the head is often introduced. At first, previous studies having used this theory were taken up, then the points at issue and applicability of these studies were examined.

We presented conservation equations of volume, mass and momentum. By using similarity parameters related to the velocity, density and geometric shape, analytical solutions were given and compared them with previous studies for the maximum thickness, density increment and advancing velocity of the head of a density current without suspended sediments.

Moreover, we guessed the values of these parameters theoretically and experimentally, and by using these parameters, applicability of our theory was investigated by experiments concerning to density currents and turbidity current surges.

In results, for not only density currents without suspended sediments but also turbidity current surges with suspended sediments, our theory proposed here agreed fairly well with experimental results by considering the net deposition of the suspended sediments if the currents are composed of them.

## 1. 緒 言

海底で発生する乱泥流や、大気中での前線や雷雲の活動などの密度流現象は、地形学者、地理物理学者<sup>1)~3)</sup> および気象学者<sup>4)~7)</sup> たちによって古くから研究されてきた。近年、貯水池への濁水の流入によって形成される貯水池密度流や、工場あるいは発電所からの温排水、オイルの流出といった問題に対して、工学的な側面からの研究も活発に行われるようになり、その流動機構はかなり明らかにされてきた<sup>8)~14)</sup>。

著者らは前報<sup>15)</sup>で、貯水池内への洪水流入や海底土石流などに伴って形成される非定常性の強い泥水密度流、すなわち、泥水塊の挙動に関し、幾何学的、運動学および力学的相似パラメータを導入して、波高、移動速度および密度の発達・減衰領域を明らかにするとともに、それらの場所的变化を理論的・実験的に考察した。本報においては、先の研究に引き続き、これらの相似パラメータに関し、種々の側面より考察を進めるとともに、泥水塊ならびに定常密度流の先端部の挙動に対し、相似理論の適用性を検討する。さらに、泥水密度流特有の微細土砂粒子の沈降が、泥水塊先端部の流動に及ぼす影響について若干の検討を行う。

## 2. 密度流先端部の解析における相似理論

### 2.1 従来の研究

密度流先端部の挙動を何らかの制約条件なしに解析するのはかなり困難であるため、各種の相似条件を設けて解析されているのが現状である。ここでは、とくに、理論解析の中で用いられている相似則に焦点を絞

り、これを導入した主な研究について、その理論の概略を述べるとともに、理論の適用性および問題点について簡単にまとめる。

Plapp & Mitchell<sup>3)</sup>は、1929年にニューフェンド沖で発生した地震によって誘発された泥水密度流に関して、先端部の運動が境界層の発達現象と類似していることに着目し、境界層方程式に相似理論を導入した解析を行っている。彼らは、Fig. 1に示す座標系において、境界層方程式を底面 ( $y=0$ ) から境界面 ( $y=h_f$ ) まで積分し、運動量保存を次式のように表わしている。

$$\rho_0 \frac{d}{dx} \int_0^{h_f} u^2 dy = g \sin \theta \int_0^{h_f} \Delta \rho dy - \tau_b \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $\rho_0$ : 周囲水の密度、 $h_f$ : 泥水層厚、 $u$ : 流速、 $g$ : 重力加速度、 $\theta$ : 路床傾斜角、 $\Delta \rho$ : 泥水と周囲水との密度差、 $\tau_b$ : 底面せん断応力である。ついで、 $\tau_b$  に関しては、ブラシウス型の抵抗則を用いて推定し、流動層厚、流速および密度差に、それぞれつぎのような幾何学的、運動的および力学相似的解を仮定している。

$$\tau_b = 0.0225 \rho u^2 \left( \frac{\nu}{uy} \right)^{1/4} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$h_f(x) = h_{f0} \left( \frac{x}{x_0} \right)^a \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$u(x, \eta) = U_m \left( \frac{x}{x_0} \right)^b F(\eta) \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\Delta \rho(x, \eta) = \Delta \rho_m \left( \frac{x}{x_0} \right)^c H(\eta) \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 $\nu$ : 動粘性係数、 $U_m$ 、 $\Delta \rho_m$ : 最大流速および密度差で、添字0は  $x_0$  における値、 $F(\eta)$ 、 $H(\eta)$ : それぞれ流速および密度差の分布関数、 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、定数である。(2)式~(5)式を(1)式に適用して、任意の  $x$  に対して成立する条件より次式を導いた。

$$5a + b = 4 \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$c = 2b - 1 \quad \dots\dots\dots(7)$$

未知数が3個で独立な式が2本であることから、 $a$ 、 $b$ 、 $c$  の値は一意的には求まらない。そこで彼らは、Heezen & Ewing によって、ほぼ平坦路床で観測された Grand Banks turbidity current の資料をもとにして、 $a$ 、 $b$  の値をつぎのように決定した。

$$a = 1, \quad b = -1 \quad \dots\dots\dots(8)$$

この場合、平坦路床すなわち、 $\theta = 0$  としているため、路床傾斜角に関連した(7)式は意味をもたなくなり、有意な式は(6)式のみであり、一意的には未知数を決定できない。

福岡、水村、加納<sup>10)</sup>も同様の解析を行っているが、泥水密度流の流動機構を、こういった境界層の発達理論で説明できるかどうか疑問である。しかし、Plapp らの研究は、従来定性的にしか論じてこなかった泥水密度流の流動機構に、流体力学的な取り扱いを考慮したという点で、注目に値する。

Britter & Linden<sup>11)</sup>は、斜面上を流下する密度流先端部分に関して次元解析を行い、先端部移動速度  $U_f$  が、

$$U_f = (g_0' Q)^{1/3} f_1(R_e, \theta) \quad \dots\dots\dots(9)$$

のように、場所的に一定となる場合には、先端部高さ  $h_f$ 、長さ  $l_f$  および有効重力  $g_f'$  に関して、つぎのような関係式が成り立つことを示している。

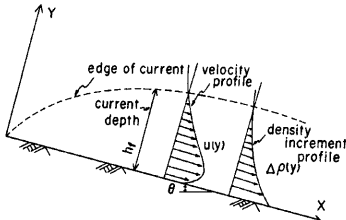


Fig. 1 Coordinate system and velocity and density increment profiles for theoretical treatment of turbidity current by Plapp & Mitchell.

$$\frac{dh_f}{dx} = f_2(R_e, \theta) \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$\frac{dl_f}{dx} = f_3(R_e, \theta) \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\frac{dg_f'}{dx} = (g_0'Q)^{2/3}x^{-2}f_4(R_e, \theta) \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 $g_0' = 2g(\rho_2 - \rho_1)/(\rho_1 + \rho_2)$  で、 $\rho_1, \rho_2$  はそれぞれ周囲水および塩水の密度、 $Q$ ：塩水の単位幅当りの流入流量、 $R_e = (g_0'Q)^{1/3}h_f/\nu$ 、 $\theta$ ：水路傾斜角である。 $R_e$  数が十分大きい領域を対象にすれば、 $f_1 \sim f_4$  は  $\theta$  のみの関数となり、これらの式は、それぞれつぎのようになる。

$$h_f = f_2(\theta)x + C_2 \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$l_f = f_3(\theta)x + C_3 \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$g_f' = -(g_0'Q)^{2/3}f_4(\theta)x^{-1} + C_4 \quad \dots\dots\dots(15)$$

ここで、前述の  $a, b, c$  に相当する値は、それぞれつぎのようである。

$$a = 1, \quad b = 0, \quad c = -1$$

これは、玉井<sup>17)</sup>が福岡<sup>10)</sup>らの成果を修正したものと同一結果になっている。

さらに、Britter & Linden は、(10)式および(11)式の妥当性を実験的に確かめるとともに、Ellison & Turner<sup>18)</sup> によって求められた界面連行率と水路傾斜角との関係式および先端部におけるエネルギー保存を考慮して、先端部移動速度に関して次式を得ている。

$$\frac{U_f}{(g_0'Q)^{1/3}} = S_2^{1/3} \left\{ \frac{\cos \theta}{\alpha} + \frac{\alpha \sin \theta}{2(E + C_D)} \right\} \left( -\frac{\sin \theta}{E + C_D} \right)^{-2/3} \quad \dots\dots\dots(16)$$

有効重力に関しては、先端部形状を半楕円形で近似して次式が成り立つことを示した。

$$\frac{dg_f'}{dx} = -\frac{2}{\pi} \left( \frac{Qg_0'}{U} \right) \left( \frac{U - U_f}{U_f} + \frac{dL}{dx} \right) \left( \frac{H}{L} \right) \left( \frac{dH}{dx} \right)^{-2} x^{-2} \quad \dots\dots\dots(17)$$

ここに、 $S_2$ ：密度分布に関する定数、 $\alpha = U_s/U$  で、 $U_s, U$ ：それぞれ先端部直後方断面における最大流速および平均流速、 $E$ ：連行率、 $C_D$ ：底面における摩擦抵抗係数である。そして、 $H/L$  が  $\theta$  の一次関数であることを実験的に確かめ、さらに、 $U_f \propto U \alpha (g_0'Q)^{1/3}$  と考えると、(16)式および(17)式は、次元解析によって求められた(9)式および(15)式と同様の形になることを示した。

彼らの理論では、Ellison & Turner によって求められた連行率に関する式が基本になっているが、先端部の混合現象に対しても成層流界面の連行率の成果が適用されるのかは疑問である。このことは同時に、先端部におけるエネルギー保存則にも問題があることを示唆するものである。また(17)式は、 $x=0$  で定義できず、式の誘導過程にも若干の問題があるものと思われる。

密度流先端部の挙動を二次元非定常問題として最初に取り扱った研究に、福岡・水村・加納<sup>14)</sup>の研究があり、それを修正、改良したものに、福岡・福嶋<sup>19)</sup>の研究がある。彼らは、先端部形状を Fig. 2 に示すように、水面に平行な面と前線の傾斜面とで幾何学的に規定し、等流部をそれに接続することによって、先端部に関する体積、質量および運動量保存則をそれぞれ次式のように求めた。

$$\frac{dA_f}{dt} = (a_1 U_{max} - U_f) d_1 \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\Delta \rho_f A_f) \\ = \Delta \rho_{um}(a_2 U_{max} - U_f) d_1 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(19)$$

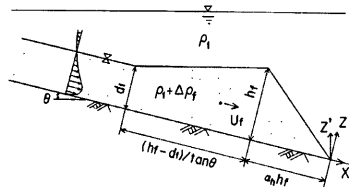


Fig. 2 Coordinate sytem and definition sketch of density current head by Fukuoka et al.

$$\frac{d}{dt}(A_f U_f) = \frac{1}{\alpha} \frac{\Delta \rho_{um}}{\rho_1} g d_1^2 \cos \theta + \frac{\Delta \rho_f A_f}{\rho_1} g \sin \theta + a_3(k) U_f^2 d_1 - C_D \frac{1}{2} U_f^2 h_f \dots\dots\dots(20)$$

ここに、 $A_f$ : 先端部の面積で  $A_f = (h_f^2 - d_1^2)/2 \tan \theta + 1/2 \cdot \alpha_h h_f^2$ ,  $d_1$ : 等流部の厚さ,  $h_f$ : 先端部最大波高,  $\theta$ : 路床傾斜角,  $\alpha_h$ : 図中の三角形部分の長さ  $h_f$  との比,  $U_{umas}$ : 等流部の最大流速,  $\Delta \rho_{um}$ : 等流部の平均密度差,  $U_f$ : 先端部重心の移動速度,  $\rho_1$ : 周囲水の密度,  $C_f$ : 形状抵抗係数,  $g$ : 重力加速度,  $a_1 \sim a_3$ : 分布関数に関する形状ファクターである。密度差には、先端部内で直線分布、等流部では指数分布を仮定し、流速に関しては、先端部において一定、等流部では指数分布を仮定している。しかしながら、先端部がどこまで相似性を保持できるのかという問題については議論されてなく、また、周囲水の連行も考慮されていない。さらに、この方法のもう一つの欠点は、平坦路床では流れ全体が先端部となり、もはやモデルの適用が不可能となることである。

これまでの議論は、上流から定常的な給水があった場合であるが、非定常なソース、すなわち流塊が形成される場合については、Beghin, Hopfinger & Britter<sup>20)</sup>の研究がある。彼らは、流塊の形状を Fig. 3 のように楕円形で近似し、流塊の高さ  $h_f$  と長さ  $l_f$  との比  $h_f/l_f$  が一定で、有効重力が流下方向に保持されるという条件のもとに、つぎのような体積および運動量保存則を提案した。

$$\frac{\pi}{4} \frac{d}{dt} (h_f l_f) = S_1 (h_f l_f)^{1/2} \alpha(\theta) U \dots\dots\dots(21)$$

$$\frac{\pi}{4} \frac{d}{dt} \{ \rho_1 (1 + k_0) h_f l_f U \} = B \sin \theta \dots\dots\dots(22)$$

ここに、 $S_1$ : 形状ファクターであって、 $S_1 = \pi/2^{3/2} \cdot (4k^2 + 1)^{1/2} / k^{1/2}$ ,  $k = h_f/l_f$ ,  $\alpha$ : 連行係数で、傾斜角  $\theta$  のみの関数,  $U$ : 流塊重心の流速,  $U = U_f(1 + 1/2 dl_f/dx)$ ,  $U_f$ : 先端の移動速度,  $k_0$ : 付加質量係数,  $B$ : 有効重力で  $B = \pi/4 \cdot g(\rho_f - \rho_1) h_f l_f$ ,  $\rho_f, \rho_1$ : 流塊内の平均密度および周囲水密度である。

ついで、種々の実験を行い、その結果ならびに上式の適用結果により、形状を半楕円形で近似できるのは、 $\theta \geq 5^\circ$  の条件で、 $\theta < 5^\circ$  では、幾何学的および運動学的な相似条件が成り立たなくなるばかりでなく、底面摩擦も無視できないことが示されている。本解析では、上述のような相似条件や底面摩擦をどのように評価するか問題であり、さらに、沈降性浮遊物による流塊を対象とする場合には、有効重力の項をいかに評価するかが問題となる。

以上、密度先端部の挙動に関し、いくつかの主要な研究について、その問題点を指摘しながら概括した。

2.2 支配方程式と相似パラメータ

泥水塊先端部に関する支配方程式の詳細は前報で報告しているので、その結果のみを示すと以下のようである。なお、先端部形状の模式図と記号は Fig. 4 に示されている。

$$\frac{dA_f}{dt} = -r q_0 + q_e \dots\dots\dots(23)$$

$$A_f \frac{d\Delta \rho_f}{dt} = r(\Delta \rho_f - \Delta \rho_{20}) q_0 - \Delta \rho_f q_e + \beta \omega_0 \Delta \rho_f l_f \dots\dots\dots(24)$$

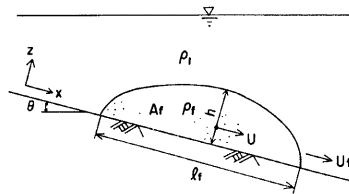


Fig. 3 Coordinate system and definition sketch of a thermal by Beghin et al.

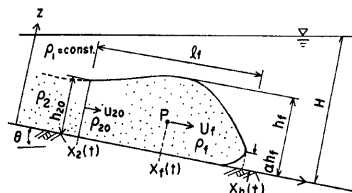


Fig. 4 Coordinate system and definition sketch of a density current head by Ashida et al.

$$A_f \frac{dU_f}{dt} = \frac{\Delta\rho_f}{\rho_0} A_f g \sin\theta + \frac{1}{2} \frac{\Delta\rho_{20}}{\rho_0} h_{20}^2 g \cos\theta + r(U_f - u_{20})q_0 - U_f q_e - \frac{1}{2} C_D h_f U_f^2 - \frac{1}{2} \{C_D h_f + (f_b + f_i)l_f\} U_f^2 \quad \dots\dots\dots(25)$$

ここに、 $A_f$ ：先端部の面積で、 $A_f = \int_{\xi_2}^{\xi_h} h_2 d\xi$ 、 $\xi_2 = x_2(t) - x_f(t)$ 、 $\xi_h = x_h(t) - x_f(t)$ 、 $h_2$ ：界面高さ、 $r = (U_f + d\xi_2/dt)/U_{20} - 1$ 、 $U_f$ ：先端部の重心  $P$  の流下速度、 $u_{20}$ 、 $\rho_{20}$ 、 $h_{20}$ ：それぞれ、先端部とその後方部分との接続面における流速、密度および波高で、 $\Delta\rho_{20} = \rho_{20} - \rho_1$ 、 $\rho_1$ ：上層の密度、 $q_{20} = u_{20} h_{20}$ 、 $q_e = \int_{\xi_2}^{\xi_h} w_e d\xi$ 、 $w_e$ ：界面における上層から下層への連行速度、 $\Delta\rho_f$ ：先端部の密度差で、 $\Delta\rho_f = \int_{\xi_2}^{\xi_h} (\rho_2 - \rho_1) h_2 d\xi / A_f$ 、 $\rho_2$ ：下層の密度、 $\beta\omega_0 C_2 = -\{\varepsilon \partial c / \partial z|_{z=0} + \omega_0 c|_{z=0}\}$  で、 $C_2 = C_1 + \Delta C$  とおくと、 $C_1 = 0$  のとき、 $\Delta\rho_2 = \text{const} \times C_2$ 、 $C_1$ 、 $C_2$ ：上層および下層の濃度、 $\varepsilon$ ：拡散係数、 $\omega_0$ ：粒子の沈降速度、 $g$ ：重力加速度、 $\theta$ ：路床傾斜角、 $f_i + f_b = 2 \int_{\xi_2}^{\xi_h} (\tau_i - \tau_b) d\xi / \rho_1 U_f^2 l_f$ 、 $\tau_i$ 、 $\tau_b$ ：界面および底面のせん断応力、 $l_f$ ：先端部長さ、 $C_D$  は抵抗係数であって、 $C_D = 2/\rho_1 \cdot \int_{\xi_2}^{\xi_h} \partial \bar{p}_i / \partial \xi \cdot d\xi$ 、 $\bar{p}_i$ ：静水圧からの変動圧力、 $\rho_0$ ：基準密度であって、 $\rho_1$ 、 $\rho_2$  のいずれでもよい。

(23)～(25)式を解くために、つぎのような仮定を導入する。

(1) 連行量  $q_e$  は、先端部のオーバーハング高さとの間における周囲水の取り込みによって評価されるものとして、これを次式のようにおく。

$$q_e = \alpha h_f U_f \quad \dots\dots\dots(26)$$

(2) 形状、流速および密度に関する相似パラメータを導入し、これらをそれぞれつぎのように表す。

$$\begin{aligned} R_{s1} &= h_{20}/h_f, \quad k_{s2} = l_f/h_f, \quad b_{s3} = -\xi_2/h_f, \quad k_{s4} = A_f/h_f^2, \\ k_u &= u_{20}/U_f, \quad k_p = \Delta\rho_{20}/\Delta\rho_f \quad \dots\dots\dots(27) \end{aligned}$$

以下、形状、流速および密度分布が相似性を保持する領域を対象にし、連行量に関連した無次元数  $\alpha$ 、形状抵抗係数  $C_D$ 、界面および底面の抵抗係数  $f_i$ 、 $f_b$  の時間変化が無視できる条件を対象にする。

以上の仮定および定義を (23)～(25)式に適用すると、それぞれつぎのような式が得られる。

$$dh_f/dx = b_1 \quad \dots\dots\dots(28)$$

$$\frac{d\Delta\rho_f}{dx} = \frac{\Delta\rho_f}{h_f} (b_2 + b_5 \frac{\omega_0}{U_f}) \quad \dots\dots\dots(29)$$

$$U_f \frac{dU_f}{dx} + b_4 \frac{U_f^2}{h_f} = b_3 \frac{\Delta\rho_f}{\rho_0} g \quad \dots\dots\dots(30)$$

ここに、 $U_f dt = dx$  で、 $b_1 \sim b_5$  は、それぞれ次式のものである。

$$b_1 = \{k_{s1}(k_u - 1) + \alpha\} / (2k_{s4} - k_{s1}k_{s3}) \quad \dots\dots\dots(31)$$

$$b_2 = k_{s1}/k_{s4} \cdot \{(1 - k_u)(1 - k_p) - b_1 k_{s3}(1 - k_p) - \alpha/k_{s1}\} \quad \dots\dots\dots(32)$$

$$b_3 = 1/k_{s4} \cdot (k_{s4} \tan\theta + 1/2 \cdot k_p k_{s1}^2) \cos\theta \quad \dots\dots\dots(33)$$

$$b_4 = -k_{s1}(1 - k_u)^2 + b_1 k_{s1} k_{s3}(1 - k_u) + \alpha + 1/2 \cdot C_D \{1 + k_{s2}/C_D \cdot (f_i + f_b)\} \quad \dots\dots\dots(34)$$

$$b_5 = \beta k_{s2}/k_{s4} \quad \dots\dots\dots(35)$$

$b_5 = 0$ 、すなわち、泥質の沈降および巻き上げの影響を省略した場合、(28)～(30)式には解析解が存在し、先端部波高、密度および流下速度について、それぞれ次式を得る。

$$h_f/h_{f0} = b_1 x_* + 1 \quad \dots\dots\dots(36)$$

$$\begin{cases} \Delta\rho_f/\Delta\rho_{f0} = (b_1 x_* + 1)^{b_2/b_1}, & (b_1 \neq 0) \\ \Delta\rho_f/\Delta\rho_{f0} = \exp(b_2 x_*), & (b_1 = 0) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(37A) \quad \dots\dots\dots(37B)$$

$$\begin{cases} (U_f/U_{f0})^2 = 2b_3/(b_1 + b_2 + 2b_4) \cdot \{(b_1 x_* + 1)^{(b_1 + b_2 + 2b_4)/b_1} - 1\} F_{i0}^{-2}/(b_1 x_* + 1)^{b_2/b_1}, \\ (b_1 + b_2 + 2b_4 \neq 0, b_1 \neq 0) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(38A)$$

$$\begin{cases} (U_f/U_{f0})^2 = 2b_3/(b_2 + 2b_4) \cdot F_{i0}^{-2} \exp(b_2 x_*) + \{1 - 2b_3/(b_2 + 2b_4) \cdot F_{i0}^{-2}\} \exp(-2b_4 x_*), \\ (b_2 + 2b_4 \neq 0, b_1 = 0) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(38B)$$

$$\begin{cases} (U_f/U_{f0})^2 = (b_1 x_* + 1)^{-2b_4/b_1} \{ 2b_3/b_1 \cdot F_{i0}^{-2} \ln(b_1 x_* + 1) + 1 \}, \\ (b_1 + b_2 + 2b_4 = 0, b \neq 0) \end{cases} \dots\dots\dots(38C)$$

$$\begin{cases} (U_f/U_{f0})^2 = \exp(-2b_4 x_*) (2b_3 F_{i0}^{-2} x_* + 1), \\ (b_2 + 2b_4 = 0, b_1 = 0) \end{cases} \dots\dots\dots(38D)$$

ここに、 $x_* = x/h_f$ ,  $F_{i0}^2 = \rho_0 U_{f0}^2 / \Delta\rho_f g h_{f0}$  で、 $h_{f0}$ ,  $\Delta\rho_{f0}$  および  $U_{f0}$  は、 $x=0$  における値である。波高、密度および流速の発達・減衰領域に関しては、前報で報告しているので省略するが、波高に関しては、位置  $x_*$  の一次関数、すなわち、 $a=1$  となっており、移動速度が一定となる条件、

$$b_1 + b_2 = 0, (b_1 > 0, b_2 < 0) \dots\dots\dots(39)$$

のもとでは、(37A)式は次式のようになる。

$$\Delta\rho_f / \Delta\rho_{f0} = (b_1 x_* + 1)^{-1} \dots\dots\dots(40)$$

したがって、このような条件下で解析を行った Britter & Linden らの結果同様、密度変化は直角双曲線と与えられることがわかる。また、Beghin, Hopfinger & Britter らによって提案された(21)式を著者らが導入した相似パラメータ  $k_{e2} = 1/k = l_f/h_f$  を用いて解くと、波高変化は次式で表わされ、(36)式と等価になる。

$$h_f/h_{f0} = b'_1 x_* + 1 \dots\dots\dots(41)$$

ここに、 $b'_1 = 2S_1 k_{e2}^{-1/2} \alpha(\theta) / \pi$ 。さらに、彼らが提案した運動量保存則(22)式を変形するとつぎのようになる。

$$U \frac{dU}{dx} + \frac{2b'_1}{h_f} U^2 = \frac{\rho_f - \rho_1}{\rho_1} g(1 + k_v) \dots\dots\dots(42)$$

上式は、(30)式と同様の式形をしていることが知れる。彼らは(22)式において、

$$B = \frac{\pi}{4} g(\rho_f - \rho_1) h_f l_f = \text{const} \dots\dots\dots(43)$$

とおいた。上式に(41)式を適用すると、密度は次式で与えられることがわかる。

$$\Delta\rho_f / \Delta\rho_{f0} = \frac{\text{const}}{k_{e2} h_f^3} = \text{const} \cdot (b'_1 x_* + 1)^{-2} \dots\dots\dots(44)$$

### 2.3 相似パラメータの検討

定常密度流先端部の流動機構を取り扱った研究には、層流域を対象とした Ippen & Harleman<sup>20)</sup> および Keulegan<sup>22)</sup> らの研究、乱流域を対象とした Middleton<sup>21)</sup>, Plapp & Mitchell<sup>23)</sup>, 福岡<sup>10)</sup>,<sup>11)</sup> ら、その他多くの研究がある。ここでは、乱流域を対象としたこれらの研究を参考にして、2.2において導入した相似パラメータについて検討する。

#### (1) 幾何学的相似パラメータ

まず、 $k_{e1}$  について考察する。 $k_{e1}$  は、 $k_{e1} = h_{20}/h_f$  で与えられた。 $h_{20}$  には、つぎの2通りの定義、すなわち、**Fig. 5** において、等流部の厚さ  $d_1$  と混合層も含めた厚さ  $d_1 + d_2$  が考えられる。しかし、 $d_1$  を採用した場合、混合層内の成分を無視することになり、物質の保存則が成立しなくなる。したがって、混合層厚も含めた高さを  $h_{20}$  に選ぶのが妥当である。このとき、 $h_f \approx h_{20}$  より、近似的に

$$k_{e1} \approx 1$$

と考えてよい。つぎに、 $k_{e2}$  について考察する。 $k_{e2}$  は、 $k_{e2} = l_f/h_f$  で与えられた。先端部最先端から最大波高点までの距離は、Keulegan, Ippen & Harleman, Middleton, 福岡らおよび平野ら<sup>13)</sup>の研究を参考にすると、最大波高の2倍程度である。これは、最大波高で無次元化された先端部形状を示した **Fig. 6** から明らかである。そこで、先端部重心の  $\xi$  座標  $\xi_f$  から最先端  $\xi_h$  と接続点  $\xi_2$  までの距離すなわち、 $\xi_f - \xi_2$  および  $\xi_h - \xi_f$  がそれぞれ  $2h_f$  となるように先端部長さを定義すると、 $k_{e2}$  は、つぎのようになる。

$$k_{e2} = 4.0$$

また、 $k_{e3}$  は、 $k_{e3} = -\xi_2/h_f$  であった。先端部重心の  $\xi$  座標  $\xi_f$  を近似的に最大波高が現われる  $\xi$  座標上に



るためには、流速、密度（濃度）分布および流動層厚に関する十分な実験資料が必要である。これについては、次章で若干の実験的考察を行う。

以上は、定常密度流先端部に関するものであるが、泥水塊についてみると、幾何学的な相似性については、定常密度流におけるものとほとんど変わらないことが予想される。また、流速および密度に関する相似パラメータについては、先端部後方からの定常的な運動量の供給がないことから、 $k_u < 1$  かつ  $k_p < 1$  になることが推察される。 $k_p$  については、次章で若干の実験的考察を行う。

### 3. 密度流先端部の挙動に関する実験的検討

#### 3.1 定常密度流

実験水槽は、全長約 23m, 幅 38.5cm, 下流端水深, 70cm の長方形断面水槽で、路床勾配は1/100に設定されている。実験は、水位一定の条件、すなわち、水槽に水道水 (28~30°C) を下流端で自由越流する程度給水し、下流端から給水量に見合った量を越流放流させる方法で行われた。水理条件は **Table 1** のとおりである。ここに、 $\rho_i, \rho_a$ : 流入水 (地下水) および周囲水 (水道水) の密度,  $\Delta\rho: \rho_i - \rho_a$ ,  $q$ : 単位幅流量,  $i$ : 路床勾配である。測定項目は、先端部位置と時間との関係、任意の断面における水温の鉛直分布および水槽側面からのカメラ撮影による先端形状などである。

**Fig. 7** は、密度先端位置の走時曲線であって、この程度の流下区間では、移動速度はほとんど変

Table 1 Experimental conditions for density currents.

Exp. No.	$\rho_i$ ( $g/cm^3$ )	$\rho_a$ ( $g/cm^3$ )	$\Delta\rho$ ( $g/cm^3$ )	$q$ ( $cm^2/s$ )	$i$
13- 6	0.99873	0.99592	0.00281	19.22	0.01
13- 7	0.99875	0.99589	0.00286	35.32	0.01
13- 8	0.99877	0.99601	0.00276	44.94	0.01
13-10	0.99879	0.99621	0.00258	16.10	0.01
13-17	0.99879	0.99574	0.00305	17.66	0.01
13-18	0.99884	0.99592	0.00292	38.44	0.01

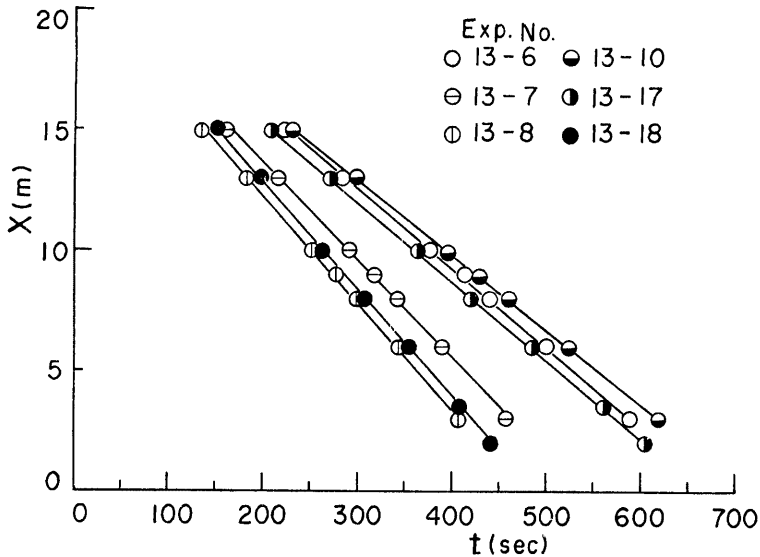
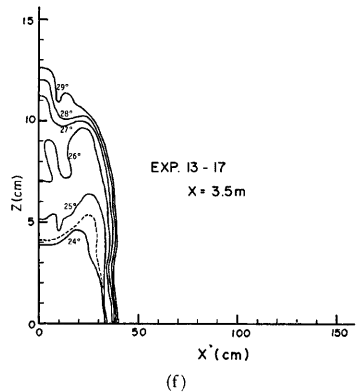
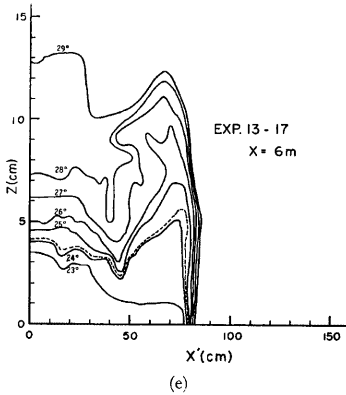
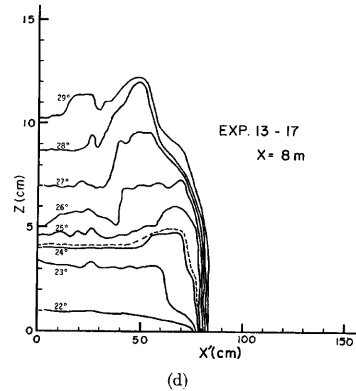
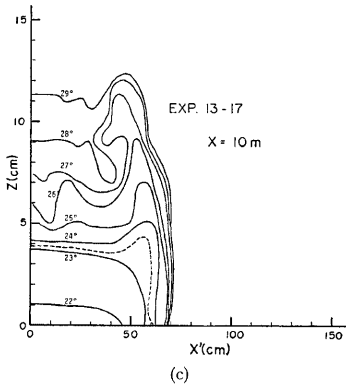
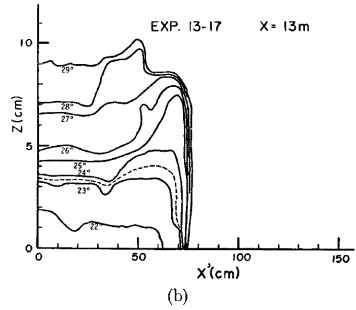
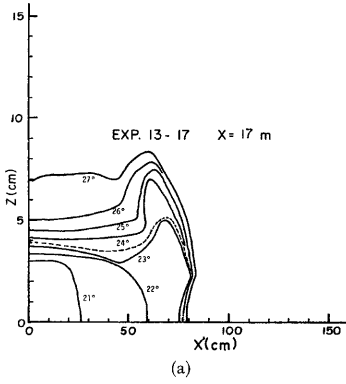


Fig. 7 The displacement of the density current head as a function of time.





化しないことがわかる。これは、福岡ら<sup>14)</sup>が示したような加速性のある実験結果と非常に異なっており、玉井が指摘したことを裏づけるものである。

Fig. 8(a)~(g) は、それぞれ水槽下流端より 17, 13, 8, 6, 3.5 および 2m 地点における先端近傍の等水温線を示したものである。図中の点線は、定常部（等流部）の密度境界面（密度勾配が最大になる面）の水温を、先端部まで適用したものである。これらの図より、以下のようなことが知れる。すなわち、先端部前縁では、周囲水と冷水との混合によって、うすい混合層が形成されており、ここでの密度勾配はきわめて大きく、後方から先端への高密度流体の進入および、先端の進行とによって、混合した流体は、容易に先端部へは進入できず、先端が移動することによってそれが上方へもち上げられ、先端後方にとり残され、そこに、ほぼ先端部波高程度の混合層が形成されるということである。

また、これらの図より、2.3 の定義に従って、接続断面および先端部最大波高断面における密度差  $\Delta\rho_2$ ,  $\Delta\rho_f$  および  $k_p$  の値を求めると、Table 2 のようである。 $k_p$  は 1 近傍の値であるが、平均的にみると、1 より若干小さい。

### 3.2 泥水塊に関する実験

実験水槽は、Fig. 9 に示すように、長さ 13.2m、幅 0.5m、深さ 0.4m の勾配可変の長方形断面水槽で、両面ガラス張りになっている。水槽上流部には、任意の容量と濃度をもつ泥水を作るため、ゲートが架設されている。まず、水槽内に水温一様場を作ると同時に、上流部の貯水部分において、パールクレイ（分散処理したものは、平均粒径  $d_m=2\mu$ ）を用いて所定の濃度の泥水を作る。瞬時にゲートを抜くと、泥水塊が形成されるが、実験領域が底面で沈降粒子の堆積が卓越するような条件で行われているため、流塊は周囲水との混合および粒子沈降による密度稀釈を起こしながら流下する。

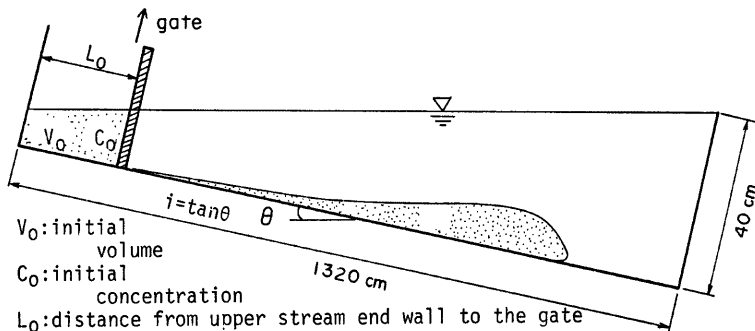


Fig. 9 Sketch of the experimental set-ups.

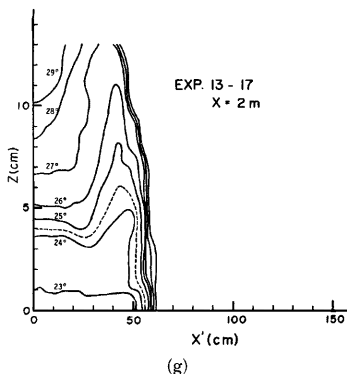


Fig. 8 Temperature distribution at the head.  
Here  $x' = x_f - x$ .

Table 2 Experimental results concerning to  $k_p$  for a density current.

$X'$ (m)	$h_f$ (cm)	$\Delta\rho_f$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\Delta\rho_2$ (g/cm <sup>3</sup> )	$k_p$
15	8.4	0.001645	0.001559	0.948
13	10.2	0.001465	0.001247	0.851
10	12.3	0.001224	0.001260	1.029
8	12.2	0.001242	0.001144	0.921
6	12.3	0.001232	0.000987	0.801
3.5	12.6	0.001172	—	—
2	15.0	0.001059	0.001109	1.047

測定項目は、先端部の位置と時間との関係、濃度分布および形状であって、位置は目視により、形状はビデオカメラで測定した。また、台車に固定された自動昇降器に、光電管式濃度計を取り付け、先端の移動速度で台車を移動させながらこれを上下させることによって濃度分布の測定を行った。測定断面は、先端から 50, 100, 250, 300, 400 および 600 cm 後方であって、先端から 50 cm 後方の断面は、流塊が極端に変形しない間はほぼ最大波高を生じる断面である。流速分布については、初期体積、密度差および勾配を泥水塊のそれらと同一に設定した冷水塊の実験を行い、水素気泡法によって計測された。実験条件は **Table 3** のとおりであって、表中の諸記号は、**Fig. 9** に示したものと対応している。なお、路床は滑面の固定床である。

Table 3 Experimental conditions for turbidity current surges.

Exp. No.	$L_0$ (cm)	$V_0$ (cm <sup>3</sup> )	$C_0$ (%)	$i$
17-4	46	64239	0.34	1/100
21-1	36	50184	1.00	//
21-2	//	//	0.50	//
21-3	//	//	0.23	//
21-4	//	//	0.10	//
21-5	//	//	0.05	//
22-1	66	92449	0.23	//
22-2	56	78344	//	//
22-3	46	64239	//	//
22-4	26	36179	//	//
23-1	36	50184	//	1/60
23-2	//	//	//	1/200
23-3	//	//	//	0

**Fig. 10** は、先端部位置と時間との関係を示し

たものであって、同じ初期密度差を有する塩水塊の実験結果も示されている。同図より明らかなように、泥水塊では、一般に同一の初期密度差を有する塩水塊の移動速度より小さい。これは、泥水塊中の土粒子が流下途中で沈降するために、有効重力が減少するからであると推察される。実験結果の一例を **Table 4** に示す。表中には時刻  $t$  における先端の位置  $x$ 、先端部最大波高  $h_f$ 、断面平均密度差  $\Delta\rho_f$ 、移動速度  $U_f$ 、レイノルズ数  $Re$  および内部フルード数  $F_r$  の値が示されている。**Fig. 11** および **12** は、それぞれ、先端部濃度および波高の場所的変化を示したものである。濃度減少の傾向には、初期濃度の違いによる有意な差はないようである。波高は、流下とともにほぼ直線的に減少する。初期濃度が大きい場合、測定区間で先端部は相似形を保持するが、これが小さい場合には、**Photo. 1 (a)~(d)** に示すように、波高が次第に減少し、

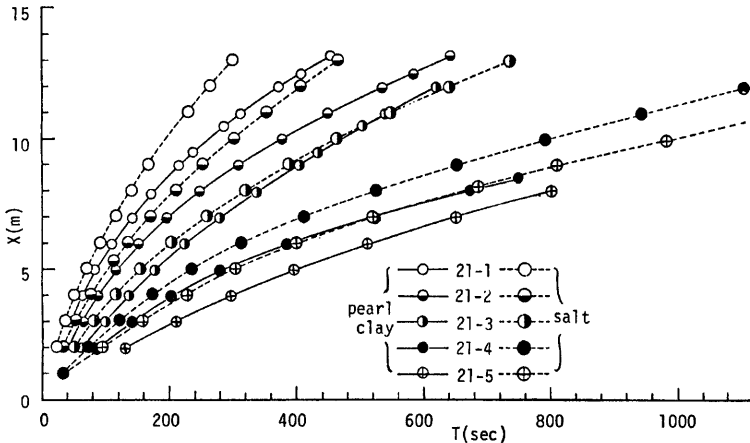


Fig. 10 The displacement of the head of turbidity and brackish current surge as a function of time.

Table 4 Experimental results concerning to turbidity current surges.

Exp. No.	$t$ (sec)	$X$ (cm)	$h_f$ (cm)	$\Delta\rho_f$ (g/cm <sup>3</sup> )	$U_f$ (cm/s)	$Re$	$F_r$
21-1	176	794	12.20	0.000728	2.723	3322	0.923
	243	955	11.00	0.000555	2.222	2442	0.908
	317	1103	10.00	0.000423	1.887	1887	0.927
	411	1253	9.76	0.000315	1.515	1479	0.873
21-2	178	640	13.75	0.000548	2.308	3174	0.849
	252	802	12.00	0.000388	1.758	2110	0.823
	343	948	10.00	0.000297	1.518	1518	0.890
	455	1094	9.50	0.000212	1.230	1107	0.876
21-4	285	506	10.00	0.000217	1.072	929	0.789
	342	561	9.00	0.000191	0.887	798	0.684
	392	605	6.62	0.000125	0.805	533	0.893
	442	642	—	0.000121	0.725	—	—
	482	672	5.00	0.000085	0.689	345	1.066

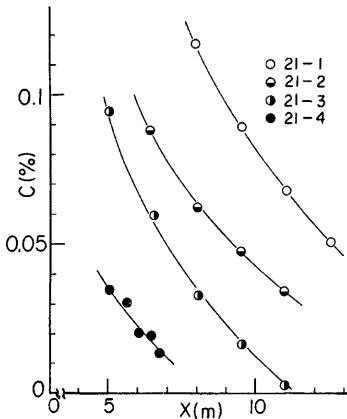


Fig. 11 Concentration of the head as a function of the distance.

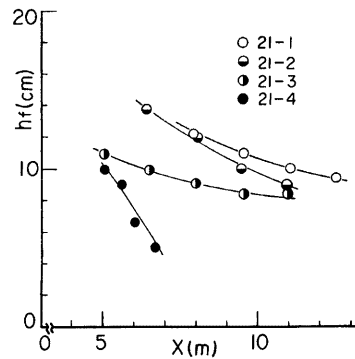


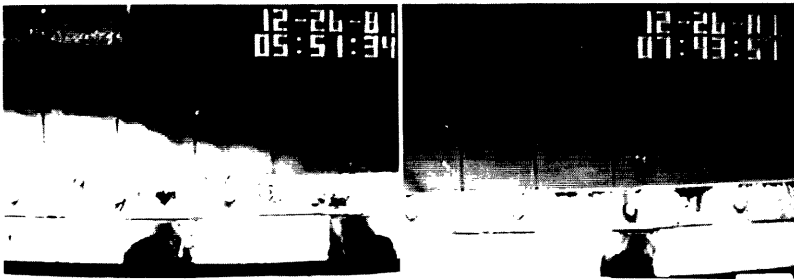
Fig. 12 The maximum thickness of the head as a function of the distance.

形状も変形して最終的に停止に至る場合がある。これは、前述の定常密度流の移動特性ときわめて異なる点である。

Fig. 13 (a), (b) および (c) は、先端からそれぞれ 50, 100, 250, 300cm, (400, 600cm) 後方の断面における濃度分布である。今、近似的に先端から 50cm 後方の断面における濃度を先端部の平均濃度とみなし、100 cm 後方の濃度を接続断面における値として  $k_p$  を計算すると、Table 5 のようである。前報で推察したように、 $k_p$  は 0.9 に近い値をとることがわかる。

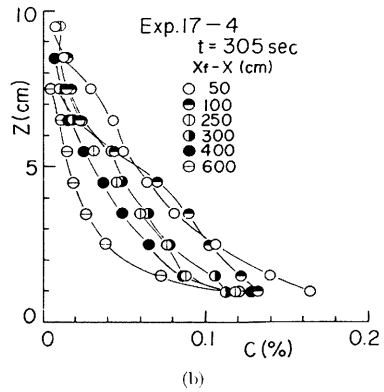
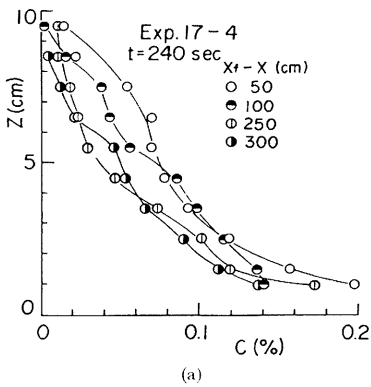


(a) (2'58.90" past since removal of the gate.) (b) (4'12.55" past since removal of the gate.)



(c) (5'51.34" past since removal of the gate.) (d) (7'43.57" past since removal of the gate.)

Photo. 1 Transformation processes of the head of a turbidity current surge.



4. 相似理論の適用性

ここでは、2.3で推定された幾何学的相似パラメータおよび実験によってある程度明らかにされた運動学的および力学的相似パラメータを、2.2の支配方程式に適用し、その結果が定常密度流および泥水塊の運動特性をどの程度説明するかを検討する。

Fig. 14は、定常密度流に対する最大波高、密度差および流下速度の理論値と実験値とを比較したものである。計算は、つぎのような条件で行われた。すなわち、 $k_{s1} \sim k_{s4}$ には(47)式の値を、 $k_p$ にはTable 2に示した値の平均値を用い、 $k_u$ に関しては、1近傍の値1.01を用いている。先端部での周囲水の取り込み量に関するパラメータ  $\alpha$ 、形状および摩擦抵抗係数に関する値  $C_T (= C_D + k_{s2}(f_i + f_b))$ などは、レイノルズ数の関数であるが、これが十分大きい場合には一定値と考えてよく、それぞれ、 $\alpha = 0.02$ ,  $C_T = 0.3$  という値を用いている。

同図より、理論は、波高、移動速度および密度に関する実験値をかなりよく説明することがわかる。

つぎに、泥水塊に関する理論の適用性について検討しよう。泥水塊先端部が相似形を保持する領

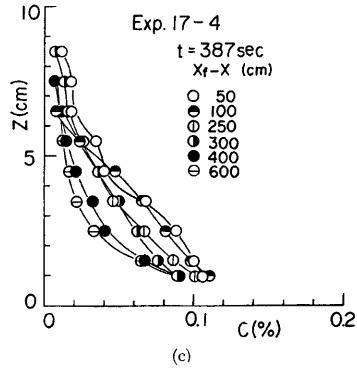


Fig. 13 Concentration profiles at the various sections from the leading edge of the current.

Table 5 Experimental results concerning to  $k_p$  for turbidity current surges.

Exp. 17-4				
$t$ (sec)	$k_f$ (cm)	$\Delta \rho_f$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\Delta \rho_{20}$ (g/cm <sup>2</sup> )	$k_p$
240	15.1	0.000333	0.000300	0.901
305	14.1	0.000304	0.000262	0.862
387	12.6	0.000237	0.000214	0.903

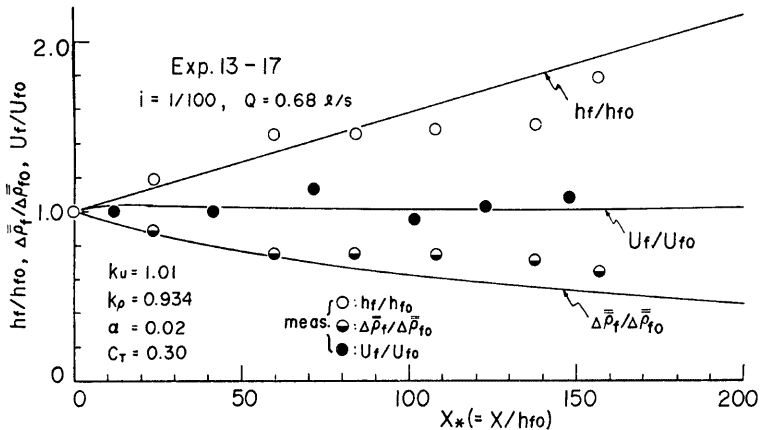


Fig. 14 Comparison between calculated results and experimental ones concerning to the maximum thickness, density increment and advancing velocity of the head of a density current.

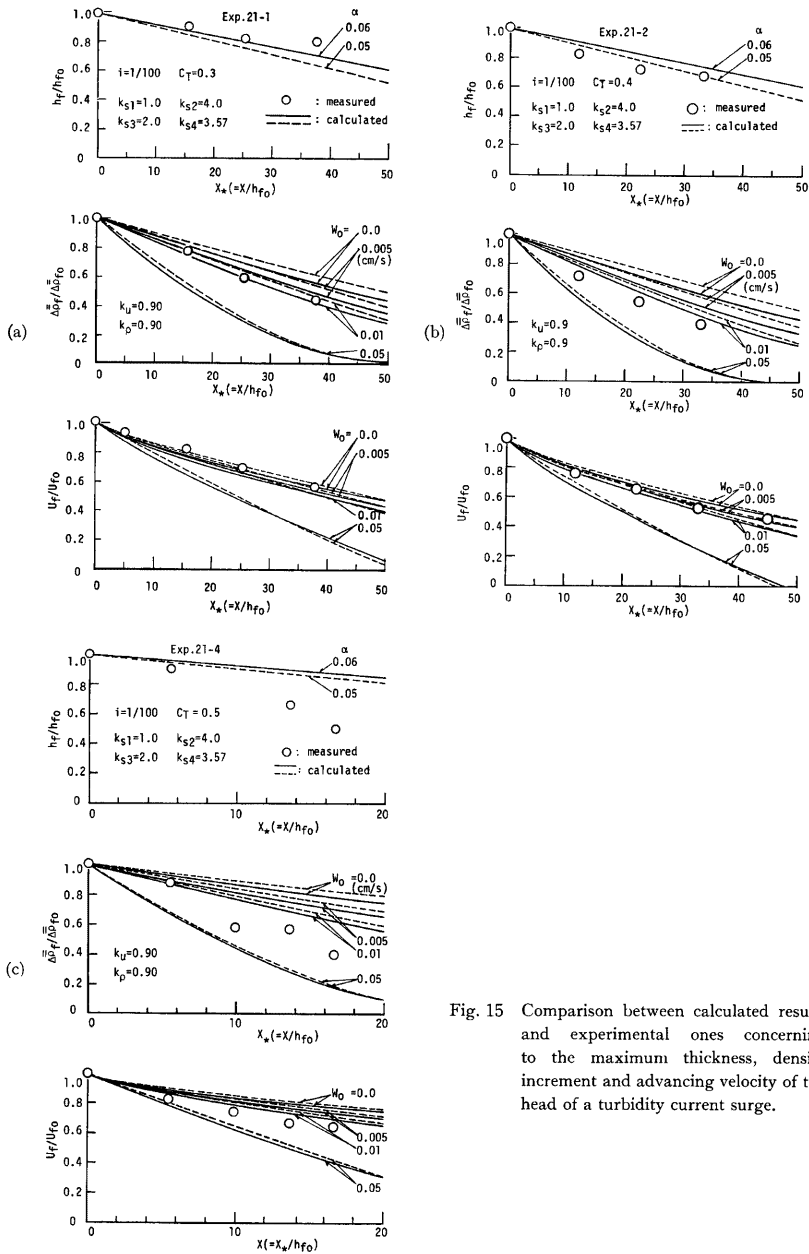


Fig. 15 Comparison between calculated results and experimental ones concerning to the maximum thickness, density increment and advancing velocity of the head of a turbidity current surge.

域を対象にすれば、形状に関する幾何学的相似パラメータ  $k_{s1} \sim k_{s4}$  は定常密度流のものと同様の条件が採用でき、 $k_u$  および  $k_p$  に関しては、実験結果を参考に0.9という値を採用する。

**Fig. 15 (a), (b) および (c)** は、(35)式において、 $\beta = -1$ 、すなわち、泥質粒子が底面で純堆積する条件における波高、密度差および移動速度の計算値と実験値を、初期濃度が1%、0.5%および0.1%の3通りの実験ケースについて比較したものである。ただし、初期泥水体积  $V_0$  および勾配  $i$  は、それぞれ一定で  $V_0 = 50184 \text{ cm}^3$ 、 $i = 1/100$  である。**Table 4** より明らかなように、初期濃度が小さいほど、レイノルズ数は小さく、Exp. 21-4 では、もはや乱流域からはずれる領域にある。このことは、前述の適用領域からはずれることを意味しているが、抵抗係数  $C_T$  を若干大きく見積もることによってある程度適用可能であることが**Fig. 15 (c)** からわかる。これらの図においては、先端部における周囲水の取り込み量も、オーバーハング高さがレイノルズ数の減少とともに増大するので、定常密度流の場合よりも大きいことが推察され、ここでは、 $\alpha = 0.05$  と  $0.06$  の2通りについて計算されている。これらの図より、泥質粒子の沈降速度を考慮した場合、理論はかなりよく実験値を説明することがわかる。

## 5. 結 語

以上、密度流先端部の解析における相似理論の適用性について、理論的・実験的考察を行った。以下、明らかにされたことおよび問題点を列挙するとつぎのようである。

(1) 先端部形状に関する幾何学的相似パラメータに関し、従来の研究および実験結果を参考に、 $k_{s1}$ 、 $k_{s2}$ 、 $k_{s3}$  および  $k_{s4}$  をそれぞれ、 $k_{s1} = 1$ 、 $k_{s2} = 4$ 、 $k_{s3} = 2$  および  $k_{s4} = 3.57$  のように推定した。定常密度流および泥水塊についても先端部が相似形を保持する間は、これらのパラメータが適用可能である。

(2) 力学的相似パラメータ  $k_p$  に関しては、定常密度流先端部の等水温線図および泥水塊の濃度分布から実験的に考慮し、 $k_p = 0.9$  程度の値が妥当であることが示された。 $k_u$  に関しては、精度の良いデータが得られておらず、 $k_p$  の値を参考に推定されたが、これについては、さらに精度の高い流速分布の測定や分布形の理論的な考察がなされる必要がある。

(3) これらの相似パラメータの値を用いて定常密度流および泥水塊の挙動に関する理論計算を行った。その結果、波高、密度差および移動速度の実験値は、理論によってかなりよく説明され、相似パラメータの推定値や支配方程式の妥当性が明らかにされた。また、泥水塊に関して、微細土砂の沈降速度を考慮した解析を行った結果、粒子の沈降を考慮した場合、実験値との対応がよいことが示された。しかし、パールクレイなどの微細粒子は、流動中にブロックを形成し、実際にどのような沈降速度を有するのかが不明である。今後、こういった問題や粒子の沈降および巻き上げが、相似パラメータに与える影響についても理論的・実験的考察を進める必要がある。

最後に、本研究は一部文部省科学研究費(奨励研究A)の補助を受けた。ここに記して感謝の意を表する。また、実験ならびに資料・図面作成などで常に助力していただいた京都大学防災研究所・吉田義則技官に対して深謝する。

## 参 考 文 献

- 1) Kuenen, P. H. and H. W. Menard: Turbidity currents, graded and non-graded deposits, J. Sedimentary Petrology, Vol. 22, No. 2, 1952, pp. 83-96.
- 2) Middleton, G. V.: Experiments on density and turbidity currents, I. motion of the head, Canadian J. Earth Science, Vol. 3, 1966, pp. 523-546.
- 3) Plapp, J. E. and J. P. Mitchell: A hydrodynamic theory of turbidity currents, J. Geophys. Res., Vol. 65, No. 3, 1960, pp. 983-992.
- 4) Berson, F. A.: Some measurements on undercutting cold air, Quart. J. Royal Meteorological Society,



- Vol. 84, No. 359, 1958, pp. 1-16.
- 5) Barenblatt, G. I. and G. S. Golitsyn: Local structure of mature dust storms, *J. Atmospheric Science*, Vol. 31, No. 7, 1974, pp. 9117-1933.
  - 6) Simpson, J. E.: A comparison between laboratory and atmospheric density current, *Quart. J. Royal Meteorological Society*, Vol. 95, 1969, pp. 785-765.
  - 7) Simpson, J. E.: Effects of the lower boundary on the head of a gravity current, *J. Fluid Mech.*, Vol. 53, part 4, 1972, pp. 759-768.
  - 8) Stefan, H.: High concentration turbidity currents in reservoirs, *Proc. 15th Con. of IAHR*, Vol. 1, 1973, pp. A44-1-A44-12.
  - 9) 芦田和男・江頭進治：泥水密度流に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第237号，1975，pp. 37-50.
  - 10) 福岡捷二・水村和正・加納敏行：泥水密度流先端部の流動特性，第21回水理講演論文集，1973，pp. 63-68.
  - 11) 福岡捷二・水村和正・加納敏行：密度流先端部の流動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第274号，1978，pp. 41-55.
  - 12) 芦田和男・江頭進治・中川 一：密度流先端部の挙動に関する研究，第16回自然災害科学総合シンポジウム講演論文集，1979，pp. 239-242.
  - 13) 平野宗夫・羽田野袈袈義：密度流先端部の流動特性について，土木学会論文報告集，第314号，1981，pp. 67-73.
  - 14) Hoult, D. P.: Oil spreading on the sea, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 4, 1973, pp. 341-368.
  - 15) 芦田和男・江頭進治・中川 一：傾斜路床上における泥水塊の挙動に関する研究，京都大学防災研究所年報，第24号B-2，1981，pp. 265-282.
  - 16) Britter, R. E. and P. F. Linden: The motion of the front of a gravity current traveling down an incline, *J. Fluid Mech.*, Vol. 99, part 3, 1980, pp. 531-543.
  - 17) 玉井信行：密度流の水理，土木学会編新体系土木工学，技報堂，1980，pp. 151-153.
  - 18) Ellison, T. H. and J. S. Turner: Turbulent entrainment in stratified flows, *J. Fluid Mech.*, Vol. 6, 1959, pp. 432-448.
  - 19) 福岡捷二・福嶋祐介：成層化貯水池での密度流の計算法，第15回自然災害科学総合シンポジウム講演論文集，1978，pp. 477-480.
  - 20) Beghin, P., E. J. Hopfinger and R. E. Britter: Gravitational convection from instantaneous sources on inclined boundaries, *J. Fluid Mech.*, Vol. 107, 1981, pp. 407-422.
  - 21) Ippen, A. T. and D. R. F. Harleman: Steady-state characteristics of subsurface flow, *Gravity Waves Symposium*, Circular No. 521, N.B.S., 1952, pp. 79-93.
  - 22) Keulegan, G. H.: Laminar flow at the interface of two liquids, *RP 1591*, N.B.S., Vol. 32, 1954, pp. 303-327.