

閉塞湛水浸透の機構に関する研究

石原 安雄・下島 栄一

STUDY ON MECHANISM OF INFILTRATION WITH PONDING

By *Yasuo* ISHIHARA and *Eiichi* SHIMOJIMA

Synopsis

In this paper the mechanism of confined infiltration with ponding, especially the movement of water and pore-air in the quasi-saturated zone which develops in the neighbourhood of sand surface is discussed. In the experiments of ponding infiltration which are carried out by using dry sand column in the cylinder with bottom plate, we have observed that pore-air escapes from sand surface intermittently. Although, strictly speaking, the infiltration phenomena are discontinuous, in this analysis such phenomena are considered macroscopically as continuous.

First, by assuming that the movement of water and pore-air in a quasi-saturated zone obeys the equation of Darcy's type, the transformed kinetic equation of water and the state equation of pore-air which describes the relation between pore-air pressure at lower end of a quasi-saturated zone and the depth of the zone are derived. These equations contain two parameters changing with time, which are found out using the results of the experiments already reported.

Secondarily, these equations, for a quasi-saturated zone, the equations of movement and continuity of both fluids and the state equation of pore-air, for an unsaturated zone, are simultaneously solved by the quasi-analytical method already reported. The comparison of the calculated results with the observed ones shows a good agreement. It is concluded that the equations applied in this analysis are valid to describe the infiltration phenomena in a quasi-saturated zone and, accordingly, such an infiltration mechanism has been made clear.

1. はじめに

雨水が地表面さらに地中へと浸透していく過程における地中の間隙空気の影響を明確にするために、本文では底部を閉じた円筒に気乾状態の単一柱を作り、その上面に常に一定の湛水深を設けて実験を行うという簡単化された初期条件、境界条件下での湛水浸透を対象にする。

さて、このような条件下での砂層を用いた実験¹⁾によると、間隙空気は浸透面を通して間歇的に外界に放出されるので、一連の浸透過程は不連続な現象を伴うことになる。また、浸透が進むにつれて、砂層内の水分分布²⁾は浸透面直下に発達する非常に水分量の大きな領域（これを擬飽和域と呼んだ）とその下方の遷移的領域に連なる比較的水分量の小さな領域（これらを不飽和域と呼んだ）とで構成されることが明確となるが、この擬飽和域は内部空気の放出過程に非常に重要な役割を有することがわかっているので、同域内での現象解明は閉塞湛水浸透を理解する上で極めて重要となる。

本論文は擬飽和域内の浸透水と空気の運動機構を明確にすることにより、空気閉塞を伴う浸透現象の解明を試みようとしたものであって、内容的には既報³⁾の続編とでもいふべきものである。

2. 擬飽和域における水および空気の運動機構

2.1 運動機構の仮定

不飽和域の空気と連続した擬飽和域内の空気は、外界への放出状態にないときは全域に互って存在する

ことはなく、ただ放出時に限って全域に存在するものである。また、全域に亘って存在しない場合でも、平均的（巨視的）にみると空気が存在しない領域は時間経過とともに発達していくが、微視的にみるとこの領域の長さは変動しているものと考えられる。

しかし、このような空気の存在状況にも係わらず擬似飽和域には常に浸透水が存在し、また浸透面平均的にみると浸透水は下方へと移動しているの、既報³⁾ではこの領域の水の運動が平均的にみて Darcy 則的な表現に従うと考え、次式を与えた。

$$f = \hat{v} = \hat{K} \cdot \left\{ 1 - \frac{\rho_{w1} - \rho_{w0}}{x_1} \right\} \quad \dots\dots\dots(1)$$

なお、上式は擬似飽和域内の水分状態（含水比）が一定と考えている。ここに、位置座標 (x) を浸透面を原点とし下方を正符号にとることにすると、 f ; 浸透強度、 \hat{v} ; 水の流量流速、 \hat{K} ; 透水係数に対応するもの、 x_1 ; 擬似飽和域下端の座標（同域の深さ）、 ρ_{w1} , ρ_{w0} ; $x = x_1$, $x = 0$ での水の圧力水頭。上式中の ρ_{w1} を $x = x_1$ での同時刻の空気圧 ρ_{a1} を用いて次式のように分解する。

$$\rho_{w1} = \rho_{w1} - \rho_{a1} + \rho_{a1} \equiv \psi_1 + \rho_{a1} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{ここに、} \psi_1 \equiv \rho_{w1} - \rho_{a1} \quad \dots\dots\dots(3)$$

上式を式 (1) に代入すると、 $f (= \hat{v})$ は次式となる。

$$f = \hat{v} = \hat{K} \cdot \left\{ 1 - \frac{\psi_1 + \rho_{a1} - \rho_{w0}}{x_1} \right\} \quad \dots\dots\dots(4)$$

一方、同域の空気の存在状況は前述したとうりであるが、平均的にみると空気の移動は浸透水と逆方向にあるはずである。そこで、空気の移動を式 (4) と対応において連続的に考えることにし、その運動を近似的に次式の Darcy 則的な表現に従うものと仮定する。

$$\hat{v}_a = -\hat{K}_a \cdot \frac{\rho_{a1} - \rho_{a0}}{x_1} \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 \hat{v}_a ; 空気の流量流速、 \hat{K}_a ; 透気係数に対応するもの、 ρ_{a0} ; $x = 0$ での空気圧。

以上の式 (4)、式 (5) が擬似飽和域での基礎式となるが、これらを以下のように変形することにする。

\hat{v} と \hat{v}_a とを次式で定義した $r(t)$ で関係づけることにする。

$$\hat{v}_a = -r(t) \cdot \hat{v}, \quad r(t) \geq 0 \quad \dots\dots\dots(6)$$

上式の \hat{v}_a , \hat{v} にそれぞれ式 (5) および式 (4) を代入し、 ρ_{a1} について整理すると次式となる。

$$\rho_{a1} = (1 - \alpha_r) \cdot x_1 - (1 - \alpha_r) \cdot \psi_1 + \rho_{w0} + \alpha_r \cdot (\rho_{a0} - \rho_{w0}) \quad \dots\dots\dots(7)$$

あるいは

$$\rho_{a1} = (1 - \alpha_r) \cdot x_1 - \psi_1 + \rho_{w0} - \beta_r \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\text{ここに、} \alpha_r = \frac{\hat{K}_a}{\hat{K}_a + r \cdot \hat{K}} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\beta_r = \alpha_r \cdot (-\psi_1 + \rho_{w0} - \rho_{a0}) \quad \dots\dots\dots(10)$$

式 (4) の右辺の ρ_{a1} を式 (8) を代入すると、 \hat{v} はつぎのようになる。

$$\hat{v} = \alpha_r \cdot \hat{K} \cdot \left\{ 1 + \frac{\beta_r / \alpha_r}{x_1} \right\} \quad \dots\dots\dots(11)$$

以下では式 (4)、式 (5) の代替として式 (11)、式 (8) を擬似飽和域での基礎式とする。

2.2 α_r , β_r , ψ_1 の変化特性

既報³⁾で示したように、U字形をしたガラス管を鉛直に立て、その上面に浸透流体としてグリセリンを一定の深さに設定して行った実験によりつぎのことがわかった。すなわち、ガラス管内の空気の放出過程は、まず管の上面で気泡の形成が始まり、それが大きくなったときに気泡は内部空気と分離するといった

様子であった。また空気が放出される管径を d_2 、浸透液体が下降を続ける方の管径を d_1 としたとき、 $d_2/d_1 \geq 1.0$ を満す場合、気泡の形成開始時点および分離時点の内部空気圧はそれぞれ d_2 の管の平衡毛管上昇高に管上の液体厚 (h_f) を加えたものおよび h_f にほぼ等しくなった。この実験においては砂層湛水実験にみられる擬似飽和域に対応するものは認められなかったが、ガラス管による実験と砂層実験での現象の対応はつぎのようである。すなわち前者の場合での気泡の形成の開始およびその内部空気との分離は、後者の場合ではそれぞれ不飽和域の空気が擬似飽和域に流れ込むことおよび浸透面より空気が放出されることに対応することになる。よって両者の場合の空気圧を対比させると、まず、 p_{a0} は次式でほぼ与えられることになる。

$$p_{a0} \approx h_w \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 h_w ； 湛水深。ところで、 p_{w0} はほぼ次式となると考えられる。

$$p_{w0} \approx h_w \quad \dots\dots\dots (13)$$

よって、 p_{a1} の対比が x_1 が十分に小さな場合にも成立すると考えてみると、式 (7) での $(1-\alpha_r) \cdot \psi_1$ は次式の関係にあることになる。

$$(1-\alpha_r) \cdot \psi_1 \rightarrow \psi_e \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 ψ_e ； air entry value に対応するが、4. の計算では吸水過程で空気相が不連続になり始める際の毛管ポテンシャル water entry value あるいは air-exit value にほぼ等しくなる。なお、等号とせずとしたのは現象的にある程度浸透が進んだ状況（擬似飽和域の発達段階）にならねば上式で符号が成立しないからである。

さて、式 (12)、式 (13) の関係を考慮すると、式 (11)、式 (8) および式 (10) はそれぞれつぎのようになる。

$$f = \alpha_r \cdot \hat{K} \cdot \left(1 - \frac{\psi_1}{x_1}\right) \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$p_{a1} - h_w = (1 - \alpha_r) \cdot (x_1 - \psi_1) \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\beta_r = -\alpha_r \cdot \psi_1 \quad \dots\dots\dots (17)$$

ところで、比較的浸透の初期段階にある浸透強度、砂層底部での空気圧 (p_{aL}) および水分の移動はそれぞれ次式にほぼ従うことが認められている¹⁾(後述の Fig. 2, Fig. 3 を参照)。

$$f = \frac{S}{2} \sqrt{t} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$p_{aL} = c_1 \cdot \ln t + c_2 + h_w \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$x(\theta, t) = \varphi(\theta) \cdot \sqrt{t} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 t ； 実験開始時を基準とした時間、 S, c_1, c_2 ； 実験定数。また、浸透初期を対象とした解析によると、 p_{a1} は p_{aL} と同形式でつぎのような変化をほぼすることがわかっている¹⁾。

$$p_{a1} - h_w = c_1 \cdot \ln t + c_2' \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 c_2' ； 定数。そこで、式 (15) と式 (18) および式 (16) と式 (21) を等置する。

$$\frac{\alpha_r \cdot \hat{K}}{x_1} \cdot (x_1 - \psi_1) = \frac{S}{2} \sqrt{t} \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$(1 - \alpha_r) \cdot (x_1 - \psi_1) = c_1 \cdot \ln t + c_2' \quad \dots\dots\dots (23)$$

両式より $(x_1 - \psi_1)$ を消去し、 α_r について整理すると次式をうる。

$$\alpha_r = \frac{S \cdot \varphi_1}{2} \bigg/ \left\{ \frac{S \cdot \varphi_1}{2} + \hat{K} \cdot (c_1 \cdot \ln t + c_2') \right\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここに、 $\varphi_1 = \varphi(\theta_1)$ 。この式を式 (22) に代入して ψ_1 につき整理すると次式となる。

$$\psi_1 = \varphi_1 \cdot \sqrt{t} - \left\{ \frac{S \cdot \varphi_1}{2} + \hat{K} \cdot (c_1 \cdot \ln t + c_2') \right\} / \hat{K} \quad \dots\dots\dots (25)$$

また、式 (17) となった β_r は式 (24)、式 (25) より次式となる。

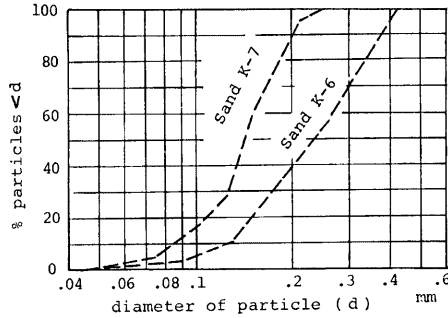


Fig. 1. Particle-size distribution in two types of sand.

$$\beta_r = \frac{S \cdot \varphi_1}{2} / \hat{K} - \frac{S \cdot \varphi_1}{2} \cdot \varphi_1 \sqrt{t} / \left\{ \frac{S}{2} + \hat{K} \cdot (c_1 \cdot \ln t + c_2') \right\} \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここで、 α_r , β_r および ψ_1 の変化の様子を実験例を用いて数値的に調べてみる。ここに引用する実験例は、Fig. 1 に示した粒度分布をもつ気乾状態の K-7 砂あるいは K-6 砂を底を密閉した円筒に充填して層厚(L)がほぼ 169cm の単一柱を作り、その表面にほぼ 1 cm の湛水深 (h_w) がいつもあるようにして行ったものである。比較的浸透の初期段階を対象とすると、K-7 砂の場合での浸透強度、砂層底部での空気圧および水分の移動の様子は Fig. 2 に示したとおりであり、それぞれ (a), (b), (c) に対応する。なお、(c) は浸透面より深さ (x) 11.5cm, 19cm にある水分測定点での測定値と x/\sqrt{t} なる変量との関係を示している。また、図 (a) 中の破線は原点を通る。一方、K-6 砂の場合の同様な実験結果が Fig. 3 (a), (b), (c) であり、(b), (c) は前図に対応するが、ただ (a) は前図 (a) と異り累積浸透高で示してある。これらの図より前記した式 (18), 式 (19), 式 (20) の関係がほぼ成立することがわかるが、K-7 砂の場合の実験定数は $S=0.42\text{cm}^2/\text{sec}^{0.5}$, $c_1=4.7\text{cmAq}$, $c_2=-9.7\text{cmAq}$ となり、また K-6 砂の場合は $S=0.62\text{cm}^2/\text{sec}^{0.5}$, $c_1=3.7\text{cmAq}$, $c_2=-6.0\text{cmAq}$ となる。しかし、 c_2' と φ_1 の値を評価することができなかったため、ここではとりあえず $c_2'=c_2$ とおき、また φ_1 については概略的に K-7 砂、K-6 砂の各場合に対しそれぞれ 0.2, 0.4 $\text{cm}^2/\text{sec}^{0.5}$ の値を考慮することにする。

さて、Fig. 4 (a), (b) は K-7 砂の場合 (Fig. 2 に対応) に対して上記の値を用いてそれぞれ式 (24), 式 (26) および式 (25), 式 (21) を計算した結果である。また Fig. 5 (a), (b) は K-6 砂の場合 (Fig. 3 に対応) であって、それぞれ前図に対応する。なお、ここでは \hat{K} を一定値と考え、後述の 4.1 での値を用いた。これらの図より、 α_r は浸透開始直後で急激な減少をするが、その後は緩慢に減少すること、 β_r は α_r ほど急激な変化をしないが、減少方向の変化をすること、さらに $-\psi_1$ は浸透開始直後急激な増加をするが、その後は変化が緩慢となること、がわかる。これらの変化の様子は他の実験例でも同様に認められた。ところで、浸透が進むにつれて浸透強度、層底部の空気圧の変化割合および wetting front の移動速度はほぼ一定の値となることが認められている⁽¹⁾⁽²⁾ (後述 Fig. 7, Fig. 8, Fig. 9, Fig. 10, Fig. 11 参照)。この事実を考慮して α_r の定義式 (9) 式を調べると、 α_r は時間経過とともにある値 α_c に近づくことが予想できる。また α_r のこの変化特性および式 (14) を考慮すると、 β_r も同様に一定値 β_c に近づくはずである。

$$\alpha_r \rightarrow \alpha_c \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\beta_r \rightarrow \beta_c \quad \dots\dots\dots (28)$$

なお、Fig. 4 (a), Fig. 5 (a) で α_r , β_r がかなりの時間が経過した後においても減少を続けるのは ρ_{a1} の変化を ρ_{aL} の変化で代用させたことにも原因があるが、その程度については測定できなかったため不明である。さらに、式 (14) で式 (27) の関係を考慮すると、 ψ_1 は時間とともにつぎの値になることがわかる。

$$\psi_1 \rightarrow \psi_c / (1 - \alpha_c) \quad \dots\dots\dots (29)$$

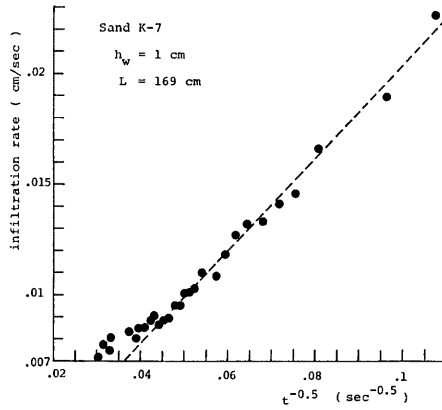


Fig. 2(a). Change of infiltration rate, Sand K-7.

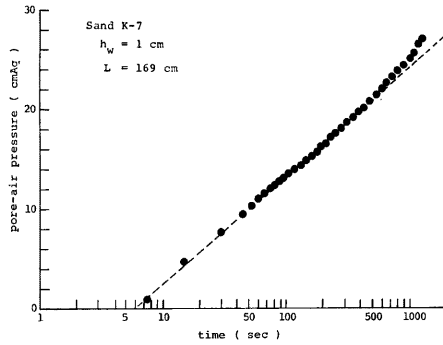


Fig. 2(b). Change of pore-air pressure at bottom of layer, Sand K-7.

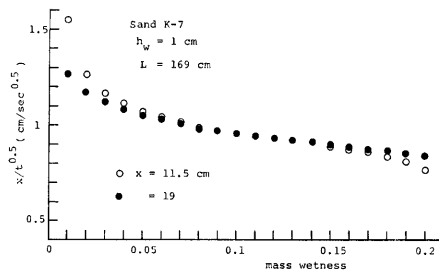


Fig. 2(c). Changes of water content at measuring points, Sand K-7.

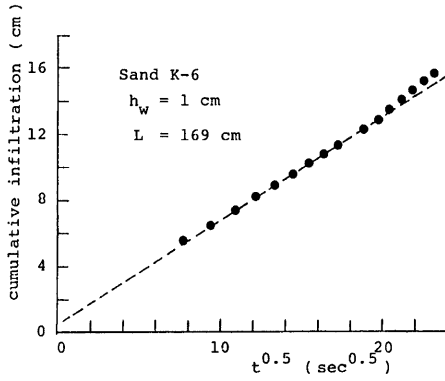


Fig. 3(a). Change of cumulative infiltration amount, Sand K-6.

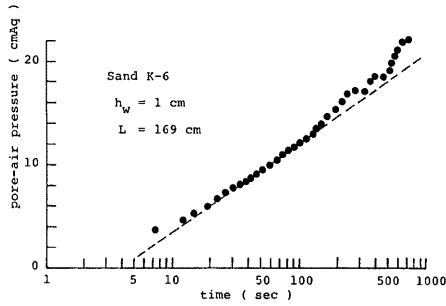


Fig. 3(b). Same as Fig. 2(b), Sand K-6.

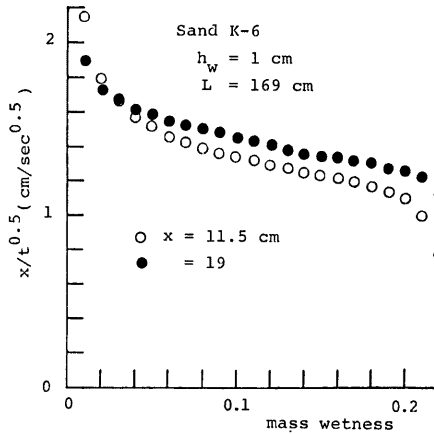


Fig. 3(c). Same as Fig. 2(c), Sand K-6.

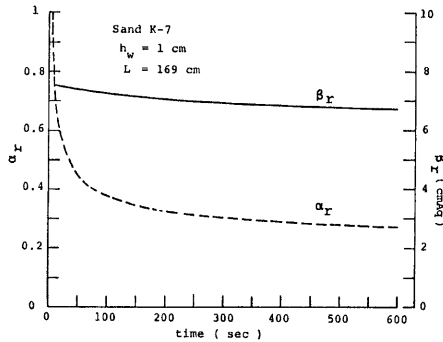


Fig. 4(a). Changes of α_r, β_r in the case of Fig. 2.

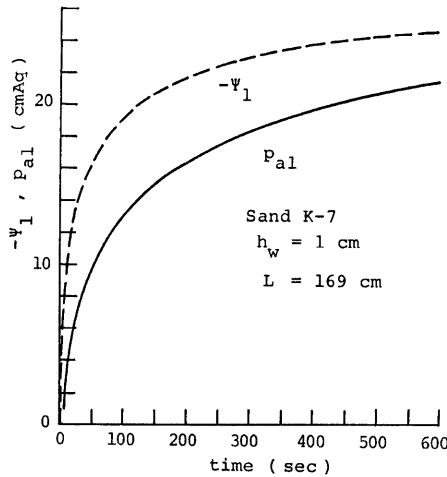


Fig. 4(b). Changes of $-\psi_1, p_{a1}$ in the case of Fig. 2.

それゆえ、 β_c は式 (17) と式 (29) よりつぎの値で与えられることになる。

$$\beta_c = -\frac{\alpha_c}{1 - \alpha_c} \psi_e \quad \dots\dots\dots(30)$$

最後に α_r, ψ_1 の変化特性を現象面から考えてみる。まず α_r の変化は減少後一定値に近づく傾向となったが、これを α_r の定義式 (9) で調べると、 \hat{K}_a が減少した後一定値となる場合と $r\hat{K}$ が増大した後一定値となる場合が考えられる。 \hat{K}_a に起因する場合は擬飽和域の形成段階より発達段階への過程において、同域の空気抵抗が増大することに対応する。一方、 $r\hat{K}$ の場合については、前述で \hat{K} が近似的に一定であるとしたが、場合によっては擬飽和域内の孤立空気の割合が増大して \hat{K} が減少することはあっても増大すること考えにくいので、 $r\hat{K}$ の変化は主として $r(t)$ によって支配されることになる。 r の定義式 (6) よりわかるように、浸透開始直後の非常に著しい浸透水の砂層への浸み込みによって浸透量に見合った分だけ空気が放出されず ($r < 1$)、水によって内部空気は一時的に閉塞状態となり、その後の時間経過とともに閉塞状態が緩和さ

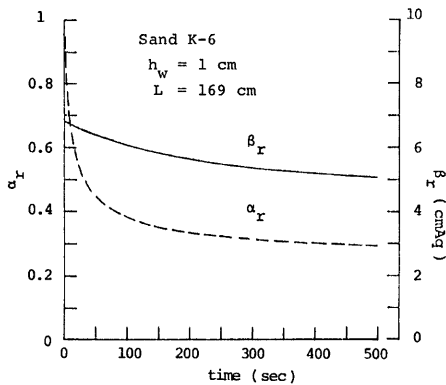


Fig. 5(a). Same as Fig. 4(a), in the case of Fig. 3.

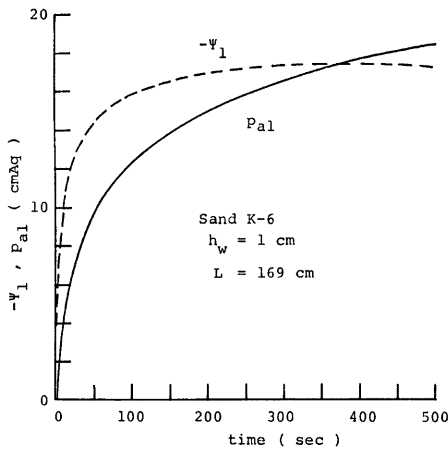


Fig. 5(b). Same as Fig. 4(b), in the case of Fig. 3.

れ θ と $-\psi_a$ がバランスをとるような方向 ($r \rightarrow 1$) に向うことが考えられる。このことは、前述したガラス管による実験で $d_2/d_1 < 1$ となる場合、著しい液体の d_1 管への流入によってこの浸透量に見合った量の空気が放出されず、内部空気は平均的にのみ増加しつづける現象と類似であり、また浸透の比較的初期の期間に考えられることである。

つぎに $-\psi_1$ の増大した後一定値に近づくという挙動について考えてみる。気乾状態の場の表面に湛水が生じた直後の現象を微視的かつ理想的にみるとつぎのようになる。浸透面直下の部分の毛管ポテンシャル ψ_b は (i) まず水分量 θ_b の急激な増大に伴って boundary wetting curve に沿って急激に増大してある値となる。(ii) その間にも空気圧は増大を続けるので、その後 boundary drying curve に沿って ψ_b は減少を続け ψ_b が air entry value にほぼなったときに内部空気が始めて放出される。本実験では ψ_b が air entry value になる前に少なくとも空気の放出が認められているので、空気の放出に対し浸透場は一様 (homogeneous) には

なっていないことになるが、しかし平均的にみると (iii) での ψ_b の変化が生じているはずである。それゆえ、この ψ_b の変化が ψ_1 の変化に対応するものと考え、 ψ_1 の変化特性が一応理解でき、このこともまた浸透の初期のことである。

3. 近似解の提示

3.1 不飽和域での基礎式

不飽和域を対象にした場合、水および空気の運動の式は一般化された Darcy 則で与えることができ²⁾、それぞれ次式となる。

$$v = -D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} + K(\theta) \cdot \left(1 - \frac{\partial p_a}{\partial x} \right) \quad \dots\dots\dots(31)$$

$$v_a = -K_a(\theta) \cdot \left(\frac{\partial p_a}{\partial x} - \frac{\rho_a}{\rho_w} \right) \quad \dots\dots\dots(32)$$

ここに、 v, v_a ；水と空気の流量流速、 θ ；体積含水比、 D ；水の拡散係数、 K ；不飽和透水係数、 K_a ；透気係数、 ρ_w, ρ_a ；水と空気の質量密度、 p_a ；大気圧 P_0 からの増加空気圧。なお、上式では浸透場は変化せず、またヒステリシスの影響がないものとしている。

また水と空気の連続式はそれぞれ次式となる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots(33)$$

$$\frac{\partial \rho_a(\theta_s - \theta)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_a v_a}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots(34)$$

ここに θ_s ；飽和体積含水比。そこで、式 (33)、式 (34) にそれぞれ式 (31)、式 (32) を代入すると次式となる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ D \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} - K \cdot \left(1 - \frac{\partial p_a}{\partial x} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots(35)$$

$$\frac{\partial \rho_a(\theta_s - \theta)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho_a K_a \left(\frac{\partial p_a}{\partial x} - \frac{\rho_a}{\rho_w} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots(36)$$

さらに、空気は等温変化する理想気体であるとする、つぎの状態方程式が成立する。

$$\rho_a = C \cdot (P_0 + p_a) \equiv C \cdot P_a \quad \dots\dots\dots(37)$$

ここに、 C ；定数、 $P_a = P_0 + p_a$

以上の式 (35)、式 (36)、式 (37) が不飽和域での基礎式となる。

一方、この領域での初期条件と境界条件は前述より以下のように入ることができるが、ただ不飽和域の上端 ($x = x_{1+}$) での水分量は一定と考え、これを θ_1 と記す。

初期条件；

$$t = 0 \text{ で、} \quad \theta(x) \approx 0 \quad \dots\dots\dots(38)$$

$$p_a(x) = 0 \quad \dots\dots\dots(39)$$

境界条件；

$$x = x_1 \text{ で、} \quad \theta(x_{1+}) = \theta_1 = \text{const.} \quad \dots\dots\dots(40)$$

$$v|_{x_{1+}} = \hat{v} = f \quad \dots\dots\dots(41)$$

$$v_a|_{x_{1+}} = \hat{v}_a \quad \dots\dots\dots(42)$$

$$x = L \text{ (砂層底部) で、} \quad v = 0 \quad \dots\dots\dots(43)$$

$$v_a = 0 \quad \dots\dots\dots(44)$$

ところで、基礎式式 (35)、式(36)、式(37) および境界条件式式 (43)、式 (44) より次式の関係がえられる²⁾。

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial x} = -\frac{DA}{K} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} + A \cdot (1-\varepsilon) + (1-A) \cdot \frac{\rho_a}{\rho_w} \quad \dots\dots\dots(45)$$

ここに, $A = \frac{K}{K+K_a}$ (46)

$$\varepsilon = \frac{1}{K \bar{P}_a} \int_x^L (\theta_s - \theta) \frac{\partial P_a}{\partial t} dx \quad \dots\dots\dots(47)$$

なお, $\bar{P}_a(t)$ は $P_a(x, t) = \bar{P}_a(t) + \Delta p_a(x, t)$, $\bar{P}_a \gg |\Delta p_a|$ 。

式 (35), 式 (45) は (x, t) が独立変数となっているが, (θ, t) を独立変数とみなすとそれぞれつぎのようになる。

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \theta} \left[D \frac{\partial x}{\partial \theta} - K \cdot \left(1 - \frac{\partial \rho_a}{\partial \theta} \frac{\partial x}{\partial \theta} \right) \right] \quad \dots\dots\dots(48)$$

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial \theta} = -\frac{D \cdot A}{K} + A \cdot (1-\varepsilon) \cdot \frac{\partial x}{\partial \theta} + (1-A) \cdot \frac{\rho_a}{\rho_w} \cdot \frac{\partial x}{\partial \theta} \quad \dots\dots\dots(49)$$

以下では式 (35), 式 (36), 式 (37) に代り式 (48), 式 (49) を不飽和域における基礎式とみなすことにする。

3.2 近似解

擬飽和域の基礎式式 (8), 式 (11) と不飽和域の基礎式式 (48), 式 (49) を, 初期条件式 (38), 式 (39), 境界条件 (42) を除く式 (40)~式 (44) のもとで解くための方法は既報^{2,3)}で示した。そこでの解法は Parlange による方法を修正・拡張したものであったが, 誘導過程で一般性をもたせるために $x_1(t)$ と $f(t)$ の関係を与える式 (11) を最初から直接的に用いることなく $x_1(t)$ と $f(t)$ とを独立的に扱った。そのため浸透強度を決める第2次近似は $f(t)$ に関して2階の常微分方程式となった。

さて, 以下では最初から $x_1(t)$ を式 (11) を媒介にして $f(t)$ の関数で与え, さらに従来 α_r, β_r を定数とみなしたものを時間の関数とみなして Parlange の意味での近似解を求めるが, 誘導自体既報²⁾と本質的な相違はないので第2次近似の結果のみを示すことにすると, つぎのようになる。なお, 既報³⁾に従い擬飽和域の水分量を不飽和域上端での水分量と等しくすると仮定し, また近似的に式 (47) で $\varepsilon \approx 0, \rho_a/\rho_w \approx 0$ の場合を考える。

水分分布: $x(\theta, t) = x_1(t) - \int_{\theta}^{\theta_1} F d\theta$ (50)

浸透強度: $\int_0^t f(t) dt = \int_0^{\theta_1} x(\theta, t) d\theta = \theta_1 x_1 - \int_0^{\theta_1} \theta F d\theta$ (51)

空気圧分布: $p_a(\theta, t) = p_a(\theta_1, t) + \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{AD}{K} d\theta - \int_{\theta}^{\theta_1} AF d\theta$ (52)

ここに, $F = \frac{D(1-A)}{K(1-A) - \int_0^{\theta} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_0 d\theta}$ (53)

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_0 = \frac{\int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{\{K(1-A) - \beta\}^2} d\theta + \frac{\beta_r \hat{K}}{(f - \alpha_r \hat{K})^2}}{\int_{\theta}^{\theta_1} \frac{\theta D(1-A)}{\{K(1-A) - \beta\}^2} d\theta + \frac{\theta \beta_r \hat{K}}{(f - \alpha_r \hat{K})^2}} \cdot \left[f - \frac{\theta_1 \hat{K}}{(f - \alpha_r \hat{K})^2} \cdot \left\{ (f - \alpha_r \hat{K}) \frac{d\beta_r}{dt} + \beta_r \hat{K} \frac{d\alpha_r}{dt} \right\} \right] + \frac{\hat{K}}{(f - \alpha_r \hat{K})^2} \cdot \left\{ (f - \alpha_r \hat{K}) \frac{d\beta_r}{dt} + \beta_r \hat{K} \frac{d\alpha_r}{dt} \right\} \quad \dots\dots\dots(54)$$

なお, 式 (51) を t で微分すると $f(t)$ に関する1階の常微分方程式になるので, 微分方程式の階数が前述した既報³⁾の2階より1階へと減少したことになる。

さて, 式 (50)~式 (52) は条件式式 (42), すなわち $x = x_1$ での空気の mass flux の連続条件が欠落していた。そこでこの条件を導入することを考える。まず式 (31), 式 (32) で与えた v, v_a を (θ, t) を独立変数で書き換えるとそれぞれつぎのようになる。

$$v = -D \frac{\partial x}{\partial \theta} + K \cdot \left(1 - \frac{\partial p_a / \partial \theta}{\partial x / \partial \theta} \right), \quad v_a = -K_a \left(\frac{\partial p_a / \partial \theta}{\partial x / \partial \theta} - \frac{p_a}{p_w} \right)$$

両辺の右辺に含まれる $\partial x / \partial \theta$, $\partial p_a / \partial \theta$ に式 (50), 式 (52) より求めたものを上式に代入した後, v と v_a との和を計算するとつぎのようになる。

$$v + v_a = 0 \quad \dots\dots\dots(55)$$

上式を $\theta = \theta_1$ すなわち $x = x_{1+}$ で考え, $v|_{x_{1+}}$ に式 (41) を, また $v_a|_{x_{1+}}$ に式 (42) の関係を代入すると次式がえられる。

$$\hat{v} + \hat{v}_a = 0 \quad \dots\dots\dots(56)$$

この結果は式 (6) より $r(t)$ はつぎの値になることに一致する。

$$r(t) = 1 \quad \dots\dots\dots(57)$$

さて, 以下の 4. で式 (50)~式 (52) の近似式を用いることにするので, 式 (57) が成立する場合の α_r , β_r をとくに α , β と記すことにする。

なお, $\alpha(t)$, $\beta(t)$, \hat{K} , θ_1 が与えられたら, 式 (11) を媒介にして式 (51) より浸透強度の時間変化が決り, またこの関係を式 (11) に用いると $x_1(t)$ が求まるので, 式 (50) より水分分布の変化が, また式 (16), 式 (17) を考慮すると式 (52) から空気圧分布の時間変化が決定できることになる。

4. 数値計算による実験結果の考察

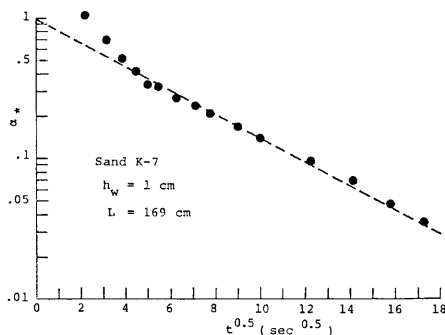
4.1 諸定数, 諸変数の決定

$\alpha(t)$ の関数形を決めるために, まず実験結果から α_r の近似表現式を求める。 $t=0$ で $\alpha_r = \alpha_0$ として, α_r を $\alpha_* = (\alpha_r - \alpha_c) / (\alpha_0 - \alpha_c)$ なる量に変換して α_* と時間の平方根との関係について調べてみる。 Fig. 6 (a), (b) はその結果であって, それぞれ Fig. 4 および Fig. 5 に対応する。計算ではとりあえず $\alpha_0 = 1$ とおき, α_c の値をそれぞれ 0.28, 0.30 としたが, α_c の値の決定法については後述の 4.2 で示す。これらの図より, 浸透開始直後を除くと α_* はほぼ次式に従うことがわかる。

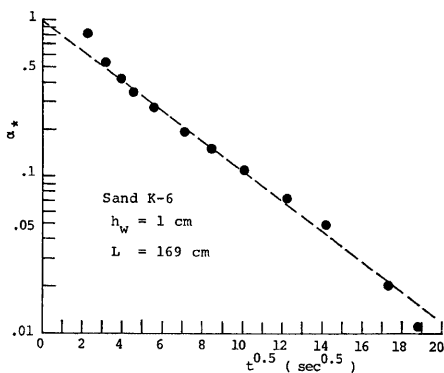
$$\alpha_* = e^{-\lambda \sqrt{t}} \quad \dots\dots\dots(58)$$

ここに, λ ; 定数。これを α_r に書き換えると次式となる。

$$\alpha_r = \alpha_c + (\alpha_0 - \alpha_c) e^{-\lambda \sqrt{t}} \quad \dots\dots\dots(59)$$



(a) in the case of Fig. 2



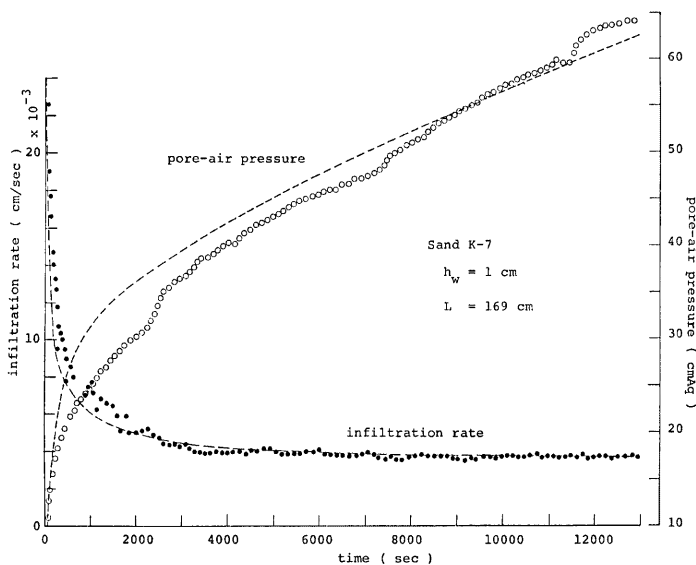
(b) in the case of Fig. 3

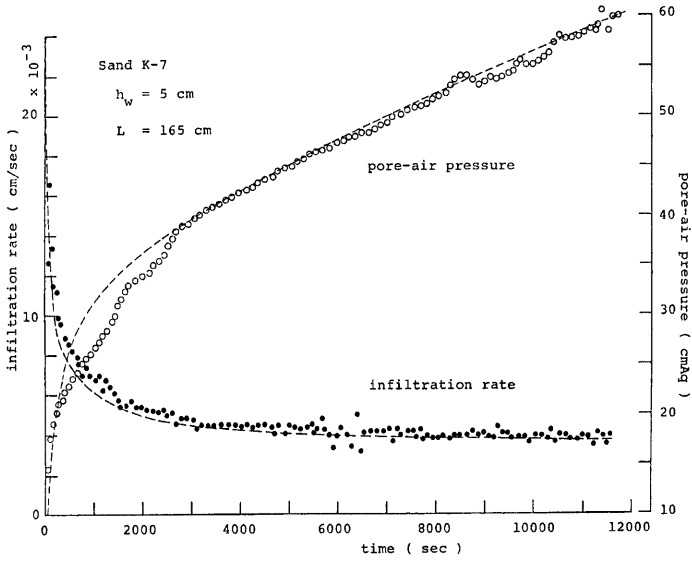
Fig. 6. Change of α_* .

ここに、 λ の値は (a) の場合はほぼ $0.19 \text{sec}^{-0.5}$ 、(b) の場合はほぼ $0.21 \text{sec}^{-0.5}$ となる。以下では少なくとも浸透初期を除いて考えることとし、近似的に $\alpha_r(t)$ を $\alpha(t)$ とみなすことにする。

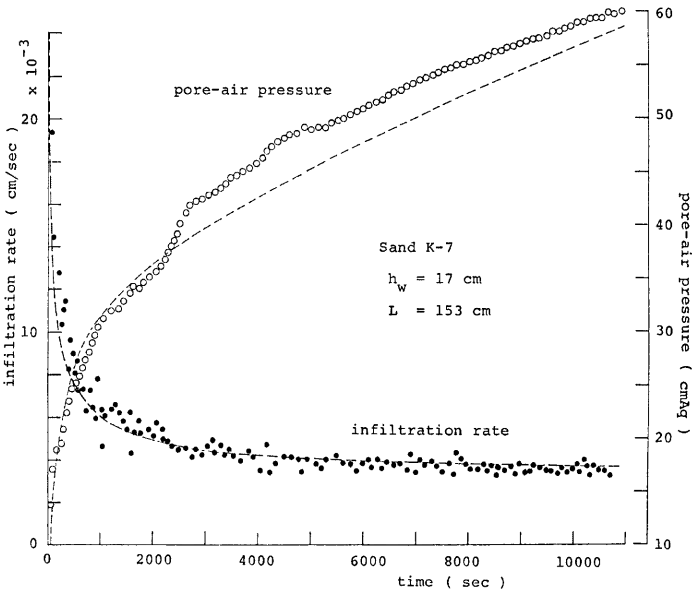
$\beta_r(t)$ は前述のとおりある程度減少方向の変化を呈していたが、近似的に $\beta(t)$ を式 (30) の β_c に等しくおく。

また、 θ_1 はほぼ 90% 飽和に対応する体積含水比の 0.41 を用いることにし、さらに \hat{K} については θ_1 に対

(a) $h_w=1 \text{ cm}$, $L=169 \text{ cm}$



(b) $h_w = 5$ cm, $L = 165$ cm



(c) $h_w = 17$ cm, $L = 153$ cm

Fig. 7. Comparison between calculated infiltration rate and pore-air pressure at bottom of layer, and observed ones, Sand K-7.

応する不飽和透水係数の $K(\theta_1)$ を用いることにする。なお、この際、K-7砂、K-6砂の場合それぞれ $K=5.2 \times 10^{-3}$ 、 1.6×10^{-2} cm/sec となり、また、 $\theta_s \approx 0.46$ に対する $K(\theta_s)$ はそれぞれ 6.5×10^{-3} 、 2.5×10^{-2} cm/sec である。

4.2 計算値と実験値との比較・検討

Fig. 7 (a), (b), (c) は K-7 砂を用いた場合の浸透強度と湛水深を差引いた砂層底部での空気圧に関する計算値と実験値との比較であって、それぞれ $h_w = 1$ cm, $L = 169$ cm の場合, $h_w = 5$ cm, $L = 165$ cm の場合および $h_w = 17$ cm, $L = 153$ cm の場合である。なお、計算値は破線で示されているが、計算空気圧は式 (52) の p_a が $\theta \rightarrow \delta$ (十分小さな値) として求めた。Fig. 8 は同様に K-7 砂の場合における wetting front の深さの時間変化の計算値と実験値との比較であり、前図の実験例および他の実験条件の場合について示した。なお、wetting front は $\theta \approx 0.15$ で代表させ、また計算値は前図と同様に破線で示した。これらの計算は 4.1 で述べた $\lambda = 0.19 \text{ sec}^{-0.5}$, $\alpha_c = 0.28$ を用いて行ったが、 α_c の決定法についてはつぎのとおりである。Fig. 9 (a), (b) は $\alpha_c = 0.28$ とし、 $\lambda = 0.24, 0.19, 0.15 \text{ sec}^{-0.5}$ の 3 例についての計算値であって、それぞれ $\theta \approx 0.15$ を wetting front とみなした場合の深さおよび砂層底部に対応する空気圧の変化を示す。これらより、wetting front については λ の変化による影響はほとんど認めることはできず、また空気圧については浸透初期に対してのみ λ の値の影響がみられるが、時間経過とともにその差がなくなることがわかる。一方、 λ の値を固

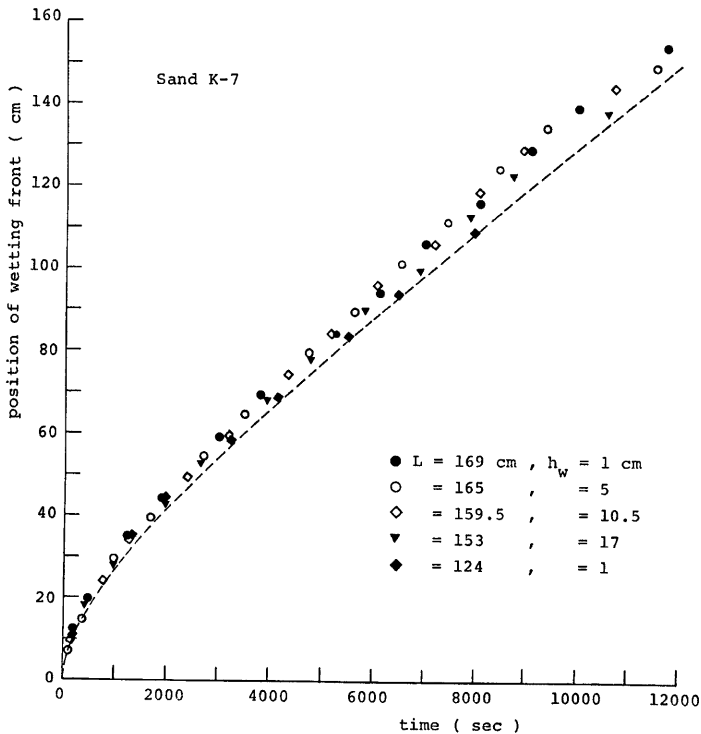


Fig. 8. Comparison between calculated depths of wetting front and observed ones, Sand K-7.

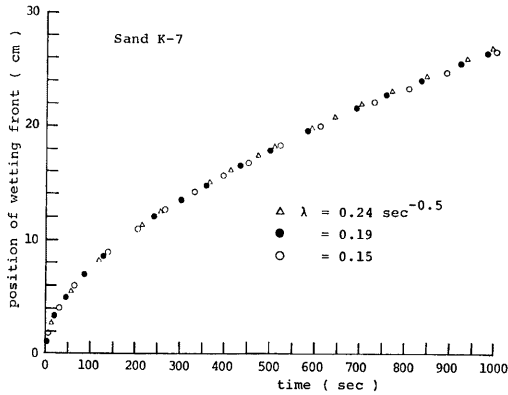


Fig. 9(a). Changes of depth of wetting front due to value of λ , Sand K-7.

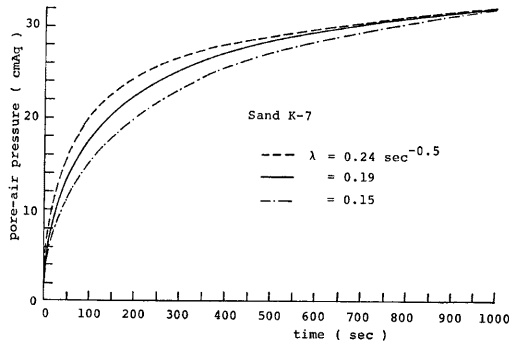


Fig. 9(b). Changes of pore-air pressure at bottom of layer due to value of λ , Sand K-7.

定して α_c の値を 0.2~0.4 の範囲で変化させたところ、 α_c の値による計算値の影響はとくに層底部の空気圧に対して顕著となることがわかった。そこで、これらの事実を考慮して一応 λ の値を $0.19 \text{sec}^{-0.5}$ に固定し、 α_c の値を適当に変化させて計算し、計算空気圧と実験空気圧とがほぼ合致するような α_c の値をんだ。

Fig. 10, Fig. 11 は K-6 砂を用いた $h_w = 1 \text{cm}$, $L = 169 \text{cm}$ の場合、 $h_w = 9.6 \text{cm}$, $L = 160.4 \text{cm}$ の場合および $h_w = 18.5 \text{cm}$, $L = 151.5 \text{cm}$ の場合における同様な比較であって、それぞれ **Fig. 7, Fig. 8** に対応している。なお計算では $\lambda = 0.21 \text{sec}^{-0.5}$, $\alpha_c = 0.3$ の値を用いた。

以上の図より、K-6 砂で $h_w = 18.5 \text{cm}$ の場合の空気圧の計算値と実験値との適合は余りよくないが、全体的にみると計算値と実験値とはよく合致しているといえる。

さて、**Fig. 12** は K-7 砂による $h_w = 17 \text{cm}$, $L = 153 \text{cm}$ の場合の実験での水分分布の変化を示したものである。また **Fig. 13** は計算での擬似飽和域の発達の様子を示したものである。ところで、 α_c の値が次式の関係を満す場合には、 $x_f(t)$ は時間とともにある値（上限値）に漸近すること³⁾がわかっている。

$$\alpha_c < \frac{\{K \cdot (1-A)\} c}{k} \dots\dots\dots (60)$$

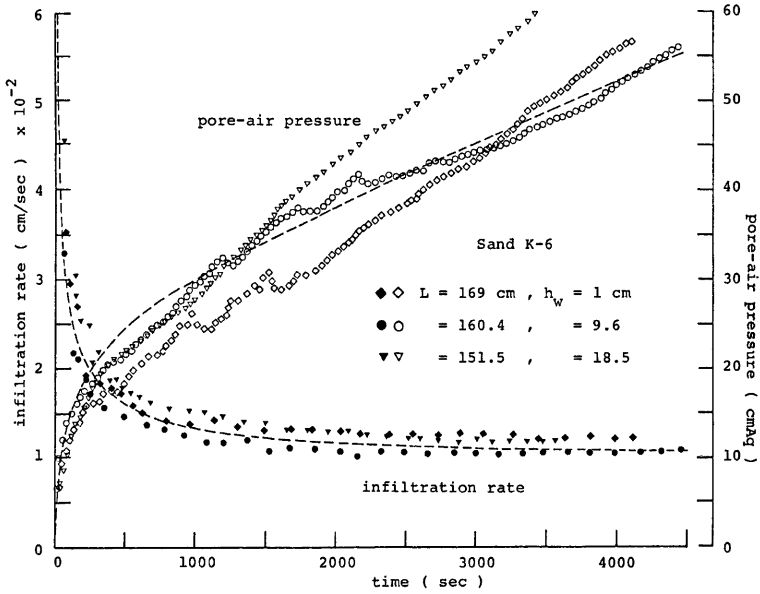


Fig. 10. Same as Fig. 7, Sand K-6.

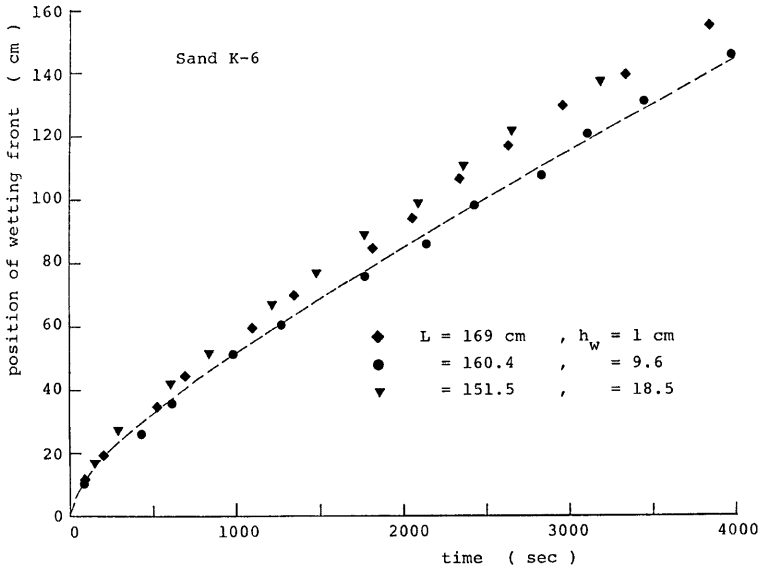


Fig. 11. Same as Fig. 8, Sand K-6.

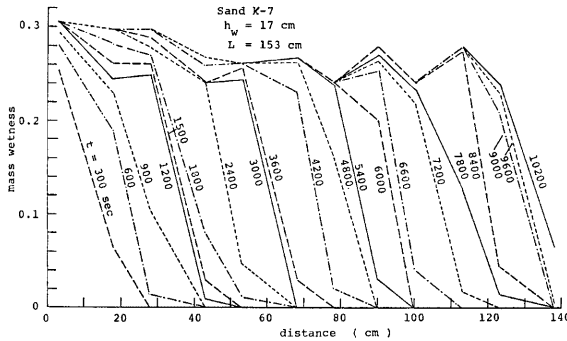


Fig. 12. Change of moisture profile in the case of Fig. 7(c).

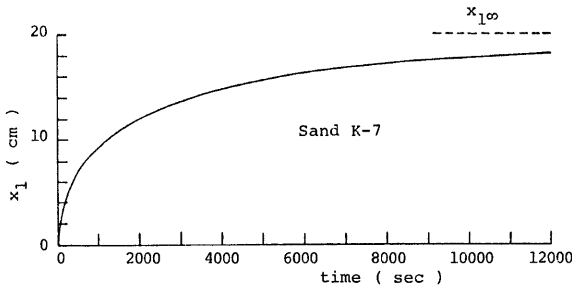


Fig. 13. Development of calculated quasi-saturated zone, Sand K-7.

ここに、 $\{K(1-A)\}_c$ は $K(1-A)$ の最大値を意味する。例えば上式の右辺の値を K-7 砂の場合について計算するとほぼ 0.67 となり、 $\alpha_c=0.28$ であったので上式の関係は十分に満されていることになる。それゆえ、Fig. 13 で認められるように $x_1(t)$ はある上限値 $x_{1\infty}$ (図中の破線) に漸近する様子が理解できる。また、このような状況では浸透強度がほぼ次式で与えた f_∞ に漸近する²⁾。

$$f_\infty = \{K \cdot (1-A)\}_c \quad \dots\dots\dots(61)$$

また、 f_∞ は式 (15) で $\alpha_r \rightarrow \alpha_c$ 、 $\psi_1 \rightarrow \psi_e/(1-\alpha_c)$ および $x_1 \rightarrow x_{1\infty}$ としたものに一致するはずである。

$$f_\infty = \alpha_c \cdot \hat{K} \cdot \left\{ 1 - \frac{\psi_e/(1-\alpha_c)}{x_{1\infty}} \right\} \quad \dots\dots\dots(62)$$

よって、式 (61) と式 (62) とを等置して $x_{1\infty}$ について整理すると次式をうる。

$$x_{1\infty} = -\alpha_c \cdot \hat{K} \cdot \frac{\psi_e/(1-\alpha_c)}{\{K(1-A)\}_c - \alpha_c \cdot \hat{K}} \quad \dots\dots\dots(63)$$

この式の右辺の値を K-7 砂の場合について計算すると、ほぼ 20cm となる。そこで Fig. 12 で十分浸透が進んだ後の擬飽和域の深さを調べると、大略 20cm となり式 (63) より求めた値とほぼ一致することがわかる。

つぎに計算による $K_a(\theta_1)$ と \hat{K}_a との大きさについて検討する。式 (9) を \hat{K}_a について整理すると次式となる。

$$\hat{K}_a = \frac{\alpha_r}{1-\alpha_r} \cdot r \cdot \hat{K} \quad \dots\dots\dots(64)$$

前述に従い上式の右辺で $\alpha_r \rightarrow \alpha_c$, $r \rightarrow 1$ とした \hat{K}_a と $K_a(\theta_1)$ の比をとると, K-7 砂, K-6 砂の場合それぞれつぎに示す値となる。

$$K_a(\theta_1)/\hat{K}_a \approx 3.5, 2.9$$

このことより, 発達段階にある擬飽和域での内部空気放出に対する抵抗は不飽和域でのものと比べかなり大きくなっていることがわかる。このことにより, 湛水浸透の場合に生起する擬飽和域は, 有限の深さまでしか発達しないが, 空気放出に対して非常に重要な役割をもつことになる。また, $1-A=K_a/(K+K_a)$ (A; 式(46)) を $\theta=\theta_1$ で考えると, K-7 砂, K-6 砂の場合ともほぼ 0.6 となる。 $(1-A)_{\theta_1}$ は式(9)の α_r で $r \rightarrow 1$ とおき, $\hat{K}_a \rightarrow K_a(\theta_1)$, $\hat{K} \rightarrow K(\theta_1)$ としたものと一致する。そこで, 擬飽和域の形成段階は α の値が少なくとも大略 0.6 から $\alpha_c \approx 0.3$ へと移行する過程であるといえるが, 現象面から同域の空気抵抗の増加過程としても捉えることができよう。

5. おわりに

以上, 閉塞湛水浸透の場合に生起する擬飽和域での浸透水と間隙空気の運動機構に注目して考察を加えた結果, つぎのことが明らかとなった。

- 1) 擬飽和域での水と空気の運動の基礎式はそれぞれ次式で与えることができる。

$$v = \alpha_r \cdot \hat{K} \cdot \left\{ 1 - \frac{\psi_1}{x_1} \right\}, \quad \rho_{a1} - h_w = (1 - \alpha_r) \cdot (x_1 - \psi_1)$$

ここに, $\alpha_r = \hat{K}_a / (K_a + r\hat{K})$, $\hat{v}_a = -r(l) \cdot \hat{v}$

- 2) 上式中の α_r , ψ_1 は浸透開始直後に急激な減少を示し, その後つぎの値に近づく。

$$\alpha_r \rightarrow \alpha_c, \quad \psi_1 \rightarrow \psi_e / (1 - \alpha_c)$$

また, $\beta_r = -\alpha_r \psi_1$ なる量は浸透開始時より減少方向の変化を示すが, その変化の程度は比較的小さい。なお, 浸透初期を除外すると, $r \approx 1$ とみなせる。

- 3) α_c の値は本実験の範囲ではほぼ 0.3 となる。
- 4) 擬飽和域の発達段階では, 擬飽和域と不飽和域での空気放出に対する抵抗は前者の方が後者に比べ少なくとも 3 倍程度大きくなる。
- 5) 擬飽和域の形成段階を α_r の変化からみると, 形成過程は同域内での空気抵抗の増大変化として近似的に表現できる。

なお, 本文での計算は京都大学化学研究所の FACOM M-160AD によった。

参 考 文 献

- 1) 石原英雄・下島栄一：閉塞単一砂層への雨水浸透に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第19号B, 1976, pp. 99-122.
- 2) 石原英雄・下島栄一：閉塞浸透における不飽和域の解析, 京都大学防災研究所年報, 第21号B-2, 1978, pp. 173-191.
- 3) 石原英雄・下島栄一：閉塞浸透機構に関する研究(2), 京都大学防災研究所年報, 第22号B-2, 1979, pp. 271-289.
- 4) 石原英雄・下島栄一：閉塞浸透機構に関する研究(3)——簡単なモデル実験による考察——, 京都大学防災研究所年報, 第24号B-2, 1981, pp. 171-182.