

大規模乱流構造の可視化と解析

宇民 正・上野 鉄男

VISUALIZATION AND PICTURE PROCESSING OF OPEN CHANNEL FLOW

By *Tadashi* UTAMI and *Tetsuo* UENO

Synopsis

Tracer method was applied to visualize the three-dimensional structure of turbulent open-channel flow. The horizontal cross-section of the flow illuminated by light through thin slit was shifted upward and downstream. At the same time, pictures of flow patterns were taken every half a second by the camera mounted above the channel. Illuminated cross-section and the camera were both shifted downstream with mean velocity of the flow. Pictures obtained were processed by computer system and distribution of velocity vectors, rotation and two-dimensional divergence were obtained concerning each horizontal cross-section of the flow.

On the basis of these results, downward or upward motion of fluid such as boils, bursts or sweeps were illustrated precisely and their distribution in three-dimensional flow field and their relation with eddy motions were made clear.

1. 概 説

熱線による乱流計測技術と電子計算機の技術の発達ならびに普及によりその研究手段が確保されたこともあって、1950年から1960年代の乱流研究の関心の多くは乱れの統計的特性に向けられた。一方流れの可視化法により乱流の中に組織化された構造が存在することが1960年代後半に Kline らのグループにより見出されて以後今日に至るまで、乱流の組織性に注目した研究が多くなされるようになった。

このような組織化された乱流構造は相互に関連をもちあいながら、発生し、流下しながら発達・変形し、消滅してゆくが、固定点計測法を用いる場合には、乱流構造の発達過程のいろいろな段階のしかもいろいろな側面の情報がせいぜい数個の点において把握されてしまい、それらが十把ひとからげに統計処理されてしまう。これに対して流れの可視化法による場合には、それにより把握される流れの場の範囲は2次元のあるいは空間的であり、しかも個々の乱流構造の変形過程をほぼラグランジュ的に追跡できる。しかも観測結果を視覚的な現象認識に基づいて総合的に分析することができるという優位性をもっている。

ただ、流れの可視化法では、流れの構造を詳細にわたって数量的に把えるにはかなりの労力と高価な機器を必要とし、そのためもあって流れの構造の時間的変動を詳細に把えることに制約があった。ところが最近モータードライブ装置をそなえたカメラの性能が向上して、35mm フィルムを比較的高速な連続撮影に用いることができるようになり、画像の解像度が向上した。さらに小型あるいは中型の計算機の普及により画像の数値化とその処理にかかわる労力が激減し、従来事実上不可能視されていたような写真画像の処理も行なえるようになって来た。

流れの写真画像を数量的に処理して、流れに関する情報を一層正確に得ようとする研究の最初のそして最も系統的なものは木下¹⁾の研究であろう。彼は1963年の吉野川の洪水以来今日に至るまで全国各地の河川に

おける洪水時の水面の航空写真から水面における流速分布と流向分布を詳細に計算し、その結果から洪水流の内部構造に関する多彩な情報を明らかにした。実験水路における乱流構造の写真画像を数量的に取扱おうとする方法は1971年に Grass²⁹⁾ により採用されている。彼は水素気泡法によりえられる流速分布のパターンを連続して撮影し、それを条件付サンプリングの手法を導入して数量的に解析した。著者³⁰⁾らは、一様開水路流れの水面におけるトレーサの連続撮影から、水面における流線のパターンや渦度の変化の様態を調べ、流れの内部機構を明らかにしようとした。

これらの研究では、その何れにおいても、流れを代表するある平面内の流況の可視化結果が数量的に取扱われ、その結果から流れの三次元的な構造が推論されている。これに対して最近木下⁴⁾は、流れの中に密度を調整した上で注入された多数のトレーサを二台のカメラを用いて同時撮影し、得られた画像を立体解析するという方法で流れの三次元的な構造を直接的に測定した。

著者らも開水路乱流構造の三次元的な構造の直接測定という目的を比較的簡便に実現しようとして、一応その展望を得た。すなわち、ここでは流れの場の断層写真を時間的に連続して撮影し、しかも一コマ毎に断層面の位置を変えろという方法を採用し、また断層写真の解析と処理には計算機を利用した。ここではその実験方法と解析法について、また得られた乱流構造に関する若干の見聞について述べる。

2. 実験方法

(1) 水理条件

可視化した流れは、幅 40cm、勾配 1/1000 の一様水路における流れで、流量は 1.87l/s、計測区間における平均的な水深は 4.1cm、平均流速は 11.4cm/s、レイノルズ数は約5000である。また、測定区間における平均的なエネルギー勾配は 1/5000 であり、まさつ速度は 0.90cm/s である。

(2) 照明方法

実験装置の概要を Fig. 1 に示す。実験水路は側方ならびに底面からも照明あるいは撮影が可能のように、三面とも透明アクリライト樹脂で作られている。投光器からの光を水平なスリットを通して水路側方から流れの場であて、流れの場の水平な断面を照らし出した。照明された流れの場の範囲は水路長方向に約 60cm にわたる。照明の範囲の厚みは約 5mm である。水路上方に下向きにセットしたカメラで連続撮影を行ないながら、投光器の位置を上方へ平行移動させると同時に向きを回転させ、照明される範囲を上方かつ流下方向に平行移動させた。流下方向に平行移動させたのは、連続撮影の方法により同じ乱流構造を追跡しようとしたからであり、また上方へ移動させたのは、エジェクション現象あるいはボイル現象にともなう小流体塊が上方へ移動する様子をとらえようとしたことと共に、水深規模の乱流構造の各断層面における情報を得ようとしたためである。上方への移動速度は 0.5cm/s、流下方向への移動速度は、平均よりやゝ遅めの速度を選んで 11.0cm/s とした。また、Fig. 2 に示されるように、照明強度をカメラのシャッターの開閉と同期させて変化させ、トレーサの移動方向を知る手がかりを得た。

(3) 撮影方法

カメラのシャッタースピードを 1/4 秒にセットし、0.5 秒に 1 回の割合で連続的に撮影した。撮影しながらカメラを流下方向に等速に平行移動させた。移動速度は、乱流構造の移流速度にほぼ等しくなるように 11.0cm/s とした。このような方法で撮影する場合、フィルムの 1 コマ 1 コマに写しこまれる流れの場の領域は Fig. 2 の斜線の部分で示されるように時空間的に変化していることになる。ここで ε は

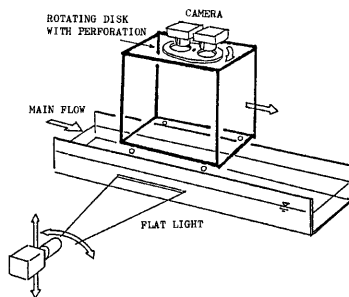


Fig. 1 Experimental setup.

水路床面からの鉛直距離である。

ところで、多くのトレーサーの中には、上図のような写しこまれる流れの場の時空間的領域に途中から入りこむものや途中から脱出するものがある。解析の段階ではトレーサーの流跡線の長さや方向から流速ベクトルを推定しようとしている訳だから、このように途中から出入するトレーサーを他と識別する必要がある。そのために Fig. 1 に示されるように、カメラのレンズ程度の大きさの穴をあけた円板をレンズの直前方で回転させ、写しこまれたトレーサーにタイムマークが刻印されるようにした。

(4) トレーサー

流れの可視化のためのトレーサーとしては粒径 0.3mm ないし 0.5mm のポリスチレンビーズを用いた。この比重は約 1.05 であるから、このトレーサーは静水中では沈殿するが、沈降速度が遅いので局所的な流れにはほぼ追従しているものと見做した。

3. 撮影結果とその解析

(1) 撮影領域と撮影条件

上記の方法により一回の連続撮影で水路床に接する断面の写真から水面に接するものまで 15 枚の写真が得られる。これら一連の写真の各コマがとらえた流れの場の領域をその領域の中心の座標で示すと Table 1 のようである。同表には各コマの撮影時刻 t (s) をあわせて表示した。前節で記したように、カメラのシャッター周期を 0.5 秒にセットしたのはあるが、現実には装置の不備のため、本表で示されるように第 1 コマと第 2 コマの間は 0.96 秒となり、第 2 コマ以降は 0.52 秒周期となっている。

ここではとりあえず、同表の各コマのうち水路床近くの流況を代表するものとして No. 4-02 の写真を、半水深の位置の流況を代表するものとして No. 4-07 の写真を、そして水面近くの流況を代表するものとして No. 4-14 の写真をとり出して解析処理した。本報告ではその方法と結果について述べる。なお、これら三枚の写真 No. 4-02, No. 4-07 および No. 4-14 から得られたそれぞれの解析領域内の平均流下方向流速はそれぞれ -0.79 cm/s, 0.42 cm/s および 1.50 cm/s である。この流速は各断面の解析領域内の真の平均流速とカメラの移動速度との相対速度差を意味している。

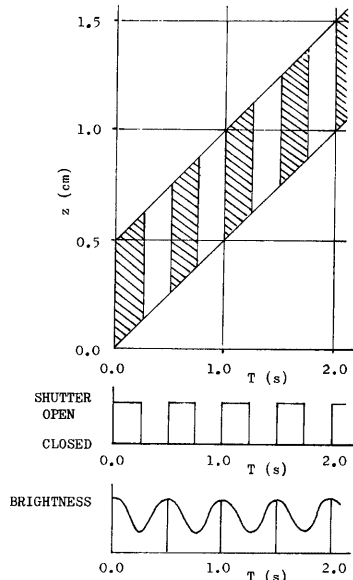
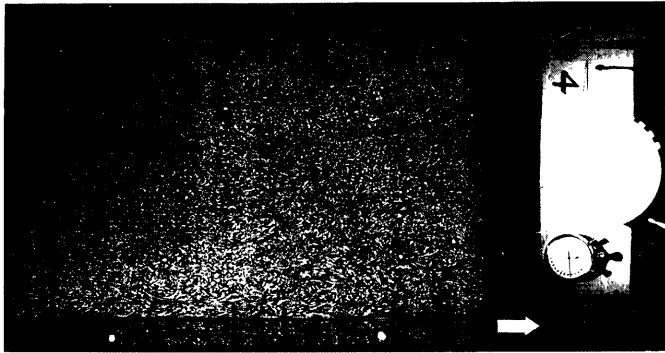


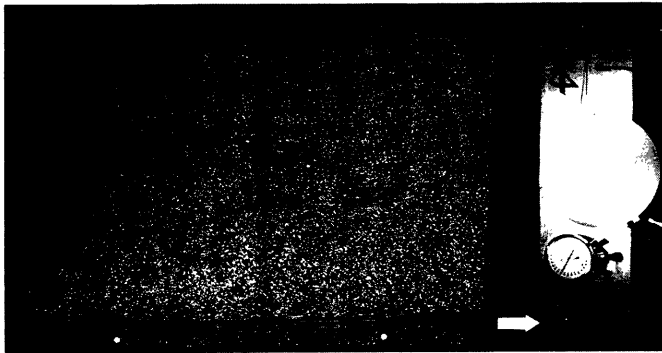
Fig. 2 Range caught by each flame, shutter timing and light brightness.

Table 1 Center position and time period of the range caught by each flame.

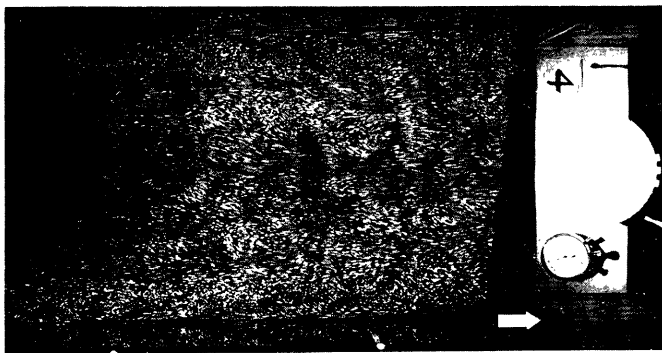
Flame No.	x (cm)	z (cm)	t (s)
4-01	0	0.25	0.0 -0.25
4-02	11	0.75	0.96-1.21
4-03	22	1.01	1.48-1.73
4-04	33	1.27	2.00-2.25
4-05	44	1.53	2.52-3.77
4-06	55	1.79	3.04-3.29
4-07	66	2.05	3.56-3.81
4-08	77	2.31	4.38-4.33
4-09	88	2.57	4.60-4.85
4-10	99	2.83	5.12-5.37
4-11	110	3.09	5.64-5.89
4-12	121	3.35	6.16-6.41
4-13	132	3.61	6.68-6.93
4-14	143	3.87	7.20-7.45
4-15	154	4.13	7.72-7.97



(a)



(b)



(c)

Photo. 1 Distribution of streak lines in the horizontal cross-section of (a) No. 4 02. (b) No. 4 07 and (c) No. 4 14.

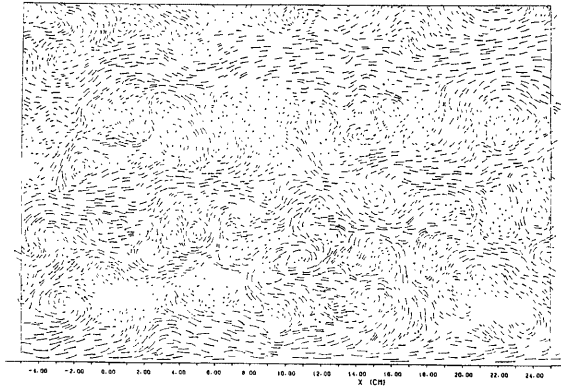


Fig. 3 Streak lines distribution (Flame No. 4-07).

(2) 断層面写真

上記の3枚の写真を **Photo. 1** の (a) から (c) に示す。図で主流流下方向は矢印で示されている。また各写真の右端に写しこまれている円板は周期2秒で回転しており、その一つの半径の位置に印付けられた条線が移動する様子からカメラのシャッタースピードの真の値 Δt とシャッターが開いた時刻とを計算することができる。 Δt の値は No. 4-02 と No. 4-07 の写真では0.22秒, No. 4-14 では0.18秒である。この Δt の値がカメラのセットされたシャッタースピード0.25秒より若干小さくなっているのは、レンズの直前方の穴あき回転板によりレンズが開放されるタイミングとシャッターが開閉する時のタイミングとのずれがあるためである。このレンズ直前方の穴あき回転板のためにトレーサーの流跡線は断続的に写っており、流跡線が幾つもの断片から成っているかによってトレーサーが撮影領域内かつ撮影時間帯内にあった時間が計算できる。各写真の上部と下部に直線が写しこまれているが、これは水路の両側壁の位置を示している。両側壁の外側にもトレーサーがあるかのように見えるのは、側壁に反射したトレーサーが撮影されたものである。

(2) 流跡線の分布図

これらの写真に写しこまれたトレーサーの流跡線のうち、読み取りうるものすべてを紙上にトレースした。

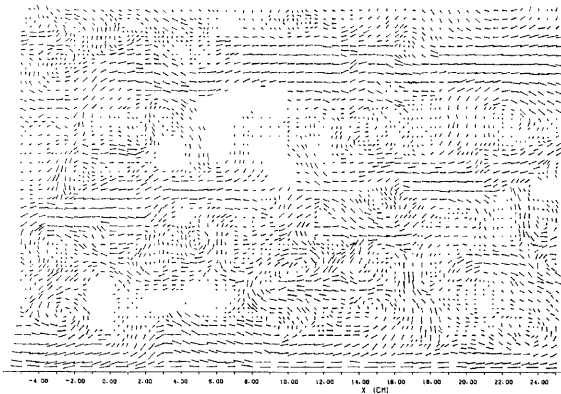


Fig. 4 Velocity vectors at lattice points (Flame No. 4-07).

その一例として No. 4-07 の写真の処理結果を **Fig. 3** に示す。ただし解析の範囲は、水路の中心線と水路の右岸側側壁とに挟まれる幅 20cm の範囲で、さらに流下方向に 30cm の範囲である。前にも述べたように、写真に写こまれる流れの場の時空間領域に途中から出入しているトレーサーについては、トレーサーに刻印されているタイムマークすなわち流跡線の断点の数に基づいて流跡線の長さを延長することにした。なお、本図で流跡線の両端のうち黒丸印がつけられてある方が始点である。

計算機による数値処理を容易にするため、**Fig. 3** の流跡線の分布図から内・外挿法により格子点における流速ベクトルを求めた。その結果を **Fig. 4** に示す。ここで格子点間隔は基本的には 5mm であるが、流速ベクトルの変動のげしい所では格子点を 2.5mm 間隔にとっている。格子点は黒丸印で示されており、その印がまた流速ベクトルの始点を表わしている。

(3) 水路側壁面近傍の流況と観測系の相対速度

水路側壁面近くの流れの構造を見るために、**Fig. 4** に示されている No. 4-07 の写真からえた流速ベクトル分布図のうち側壁面近くの 5cm 幅の領域におけるものを計算機にインプットし、次に示す若干の処理をした上でその結果をプロッターを用いて **Fig. 5** のように描き出した。すなわち、**Fig. 5** では格子点間隔を 2.5mm とし、**Fig. 4** で流速ベクトルの記入のない格子点における流速ベクトルについては計算機で内挿することにより補った。また、図の (a) は解析領域内のすべての流速ベクトルの流下方向成分からその平均値を差引いて得られた流速ベクトルをプロットしたものであり、換言すると、解析領域内の平均流下方向流速で移動する系から流れの場を見た場合の流れのパターンである。同様に図の (b) は (a) と同じ流れの場をその平均流下方向流速より 1cm/s 遅い移動系より見た流れのパターン、図の (c) は同じく 2cm/s だけ遅い移動系から見たものである。

これらの三つの図を見比べて興味あることは、同じ流れの場でも観測系の移動速度によって観察される流れの様相が異なってくることである。実際、流れの場の中の同一の位置のパターンが相対速度の変化により渦に見えたり波状の流線に見えたりしており、また、同じ渦運動に見える流体運動でも、相対速度の変化によりその渦の中心位置が変化しているかのように見える。

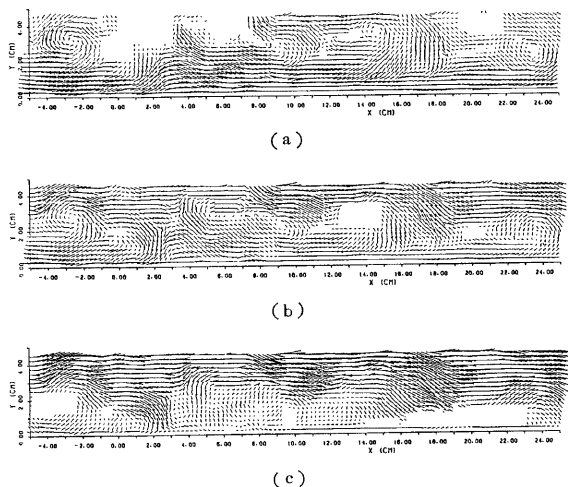


Fig. 5 Velocity vector distribution from the view point moving with (a) mean downstream velocity, (b) 1 cm/s smaller velocity and (c) 2 cm/s smaller velocity.

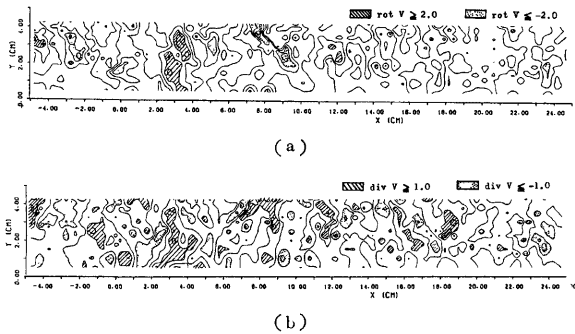


Fig. 6 Distribution of (a) rotation and (b) two-dimensional divergence.

次に上記の流速ベクトル場の資料から流れの場の渦度 ($\text{rot } V$) と発散 ($\text{div } V$) を計算機を用いて求め、結果をプロッターでその等値線を描かせることにより Fig. 6 に示した。ただし渦度分布図においては、等値線の間隔は $1 (1/s)$ であり、 $\text{rot } V \geq 2$ の領域には斜線を、 $\text{rot } V \leq -2$ の領域には点を施した。また発散分布図においては、等値線間隔は同様に $1 (1/s)$ であり、 $\text{div } V \geq 1$ の領域には斜線を、 $\text{div } V \leq -1$ の領域には点を施した。

本図の渦度分布図を Fig. 5 のベクトル分布図のそれぞれに重ねあわせてみると、同図のうち (a) 図に重ねた場合に渦運動の中心が渦度の絶対値 $\text{rot } V$ の大きな所とよく一致していることが認められる。一般的に言って渦運動はその中心軸の周辺に渦度の集中を伴うことが多いことを考慮すると、上記の事実から、流れの場をその平均流速で移動する系から見たときのパターンが、他の移動系から見たものに比べて現象理解しやすいといえよう。したがって以後においては各断面の流れパターンについては、その流れの場の平均流下方向速度に等しい系から見たものについて検討することとする。

Fig. 6 の渦度の分布図と発散の分布図とを比較してみると、渦度の絶対値の大きな領域と発散の絶対値の大きな領域とはあまり一致していないことがわかる。どちらかといえば渦運動の中心部で渦度が大きくなり、周辺部で発散が大きくなっているといえようである。これらのことから、渦度の集中に伴う渦運動がその周辺の流体の上下方向の移動に大きく貢献しているといえよう。

4. 各断面における流況の特徴

(1) 半水深位置の流況の特徴

半水深位置の断面写真 Photo. 1 (b) から読みとった流跡線図 (Fig. 3) に基づいて、この流れの場をその場の平均流下方向流速に等しい移動系から見た場合のベクトル分布図を求め Fig. 7 (a) に示した。ただし解析の範囲は、水路側壁に接する $20\text{cm} \times 20\text{cm}$ の領域であり、格子点間隔は 0.5cm とした。

このベクトル分布図が意味する流れのパターンに関する理解を助けるため、流速ベクトルを妥当な包絡線で連結することによりおおよその流線パターンを求めた。その結果を Fig. 7 (b) に示す。また、この流速ベクトル分布図から渦度ならびに発散の分布を求め、おのおの図の (c) と (d) に示した。図の (b) と (c) とを重ねあわせて見ると、渦の位置あるいは流線の曲率の大きな位置で明らかに渦度の値の絶対値が大きくなっていることがわかる。また図の (b) と (d) とを重ねあわせて見ると、流線が発散している所で文字どおり発散の値も正の大きな値となり、流線が収束している所で発散は負の大きな値を示している。そして発散の絶対値がとくに大きくなっている領域は渦の周辺部に分布していることが注目される。

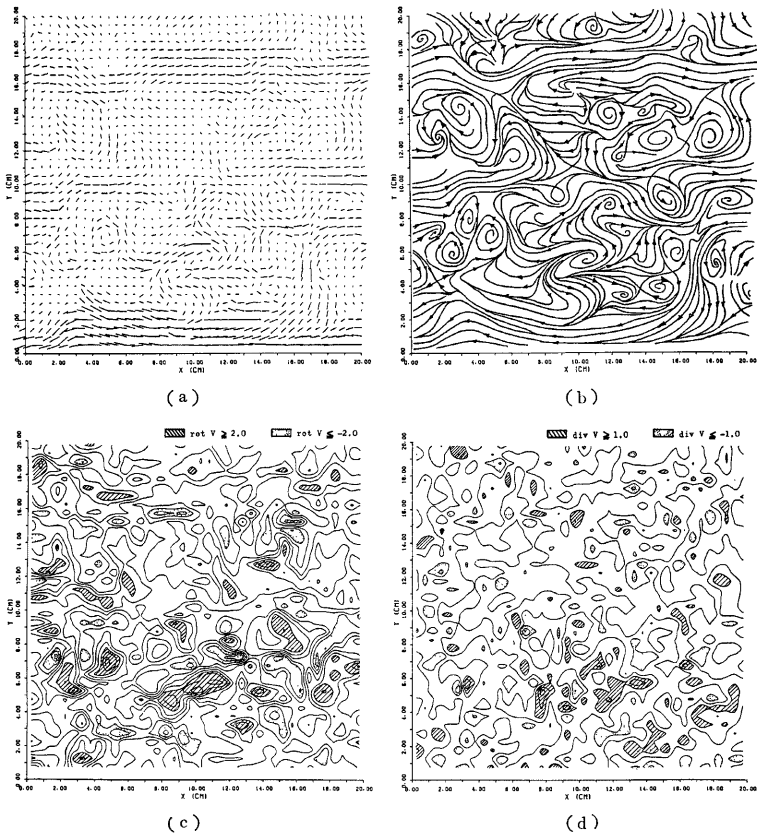


Fig. 7 Characteristics of the flow in the horizontal cross-section, at the middle of the depth. (a) Distribution of velocity vectors, (b) Pattern of stream lines, (c) Distribution of rotation, and (d) Distribution of two-dimensional divergence.

(2) 水路床近傍の流況の特徴

水路床近傍の流況を示す No. 4-02 の写真 (Photo. 1 (a)) からえられた流速ベクトル分布, 流線パターンの分布, 渦度分布ならびに発散の分布を Fig. 8 (a)~(d) に示す。なお前図と同様に本図の解析領域も水路側壁面に接する $20\text{cm} \times 20\text{cm}$ の領域であり, 流速ベクトル分布は流れの場の平均流下方向流速に等しい速度で移動する系から見たものである。

この断面は水路床に近いことを考慮すると, この断面で発散が正の値をとることは, この断面へ流体が上方から供給されていること, すなわちスウィープ現象が生じていることを意味し, 逆に発散が負値をとることはこの断面から流体が上方へ放出される, すなわちエジェクション現象が生じていることを意味している。実際, 発散が正でその絶対値が大きな所では流線が発散しており, しかも側壁の近傍を除くとそこでは流向は下流を向いている。これらのことは, この領域では流速が周辺より大きくなっておりしかも流体が上方から供給されていることを示している。一方発散が負でその絶対値が大きな所では流線は概して上流向きでし

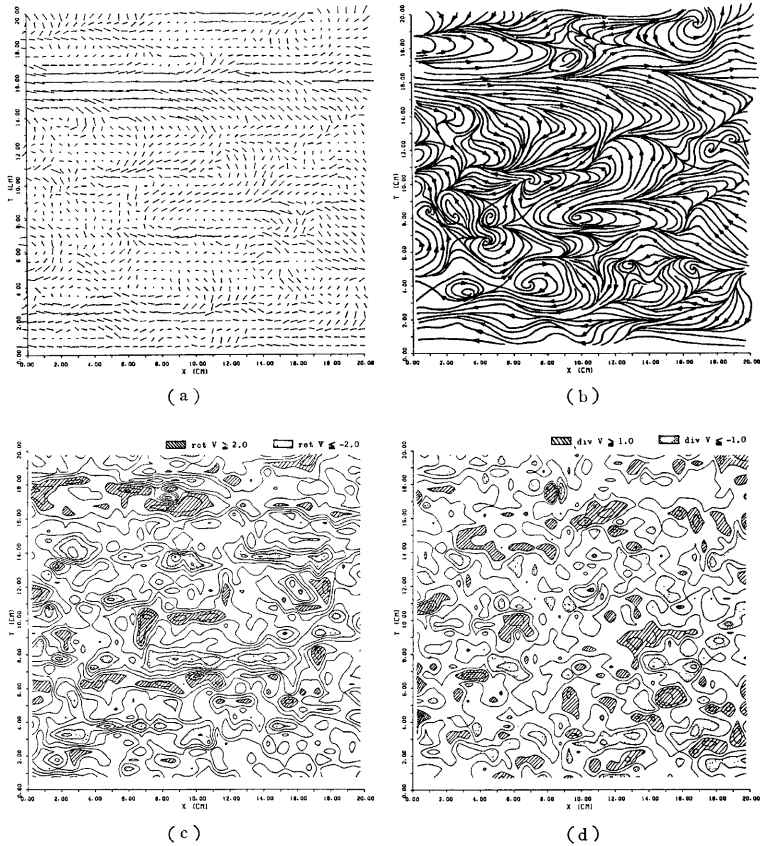


Fig. 8 Characteristics of the flow in the horizontal cross-section near the channel bed. (a) Distribution of velocity vectors, (b) Pattern of streamlines, (c) Distribution of rotation, and (d) Distribution of two-dimensional divergence.

かも収束している。これらのことは、この領域では流速が周辺より小さくしかも流体が水路底面から上方へ湧昇していることを示している。しかもこれら流線の収束線は流下方向に蛇行しながら若干の長さにわたって連なっていることが指摘される。この収束線は、水素気泡法で水路床近くの流れの様子を観察する時に顕著に見出される低速縞に相当するものである。

次に渦度分布を示す図の (c) と流線パターンを示す図の (b) とを重ねあわせてみると、渦構造の所あるいは流線の曲率の大きな所で渦度の絶対値が大きくなっていることが認められる。しかも渦度が正の領域と渦度が負の領域とがそれぞれに流下方向に長く連なっており、そのような正の列と負の列とが横断方向には交互に配置されていることが認められる。渦度正の列から次の正の列までの中心間隔は 4cm から 8cm の間に分布しており、水深のオーダーになっている。また、渦度の絶対値が大きな領域は長だ円形状をしており、このことから、渦軸が主流流下方向を向いておりしかも水路床面とはある傾きをなすような渦運動が主流流

下方向に並んでいるのではないかと推察される。

(3) 水面近傍の流況の特徴

水面近傍の流況を示す No. 4-14 の撮影結果から得られた流速ベクトル分布, 流線パターンの分布, 渦度分布ならびに発散の分布を Fig. 9 (a)~(d) に示す。本図においても前図と同様に流速ベクトルは解析領域内の平均流下方向流速で移動する系から流れの場を見た場合のものである。図の (b) の流線パターンを見ると, 中央部ならびに上方部に大規模な発散のパターンが認められ, 下方部には大規模な渦運動の列が認められる。実際図の (b) と (c) とを重ね合わせてみると, 渦運動の所で渦度が大きくなることが認められるが, 流線が発散のパターンを示す所では渦度の値は大きくない。一方図の (b) と (d) とを重ね合わせてみると, 流線が発散している所で発散の値も非常に大きくなっていることが認められる。

ここで扱っている断面が水面のごく近くの断面であることを考慮すると, その面内で発散が正である

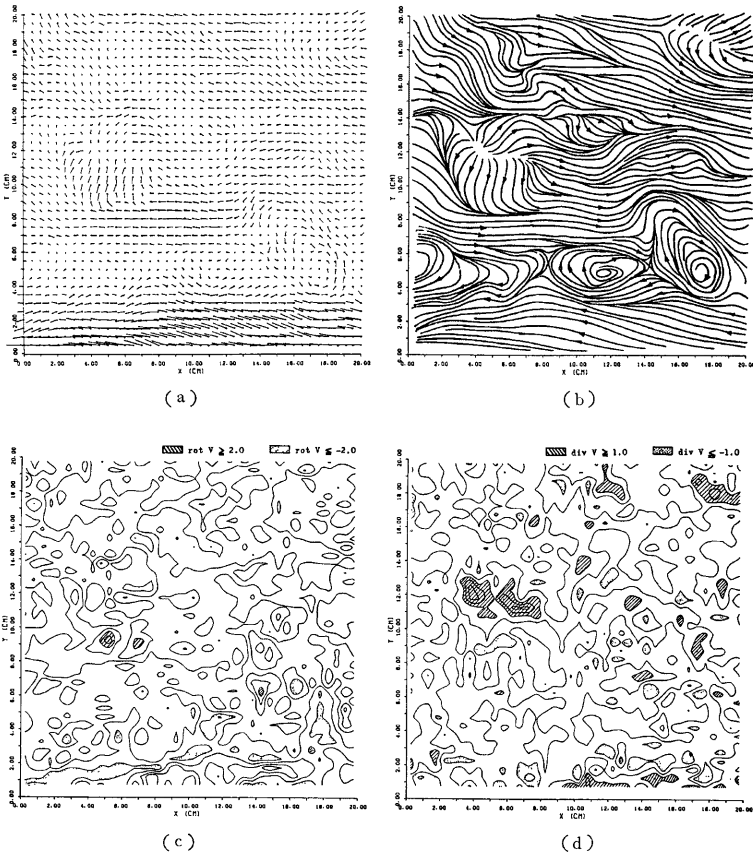


Fig. 9 Characteristics of the flow in the horizontal cross-section near the water surface.
 (a) Distribution of velocity vectors, (b) Pattern of stream lines, (c) Distribution of rotation, and (d) Distribution of two-dimensional divergence.

ということはその面内に下方から流体が湧昇して来て供給されていることを意味していると理解される。すなわち、図の (b) に示されている流線の発散のパターンはボイルの瞬間的な姿をとらえたものと考えられる。

図の (b) で示されている流線のパターンは上記のようにボイル構造と渦構造という大規模乱流構造のうちの二つの典型を含んでおり、この二つの構造は視覚的に明確に識別できるし、さらに数量的処理においてもボイル構造には発散の大きな値がそして渦構造には渦度の大きな値が対応していることが示された。すなわち、渦構造とボイル構造については、両者を互に区別しつつその相互関連性を明らかにしてゆく必要があるだろう。

(4) 流下方向流速成分の縦断方向平均値の分布

Photo. 1 (a)~(c) を読みとって得た流速ベクトル分布の流下方向成分を水路縦断方向に平均し、えられた平均流速の横断方向分布を求め、**Fig. 10** に示した。本図によると、No. 4-02 のデータでは平均流速の分布の $y=2.5\text{cm}$, 7.1cm , 12.9cm , 19.8cm の位置に低速部があるが、その位置は No. 4-07 のデータでは $y=6.5\text{cm}$, $y=13.6\text{cm}$ および $y=20\text{cm}$ に移り変わり、さらに No. 4-14 のデータでは $y=11.4\text{cm}$ と $y=18.6\text{cm}$ の位置に移っている。同時に平均流速の横断方向の変動の振幅も No. 4-02 から No. 4-07 へ、さらに No. 4-07 から No. 4-14 へ移るにつれて減少していくことがわかる。

さらに本図のうち No. 4-02 の資料に関する (a) 図を **Fig. 8 (d)** に示されている同じ資料の発散分布図と比較すると、本図 (a) で流速値が極小値を示している前述の4つの縦断線上で **Fig. 8 (d)** で示される発散分布はほとんど負のしかも大きな値を示していることがわかる。このことから、本図の流速分布において流速が極小値を示している縦断線上には上昇流が卓越していることがわかる。同様に本図のうち No. 4-14 の資料に関する (c) 図を **Fig. 9 (d)** に示されている同じ資料の発散分布図と比較すると、本図 (c) で流速値が極小値を示している縦断線上でこの場合は発散分布はほとんど正のしかも大きな値を示している。このことから先と同じ結論がえられる。以上のことから本図における流速分布の変動は並列らせん流の存在にともなうものと理解される。すなわち、本図に示された流速分布の低速部は並列らせん流にともなう湧昇部に相当し、高速部は下降部に相当する。

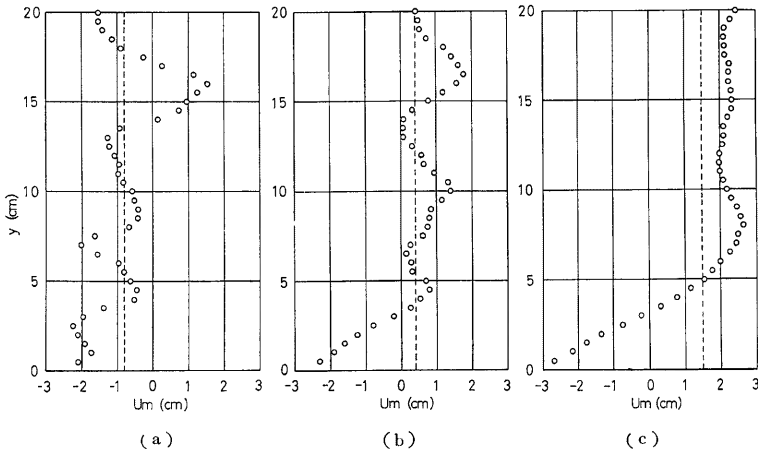


Fig. 10 Transversal distribution of mean values of downstream velocity. Mean values are taken along longitudinal lines in the cross-section of (a) No. 4-02, (b) No. 4-07 and (c) No. 4-14.

5. 結 言

水平なスリットを通して得られた平面的な照明光で照らし出される流れの場の断層面を流下方向かつ上方へずらせながら、そこでの流況をトレーサー法により連続的に撮影した。このような流れの可視化の手法と、得られた写真画像を計算機によって解析処理するという方法とを組み合わせることにより、大規模乱流構造を三次元的に把握する方法を提示し、あわせてそれにより得られた若干の知見をも示した。ここで報告したのは、流れの水平断層面写真の方法の適用結果の一部だけであるが、この方法で断層面の移動の仕方をいろいろに変えるならば、さらには流れの縦断面や横断面方向の断層面についてこの方法を適用するならば、乱流の三次元的な構造について飛躍的に豊富な情報がえられるものと考えられる。ただ、連続撮影という方法の宿命として、写真の一コマごとに時間経過を伴っているから、得られた情報と実態との間には時空間的な歪みを伴っている。また解析断面に直角方向の流速ベクトル成分を把握できないという制約もある。乱流構造に関する研究の進展を基礎にして、上記のような計測手法上の制約を解析的方法で解決を図る必要もあろう。

末筆ながら、本研究遂行にあたり今本博健教授から有益な助言をえたこと、また本研究の方向づけにおいて自由学園の木下良作博士の研究から多くの示唆を得たことを記し、謝意を表する次第である。

なお、写真画像の数値化のために防災研究所水資源研究センターのディジタイザーを借用し、数値処理ならびに処理結果のプロットには防災研究所防災科学資料センターの計算機とプロッターを利用した。本研究には文部省科学研究費の補助を得た。

参 考 文 献

- 1) 木下良作：航空写真による洪水流の解析，写真測量，Vol. 6, No. 1, 1967, pp. 1-17.
- 2) Grass, A. J.: Structural features of turbulent flow over smooth and rough boundaries, J. Fluid Mech., Vol. 50, part 2, 1971, pp. 233-255.
- 3) 宇民正・上野鉄男：可視化法による大スケール乱れに関する研究(2)，京都大学防災研究所年報，第20号B-2, 1977, pp. 331-354.
- 4) 木下良作：「写真測量法」による河川および模型水路の流速測定，流れの可視化，Vol. 1, No. 3, 1981, pp. 36-43.