

# 河床波スペクトルの発達に関する研究

中川 博次・辻本 哲郎・富田 邦裕

## SPECTRAL EVOLUTION OF SAND WAVES

By *Hiroji NAKAGAWA, Tetsuro TSUJIMOTO and Kunihiro TOMITA*

### Synopsis

In this study, the mechanism of sand wave formation is investigated based on inspecting the time variation of wave number spectra of bed surface. There are three processes in spectral evolution of sand waves; (1) variance production process based on random repetitions of dislodgement and deposition of bed particles, (2) amplification of favorable wave number range spectra based on bed instability mechanism, and (3) variance cascade process based on the phenomenon that individual sand waves are unified on overtaking each other. Particularly, the latter two subprocesses are significant for forming the characteristics of sand wave spectra, and they are minutely inspected. Furthermore, some experiments in a rectangular closed conduit are conducted in addition to those in an open channel for inspections of the mechanism of spectral evolution of sand waves.

### 1. 緒 言

河床波の発達過程は最近国内外を問わず注目されている研究課題である<sup>1)</sup>。著者らも河床波の形状特性に着目して河床波の成長過程の概略を説明する<sup>2)</sup>とともにこうした研究が非定常流況下での移動床系の応答性状の予測に適用されることに注目して研究を進めている<sup>3)</sup>が、河床波の発生・発達から平衡状態に至る過程についての形成機構という面ではまだまだ充分でないところが多い。たとえば、河床波の発生論として Kennedy の研究<sup>4)</sup>以来線型不安定解析による取り扱いが定着しているようであるが、その解析結果は不合理ながらも平衡状態の河床波の領域区分に適用されるにとどまり、形成機構としては実験的検証の無いことと併せその成果が生かされていないと言えよう。また不安定解析による河床波形成の説明の難点として初期擾乱の発生を仮定しなければならぬことが挙げられており、河床波発生の引き金としては砂粒運動のちょっとした不規則性に起因する河床の微小擾乱の生成が定性的に論じられている<sup>5)</sup>にすぎなかった。このようにして発生する初期擾乱については、著者らは先に砂粒運動の確率性、離散性といった本質的特徴を具備した掃流砂の stochastic model を用いてある程度の定量的評価を行った<sup>6),7)</sup>が、こうした素過程に起因する初期擾乱は相当にランダム性の強いもので、多くの論文、報告で指摘されるように初期に観察される河床波がかなり規則正しい波長を有しているという事実と一見矛盾しているようである。一方、河床波の発達過程の大部分では非線型効果が大きく、線型不安定解析の手法はこの過程の説明に適していない。それでは果たして線型不安定解析は河床波の形成機構としてどの程度有意義なのだろうか。発生初期の河床波には本当に適用し得るのだろうかという疑問が残っている。河床波の発達過程における非線型性の第一要因としては、砂粒運動特性の変質が挙げられる<sup>8)</sup>。河床波がある程度顕著な形を整えてくると、それまでは砂粒の粒径や沈降速度に支配される長さ、時間スケールを有する相当ランダムな砂粒運動を呈していたのが、例えば河床波の一つの波については上流側斜面で移動開始してその波の下流側斜面に堆積するといった規則正しい砂粒運動パターンを呈するようになる。すなわち砂粒運動のスケールは河床波自体のスケールや波速に支配され

るようになり、これが分布性状を有しているという意味での不規則砂粒運動を示すことになる。

以上のように河床波の発達過程の一つの大きな特徴は不規則性と規則性の混在であり、これが過程の進行の大きな鍵となっている。この点と上述のこれまでの研究において残されたいくつかの疑問に鑑み、河床波の波数スペクトルに着目し、平坦河床から河床波の発達する過程を河床波スペクトルの時間的変化として捉え、その機構を探究することに着手した。このような着想での研究はすでに Jain と Kennedy<sup>9)</sup> によって試みられ、河床波発達初期において Airy 波に相当する波数で鋭いスペクトルピークが見られること、それが時間とともに低波数域へ移行し、最終的には「-3乗則」<sup>10)</sup> で知られる平衡状態のスペクトル形を呈するようになることが報じられている。さらに初期の発達過程を砂面を Fourier 変換しての線型不安定性解析で扱おうとの試みがみられるが、従来の(規則波を初期擾乱とした)不安定解析と同様、流砂の遅れ距離をはじめ曖昧な仮定が残っている上、実験によって得られた実測スペクトルの時間的変化との比較も充分とは言えず、優れた着想にもかかわらず未完成の状況と言えよう。なお著者らはすでに pick-up rate と step length を構成要素とする Euler の立場での解釈による stochastic model により流砂の遅れ距離を合理的に推定する<sup>11)</sup> とともに規則波を初期砂面擾乱とした従来型の不安定性解析を示している<sup>12)</sup>。

本論文ではまず本研究に先立って行われた著者らの実験とその考察にもついで河床波スペクトルの発達の概要を述べ、河床波スペクトルの発達には3つの過程が現れることを指摘する。次いで今回行った実験の方法と得られた結果について述べ、これらをもとに河床波の発達機構をスペクトルの観点から検討する。

## 2. 河床波スペクトルの発達の概要

Fig. 1 は中央粒径 0.042 cm の砂を用いていくつかの水利条件下で平坦河床から河床波が発達する過程での砂面波数スペクトルの時間的変化を調べたもの<sup>13)</sup> (Case A; 第3章参照)であり、発達のかなり初期に鋭いスペクトルピークが見られ、これが時間とともに低波数側へ移行するとともに鈍くなっていくという過程及び初期のスペクトルピーク対応波数がほぼ Airy 波のそれに等しい事(第3章で詳述)など Jain ら<sup>9)</sup> の指摘が追認された<sup>14)</sup>。なおさらに波長・波高に確率分布を考えた初期砂面擾乱上での砂の動きに着目した砂面不安定性解析を行い、不規則な砂粒運動を素過程として不規則な砂面擾乱が発生してもかなり早い時期に不安定機構によって波数選択的増幅が行われ比較的そろった波長の波に育っていくことを予想した<sup>14)</sup>。とくにポテンシャル流理論に立脚した流れモデルを用いると、Airy 波の波数の砂面波の増幅率が無限大となり、河床波の発達初期のスペクトルに見られるピーク、観察で見られるかなり規則正しい初期河床波に対応しているものと推測された<sup>14)</sup>。

さらに、中央粒径 0.05 cm の砂を用いた実験 (Case B; 第3章参照) が行われ<sup>15)</sup> Fig. 2 に一例を示すように上述の事項を確認した。Case B の実験では通水初期についてより詳しく測定を行うとともに、砂面を

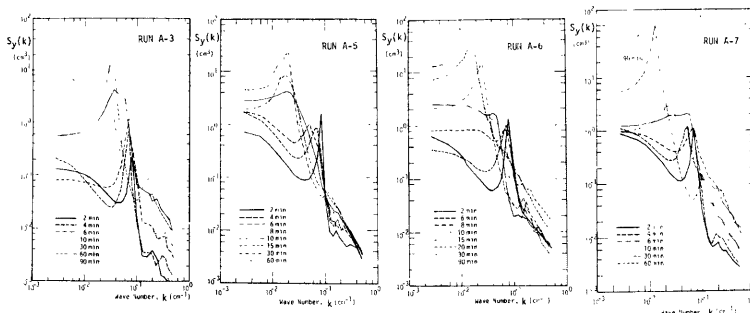


Fig. 1 Time Variation of Sand Wave Spectra (Case A).

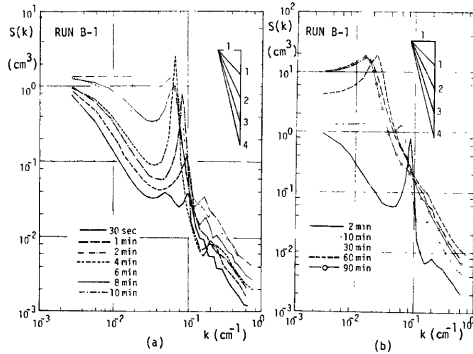


Fig. 2 Time Variation of Sand Wave Spectra (Case B).

Fourier 変換しての砂面不安定解析を行い<sup>15),16)</sup>(第 4 章で詳述する), 実測スペクトルの時間的変化との比較によってこれまでで不充分であった不安定解析の実験的検証を積極的に進めようとの立場が示された<sup>15)</sup>。そこにおいて, 不安定機構の卓越する初期においてもなおかつ砂粒のランダムな離脱・落下を素過程とする擾乱生成が引き続いて起きていること, その機構のみでこの時期における河床高分散の増加過程(時間に比例<sup>7)</sup>)を説明できることから, 不安定機構は分散の絶対値の増加に関わるものでなく純粋に波数淘汰の役割を果たしていること, したがって実測値による不安定機構だけの検討は実測されたスペクトルを規格化し, その形の変化に着目すれば良いことが指摘された<sup>15),16)</sup>。Fig. 3 は Case B の実験結果から得られた規格化されたスペクトルの時間的変化で, これに示されるような波数淘汰の機構が不安定解析結果と対応するものと考えられる。なお, 河床波がある程度形を整えてくると, 著者らがすでに指摘した<sup>2)</sup> ように河床波のスケールが分布しており, スケールによって波速が異なるために水路内の処々で追いつき合現象を生じ, これによって波長・波高両スケールが増加する過程となる。先に述べた擾乱の初期発生過程や不安定機構のもとでは個々の波が独立として扱われており, 波長の変化は考えられないし, 実際実験結果(第 3 章参照)をみても河床波発達のごく初期では波高だけが增加し波長の変化はほとんど無い過程が認められる。すなわち, この時期には主として擾乱の生成と不安定機構(いずれも砂粒運動の本質的特徴に起因する)が卓越しているものと考えられる。一方, ある程度時間が経過した後では波形勾配の変化がほとんど認められず, 追いつき合体現象にもとづく河床波の発達がみられる。この現象がスペクトルの面からはスペクトル成分の低波数側への移行として認められ, とくに不安定機構にもとづいて出現したと考えられるスペクトルピークの低波数側への移行という形で検知される。

以上の考察から, 河床波スペクトル(砂面波数スペクトル)の発達は主として, 砂粒のランダムな離脱・落下を素過程として砂面の不規則性が出現する河床高分散の生成過程, 擾乱路床の上の流れと遅れ機構を内在する流砂現象との相互作用にもとづくと考えられる不安定機構による波数淘汰(選択的増幅<sup>4)</sup>)過程, 河床形状が顕著となって個々の波の性質が支配的となって卓越してくる各波の追いつき合体を素過程とする波数移行過程の 3 つのプロセスから成っているものと推定された(Fig. 4 (a))。以下では, このうち河床波スペ

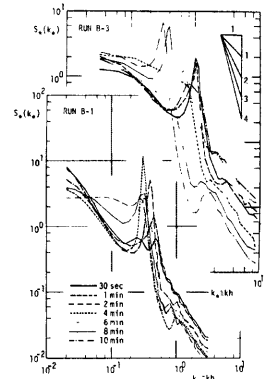


Fig. 3 Time Variation of Normalized Sand Wave Spectra (Case B).

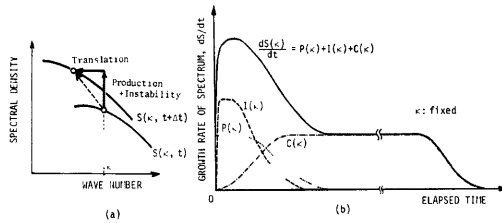


Fig. 4 Schematic Figures of Spectral Evolution.

クトルが特徴的な形状を形成する過程に着目し、これに支配的な波数淘汰機構、波数移行機構に焦点を当てて検討を進める<sup>注1)</sup>。なお、ある波数成分に着目してスペクトル成分の時間変化率に占める各プロセスの寄与が変化する様相を Fig. 4 (b) に模式的に示している。

### 3. 河床波の発達過程に関する実験

#### 3.1 実験方法

実験は Fig. 5 に示す長さ 9 m, 幅 33 cm のアクリル樹脂製側壁を有する鋼製可変勾配水路で、水路中央部約 7 m を中央粒径 0.07 cm のほぼ均一砂の移動床部として行った (Case C)。初期平坦河床に通水後、短い時間間隔で自走式超音波測深器を往復させ、河床縦断面形状の時間的変化を測定、このデータをもとに主として砂面波数スペクトルの時間的変化を M.E.M. (Minimum Entropy Method)<sup>17)</sup> で算定した。通水中、河床平均勾配が変化しないよう注意深く上流から給砂を行っている。実験条件として Table 1 を掲げたが、同表中の水量は通水後約 5~10 分の測定値にもとづいている<sup>注2)</sup>。また Fig. 6 には実験で使用した砂の粒径加積曲線を示した。これらには著者が本研究に先立って行った実験についても Case A<sup>13)</sup>, Case B<sup>14)</sup> として併示した。これらの実験も河床材料の粒径が異なるだけでほとんど同じ方法で行われた。なお、今回の実験 (Case C) については一部、電気抵抗式砂面測定器 (正豊工学製 MT-EPI-3A) を水位計として応用し、超音波測深器と同時に自走させ、水面形状記録も得た。これは第2章で述べたように河床波スペクトルの発達過程の初期に Airy 波の波数でピークが形成されるなど、水面波の果たす役割が予想されたためその検証に供しようとするものである。また同じ理由で河床波の形成に及ぼす水面波の影響を除外した管路実験

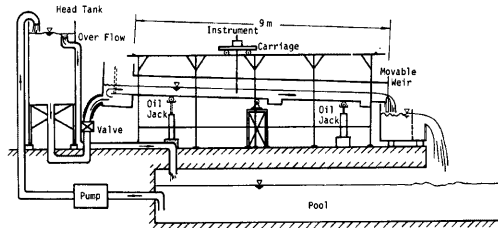


Fig. 5 Experimental Flume.

注1) 河床波の発達初期に卓越すると考えられる分散生成過程と不安定機構は砂粒運動の本質的特徴である離散性・確率性に負っているところが大きく、これに注目して掃流砂の stochastic model を用いてこれらの過程を詳しく論じたのが文献 16) である。

注2)  $i$ : 路床勾配 (実験はすべて等流に近い状態で行っており、よって  $i \approx I_e$ : エネルギ勾配),  $d$ : 粒径,  $h$ : 水深,  $U$ : 平均流速,  $F_r$ : Froude 数,  $\tau_* \equiv u_*^2 / (\sigma/\rho - 1)gd$ : 無次元底面せん断応力 ( $u_*$ : 摩擦速度,  $\sigma/\rho$ : 砂の比重),  $Re_* \equiv u_*d/\nu$ : 砂粒 Reynolds 数 ( $\nu$ : 流体の動粘性係数) である。

Table 1 Experimental Conditions (Open Channel).

Run	$i$	$d(\text{cm})$	$h(\text{cm})$	$U(\text{cm/s})$	$F_r$	$\tau_*$	$R_{e*}$	$h/d$
A-2	0.00200	0.042	5.55	26.81	0.364	0.165	13.9	132.1
A-3	0.00200	0.042	8.76	32.75	0.353	0.261	17.4	208.6
A-5	0.00333	0.042	4.74	36.01	0.528	0.233	16.5	112.9
A-6	0.00333	0.042	7.32	39.33	0.464	0.359	20.5	174.3
A-7	0.00333	0.043	9.50	43.40	0.480	0.467	23.3	226.2
B-1	0.00200	0.050	4.97	35.81	0.513	0.128	14.2	99.4
B-2	0.00200	0.050	5.88	42.05	0.554	0.152	15.4	117.6
B-3	0.00200	0.050	10.50	50.29	0.496	0.271	20.6	210.0
C-1	0.00200	0.070	7.0	39.6	0.478	0.124	25.9	100.0
C-2	0.00200	0.070	10.0	46.4	0.469	0.177	31.0	142.9
C-6	0.00125	0.070	11.5	51.5	0.485	0.128	26.3	164.3
C-7	0.00125	0.070	7.0	50.1	0.605	0.207	33.5	100.0
C-9	0.00333	0.070	12.5	51.7	0.467	0.370	44.7	178.6

(Case D) もを行い、上述の開水路実験と比較することとした。

管路実験は Fig. 7 に示すように、Fig. 5 に示した実験水路において移動床初期平坦河床面から  $D_0=7.5\text{cm}$  上方にアクリル樹脂製上壁を設け、矩形断面管路移動床実験を行った。実験水路下流部固定床部には流砂量測定用採砂箱が設けられていたが、管路の場合この型式での測定は不適当と判断され流砂量測定は行っていない。砂面縦断形状の測定には自走式超音波測深器が用いられたが、管路の場合は所定時刻ごと通水を一旦停止し、アクリル製上壁を除去して行った。この時静水状態で充分な水位を保ち、砂面形状の測定の後再び注意深く上壁を取り付け通水を継続した。なおアクリル製上壁には水路中央線に沿って 20 cm 間隔で圧力タップを設け、マンメータにより圧力勾配を測定し、次の方法で移動床面せん断応力  $\tau$  を求めた。

$$\tau = \rho g R_b I_e \quad \dots\dots\dots(1)$$

但し、 $\rho$ ：流体密度、 $g$ ：重力加速度であり、 $R_b$  は砂面のみによって受けもたれる径深で次のようにアクリル樹脂製側壁及び上壁の影響を取り扱った<sup>注3)</sup>。

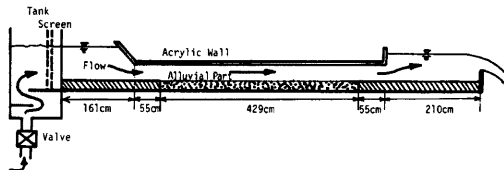


Fig. 7 Rectangular Closed Conduit.

注3) 開水路実験の場合も側壁の効果を考慮すると、

$$R_b = h - \{1 - (2/B) \cdot (n_m U / \sqrt{T_e})^{3/2}\} \quad [\text{m-sec 単位}]$$

で計算される  $R_b$  を式(1)に用いるのが良いが、管路に比べると  $R_b \approx h$  で充分近似される。

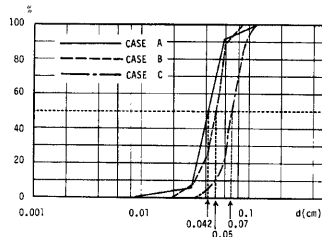


Fig. 6 Grain-Size Distribution Curves.

Table 2 Experimental Conditions (Closed Conduit).

Run	$I_e$	$d$ (cm)	$D_0$ (cm)	$U$ (cm/s)	$u_*$ (cm/s)	$\tau_*$	$R_{e*}$	$D_0/d$
D-1	0.00595	0.07	7.5	67.6	4.74	0.203	33.2	107.14
D-2	0.00460	0.07	7.5	50.7	4.56	0.188	31.9	107.14

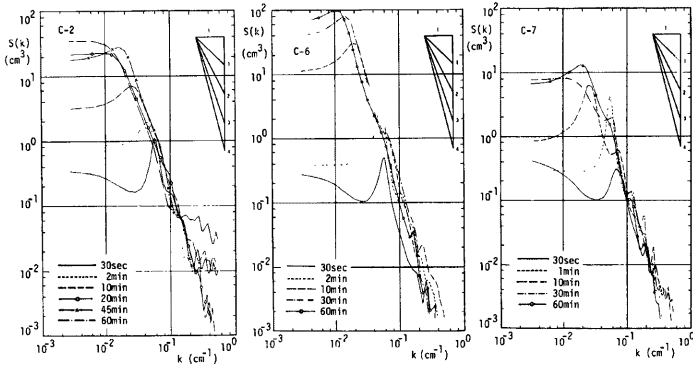


Fig. 8 Time Variation of Sand Wave Spectra (Case C).

$$R_b = D_0 - \{(B + 2D_0)/B\} \cdot (n_w U / \sqrt{I_e})^{3/2} \quad [\text{m-sec 単位}] \quad \dots\dots\dots(2)$$

ただし、 $B$ ：水路幅 (0.33 m)， $U$ ：平均流速， $n_w$ ：アクリル樹脂板表面の Manning の粗度係数である ( $n_w = 0.0098$ )。なお、河床波の発達に伴う形状抵抗分の増加により管水路上流の開水路部で水位上昇 (流量を一定に保つため)が見られ、 $I_e$ が増加するが、実験結果を主として不安定解析の検討に供するために、最初の砂面形状測定時刻 (通水後1分)の直前に測られた  $I_e$  を用いて移動床面せん断応力を求めたものを **Table 2** に実験条件として示した。

3.2 実験結果の概要

まず今回行われた開水路移動床実験 (Case C) の結果を砂面波数スペクトルの時間的変化として示したのが **Fig. 8** で (ここには一部の測定時刻のものしか示していないが、実際にはより短い時間間隔で測定されている)、初期に鋭いスペクトルピークの発達が見られ、それが時間とともに低波数側へ移行、鈍化するということこれまでに明らかにされている過程 (第2章参照)が追認された。またスペクトルの全積分値である分散 ( $\sigma_y^2 = \int_0^\infty S(k)dk$ )、 $S(k)$ ：波数スペクトル密度関数、 $k$ ：波数)の平方根である河床高標準偏差の時間的変化は **Fig. 9** に示す通りで、これもほぼ時間の平方根に比例するといったこれまでと同様の結果を得た (**Fig. 9** には Case A, B の結果も併示した)。さらに、河床波をより具体的に crest-to-crest 法で定義し、平均波長・波高及び波形勾配の時間的変化としてみると **Fig. 10** が得られ、第2章に述べた特徴が認められる。

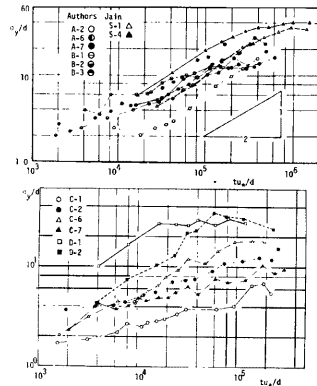


Fig. 9 Time Variation of Standard Deviation of Bed Elevation.

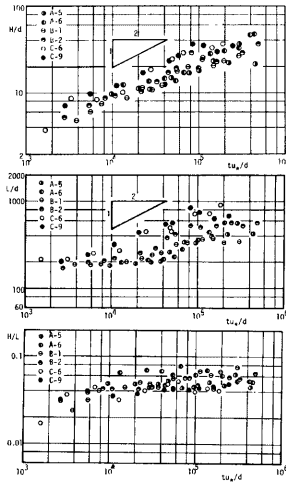


Fig. 10 Time Variations of Mean Wave Height, Length and Steepness.

ところで、開水路移動床での河床波スペクトルの特徴は初期の顕著なピークとその低波数側への移行であり、ピーク対応波数の時間的変化を調べたものが Fig. 11 である。Fig. 11 ではピーク対応波数  $k_p$  を無次元化 ( $\kappa_{*p} \equiv 2\pi k_p h_0$ ;  $h_0$ : 初期水深<sup>注4)</sup>,  $\kappa \equiv 2\pi k$ : 角波数) して示している。Fig. 11 によると  $\kappa_{*p}$  の初期値は水理条件によって異なる (Airy 波の波数の特徴で第 4 章に詳述する) が充分経過した後は一定値に近づくようである。このスペクトルピーク対応波数  $k_p$  の平衡値はいわゆる「-3乗則<sup>10)</sup>」の「限界波数」 $k_0$  に等しく ( $\lim_{j \rightarrow \infty} k_p \rightarrow k_0$ )、これについては日野<sup>10)</sup> 及び著者ら<sup>18)</sup> が指摘しているようにほぼ次の関数が成立する。

$$k_0 h = 0.15 \quad \dots\dots\dots(3)$$

Fig. 12 には上記関係と平衡状態での河床波スペクトルについての実験値<sup>18)~21)</sup> ならびに今回得られた  $k_p$  の収束値を示した。式 (3) は平衡状態の河床波 (fully developed sand waves) のスペクトルの普遍表示<sup>18)</sup> を保証する一つの関係で、Fig. 13 に示すように今回の実験で得られた平衡状態のスペクトルは著者らが提案した普遍表示モデル<sup>18)</sup> に良く適合している。なお、

注4)  $h_0$  は非擾乱時の水深を示すが、実験値としては Table 1 に示した通水後約 5~10 分の実測平均水深で代用している。

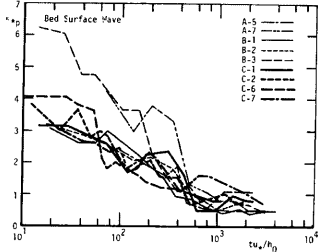


Fig. 11 Time Variation of Wave Number Corresponding to Spectral Peak.

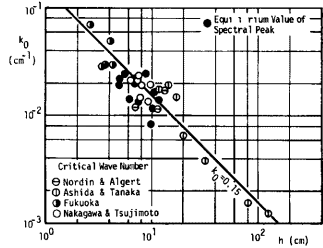


Fig. 12 The Relation between Critical Wave Number and Flow Depth.

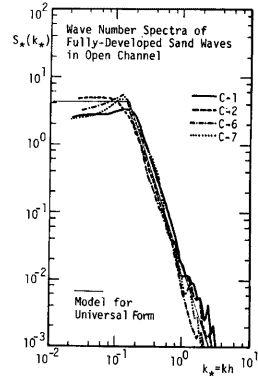


Fig. 13 Universal Representation of Spectra of Fully-Developed Sand Waves.

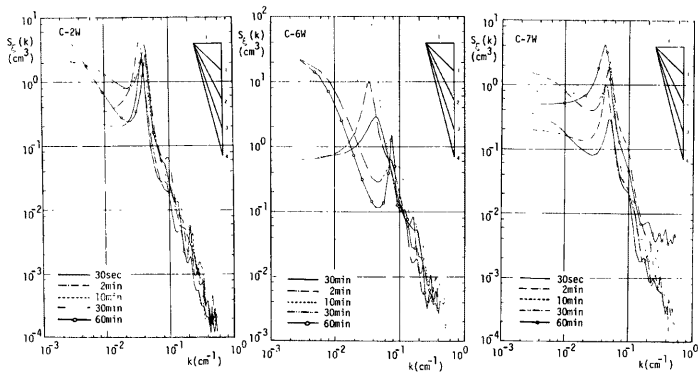


Fig. 14 Time Variation of Wave Number Spectra of Water Surface Accompanying Sand Wave Development.

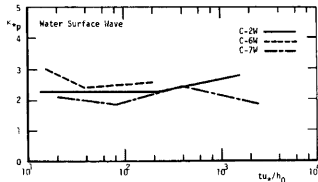


Fig. 15 Time Variation of Wave Number Corresponding to Spectral Peak of Water Surface.

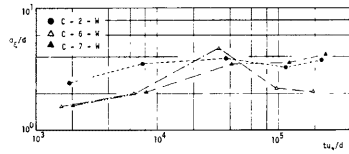


Fig. 16 Time Variation of Standard Deviation of Water Surface Elevation.

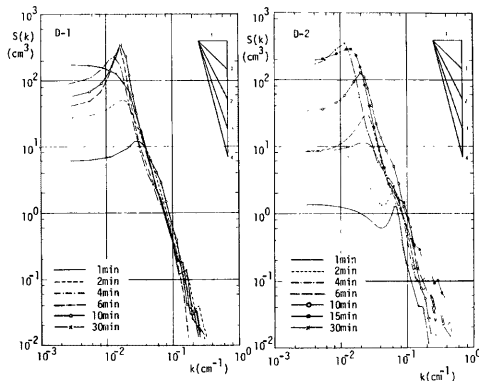


Fig. 17 Time Variation of Sand Wave Spectra in Closed Conduit (Case D).



$$S_*(k_*) \equiv S(k)/\sigma_y^2 h, \quad k_* \equiv kh \quad \dots\dots\dots(4)$$

である。

次に河床波の発達に伴う水面形状の波数スペクトルの時間的変化を示したのが Fig. 14 である。Fig. 14 によると、スペクトルに顕著なピークが存在が認められるが、砂面波数スペクトルの場合のようにそれが時間とともに鈍化しながら低波数側へ移行することはなく、ピーク波数は水面波固有のものと言える。この波数は Airy 波のそれにほぼ等しいことから、初期砂面スペクトルに見られるピークは水面挙動の影響の反映と考えられる。Fig. 15 は水面の波数スペクトルのピーク対応波数の時間的変化を示している。また Fig. 16 からわかるように水面高の標準偏差の時間的変化は砂面のそれに比べて著しくなく、初期においては砂面擾乱の大きさに比して水面擾乱が結構大きいことがわかる。今回の水面形状測定が機器の性能上必ずしも良好でないこと、他の測定装置や給砂の影響による水面擾乱をも含んで測定された可能性が多分あることなどから精度の良い測定方法を開発すべきであろうが、河床波発達過程における水面変動のこうした特徴はすでに福岡<sup>11)</sup> によっても指摘（ただし周波数スペクトルを用いている）されている。なお今回は主としてスペクトルピークの出現に注目しており、そのための精度は充分なものと考えられる。

一方、矩形断面管路内での河床波スペクトルの時間的変化は Fig. 17 に示す通りで、これを Figs. 1, 2, 9 と比較すると顕著なスペクトルピークは出現せず、開水路での河床波スペクトルの発達初期に見られる顕著なピークは水面波の強い影響と判断される。なお、平衡状態でのスペクトルを  $h$  を  $D_0$  に置き換えて式 (4) で無次元表示した (Fig. 18) が、開水路での河床波について得られた普遍表示からは若干ずれるようである。管路内河床波についての実験は前節に述べたように、複製、測定とも厄介でわずかなケースしか実施されなかったが、開水路とは異なる機構を有していると考えられ、今後実験方法を改良して実験条件の範囲を広げることが望まれる。

4. 河床波スペクトルの発達過程における波数淘汰機構

4.1 Fourier 変換された砂面の不安定性解析

移動床砂面の不安定性解析を行う際の最も重要なポイントは流砂モデルである。ここでは著者らがすでに従来型の規則波状擾乱に対して砂面不安定の第一要因である「流砂の遅れ距離」を合理的に評価した<sup>11)</sup> 際を用いた Euler 的立場での掃流砂の stochastic model を用いる。この時の基礎式は、

$$\partial y / \partial t = A_1 d \left\{ \int_0^\infty p_s(x-\xi) f_x(\xi) d\xi - p_s(x) \right\} \quad \dots\dots\dots(5)$$

で、ここに  $A_1$  : 砂の 1 次元形状係数,  $p_s(x)$  : 断面  $x$  での砂の pick-up rate,  $f_x(\xi)$  : step length の確率密度関数である (Fig. 19 参照)。底面せん断応力の変動に（遅れなしに）応答する pick-up rate の変動の振動分  $p'_s(x)$  を、

$$p'_s(x) = \bar{r}_s \psi_r(x) + p_{s0} \quad \dots\dots\dots(6)$$

とおくと（ただし、 $r_s \psi_r(x) + \tau_0$  は擾乱路床上での底面せん断応力の振動分、添字 0 は非擾乱時の値を示す）、

$$\bar{r}_p \equiv \partial p_{s*} / \partial \tau_{*0} \quad \dots\dots\dots(7)$$

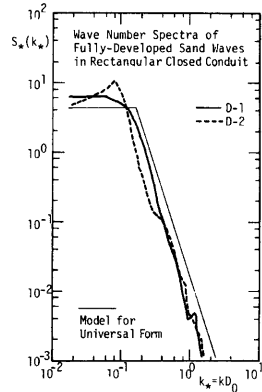


Fig. 18 Dimensionless Representation of Wave Number Spectra of Fully-Developed Sand Waves in Closed Conduit.

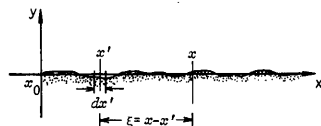


Fig. 19 Definition Sketch.

$$\rho_{s*} \equiv \rho_s \sqrt{d / (\sigma \rho - 1) g} \quad \dots\dots\dots(8)$$

であり、 $\hat{\rho}_p$  は  $\rho_{s*0}$  と  $\tau_{*0}$  の関係式によって与えられる。式(5)に式(6)を代入して Fourier 変換する ( $x \rightarrow \kappa$ ) と、

$$\partial Y / \partial t = A_1 d \hat{\rho}_p \rho_{s0} \{ \mathcal{F}[f_s(\xi)] - 1 \} \quad \dots\dots\dots(9)$$

が得られる。ただし  $Y$  は砂面高  $y$  の Fourier 変換 ( $Y \equiv \mathcal{F}[y]$ )、 $\mathcal{F}[\cdot]$  は Fourier 変換 ( $x \rightarrow \kappa$ ) を示す。一方、スペクトル密度関数の定義より、

$$S(\kappa, t) = \bar{Y}(\kappa, t) \cdot Y^*(\kappa, t) \quad \dots\dots\dots(10)$$

であり、ここに  $Y^*$  は  $Y$  の共役複素数、 $\bar{\phantom{x}}$  はアンサンブル平均を示す。したがって式(9)を解くと、式(10)より容易に  $S(\kappa)$  の時間的変化を知ることができるわけである。

さて式(9)において  $\hat{\rho}_p \cdot \rho_{s0}$  は流砂モデルの構成要素のうち pick-up rate についての知識、 $\{ \mathcal{F}[f_s(\xi)] - 1 \}$  は step length についての知識によって与えられ、いま線型不安定性解析を適用するように微小擾乱上(軽微な非平衡状態)ではこれら流砂構成要素のそれぞれについてはほとんど平坦平衡河床で得られた情報が適用できる<sup>6),12)</sup>。従って  $\rho_{s*}$  と  $\tau_*$  の関係に、著者らが先に求めた<sup>22)</sup> 次式を適用し、step length については平均値  $A$  の指数分布に従ったもの<sup>23)</sup> を採用する。

$$\rho_{s*} = F_0 \cdot \tau_* (1 - (0.035 / \tau_*)^3), \quad F_0 \approx 0.03 \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$f_s(\xi) = (1/A) \cdot \exp(-\xi/A) \quad \dots\dots\dots(12)$$

$\hat{\rho}_p$  は式(7)、(11)より求められる。また平均 step length  $A$  については次のようにして求めることもできる<sup>24)</sup>。すなわち、stochastic model の知識より<sup>25)</sup> 流砂の平衡状態においては、

$$q_{B*} \equiv q_B / \sqrt{(\sigma \rho - 1) g d^3} = (A_3 / A_2) \rho_{s*} \lambda \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$\lambda \equiv A / d \quad \dots\dots\dots(14)$$

であり ( $q_B$ : 流砂量,  $A_2, A_3$ : 砂の2次元及び3次元形状係数),  $q_{B*}$  については Meyer-Peter・Müller 式<sup>25)</sup> をはじめいくつかの精度良い推定式が提案されているからそれと式(11)、(13)により  $\lambda$  と  $\tau_*$  の関係式を導くことができる。Fig. 20 にはいくつかの流砂量公式に対して求めた曲線と、stochastic model に関する研究の一環として求められた平均 step length の実測値<sup>23),26)~28)</sup> を示しておく。図中の曲線はそれぞれ流砂量式として (A): Meyer-Peter・Müller 式<sup>25)</sup>, (B), (C): Bagnold 式<sup>29)</sup> (但し  $\tau_{*c} = 0.04, 0.045$  としたもの、 $\tau_{*c}$ : 無次元限界掃流力), (D): 芦田・道上式<sup>30)</sup> を適用したものである。

一方、擾乱路床上の流れについては、これまで種々のモデルが提案されている(文献31)にレビューされており、ここでは一つ一つ取り上げて説明しないが、流れモデルは一般に流れの運動方程式と連続式とから成る。ただし前者には一般にせん断応力を含む項がありこれと他の水理量(流速や水深)との関係を与え

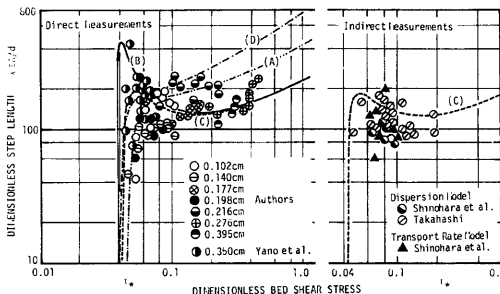


Fig. 20 The Relationship between Mean Step Length and Bed Shear Stress.

るのに抵抗則を必要とする。この3種の式が連立に解かれねばならない。著者らは擾乱路床上の流れの特性を流砂特性との関連で論じる上でこのうち抵抗則が最も重要と判断し、次の形式を採用した<sup>6),12)</sup>。

$$\tau(x) = \beta \rho (u(x))^2 \cdot [1 - \hat{\alpha}(\partial h / \partial x)] \quad \dots\dots\dots(15)$$

ここで  $u(x)$  は局所流速、 $\beta$  は非擾乱時の一種の抵抗係数であり、 $\hat{\alpha}(\partial h / \partial x)$  は局所的な水脈の拡大・収縮の効果を表わすものである。式(15)より、線型化の許される範囲では、

$$\mathcal{F}[\tau \cdot \psi_t] = \{2F_* - i\hat{\alpha}(R_* - 1)\} \kappa Y \quad \dots\dots\dots(16)$$

が得られる。ただし  $F_*$ ,  $R_*$  は局所流速  $u(x)$  の摂動分  $u'(x)(u(x) = U_0 + u'(x))$ , 水面変動  $\xi(x)$  を砂面擾乱  $y(x)$  と関係づける  $\kappa$ ,  $h_0$  等の関数である。

$$\mathcal{F}[u'(x)] = \kappa F_* Y, \quad \mathcal{F}[\xi(x)] = R_* \cdot Y \quad \dots\dots\dots(17)$$

いま、著者らのこれまでの研究<sup>6),7),11),12),14),16)</sup>と同様、 $u(x)$ ,  $\xi(x)$  がポテンシャル流理論で与えられるものとする、開水路の場合、

$$F_* = \frac{1 - Fr^2 \kappa h_0 \tanh \kappa h_0}{\tanh \kappa h_0 - Fr^2 \kappa h_0}, \quad R_* = \frac{Fr^2 \kappa h_0 \operatorname{sech} \kappa h_0}{Fr^2 \kappa h_0 - \tanh \kappa h_0} \quad \dots\dots\dots(18)$$

となる<sup>注5)</sup>。また今回行ったような矩形断面管水路のように上壁の拘束がある場合には同じくポテンシャル流理論の結果<sup>32)</sup>は次のようである。

$$F_* = \coth \kappa D_0, \quad R_* = 0 \quad \dots\dots\dots(19)$$

さて、式(12)、(16)を式(9)に代入して解くと、

$$Y(\kappa, t) = Y(\kappa, 0) \exp \left[ -A_1 d \hat{\tau}_\beta \rho_{s0} \{2F_* - i\hat{\alpha}(R_* - 1)\} \frac{\kappa^2 A(\kappa A + i)}{1 + (\kappa A)^2} t \right] \quad \dots\dots\dots(20)$$

となり、式(10)の関係を用いると結局次式が得られる。

$$S(\kappa, t) = S(\kappa, 0) \cdot \exp \{2B^* \Gamma^*(\kappa h_0) \cdot \rho_{s0} t\} \quad \dots\dots\dots(21)$$

ただし、

$$B^* \equiv A_1 d \hat{\tau}_\beta / \Delta = A_1 \cdot (\partial \rho_{s*} / \partial \tau_{*k} |_{\tau_{*k} = \tau_{*0}}) / \lambda \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$\Gamma^*(\kappa h_0) \equiv -[(\kappa A)^2 / \{1 + (\kappa A)^2\}] \cdot \{2F_* \kappa A + \hat{\alpha}(R_* - 1)\} \quad \dots\dots\dots(23)$$

である。なお管路の場合は  $h_0$  が  $D_0$  に置き換えられる。

ところで、従来型の(規則波初期擾乱に対する)不安定性解析を行うと、波数  $\kappa$  の波の盛衰は式(18)の右辺  $\{ \}$  内の正負によって判定されることとなり、開水路の場合、

$$\gamma_1 \equiv A / h_0, \quad \gamma_2 \equiv \hat{\alpha} Fr^2 \quad \dots\dots\dots(24)$$

なるパラメータを導入し、 $\gamma_1 = 1.0$ ,  $\gamma_2 = 1.2$  とすると、これまで比較的妥当とされている林<sup>33)</sup>による結果とはほぼ一致した領域区分ができる<sup>6),12)</sup>。このパラメータの値を採用した時の河床波スペクトルの波数別無次元増幅率  $\Gamma^*(\kappa h_0)$  と  $\kappa h_0$  の関係(式(23))を計算して示したのが Fig. 21 である。一方、管路の場合も同様の領域区分に適用すると、安定・不安定は次式で定義される  $M_*(\kappa D_0)$  の正負で判定される。

$$M_*(\kappa D_0) \equiv \coth \kappa D_0 - G(\tau_{*k}, \hat{\alpha}, D_0 / d) \quad \dots\dots\dots(25)$$

$$G(\tau_{*k}, \hat{\alpha}, D_0 / d) \equiv \hat{\alpha} D_0 / 2A \quad \dots\dots\dots(26)$$

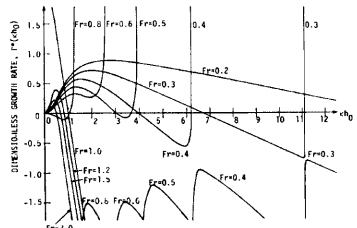


Fig. 21 Growth Rate of Sand Wave Spectra Due to Instability (Open Channel).

注5) ここでの Froude 数は  $Fr \equiv U_0 / \sqrt{gh_0}$  で定義されている。

いま式(11), (13), (14)を用い, 流砂量式として Meyer-Peter-Müller 式<sup>25)</sup>を用いると式(21)は,

$$G(\tau_*, \hat{a}, D_0/d) = (\hat{a}/800)(D_0/d)\{1 - (0.035/\tau_*)^3\} / \{1 - (0.047/\tau_*)^{3/2}\} \dots\dots\dots(27)$$

となる。 $\hat{a}$ ,  $D_0/d$  を与えると  $G$  は  $\tau_*$  のみの関数 (たとえば Fig. 22 の左図) となり,  $\tau_*$  を決めると  $G(\tau_*)$  の値が定まり,  $\coth \kappa D_0$  (Fig. 22 の右図) がこの値より小さいと (図では  $\kappa D_0 < F$ ) 河床は不安定となり, 河床波が発達することが予想される。 $D_0/d$ ,  $\hat{a}$  による  $G(\tau_*)$  の変化を Fig. 23 に示しておく。開水

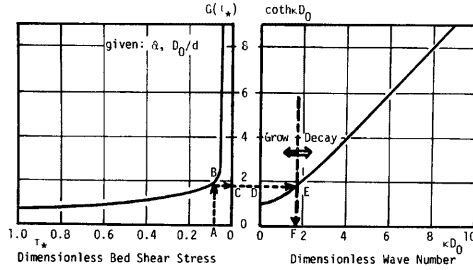


Fig. 22  $\coth \kappa D_0$  and  $G(\tau_*, \hat{a}, D_0/d)$ .

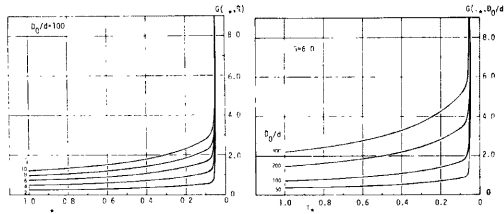


Fig. 23  $G(\tau_*, \hat{a})$  and  $G(\tau_*, D_0/d)$ .

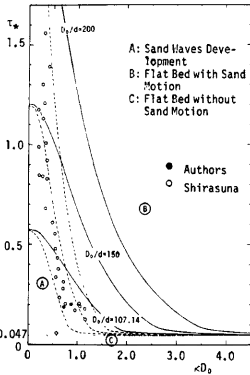


Fig. 24 The Region of Sand Wave Development in Closed Conduit.

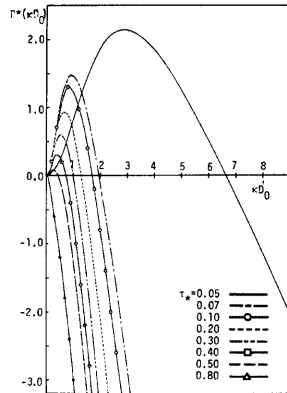


Fig. 25 Growth Rate of Sand Wave Spectra Due to Instability (Closed Conduit).

路で  $\gamma_2=1.2$  と予想したこと、 $Fr=0.4\sim 0.5$  程度を対象としていたことを考慮し  $\hat{a}=6.0$  程度に違ふと、 $\tau_3\sim\kappa D_0$  面での不安定領域（河床波の形成領域<sup>注6)</sup>）は Fig. 24 に示すように  $D_0/d$  をパラメータとして変化し、ほぼ著者ら及び白砂<sup>34)</sup>の実験結果と矛盾しない。そこで  $\hat{a}=6.0$  として管水路についてのスペクトルの無次元増幅率  $\Gamma^*(\kappa D_0)$  を計算すると Fig. 25 が得られる。

4.2 波数淘汰機構に関する実験的考察

前節に述べたように波数によるスペクトル増幅率の相違が特徴的で、この機構を通して比較的広い波数域に亘って発生したランダムな初期擾乱がある波数域に限られたものへと推移してゆく（淘汰される）。とくに開水路移動床では、式(23)に式(18)を代入して明らかなように、

$$Fr^2 = \tanh \kappa h_0 \tag{27}$$

を満足する波数（Airy 波の波数）でスペクトル増幅率が $\pm\infty$ となり、急激な増幅が期待される。このため、初期擾乱自体は砂粒のランダムな離脱・落下を素過程として生じる不規則性の強いものであっても、初期に我々が観察するときにはもはや規則正しい初期河床波となっているのであろう。河床波スペクトルの発達初期に見られるピーク対応波数<sup>注7)</sup>及び水面波の波数スペクトルのピーク対応波数と Froude 数の関係は Fig. 26 に示され、ほぼ式(28)の関係が満足されている。なお式(28)はポテンシャル流理論から得られた限界 Froude 数を与えるものであるが、Lighthill<sup>35)</sup>によって浅水理論からもこれに近い関係が得られている。それによると、

$$Fr^2 = \frac{1}{(1+\epsilon)^2} \frac{I_{\frac{1}{2}-\epsilon}(\kappa h_0)}{I_{-\frac{1}{2}-\epsilon}(\kappa h_0)} \cdot \left( \frac{1}{\kappa h_0} + \frac{\kappa h_0}{B_c} \right) \tag{29}$$

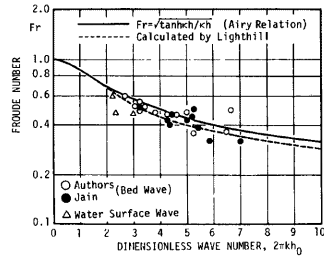


Fig. 26 The Relation between Wave Number Corresponding to Initial Spectral Peak of Sand Waves and Froude Number.

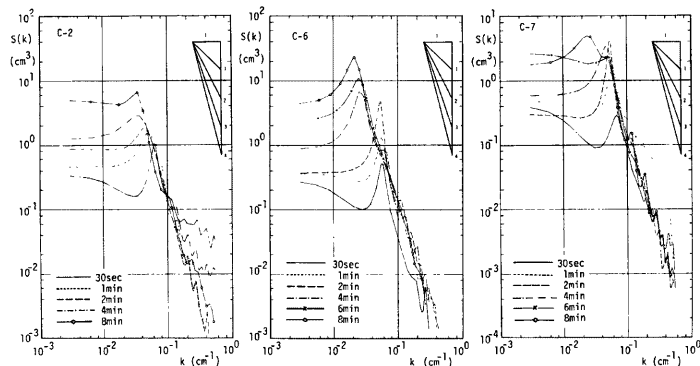


Fig. 27 Time Variation of Wave Number Spectra in Early Stage of Sand Wave Development (Case C).

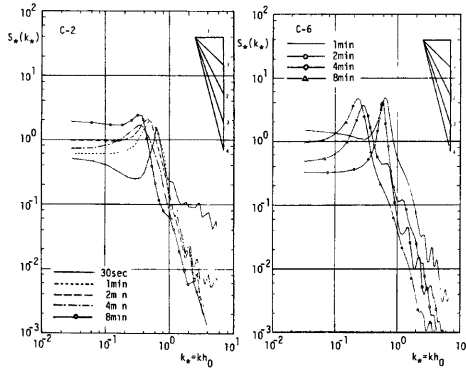
注6) 水面が存在しないため、dunes, antidunes の区別は無意味である。  
 注7) 初期ピーク 対応波数は Fig. 11 のようなスペクトルピーク対応波数の時間的変化図をもとに  $t \rightarrow 0$  への外挿値を採用している。また同様に Jain ら<sup>3)</sup>の結果も併示した。

であり,  $I(\cdot)$ : Bessel 関数,  $B_c = \rho g h \omega^2 / T$ ,  $T$ : 表面張力 (水の場合  $4^\circ \sim 20^\circ \text{C}$  で  $T = 73 \sim 75 \text{ dyne/cm}$ ) であり,  $\varepsilon$  は流速分布を  $u_s$  を表面流速として次のような指数型に近似した時のべき乗である。

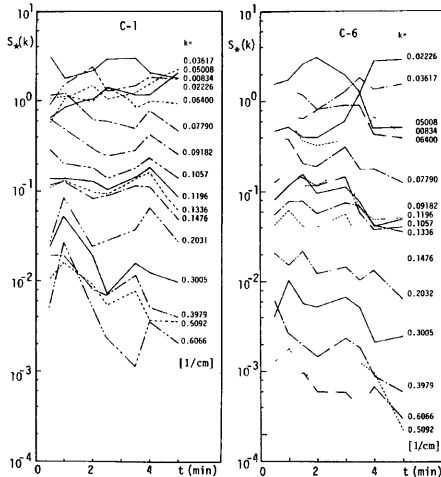
$$u/u_s = (y/h_0)^\varepsilon \dots\dots\dots (30)$$

**Fig 26** 中の破線は  $T = 74 \text{ dyne/cm}$ ,  $h = 10 \text{ cm}$  ( $B_c \approx 1300 \pm 8$ ),  $\varepsilon = 1/7$  とした時の式(29)の関係を計算したもので, 式(28)よりは若干小さいもののほぼ同様な限界 Froude 数を与えている。すなわち **Fig 26** に示されるような関係はポテンシャル流理論の適用に限って説明されるというものでもない。

さて, ピーク以外の波数における選択的増幅を調べてみる。**Fig 27** に示すような初期について詳しく調



**Fig. 28** Time Variation of Normalized Wave Number Spectra in Early Stage of Sand Wave Development (Case C).



**Fig. 29** Time Variation of Normalized Spectral Density for Each Wave Number in Early Stage of Sand Wave Development (Case C).

注8) 式(29)からわかるように,  $B_c$  がある程度以上大きければ ( $B_c \gg kh$ ),  $B_c$  による変化はほとんど無い。

べられた砂面波数スペクトルの時間的変化を見ると、波数によって増幅率に違いはあるもののほとんど全波数域に亘ってスペクトルが増加しており、例えば Fig 21 に示したような波数別増幅率の特徴（波数によっては急激に減衰する領域がある）とは異っている。これは第 2 章でも述べたように、この時期においても砂粒のランダムな離脱・落下に伴う砂面高分散生成過程が併存しているためで、ここでも規格化の操作によってこれが除かれるものと考えた<sup>註9)</sup>。すなわち、Fig 27 に示した波数スペクトルを規格化し（その例を Fig 28 に示す）、各波数成分ごとのスペクトル密度の時間的変化を調べた例が Fig 29 である。初期の 0.5, 1, 2 分間で実測スペクトル（規格化されたもの）の増幅率を波数ごとに調べ、理論的に求められた（式(23)に式(18)を代入したもの） $\Gamma^*(k\kappa_0)$ と比較すると、Fig 30 のようにその特徴の一致は良好である。ただし、式(11), (13), (14)と Meyer-Peter・Müller による流砂量式<sup>25)</sup>を用いて  $\gamma_1$  を与え、一方  $\gamma_2$  について

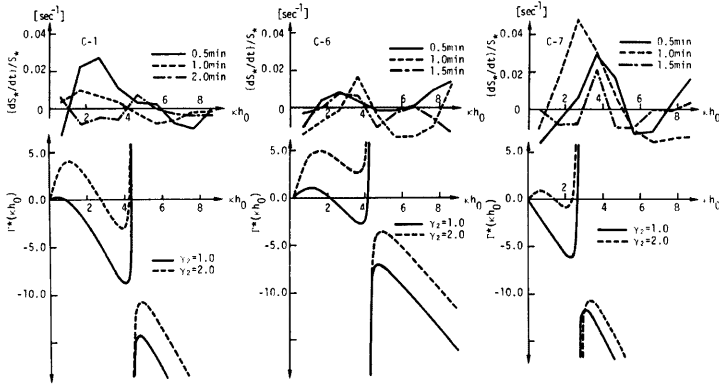


Fig. 30 Comparison between Theoretically Obtained Growth Rate of Sand Wave Spectra Due to Instability and Experimentally Obtained One.

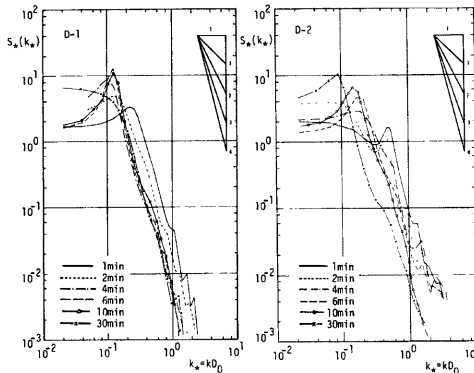


Fig. 31 Time Variation of Normalized Wave Number Spectra of Sand Waves Formed in Closed Conduit (Case D).

註9) 第 2 章でも述べたように、分散生成過程にもとづいて砂面高分散の増加が受け持たれ、不安定機構による波数淘汰過程では単に分散に対する各波数成分の寄与率が変化するだけであると見なした。

は、1.0と2.0に対して計算を行った。図によると  $\gamma_2=2.0$  の方の適合が良いようである。このように不安定機構もとづいて波数淘汰あるいは波数選択の増幅が行われ、河床波スペクトルが特徴的な形に整えられてゆくものと推定される。

一方、管路の場合も、河床波スペクトルの発達に寄与する3つの機構のうち開水路と全く異なるのは不安定機構のみであると考えられるので、開水路の場合と同様、初期発達過程にあるスペクトルについては規格化によって分散生成過程の影響が取り除かれると判断した。Fig 31 は規格化された管路内河床波スペクトルの時間的変化であり、Fig 32 ではとくに初期に限って各波数成分ごとのスペクトル密度（規格化したもの）の時間的変化が調べられている。また、発達初期における波数別の規格化されたスペクトル密度の時間変化率の実測値を Fig 33 に示した。開水路の場合と同様に平均 step length  $A$  を評価し、式(23)、(19)を用いて理論的に求められた無次元スペクトル増幅率  $\Gamma^*(\kappa D_0)$  (Fig 25 に示した、ただし  $\hat{a}=6.0$ ) と比較すると、これも概ね良好にその特性を説明し得たと言える。

なお、本章では流れモデルにポテンシャル流理論を利用しているが、この場合砂面波数スペクトル  $S(\kappa)$

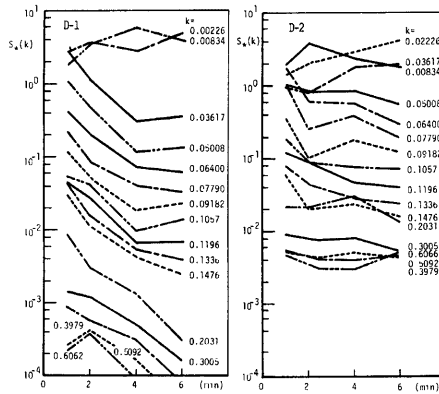


Fig. 32 Time Variation of Normalized Spectral Density for Each Wave Number in Early Stage of Sand Wave Development in Closed Conduit (Case D).

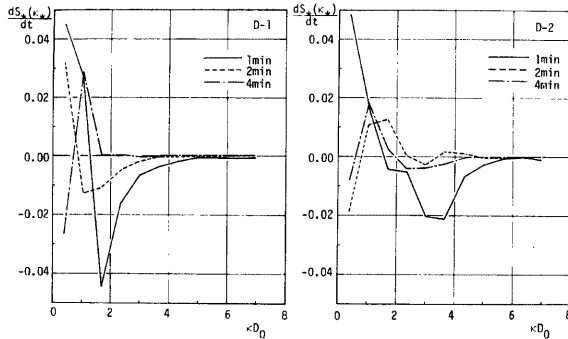


Fig. 33 Measured Spectral Growth Rate in Early Stage of Sand Wave Development in Closed Conduit (Case D).



と水面波数スペクトル  $S_{\xi\xi}(k)$  が理論的に関係づけられる。すなわち式(17)の第2式と式(10)に示されたような関係から、

$$S_{\xi\xi}(k) = R_*^2 \cdot S(k) \quad \dots\dots\dots (31)$$

が導かれる。 $R_*$  は式(18)の第2式で与えられ ( $R_*^2 \sim kh$  を Fig. 34 (a) に示した), Fig. 34 (b) には砂粒のランダムな離脱・落下を素過程とする分散生成過程のみによって生じるとして理論的に求められた初期擾乱の波数スペクトル<sup>(6),(7)</sup>,  $S_P(k)$  によって出現する水面擾乱の波数スペクトルを種々の Froude 数の場合について計算したものである。これより、初期砂面擾乱(不規則なもの)には何ら特別なスペクトルピークが無くても瞬時に水面波には固有のピークが出現し、これが不安定機構を通して砂面に反映するものと考えられる。なお Fig. 35 は各時刻の砂面波数スペクトルの実測値から式(31)で予測される水面波数スペクトルを実測値と比較したものである。

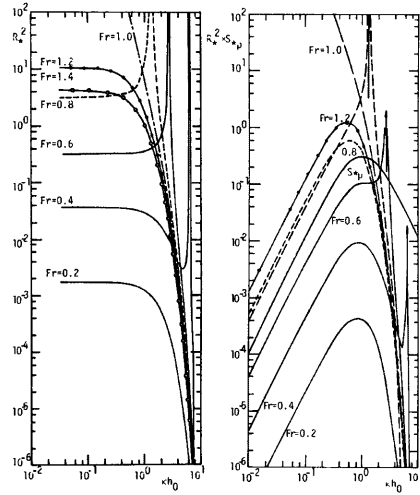


Fig. 34 The Transformation of Sand Wave Spectra to Wave Number Spectra of Water Surface.

### 5. 河床波スペクトルの発達過程における波数移行過程

河床波スペクトルの発達を司る3つの機構のうち、不安定機構にもとづく波数淘汰機構はかなり初期に限られる。一方、砂粒の河床でのランダムな離脱・落下による分散生成過程も著者らが先に検討した形<sup>(6),(7)</sup>のものは発達の初期のみが対象であり、河床変形が顕著になってくると変質してしまう。初期においてはこうした2つの機構が支配的で、いずれによっても波長の変化は生じなかった。しかし、時間が経過した後の発達は実験結果 (Fig. 10) を見てもわかるように、波長・波高が揃ってむしろ波形勾配一定という様式で進むものと見なせる。こうした過程は、砂粒運動が河床形状に強く規制され、砂粒運動の不規則性は主として河床形状スケールのそれに置き換えられる。ただし厳密に言うと、高波数域での不規則性は依然として砂粒運動の本質的特徴(確率性・離散性)に支配されたまま残っており、高波数域ではなおかつ分散生成過程の

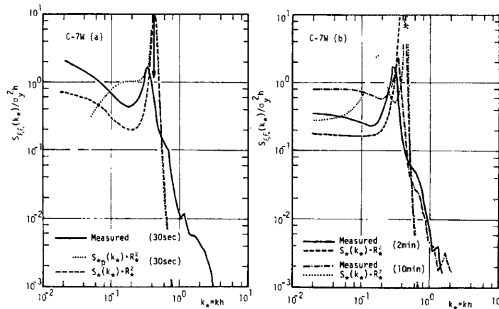


Fig. 35 Comparison between Measured Spectra of Water Surface and Transformed One from Sand Wave Spectra.

存在が認められる (短い波長の初期擾乱は次々発生する)。

いずれにせよ, ある程度時間が経過して後の河床波スペクトルの時間的変化を司どるのは波数移行過程であると見なして良い。この過程を概略的に示したのが Fig. 36 である。第3章で述べたように, この波数移行過程は個々の波の追いつき合体を素事象として生じているものと推定され, これが河床波の統計的性質に依っていることを考えれば, 波数移行も確率的に生じているものと考えられる。いま波数  $\kappa'$  のスペクトル成分が単位時間当り波数  $\kappa$  を移行によって通過する割合を  $\rho(\kappa, \kappa')$  とすると, 波数  $\kappa$  を通過する分散 (スペクトル成分) の高波数から低波数側への移行流束  $C_F(\kappa)$  は,

$$C_F(\kappa) = \int_{\kappa}^{\infty} \rho(\kappa, \kappa') S(\kappa') d\kappa' \quad \dots\dots\dots(32)$$

で表わされる。ところで  $\rho(\kappa, \kappa')$  は  $\kappa'$  の波が  $\kappa$  に移行するのに要する時間の逆数に相当すると考えられるから,  $c_a(\kappa) \equiv |d\kappa/dt|$  とすると,

$$\rho(\kappa, \kappa') \approx 1 / \int_{\kappa}^{\kappa'} \{1/c_a(\kappa')\} d\kappa' \quad \dots\dots\dots(33)$$

である。したがって波数域  $(\kappa - d\kappa, \kappa)$  に  $dt$  時間内に貯留される分を考えることから, 波数移行過程によるスペクトルの増幅率  $C(\kappa) \equiv dS(\kappa)/dt|_c$  は次式で与えられることがわかる。

$$C(\kappa) \approx \frac{\partial}{\partial \kappa} \left[ \int_{\kappa}^{\infty} \left\{ \kappa S(\kappa') / \int_{\kappa}^{\kappa'} \frac{d\kappa'}{c_a(\kappa')} \right\} d\kappa' \right] \quad \dots\dots\dots(34)$$

ここで,  $c_a(\kappa) \equiv |d\kappa/dt|$  の評価が問題であるが, これは個々の波の性質や河床波のスケールの統計的性質にもとづいて推定されよう。ただし,  $c_a(\kappa)$  を実験結果から評価するということになれば, 波数移行過程がほとんどの波数域で生じていることからこれを抽出・分離することが難しい。しかし, 不安定機構にもとづいて出現したスペクトルピークの移行に着目すれば, その概要が知られるものと期待される。スペクトルピーク対応波数  $\kappa_p$  の時間的変化を示した Fig 11 をもとに  $|d\kappa_p/dt|$  と  $\kappa_p$  の関係を調べると Fig 37 が得られ,  $|d\kappa_p/dt|$  は  $\kappa_p$  の増加関数であること, すなわち高波数の波ほど波数移行の進行が著しいことがわかり, 波数移行過程が追いつき合体事象によっているとの推測が支持される。ところで, スペクトルピーク対応波数  $\kappa_p$  は卓越波数と考えられ, これは平均波長とほぼ等しいと期待される。すなわち,

$$\kappa_p \approx 2\pi/L \quad \dots\dots\dots(35)$$

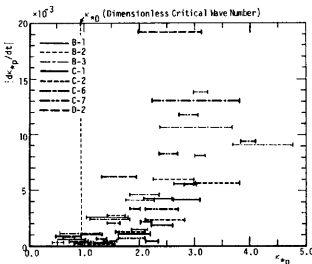


Fig. 37 The Relation between  $|d\kappa_p/dt|$  and  $\kappa_p$ .

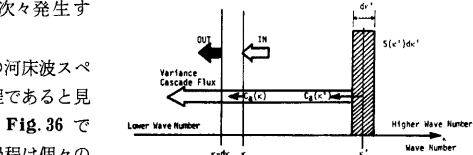


Fig. 36 Schematic Figure of Cascade Process of Sand Wave Spectra.

であり, 一方, ある程度時間が経過して後の平均波長の時間的変化は, 著者らがすでに行った追いつき合体モデル<sup>2)</sup>によって次のように表わされ, これは実験結果との対応も良い。

$$L \sim \sqrt{t} \quad \dots\dots\dots(36)$$

式(36), (37)より,

$$\kappa_p \sim 1/\sqrt{t} \quad \dots\dots\dots(37)$$

であり, したがって式(37)の時間微分から

$$|d\kappa_p/dt| \sim t^{-3/2} \sim \kappa_p^3 \quad \dots\dots\dots(38)$$

が得られる。Fig. 37 に示した実験値を両対数表示すると (Fig. 38), 式(38) すなわち,  $|d\kappa_p/dt| \sim \kappa_p^3$  が認められ, これより一般の波数についても

$$c_a(\kappa) \equiv |d\kappa/dt| \sim \kappa^3 \quad \dots\dots\dots(39)$$

が予想される。このとき、

$$\int_{\kappa'}^{\kappa} (1/c_a(\kappa)) d\kappa = (1/\kappa') - (1/\kappa^2) \quad \dots\dots\dots(40)$$

であり、 $\kappa' \gg \kappa$  の場合には結局、

$$C(\kappa) \sim \frac{\partial}{\partial \kappa} \left\{ \kappa^2 \int_{\kappa}^{\infty} S(\kappa') d\kappa' \right\} \quad \dots\dots\dots(41)$$

が得られる。すなわち、波数移行機構による河床波スペクトルの発達率が式(41)で与えられる。

ところで、Jain ら<sup>9)</sup>によると、河床波の平衡状態では  $k > k_0$  のかなり広い波数域でこの過程が存在し、先にも述べたかなりの高波数域 ( $k > k_H$ ) でのみ分散生成が行われ、一方  $k < k_0$  の低波数域では分散の逸散が行われるといった内部構造 (variance cascade process) を示唆している。このとき  $k_0 < k < k_H$  では波数移行のみが存在し、しかも  $C=0$  であるから、

$$\frac{\partial}{\partial \kappa} \left\{ \kappa^2 \int_{\kappa}^{\infty} S(\kappa') d\kappa' \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots(42)$$

となり、これよりこの波数域では

$$S(\kappa) \sim \kappa^3 \quad \dots\dots\dots(43)$$

となる事が導け、いわゆる平衡状態の河床波スペクトルの「-3乗則」が次元解析にもとづいた日野の説明<sup>10)</sup>よりも具体的あるいは現象論的に、しかも説得性のある方法で説明されることになる。Jain ら<sup>9)</sup>も式(42)から式(43)を得ているが、式(42)を導く過程が本論文では具体的な物理モデルに依っており、しかも実験結果との対応にもとづいた取り扱いをしている。

## 6. 結 言

本論文では河床波の発達過程を波数スペクトルの時間的変化として扱え、その特徴を詳しく検討することにより、それが3つの機構にもとづいていることを明らかにした。すなわち、砂粒のランダムな離脱・落下に起因する分散生成過程、非平衡流砂過程における流砂の遅れシステムと擾乱路床上の流れ系の相互作用による不安定機構にもとづく波数淘汰過程ならびに河床波の個々の波の追いつき合体を素事象とする波数移行過程である。このうち、不安定機構と波数移行過程について詳しく検討した。一方、これら3つの機構のうち不安定機構のみが著しく異なると考えられる管水路での河床波の発達についても実験を行い、開水路移動床実験での水面形状スペクトルについての情報と併せ、著者らの不安定性解析をより広い立場から検証した。本論文及びこれに先立つ著者らの研究成果によって、河床波の発生・発達の内部機構は一段と明確なものとなったにもかかわらず、現象の全体像を定量的に評価、予測するには至っておらず、逆にこの種の問題の難しさを再認識させられることとなった。今後さらに違った面からのアプローチを含め、河床波の形成機構を総合的に説明し得る成果を蓄積してゆきたいと考える。

最後に本研究の遂行に当り、実験及び資料整理等に熱心に協力頂いた京都大学院生赤尾恒博君をはじめ、水理学研究室諸兄に謝意を表する。

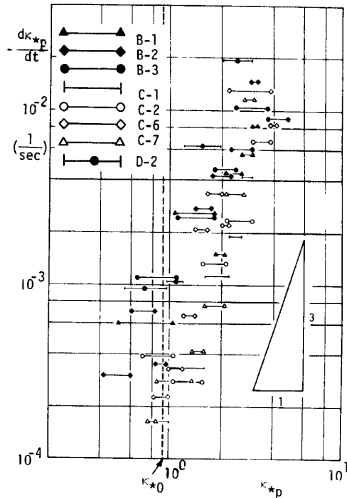


Fig. 38 The Relation between  $|d\kappa_p/dt|$  and  $\kappa_p$  in Log-Log Expression.

## 参 考 文 献

- 1) 村本嘉雄：第36回年次学術講演会の総括展望，Ⅱ-249～305，土木学会誌，第66巻，第13号，1981，p. 23.
- 2) 中川博次・辻本哲郎：河床波の発達性状に関する実験的考察，京都大学防災研究所年報，第19号B-2，1976，pp. 289-309.
- 3) 中川博次・辻本哲郎：Lower Regime における非定常移動床流れの抵抗の遅れ性状，第25回水理講演会論文集，1981，pp. 1-7.
- 4) Kennedy, J. F.: The Mechanics of Dunes and Antidunes in Erodible Bed Channels, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 16, Part 4, 1963, pp. 521-554.
- 5) Raudkivi, A. J.: Study of Sediment Ripple Formation, Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 89, HY 6, 1963, pp. 15-33.
- 6) 中川博次・辻本哲郎：砂礫の運動に伴う移動床砂面の擾乱発生過程，土木学会論文報告集，第291号，1979，pp. 53-62.
- 7) Nakagawa, H. and T. Tsujimoto: Stochastic Study on Origin of Small Scale Bed Forms Related to Probabilistic Characteristics of Bed Load Movements, Proc. 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, JSCE-IAHR, Tokyo, Japan, Paper B-8, 1980, pp. 359-370.
- 8) Nakagawa, H. and T. Tsujimoto: Answer to Discussion of Stochastic Study on Origin of Small Scale Bed Forms Related to Probabilistic Characteristics of Bed Load Movements, Proc. 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, JSCE-IAHR, Tokyo, Japan, Supplementary Volume, 1980, p. 790.
- 9) Jain, S. C. and J. F. Kennedy: The Spectral Evolution of Sedimentary Bed Forms, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 63, Part 2, 1974, pp. 301-314.
- 10) Hino, M.: Equilibrium-Range Spectra of Sand Waves Formed by Flowing Water, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 34, Part 3, 1968, pp. 565-573.
- 11) 中川博次・辻本哲郎：移動床砂面の不安定要因としての遅れ距離・位相差，土木学会論文報告集，第305号，1981，pp. 139-142.
- 12) Nakagawa, H. and T. Tsujimoto: Sand Bed Instability Due to Bed Load Motion, Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 106, HY 12, 1980, pp. 2029-2051.
- 13) 辻本哲郎・自閑茂治・富田邦裕：砂灘の発生と発達について，昭和55年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，Ⅱ-19，1980.
- 14) 中川博次・辻本哲郎：河床波発生初期における波数選択的増幅機構，土木学会論文報告集，第321号，1982，pp. 63-69.
- 15) 辻本哲郎・中川博次：移動床砂面の不安定性に関する研究の新しい方向，土木学会第36回年次学術講演会講演概要集，第2部，Ⅱ-292，1981，pp. 581-582.
- 16) 中川博次・辻本哲郎：砂面の波数スペクトルの時間的变化からみた河床波の形成機構，第26回水理講演会論文集，1982，pp. 1-8.
- 17) たとえば，日野幹雄：「スペクトル解析」，朝倉書店，1977.
- 18) 中川博次・辻本哲郎：河床波の統計モデルに関する研究，土木学会論文報告集，第290号，1979，pp. 79-87.
- 19) Nordin, C. F. and J. H. Alpert: Spectral Analysis of Sand Waves, Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 92, HY 5, 1966, pp. 95-114.
- 20) 芦田和男・田中祐一郎：砂灘に関する実験的研究(3)，京都大学防災研究所年報，第10号B，1967，pp. 121-132.

- 21) 福岡捷二：砂漣の発生・発達とそのスペクトル，東京工業大学土木工学科研究報告，No. 4, 1968, pp. 45-55.
- 22) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂れきの移動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第244号，1975，pp. 71-80.
- 23) 中川博次・辻本哲郎：掃流過程に対する確率モデルとその一般化，土木学会論文報告集，第291号，1979，pp. 73-83.
- 24) 村上正吾・中川博次・辻本哲郎：掃流力の増加に伴う砂れきの不規則運動性状の変化，土木学会第36回年次学術講演会講演概要集，第2部，II-277，1981，pp. 551-552.
- 25) Meyer-Peter, E. and R. Müller: Formulas for Bed-Load Transport, Proc. 2nd Congress, IAHR, Stockholm, Sweden, 1948.
- 26) 篠原謙爾・楢東一郎：河床砂礫の移動機構に関する一考察，九州大学応用力学研究所報，第10号，1957，pp. 85-94.
- 27) 高橋正佑：河床れきの流送に関する実験的研究，第1報，新砂防，第18巻，第4号，1966，pp. 5-14.
- 28) 矢野勝正・土屋義人・道上正規：砂れきの流送機構の確率過程としての特性について，京都大学防災研究所年報，第11号B，1968，pp. 61-73.
- 29) Bagnold, R. A.: The Flow of Cohesionless Grains in Fluids, Philosophical Transactions, Royal Society of London, Series A, Vol. 249, 1957, pp. 235-297.
- 30) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第195号，1972，pp. 59-69.
- 31) Reynolds, A. J.: A Decade's Investigation of the Stability of Erodible Stream Beds, Nordic Hydrology, 7, 1976, pp. 161-180.
- 32) Kennedy, J. F.: The Formation of Sedimentary Ripples in Closed Rectangular Conduits and in the Desert, Journal of Geophysical Research, Vol. 69, No. 8, 1964, pp. 1517-1524.
- 33) Hayashi, T.: Formation of Dunes and Antidunes in Open Channels, Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 96, HY 2, 1970, pp. 357-366.
- 34) Shirasuna, T.: Formation of Sand Waves, Proc. XVth Congress, IAHR, Istanbul, Turkey, Vol. 1, Paper A-15, 1973, pp. 107-114.
- 35) Lighthill, M. J.: On the Critical Froude Number for Turbulent Flow over a Smooth Bottom, Proc. Cambridge Phil. Soc., Vol. 49, 1953, pp. 704-706.