

交互砂州の発達過程に関する研究

藤田裕一郎・村本 嘉雄・堀池 周二

STUDY ON THE PROCESS OF ALTERNATING BAR DEVELOPMENT

By *Yuichiro* FUJITA, *Yoshio* MURAMOTO and *Shuji* HORIIKE

Synopsis

Alternating bars in rivers are very interesting phenomena and one of the most important problem in river mechanics. The hydraulic conditions of their formation and flow characteristics over them have been studied by many investigators and were clarified in authors' previous papers. But the process and mechanism of their development have not yet been made clear, nevertheless which are expressed in several stability theories by using basic equations in fluvial hydraulics with various kind of assumptions and are solved by mathematical and numerical methods, because no confirmative investigation has been conducted on them by means of detailed experiments. The elucidation of this process and mechanism not only verifies the validity of assumptions in stability theories, but also throws some new light on the physical meanings of hydraulic parameters of bar formation and prediction of bar deformation under varying flow condition.

Several experiments with detailed measurement of bar geometry and stream bed variation is carried out, changing channel width broadly in this study. It is suggested that this process is divided into three stages on considering development of bar geometry and the mechanism. These stages are as follows: 1st stage is the period in which bar edge has become clear and bar length has almost developed, 2nd stage is the period in which bar increases in its height to a equilibrium value, and 3rd stage is a kind of equilibrium state of bar geometry. Longitudinally averaged bed shows a Quosset hut-shape cross section in the 2nd stage, the height of which increases corresponding to bar height, due to lateral sediment transport caused by meandering characteristic of flow over alternating bar. On these results of the experiments, the time during which bar has developed is proved to be proportional to product of channel width (or bar length) and bar height divided by bed load per unit width.

1. 概 説

河道の変動現象を明らかにし、その機構や特性を把握することは、洪水時の安全や平時の水利用のために河川を合理的に制御する上で極めて重要である。河道内に形成される交互砂州は、出水時に河床の交互の深掘れ部と水流の蛇行を伴って大規模な流路変動の引金となることや、わが国のように護岸等によって流路の平面変動が抑制されている場合でも流量集中や河床変動によって各種の河川構造物の倒壊や機能障害を引起すことが知られている。このような交互砂州について、その水理学的な特性を明確にするためにこれまで理論的、実験的研究が数多くなされてきている。理論的な研究では流路蛇行とも関連して従来種々の説が主張されてきたが、近年では河床の擾乱と水流や流砂量の擾乱との応答関係を土砂水理学の基礎式によって表し、線形安定解析を行って交互砂州の形成条件や形状特性を見出そうとする方法が一般的となっている。一方、交互砂州に関する実測資料がかなりの水路実験や河川測量成果から蓄積されてきており、それらの資料の解析によって形状特性や形成条件が明らかにされていて、その支配パラメーターもある程度把握されて

いる¹⁾。

しかしながら、交互砂州の発達過程については、たとえば総ての線形安定理論に基く研究においてその機構が土砂水理学の諸式を用いて表現され、数学的な手法を駆使して解かれているにもかかわらず、その実証的な研究がほとんど行われていないためにいずれも仮説的な段階にあるといえ、この機構が解明されているとはいえない。この発達機構は、交互砂州が水理条件に応答して変化する場合の最も基本的な支配機構であって、それを明確にすることによって、上述の安定理論で導入された仮説を検証することはもちろん、それらとは異った立場で交互砂州の形状特性や形成条件の支配方程式を見出すこと、あるいは次元解析などによってすでに見出されている形成条件や形状特性の支配パラメーターの物理的意義を明らかにすること、さらには非定常流量下の砂州の挙動の予測なども可能になってくると思われる。このような交互砂州の形成機構を明確にするためには、その形成の過程で生じている現象を詳細に把握することが現段階では重要であると考えられる。

従来の研究において行われた交互砂州の形成過程に関する取扱いは、実験の観察のみであるといつて過言でなく、現象の力学的な考察はもとより定量的な検討も行われていないようである。観察の記述は、Engelsによるものが最初と思われる²⁾、その後木下³⁾、池田⁴⁾、近藤・小森⁵⁾などによってなされている。木下の記述が最も詳しいがいずれもその内容はほぼ等しく、著者ら⁶⁾の実験の観察も混じえながらまとめるとつぎのようである。

- ①通水開始直後では掃流される砂粒は左右に微動しながら下流に直線状に移動していく。
- ②しばらくすると河床のあちこちに微小な高さで一定方向を持つ斜め縞のようなものが形成される。
- ③その後、この段の上下に停止する砂粒が増加し、段下流では運び出される砂粒が増えて、段の高さが大きくなる。
- ④段高が増加すると段上の停止する砂粒や段下から運び出される砂粒が増加して、砂州の前縁が明確になり、波高が発達する。
- ⑤波高の発達もある安定な高さに達すると止まる。

このような定性的な記述からも現象の初期に発生する河床擾乱と二重周期正弦関数で表されている安定理論の初期河床擾乱とが十分に一致していないことがわかり、安定理論が上の過程のどの部分を対象として現象をどのように単純化したことに相当しているのかなど、大きな疑問となるところである。

本研究は、以上のような交互砂州の形成過程について大小2つの水路を用い、交互砂州の波長・波高と河床変動状況を詳細に測定した実験を行い、交互砂州の発達状況の特徴を波長と波高の時間的変化に基いて見出すとともに、河床変動状況を検討して発達過程における土砂の移動状況を明らかにし、ついで交互砂州の発達機構の考察から発達時間の推定式を提案し、さらに発達経路の相違について述べたものである。

2. 交互砂州の発達過程に関する実験

2.1 実験装置と実験方法

実験に用いた水路は、宇治川水理実験所本館内の全長18m、幅70cm、深さ55cmのコンクリート製水路および同所河川災害総合基礎実験施設河道部水路である。

前者の水路とそれに付随する実験装置の概要はすでに、述べたとおりであって⁷⁾、水路内部に設けた鋼製の仕切壁をボルトの締付けによって調節して0~55cmの任意の実験流路幅を得られる点に特長がある。この水路では仕切壁を所定の幅に調整してから実験砂を搬入し、それを仕切壁に描れた一定こう配の線に沿って手動のグレーダーとコテを用いて敷均して実験に備えた。

また、後者の水路やその付属設備についてもこれまで述べられている^{8),9)}が、本実験では水路の屋内部43m区間を用い水路の中央部に Fig. 1 に示したようにコンクリート型枠用合板による仕切壁を入れ、幅2mの側壁固定水路としている。実験の遂行には、サンドスクレーパー、大型給砂装置および測定台車のいずれも水路壁先端に敷設されたレール上を自走する装置が用いられており、初期河床はサンドスクレーパーに備付け

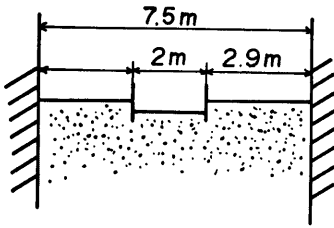


Fig.1 Schematic sketch of experimental channel cross-section

られているショベルによって所定のこう配に敷均された。

いずれの実験の場合も河床の敷均し後水締めを行い、測定台車に設置した触針式砂面計（KKケネック製）で初期河床高を測定して通水と給砂を開始した。給砂量は給砂位置の河床高が時間的に変化しないように制御しており、通水は河床高の測定のために断続して行った。測定は、停水直前に水位、停水後に河床形状について砂面計の測定モードを切換えて行い、砂州の発達過程を詳細に追跡するためにその発達が停止して波長・波高が一定あるいは減少していくまで短時間で繰返した。この繰返し回数は大体7～8回であった。水位測定は、流下方向に小さい方の水路で

0.5 m 間隔、大型水路で 2 m 間隔とともに横断方向 3 点について行ったが、河床形状の場合は、土砂移動状況の精密な検討が可能となるように、測定断面を流路幅の 1/2～1/3 の間隔でとり、横断方向に小水路では 5 cm 間隔、大型水路では 20 cm 間隔の点および砂州前縁の上下で河床高を測定した。

流砂量は、下流端から流出する土砂をトラップし停水毎に堆積した土砂の全量を計測して求めている。また、実験全ケースで平面連続写真を通水時および停水時を通じて密な時間間隔で撮影し、砂州の平面形状や移動状況の解析資料とした。

なお、大型水路における 1 実験 (Run D-2) では、発達した砂州上の流況が直径 5 mm のプロペラ流速計 (KK ケネック製) を用いて流下方向 5 断面、横断方向 7 点、鉛直方向 3 点で測定されているが、この結果については既に報告している¹⁰⁾。さらに、同実験では流速測定後に、交互砂州上に形成される小規模河床形態と局所水量との対応を検討するために 6 地点で河床砂を採取し、粒度分析を行っている。

2.2 実験条件と実験結果の概要

実験条件は **Table 1** に示したとおりであり、使用した砂の粒度分布は **Fig.2** のようであって、中規模河床形態の領域区分図¹¹⁾上で交互砂州の形成領域の中央に入る条件が設定されており、実験規模の相違の影響についても検討可能なように大小 2 水路を用いて流路幅を大きく変化させている。このうち Run D-2 では前述のように砂州と小規模河床形態とが共存しうる条件が考慮されている。

測定された水位および河床高から各断面の平均水量を算定した結果では、それらの流下方向変化は誤差程度であり、さらに、それらの水路全長にわたる平均値の経時変化もほとんど無いことがわかった。この平均水量の最終段階における値も **Table 1** に示されている。

一方、下流端から流出した単位幅流砂量の時間的変化を後述の砂州の発達時間 T_s で無次元化した時間に

Table 1 Condition of experiments

Run No.	discharge Q (l/sec)	channel width B (cm)	depth h (cm)	Froude No. F_r	energy slope I_s	shear velocity U_* (cm/s)	flow duration T_s (min)	T_s (min)
A-1	3.00	55	1.65	0.84	0.00578	2.9	501	354
A-2	3.00	55	1.37	1.13	0.01009	3.5	94	—
B-1	1.39	30	1.50	0.80	0.00659	2.9	309	147
B-2	1.43	30	1.36	0.96	0.01508	3.5	136	55
C-1	3.00	40	1.77	1.09	0.009475	3.8	98	44
C-2	1.95	40	1.26	1.13	0.009347	3.2	162	66
D-1	43.78	200	4.15	0.84	0.003507	3.6	366	270
D-2	43.78	200	4.32	0.79	0.002592	3.1	560	560

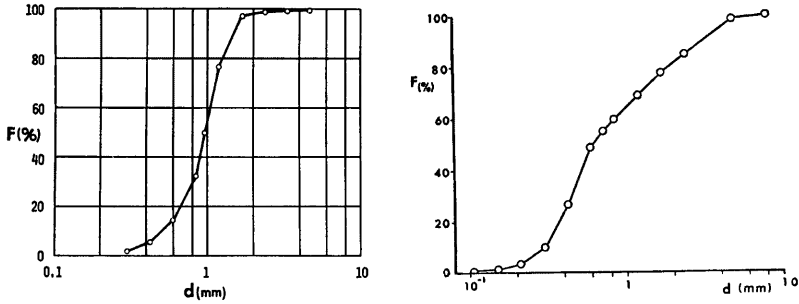


Fig. 2 Grain size accumulation curves of used sand

ついて示せば Fig. 3 のようである。全実験を通じて初回の停水までの流砂量の大きい傾向があるが、その後の変化はほとんどなく、平均水量がほぼ一定であったことに対応している。初期の大きな流砂量は主として敷均しの影響と考えられるので、それを除外すると砂州の発達は平均的な流砂量をほとんど変化させないことがわかる。またこのときの流砂量を下流区間の平均掃流力を用いて検討した結果では従来の実験値の範囲に入ることが明らかであった。

3. 交互砂州の発達過程

3.1 発達過程の特徴

本実験およびこれまでの実験¹²⁾の経過からみて典型的な交互砂州の発達過程が観察され、かつ

とくに密な間隔で水理測定と写真撮影の行われた Run C-2 の実験経過によって発達過程の特徴を明らかにする。

Fig. 4 は写真測定によって作成された砂州の走時曲線である。T=6' に早くも下流寄りの x=0~5m 区間と上流寄りの x=6~9m 区間にそれぞれ独立に砂州が発生している。下流側の砂州は波高の比較的大きい前縁の明確なものであって引続き流下しているが、上流側のもは波高の小さい直線的な前縁の錯綜する準砂州であって、個々の流下速度が異っているために相互に干渉し合っ T=6~18' では走時曲線を描くことができない。しかし、T=18' にはこれらも明瞭な前縁を持つ交互砂州に統合されるようであって、この区間でも走時曲線を連続して描くことができる。このような未発達した砂州の統合現象は x=6~10m 区間ではしばしば生じており、通常走時曲線に現われえない程度の不明確な砂州—河床の段差—がやや明確な砂州に乗上げて吸収される場合が多いが、中には T=50~60' の x=6 m 付近のように、比較的發展した砂州が主に上流側の流砂量分布の乱れによってその形状を維持しえなくなり、下流側の砂州に吸収される場合がある。この場合には、交互砂州の個数が減少してその前後の砂州の波長が急増するために、Fig. 4 に示されているようにその後 T=90' までのかなりの時間にわたって砂州の進行が不規則になる。T=90'~110' には再び整然とした砂州の進行状態が回復されるが、その後もこのような統合による進行状態の乱れとそれからの回復が繰返されるようである。

上述の統合現象が現われるために砂州の発達過程は複雑になって、ある区間の交互砂州の波長や波高は一

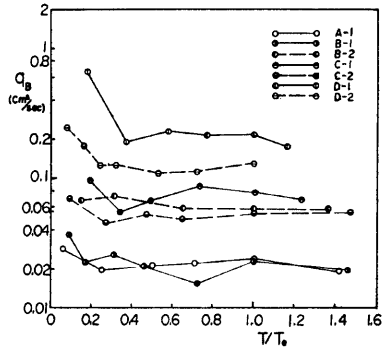


Fig. 3 Change of bedload per unit width at downstream end

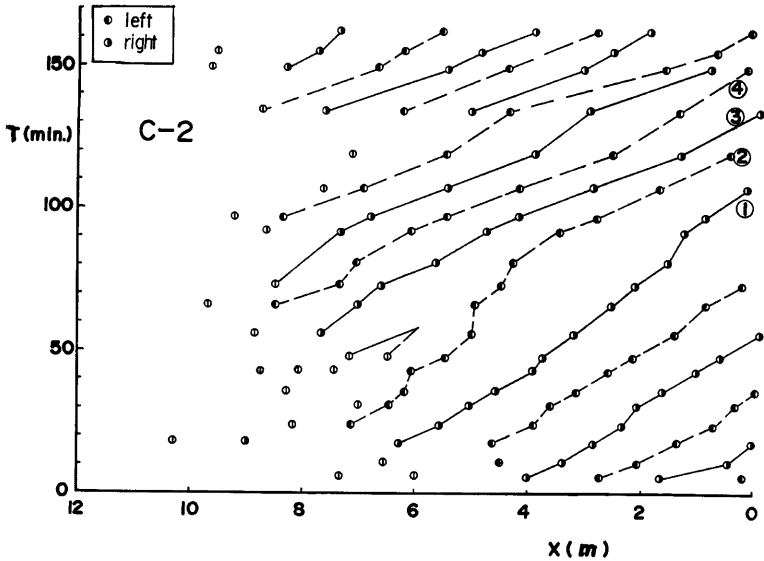


Fig. 4 Diagram of bar migration

様に増加しない。すなわち、砂州の統合完了後に波長に極大値が現われやすく、発達した砂州の上に上流から新しい発達途上の砂州が乗り上げて滞筋を埋戻したようなときに波高は一時減少するものと想像される。さて、交互砂州の発達とはほぼその波長と波高の発達と言いうるが、このような両者の変化状況から判断すると、交互砂州の発達時間としては、波長あるいは波高などの形状特性量が流入端からかなり（幅一様な給砂条件では少くとも流路幅の5倍以上）離れた区間において最初の極大値をとるまでの時間を用いるのが適切であると考えられる。

以上の交互砂州の発達過程の特徴は、多少の差異はあるが Run A~C に共通して観察されており、Run Dにおいても初期の準砂州形態の統合過程に長時間を要したものの前縁形成後の経過は Run A~C のものと類似している。Run D で前縁の形成に100分程度の比較的長時間を要した理由としては、①流路幅に比して実験区間長が短く、流入端の擾乱が前縁の形成を妨げたこと、②レールの誤差によって初期河床に最大1/250の横断方向こう配がついたこと、③流路幅が大きくなると特定の波長に対応する前縁の形成に相当の時間が必要とされるかもしれないこと、などが考えられ、これらの原因が重複して作用したと思われる。

3.2 発達過程における砂州の波長・波高の変化

交互砂州の波長・波高の発達過程における変化を、流入や給砂による乱れの影響が比較的小さくなってほぼ常に砂州の認められる、流入端（給砂位置：Run A~C, $x=14\text{m}$, Run D, $x=0\text{m}$ ）から先述のように流路幅の5倍以上離れた区間、すなわち Run A~C では $x=0\sim 10\text{m}$, Run D では $x=10\sim 43\text{m}$ の区間に形成されたものについて検討する。波長は対象区間で測定されたものの平均値 l_B 、波高は一横断面内で前縁をはさむ河床の最大高低差で定義しているが、個々の砂州の最大値 $Z_{B,max}$ の対象区間での平均値 $Z_{B,ave}$ をとりあげている。ただし、以下で添字 max と平均値を表す一を簡単のため省略している。

この l_B および Z_B の経時変化をまとめて示せば Fig. 5 のようである。Run A~C では、 Z_B の変化に比較すると、 l_B の変化は全体にまともっていて最初の極大値に到達するのが明らかに早く、波長が決定された

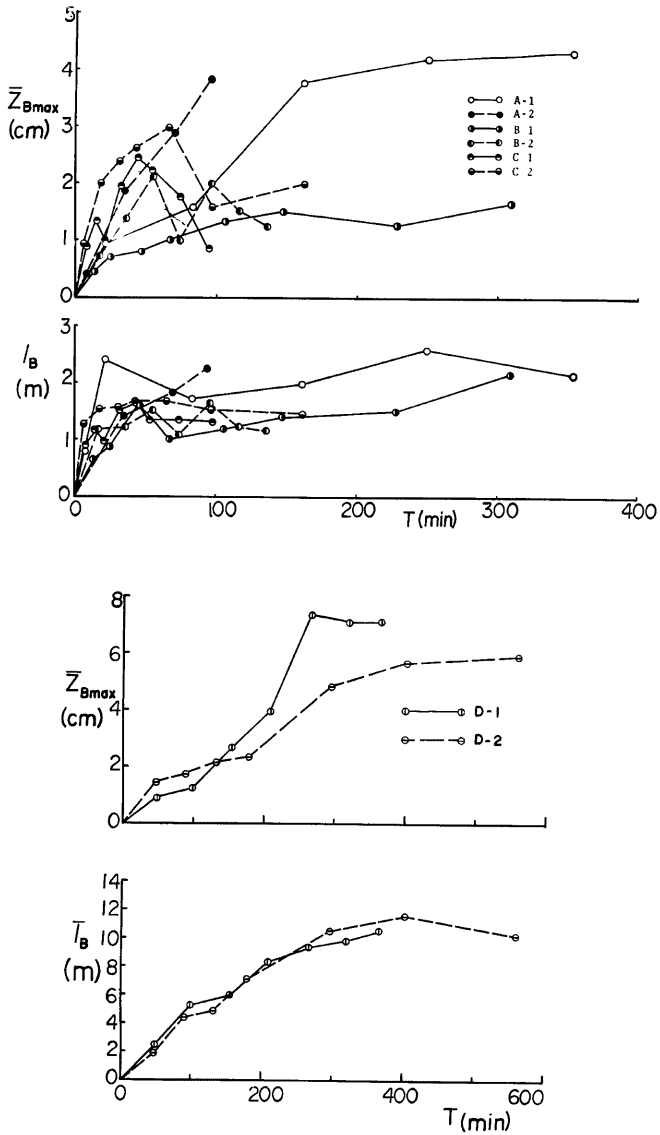


Fig. 5 Change of bar geometry with time

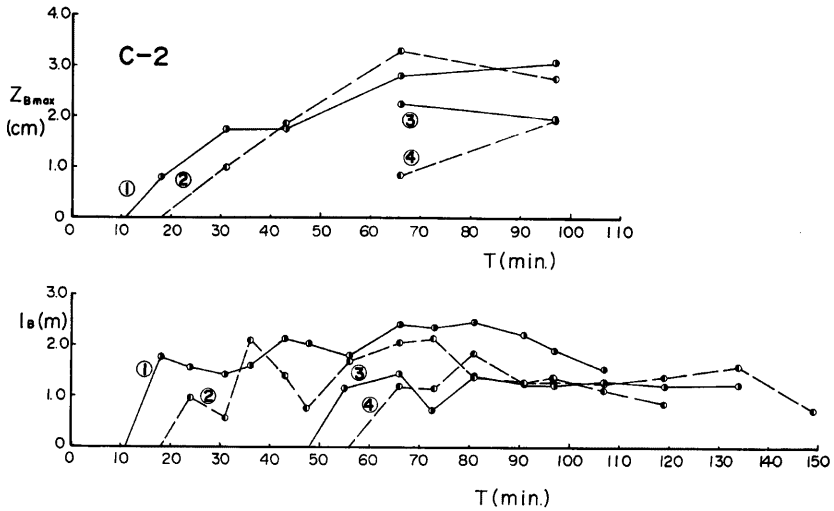


Fig. 6 Change with time of length and height of individual bar

後に波高の増大する傾向が認められる。Run D では、 l_b および Z_B はほぼ同時に極大値に達して上述の傾向とは一致しないが、 Z_B の増加が著しくなるのは Run D-1, 2 とも l_b が約 9 m と極大値の 70~80% に達した $T=200'$ 前後からである。砂州の波長が進行速度の差によって容易に変化することを考慮すれば、波長が大体決定された後に波高の増大すること明白であって、Run D の結果も基本的には Run A~C の結果に一致しているといえよう。しかしながら、ここで検討した区間平均の l_b , Z_B の値には上流から順次流入してくる発達途上の砂州の影響が通水時間のかかり経過した後でも入ってくる可能性があるため、この影響の程度を把握するために個々の砂州の l_b および Z_B の変化を Run C-2 について示せば Fig. 6 のようである。図中の番号は Fig. 4 の走時曲線の番号に一致させている。この検討でも波長の発達後に波高の増大する傾向が明らかであるが、個々の砂州では②の場合のように砂州の統合現象の影響を受けて波長が激しく変動するために、全体的な発達過程の模様が失われるおそれがある。しかし、そのような変動の小さい①の砂州の場合を Fig. 5 の平均の変化と比較すると両者の相違はあまりないと判断できる。したがって、上流から流入する砂州の影響は対象区間を本実験の程度下流側に限定しておれば無視しえ、交互砂州の発達過程は Fig. 5 に示されているようなものであると考えられる。

以上の検討によれば、交互砂州の発達に要する時間としては、 Z_B が最初の極大値に到達するまでの時間を用いるのが妥当であろう。それぞれの実験におけるこの発達時間 T も Table 1 に示されている。また、このときの l_b および Z_B を流路幅 B で無次元化して中規模河床形態の形状特性の検討結果¹³⁾と比較したが、いずれの実験値も従来の値の範囲に入ることが確かめられた。これは、従来の実験結果が波長・波高の発達した交互砂州に対応したものであることを示唆している。

3.3 交互砂州の発達過程の段階区分

これまで明らかにしてきた交互砂州の発達過程の特徴に基けば、この過程はつぎの3つの段階に区分することができる。すなわち、

- ①第1段階：通水開始後、波長・波高がともに増大し、波長がほぼ平衡状態に達するまでの段階
- ②第2段階：波長は一定値の周辺を緩かに波状変化するが波高は増大を続け、波高が平衡状態に達するまでの段階

③第3段階：砂州形状が平衡状態に達して、波長・波高がともに一定値の周辺を波状変化する段階であって、それを模式的に示せば Fig. 7 のようである。これより、第2段階の終了時刻には前述の砂州の発達時間 T_e を当てることができる。一方第1段階の終了時刻 t_s は、本実験の場合には波長が最初の極大値の50~70%に達した時刻であって、これは実験の経過や写真記録からみると対象区間に規則的な交互砂州の前縁が明確になって一様に進行し始める時刻に相当している。この50~70%の幅は波長の最初の極大値と平衡値との差および波高の発達の仕方に関係しているが、この点についてつぎに検討する。

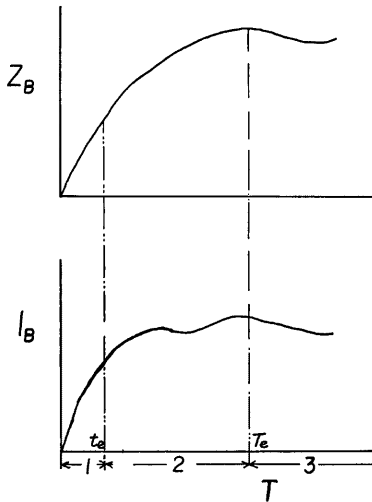


Fig. 7 Schematic diagram of three stages of alternating bar development

いま、 $T=T_e$ における l_B および Z_B の値をそれぞれ l_{Be} および Z_{Be} とし、それらによって無次元化された波長 l_B/l_{Be} および 波高 Z_B/Z_{Be} の変化を無次元時間 T/T_e に対して示せば Fig. 8 のようであり、また、 l_B/l_{Be} と Z_B/Z_{Be} との対応関係を示せば Fig. 9 のようである。 l_B/l_{Be} および Z_B/Z_{Be} の T/T_e に対する変化は実験条件によって大きく異なっていて、波長、波高の平衡値に対しても発達過程は実験条件によって変化して相似とはならないことがわかる。しかし、Fig. 9 での発達経路は実験条件の範囲の広いことを考慮するとまとまりが良いといえよう。すなわち、 $l_B/l_{Be} \geq 0.6$ の範囲において Z_B/Z_{Be} の増加量が大きく、それはすべての実験に対して60%以上となっていて、明らかに波長が大体決定された後に波高が増大することを示している。この $l_B/l_{Be} = 0.6$ は先述の $l_B/l_{Be} = 0.5 \sim 0.7$ の中央値である。これにより、第1段階の終了時を $l_B/l_{Be} = 0.6$ となる時点とあらためて定義すれば、Fig. 8 からその時点は $t_s/T_e = 0.04 \sim 0.47$ であって、実験条件による変化が大きい。Fig. 8 と Fig. 9 を参照すると、交互砂州の発達過程の相違は主として t_s/T_e の値とそのときの Z_{Be}/Z_{Be} の変化によって

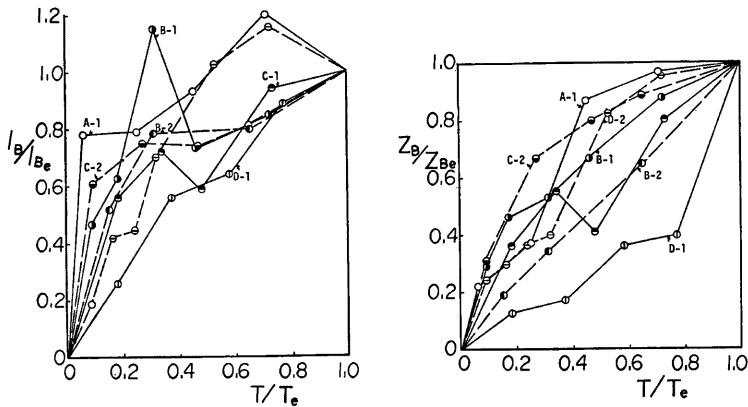


Fig. 8 Change of nondimensional bar geometry with time

表されることがわかる。またほとんどの場合、発達時間の大半は第2段階で費されることも指摘できる。

以上のような特性を持つ交互砂州の発達過程の支配機構は、第1段階と第2段階とで異っていて、前者では準砂州状の河床形態の統合現象など未発達な砂州の相互の干渉作用が主要な役割を担っており、一方後者では、斜め段落ちに近い形状の交互砂州に支配された流況に基く土砂移動によって波高が増大していくものと考えられ、この段階で増大する Z_B の割合は既述のように全波高の6割以上を占める。砂州の波高は、流況特性の検討¹⁴⁾によれば治水上問題となる水流の蛇行を最も支配しており、また河川構造物の根入れの深さの決定上もそれを予測する必要がある。したがって、波高の平衡値を決定する第2段階における砂州の発達機構を明確にすることの河川工学上の重要性は高いと思われ、次章でこの機構について検討と考察を行う。

4. 交互砂州の発達機構

4.1 交互砂州の発達に伴う河床変動

交互砂州の発達過程における河床変動の実態を、3.1と同様に、砂州の発達の3段階が典型的に現われ、河床精測資料のそろっている Run C-2 を例にして述べる。

Fig. 10 は河床縦断形状の停水3段階における変化を水路中心線および左右側壁近傍の3測線について示したものである。 $T=6'$ では、3測線に沿う河床高は交錯していて、水路中心線の河床高は側壁近傍の河床高の間にあることが多い。しかし、 $T=31'$ になると中心線の河床高は両側壁沿いの河床高を包絡するような形状を示し始め、側壁沿いの河床に深掘れ部が顕著になる。この時点の深掘れ形状は扁平なV字状であって、流下方向に大きくなっているが、 $x=7m$ よりも上流では $T=6'$ の状態と変わっていない。 $T=66'$ ($=T_c$) になると、側壁沿いの河床高を包絡する中心線沿いの河床形状に変化は少ないが、 $x=0\sim 9m$ の区間では深掘れ部の流下方向変化がほとんどなくなり、その形状もU字形状に近くなって、洗掘の進んだことがわかる。しかし、 $x=9m$ よりも上流側では $T=6'$ の場合とそれほど変わらない。

つぎに、砂州の発達に関与した河床変動量を抽出するために、各停水毎に断面平均河床高の流下方向の回帰直線で表される仮想平均河床高と実際の河床高の差を算定した。その結果を先述の3測線について示せば **Fig. 11** のようであり、さらに平面分布を等高線で表せば **Fig. 12** のようになって両図からつぎのことがわかる。

$T=6'$ では、河床の高低差が小さく、仮想平均河床よりも高い部分と低い部分とが交互に水路を横切っているが、 $T=18'$ には洗掘部が両側壁近くに限定されてゆき、水路中央部はすべて堆積域となって、0.5 cmの等高線が縦断方向に連なり始める。上流側の一定区間では、先述のように、全停水段階において河床変動量が $T=6'$ のときと同程度であって、一様な給砂条件下の上流区間は常に砂州の発達初期過程の状況であることを表している。

$T=18'\sim 66'$ について、**Fig. 4** の走時曲線を参照しながら $x=5\sim 9m$ 区間に着目すると、上流側のいくつかの砂州が合体して波高の大きい砂州の出現する状況が推察される。すなわち、下流側から砂州の対応をつけていくと、 $T=43'$ の $x=6\sim 8m$ 左岸の深掘れ部は $T=31'$ の $x=6.5\sim 8m$ のものがその上流の数個の砂州を吸収しながら発達したものであり、 $T=66'$ の $x=6.5\sim 8.5m$ 右岸のものは $T=43'$ の $x=7.5\sim 10m$

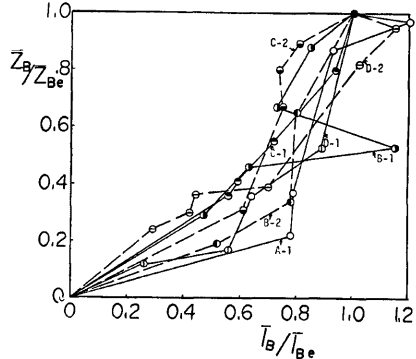


Fig. 9 Nondimensional relation between bar length and height in the process of their development

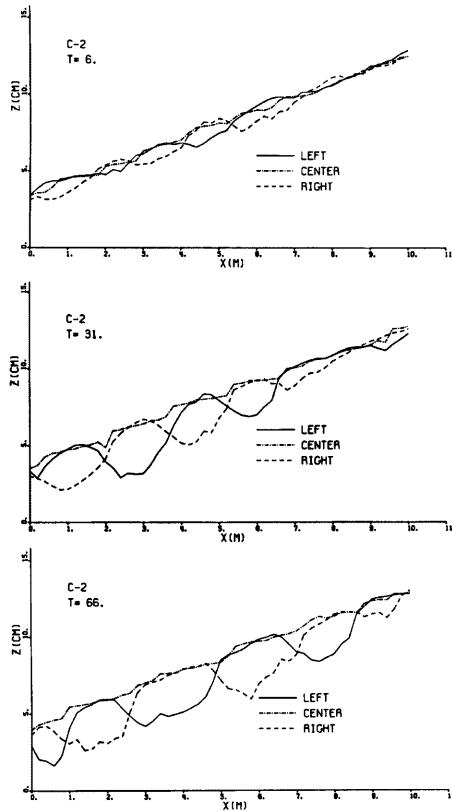


Fig. 10 Variation of longitudinal profiles of stream bed along centerline and both sidewalls

右岸の凹部が母体となっていたと推定される。一方、下流区間では、側壁近傍に限定された交互の洗掘部が、 $T=66'$ まで縦断面積を増加させ、流下方向長も伸ばしながら、整然と進行し発達している。

このように、砂州の発達に伴って、両側壁近くの河床高は平均的にも著しく洗掘低下している。これに対して中心線に沿った河床高は、仮想平均河床高から $T=18'$ 程度までは徐々に上方に離れていくが、その後の上昇は極めてわずかになっている。これは、Fig. 12において $T=31' \sim 66'$ で洗掘域の幅が狭められ、水路中央部で0.5cm以上の堆積域が流下方向に連なるとともに幅が広がっていることに対応しており、砂州の発達に伴って側壁付近に洗掘域が限定されて低下が進むが洗掘砂は中央付近に広く堆積することを示している。このような河床変動が履歴として残るために、交互の前縁を有する砂州が埋戻しを伴いながら流下するにもかかわらず発達していきうものと考えられる。

$T=66'$ になると0.5cm以上の堆積域が最も広がり、両側壁の洗掘域は長さ、深さとも最大の発達を示すが、この洗掘、堆積のパターンは $T=97'$ には上流から未発達した砂州が流入して狭められている。 $T=162'$ には再びこのパターンが広がり始め、先に指摘した砂州の消長の繰返しに対応する河床変動を示している。

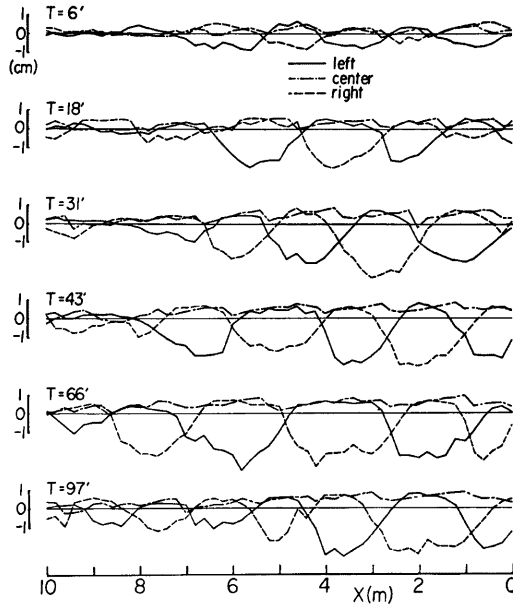


Fig. 11 Bed variation corresponding to bar development along centerline and both sidewalls

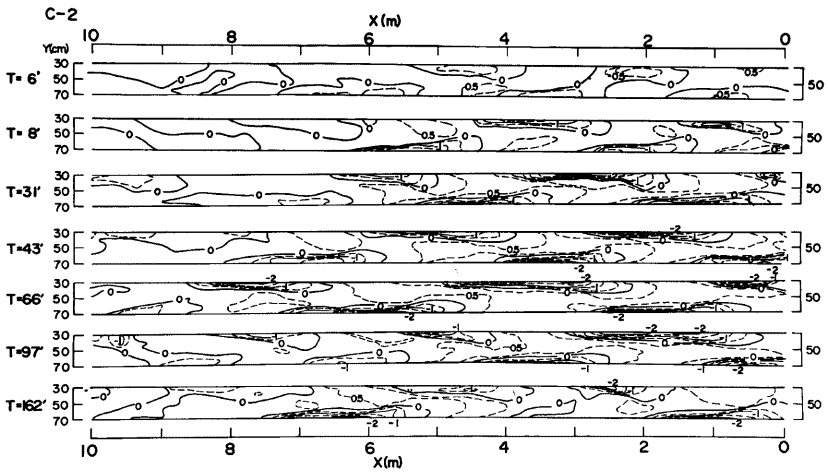


Fig. 12 Plane distribution of bed variation corresponding to bar development and migration

4.2 交互砂州の発達過程の土砂移動

交互砂州の発達に伴う河床変動は、上述のように両側壁近傍から水路中央部に向かう横断的な土砂移動によって特徴づけられている。この横断方向の土砂移動は砂州の発達機構において本質的な役割を担うものと判断されるので、ここではその平均的特性を定量的に検討する。

Fig. 13 は、偶数値の砂州を含む区間において仮想平均河床高からの高低差を縦断方向の測線に沿って平均し、その横断方向分布を示したものである。いずれの実験でも通水時間がある程度経過した後には、水路中央付近は仮想平均河床高よりも高くなって堆積を示しており、一方側壁近傍は比較的狭い幅で深く洗掘されていることが明白である。このように砂州の発達に伴って、流路の平均的な横断形状は、側壁近傍の土砂が流路中央に流送されて、蒲鉾型形状になることがわかる。Fig. 6~9 を参照すれば、この蒲鉾型横断形状は、波長のほぼ決定された第1段階の終了時から明確になり、第2段階において顕著に発達することがわかる。この横断形状の中央部と側壁近傍の高低差を Z_s とすると、 Z_s は Run A-1, C-1, C-2, D-1 および D-2 についてそれぞれ 2.4, 0.8, 1.5, 3.8 および 2.7cm であって、 Z_s の値の40~60%に当たり、第2段階における Z_B の増加量に対応している。これにより交互砂州の発達過程は、平均的な河床変動としてはこの蒲鉾型横断形状の形成過程と見なすことができよう。

蒲鉾型横断形状を生じる流下方向単位長当たりの横断方向流砂量 q_{Bz} はこの形状の時間的な変化から両側壁で $q_{Bz}=0$ の条件を用いて算定できる。Fig. 14 は、この q_{Bz} を下流端の単位幅流砂量の実測値 q_{Bz} で割り、平均的な流砂の移動方向 q_{Bz}/q_{Bz} で示したものであって、左側壁から右側壁に向かう流砂を正としている。したがって、右右の砂州が均等に発達した場合に流路中央で符号が反転し左右で絶対値の等しいZ字状の曲線が描かれ、それが両側壁から中央部へ土砂が流送されることを表すので、以下では同図の曲線群をZカーブと仮称する。

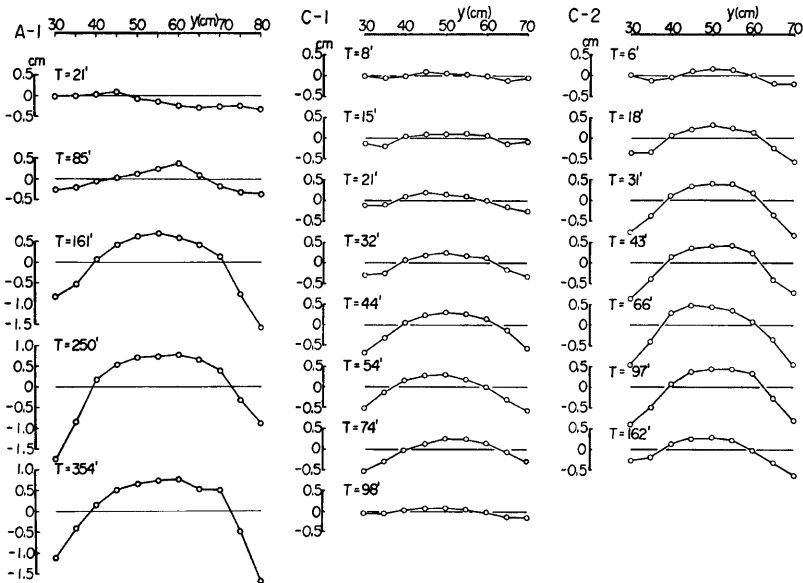


Fig. 13 Examples of Quosset-hut shape of longitudinally averaged stream bed

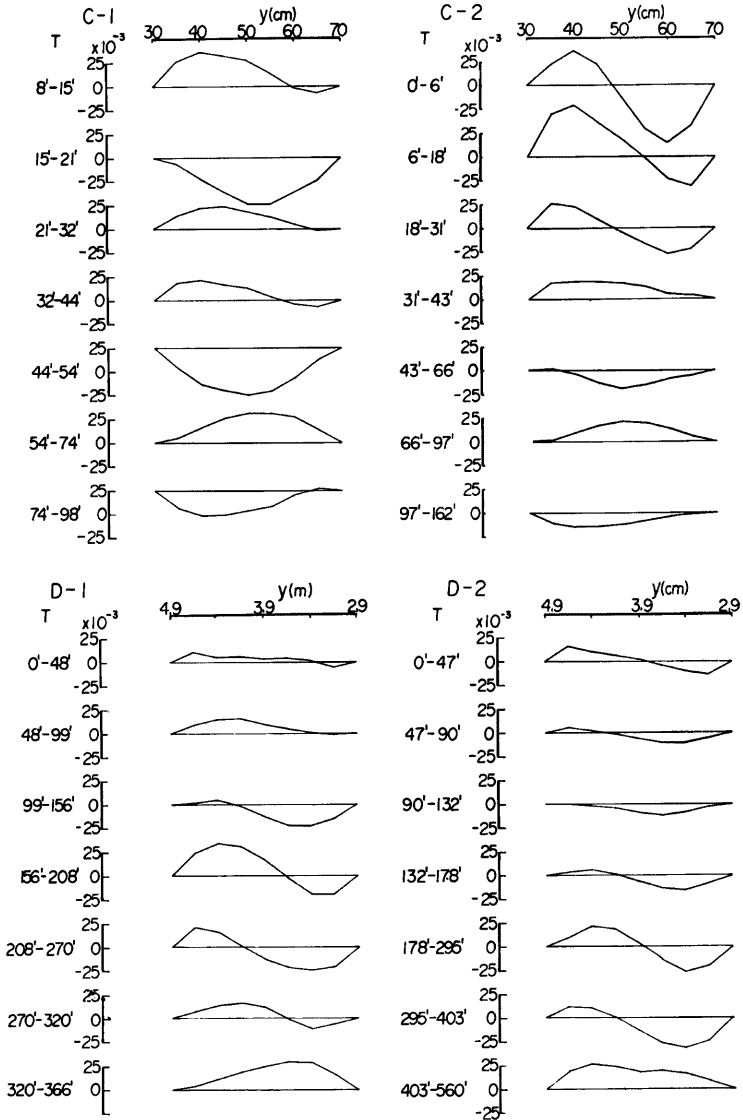


Fig. 14 Change with time of averaged direction of sediment transport q_{By}/q_{Bz} (Z curves)

Run C-1 では、各停水間隔における左右の流砂量が同程度とならず、Zカーブは歪んだ形をしていて、左右どちらかの砂州が早く発達しているが、 q_{By}/q_{Bx} の偏りが時間的に交互になっているので、停水間隔を倍の20分程度にしておけば典型的なZカーブが得られたと思われる。Run C-2 では、 $T=31'$ までのZカーブは回転対称な形を示し、砂州が一樣に発達していったことに対応しているが、 $T=66'$ に近づくと一樣な発達は維持されにくくなりZカーブが歪むとともに振幅も小さくなって土砂移動量が減少していることを示している。一方、Run D では、初期敷均しの影響による $T=100'$ 程度までのZ字状の曲線を除いて考える必要があって、砂州の発達に関わるZカーブは、Run D-1 では $T=99'$ 以降、Run D-2 では $T=132'$ 以降のものである。両者とも第1段階の終了時 (Run D-1 : $T=156'$, Run D-2 : $T=178'$) から後にZカーブの振幅が急増し、第2段階の終了時 (Run D-1 : $T=270'$, Run D-2 : $T=540'$) の前後で振幅が減少したり、符号が反転しなくなる。

以上のように、砂州の発達過程ではその第1段階の終了時から符号の反転するZカーブが現われ、その直後にZカーブの振幅すなわち横断方向の流砂量成分が最大となり、第2段階の進行に伴ってその振幅は減少し、符号が反転しなくなって横断方向流砂量が減っていることを表す。したがって、土砂移動状況の指標として、符号の反転のある場合のZカーブの極大値と極小値との差 \hat{q}_{By}/q_{Bx} を用い、その経時変化を示せば、Fig. 15 のようである。Run C-2 の場合の \hat{q}_{By}/q_{Bx} の初期の値はかなり大きいのが、これらの実験値全体では比較的近い値をとるようであって、Run C および D のように水路規模が著しく異っていても、砂州の形成に関連する土砂の移動状況は極めて類似したものであることがわかる。

流下方向に平均した土砂の移動状況はこれまで述べたとおりであるが、平面的な土砂の移動状況を Fig.

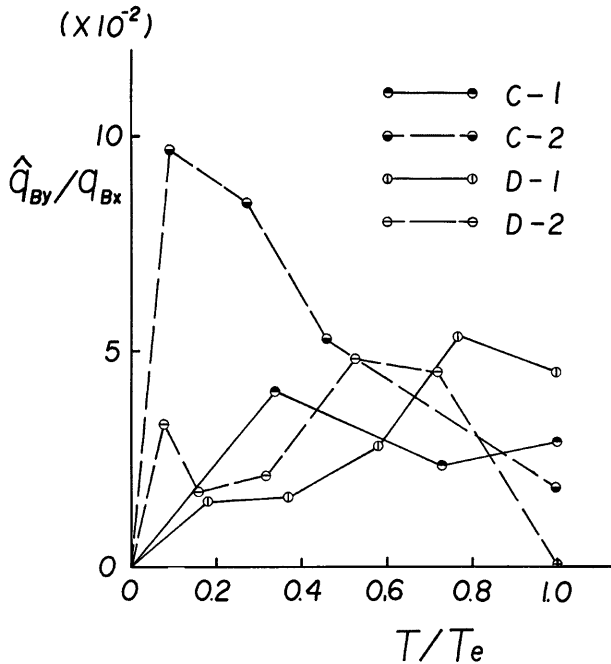


Fig. 15 Change with time of intensity index of lateral sediment transport \hat{q}_{By}/q_{Bx}

12の河床等高線の時間的变化から推定すればつぎのようである。側壁近傍からの土砂の洗掘量は砂州先端直上流の対岸の滯筋からやや下流にかけての領域で最大になり、流送された土砂は、大部分が下流側の洗掘部を埋め戻しながら砂州が前進するのに費されるが、一部は放射状に広がってその砂州上に堆積したり、前縁の横への張出しに用いられ、結局これらが正味の横断方向流砂量として交互砂州の発達履歴となり、蒲鉾型横断形状を形成する。

以上のような交互砂州を発達させる横断方向の土砂移動が、前縁が明確になったばかりの斜め段落ち状の砂州によっても生じる水流の蛇行によってもたらされることは容易に想像される。すなわち、洗掘の顕著な領域は、交互砂州上や斜め段落ち上の流況¹⁵⁾によれば、流量が集中し流速や摩擦速度が大きく、かつ中央方向の流速成分も最大の領域であって、水流はそこから下流に向けて放射状に発散しており、この流況から推定される土砂移動は先述のものに対応することがわかる。

これらの知見に基づいて、交互砂州の発達機構を次節においてまとめて述べる。

4.3 交互砂州の発達機構

交互砂州の形成初期過程の詳細は現在把握できておらず、発達過程の第1段階で砂州の前縁が明確になるまでの機構は明らかではなく、ここまでの検討でも触れていないので、ここでは第2段階のみを対象として発達機構をまとめる。

- ①第1段階が終了し、砂州前縁の乱れがなくなると水流に流量の集中と発散が定常的に現われ、流速の横断方向成分による土砂の中央部への移動が明確になる。
- ②横断方向の土砂移動によって交互砂州の波高が増加すると水流の蛇行がより顕著になって、波高の増加が加速され、平均的な蒲鉾型横断形状の発達速度は極大となる。
- ③しかし、波高がさらに増大すると横断方向の河床こう配が大きくなり、側壁から中央に向かう土砂輸送に対して重力による抑制効果が強く働くようになる。
- ④この抑制効果によって波高の発達に寄与する土砂流送が減少し、波高の発達は阻害される。
- ⑤横断方向の土砂流送能力と斜面こう配による重力効果とが均衡したときに波高の発達は完了する。

実験条件によれば、交互砂州の発達が非常に進み、河床が明らかに蒲鉾状になって水流が二分される場合も観察される。この場合には、流速の横断方向成分は消滅しており、土砂は重力効果によって逆に中央部から側壁方向に移動して河床の平坦化が進むものと考えられ、ある程度平坦になった後に再び砂州が形成され始めると推定される。また、このように水流が完全に二分されなくとも、蒲鉾型横断形状がかなり発達すれば水流の蛇行特性の弱まることも想定でき、この場合砂州の波高はやや減少し、蒲鉾型形状の減衰後再び増加する可能性がある。いずれにしても、交互砂州の波高は発達後一定値の周辺を振動するような時間的变化をするものと思われる。

5. 交互砂州の発達時間と発達過程の相違に関する考察

5.1 交互砂州の発達時間

交互砂州の発達は、4.2で明らかにしたように、平均的な河床変動では蒲鉾型横断形状の形成であって、その形成には発達時間の大半が費され、形成に関与する流砂方向 \hat{q}_{By}/q_{Bx} は水路規模によらずほぼ同一の値であり、かつ蒲鉾型横断形状も Fig. 13 のように相似な形状をしているので、ここでは交互砂州の発達時間をつぎのように予測してみる。

蒲鉾型横断形状を Fig. 16 のように模式化し、 z 軸をその高さ Z_k で、 y 軸を水路幅 B で無次元化するとその形状はいずれの場合もつぎのように一つの式で近似できよう。

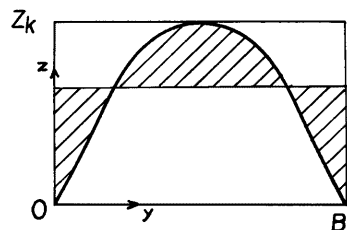


Fig. 16 Schematic sketch of a Quosset-hut shape of stream bed

$$z/Z_k = f(y/B) \dots \dots \dots (1)$$

この Z_k と Z_{Bz} とがほぼ比例関係にあって、両者の比を α_z とするとそれが約1/2であることはこれまでの検討で明らかであるので、

$$Z_k = \alpha_z Z_{Bz} \dots \dots \dots (2)$$

したがって、浦鉾型横断形状形成時に移動した土砂量を示す Fig. 16 の斜面部の面積はつぎようになる。

$$A_k = \alpha_A B Z_k = \alpha_A \alpha_z B Z_{Bz} \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 α_A は定数であって、Fig. 13 などによれば0.3程度であろう。

発達時間 T_e は、 A_k を q_{Bz} で除した時間に比例すると考えられ、 $q_{Bz}/q_{Bz} = \alpha_q$ は水路規模にかかわらず砂州の発達時ではほぼ一定の値 $\alpha_q \approx 5 \times 10^{-2}$ をもつので、結局 T_e は

$$T_e = \alpha_t A_k / q_{Bz} = (\alpha_t \alpha_A \alpha_z / \alpha_q) (B Z_{Bz} / q_{Bz}) \dots \dots \dots (4)$$

と表される。ここに、 α_t は1程度の比例定数であろう。

また、従来から交互砂州の波長と水路幅とは明確な比例関係が知られているが、その比例定数を α_l とすれば $\alpha_l \approx 5$ であって、(4)式はつぎのようにも書ける。

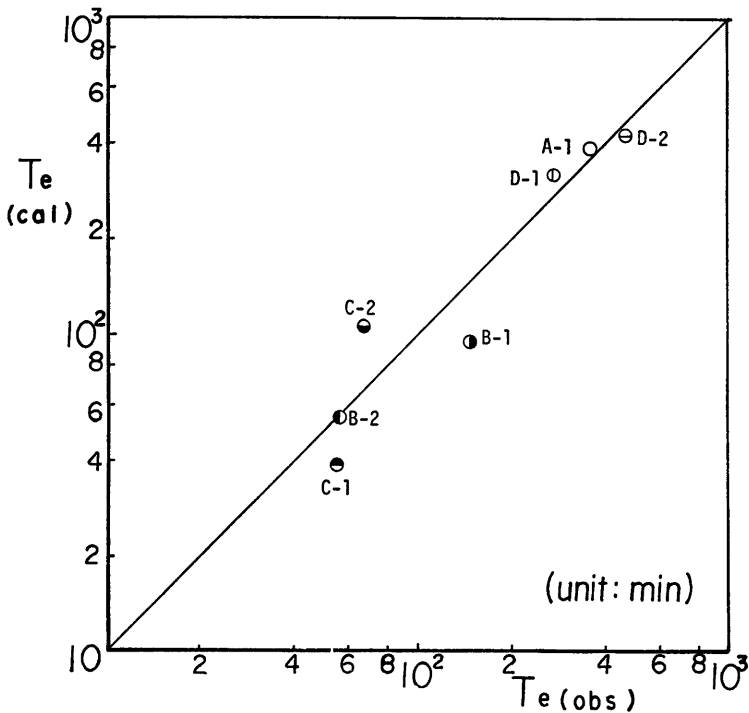


Fig. 17 Comparison of predicted values with observed ones about the time during which alternating bar has developed, T_e .

$$T_s = \alpha_T (l_{B_s} Z_{B_s} / q_{B_s}) \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\alpha_T = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 / \alpha_4 \alpha_5$ であり、 T_s の表示において B の代わりに l_{B_s} を用いれば発達第1段階の所要時間もある程度含む可能性がある。

Fig. 17 は実測の T_s と $l_{B_s} Z_{B_s} / q_{B_s}$ との関係を示したものであって、両者には明確な比例関係が存在している。このときの比例定数は0.57であって、(5)式の α_T に含まれる各定数の推測値から求められる $\alpha_T = 0.6$ によく一致していて、上述の推論の妥当なことがわかる。種々の規模の交互砂州の形状は、平面的にも縦断的にも互いに相似であることが良く知られているので、ここに示した発達時間の予測式はかなり適用性が高いと思われる。

5.2 発達過程の相違に関する考察

交互砂州の発達過程は、波長、波高の平衡値 l_{B_s} 、 Z_{B_s} および発達時間によって無次元化した径路であっても、**Fig. 8** のように、実験条件によって非常に相違している。このような相違について、ここでは簡単に流路幅および河床材料が同一の水路において水理条件（主に路床こう配と水深）の相違によって発達径路が異なった実験を想定して考察する。

まず、第1段階の終了時刻 t_s についても T_s の場合と類似の関係が成立すると仮定すれば、

$$Z'_{B_s} l'_{B_s} / (q_{B_s} t_s) = 1 / \beta_t \dots\dots\dots (6)$$

ここに、プライム'は $T = t_s$ における砂州の特性量を表す。

一方、砂州の前縁が明確になる $T = t_s$ における波高は同一の幅と河床材料の流路について

$$Z'_{B_s} = \beta_2 d \dots\dots\dots (7)$$

のように表されよう。ここに、 d は河床砂の粒径であり、 β_2 は主として B/d によって変化する係数と考えられ、 B/d が大きくなる場合に増加することが予想される。

ここで、(5)式を用いて、(6)式から q_{B_s} を消去すれば次式が得られる。

$$(\beta_t / \alpha_T) (t_s / T_s) = (l'_{B_s} / l_{B_s}) (Z'_{B_s} / Z_{B_s}) \dots\dots\dots (8)$$

$l'_{B_s} / l_{B_s} = \beta_1$ と書くと、 β_1 は **3.3** における t_s の定義によって $\beta_1 = 0.6$ である。(7)および(8)式から

$$t_s / T_s = (\alpha_T \beta_1 \beta_2 / \beta_t) \cdot d / Z_{B_s} \dots\dots\dots (9)$$

が導かれ、同一の幅と河床材料を持つ流路では、砂州の波高が大きく発達する水理条件の場合ほど、相対的に第1段階の終了が早くなることが示される。

Table 2 には、**Fig. 8** および **Fig. 9** から読取られた第1段階の特性値が示されている。Run C-1 と C-2 では Z_{B_s} の大きい Run C-2 の方が t_s / T_s が小さくなっていて(9)式と合致している。しかし Run B-1

Table 2 Characteristic values of alternating bars at the end of 1st stage of development

Run No.	B (cm)	d (mm)	Z _{B_s} (cm)	Z' _{B_s} (cm)	Z' _{B_s} /Z _{B_s}	t _s /T _s	Z' _{B_s} /d	B/d
A-1	55	0.99	4.32	0.73	0.17	0.04	7.3	556
B-1	30	0.99	1.51	0.65	0.43	0.16	6.5	303
B-2	30	0.99	2.11	0.49	0.23	0.20	4.9	303
C-1	40	0.99	2.45	0.99	0.41	0.22	10.0	404
C-2	40	0.99	2.97	0.89	0.30	0.09	8.9	404
D-1	200	0.88	7.35	1.91	0.26	0.47	21.7	2,270
D-2	200	0.88	5.90	2.24	0.38	0.29	25.5	2,270

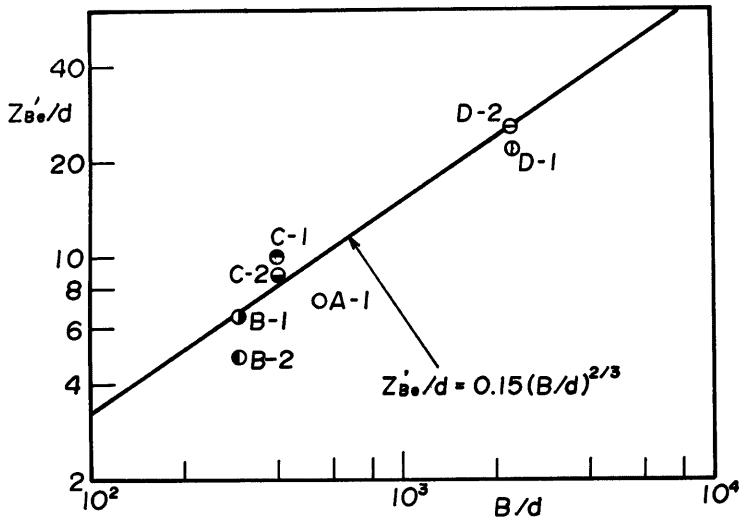


Fig. 18 Nondimensional relation of bar height at the end of 1st stage and channel width

とB-2, および Run D-1とD-2ではその傾向は逆であって, (9)式の妥当性は高いとはいえない。この主な理由としては, (6)式および(7)式の仮定が考えられるが, 初めに後者について検討する。

まず Z'_{B0} の値は, Table 2 に示されているように, 同一流路幅の実験ではいずれの場合もほぼ等しくなっている。つぎに Z'_{B0}/d と B/d との関係を検討すれば Fig. 18 のようであって, 同図では実験値は少いが, 明らかに次式の関係

$$Z'_{B0}/d = 0.15(B/d)^{2/3} \dots\dots\dots (10)$$

が認められ, 先に予想したことと一致している。このように, (7)式の仮定の妥当性は実験的に確められる。

しかし, (6)式については成立の根拠が不明であり, かつその検討も現在のところ困難であって, 式(9)と実測値の傾向が相違した理由は, 波長の変化の偶然性ととも, この仮定に帰せられよう。(6)式に代わる関係を見出すには, 発達過程の第1段階に関する知見を集積し, その機構を明らかにしていく必要がある。

6. 交互砂州に及ぼす平行工の効果

6.1 交互砂州の制御について

交互砂州の制御は, 河川航路の維持を主な目的として, ヨーロッパを中心に比較的古くから試みられていたようであり, わが国でも淀川等で各種の水制工が河道に導入されている。しかしながら, それらは個々の河道の特性に限定されたものであって, 交互砂州の水理特性を踏まえた系統的な研究はわずかし行われていない。

たとえば, 佐々木¹⁶⁾は, 低水路の蛇行を防止するために種々の水制を用いた実験を行っているが, 交互砂州の水理特性が把握されていなかったこともあって, 水制の効果に関する統一的な記述に成功しているとは言いがたい。木下および三輪^{17), 18)}は, 砂州の進行の制御を目的として, 連続的に屈曲した水路あるいは交互に天端の傾斜した床固めを設置した水路を用いて系統的な実験的研究を行っており, 前者の水路では屈曲角が20°以上で交互砂州が停止し, 後者の水路でも同様の効果が期待できることを明らかにしている。

しかし、砂州の形状の制御を試みた研究は従来ほとんど行われていないので、ここではその点に関して4.で得られた知見に基いて考察し、簡単な実験によって検討した結果を述べる。

6.2 交互砂州に及ぼす平行工の効果について

交互砂州の波高の発達と維持は、横断方向の土砂移動によるものであって、それは前縁の形成によって生じる横断方向流速成分によってもたらされる。したがって、この横断方向の流れあるいは土砂移動を制御すれば、交互砂州は波高を維持しえなくなり、形状特性は変化するものと考えられる。

横断方向流速は流路を二分すれば完全に制御されるが、そのような方法は事実上無意味である。しかしながら、土砂移動は河床近傍に限られているのでその制御は越流型水制のような比較的小規模の工作物で可能であろう。また、斜め段落ち流れの実験結果から類推すると、交互砂州の形成されるような条件下では河床のわずかの凹凸でもその流況に与える影響は大きく、それによって流況が著しく変化することもあり得る。このような水製の型としては、砂州の進行性を考慮すると平行工が最も適していると思われる。

以上より、越流型平行工を交互砂州河床に連続的に施工した場合と不連続に施工した場合とに対応して、それぞれ1ケースずつ行った実験とその結果を示す。

6.3 実験方法

実験方法は Run C-2 に準じている。すなわち、実験条件を Run C-2 と同じに設定し、約60分間給砂と通水を行って交互砂州を顕著に発達させる。発達した交互砂州の存在する区間の水路中心線に沿って、越流型平行工として高さ4cm厚さ12mmの型枠用合板を連続あるいは不連続に埋設する。平行工天端と河床との高低差は最大5mm、最小2mmであって、掃流砂の飛越しはほぼ皆無である。不連続平行工は、下流端から上流8.8mまでの区間に1ブロック1.6m長の平行工を0.8mの間隔をとって4ブロック設置している。平行工埋設後再び同一流量を通水し、主として写真測定によって平行工の効果を観察したが、不連続平行工の実験では設置前後の交互砂州の波長・波高も測定している。

6.4 実験結果

不連続平行工の実験について、平行工設置時を $T=0'$ としてその後の通水による河床の変化を示せば Fig. 19 のようである。前述のように流砂は平行工を越えず、その移動状態は平行工によって二分されて、河床は半幅の水路を2つ並べた様相を呈している。この場合、通水後 $T=32'$ ではほぼ滞筋の埋戻しが完了し、 $T=42'$ の河床では半幅に対応した交互砂州が形成される。Table 3 には設置前と $T=42'$ の砂州の波長と波高が比較されているが、波長・波高とも平行工の設置によって1/3程度に減少しており、砂州の形状に対する平行工の効果の大きいことがわかる。しかしながら、不連続工では各ブロックの上流端付近に局所洗掘が生じるのでそれに留意する必要がある。

一方、越流型連続平行工の場合では、土砂の移動状態がそれによって完全に二分され、半幅に対応した砂州の形成が極めて明確であって、その交互砂州の形状制御効果は不連続工の場合よりも顕著に現われる。

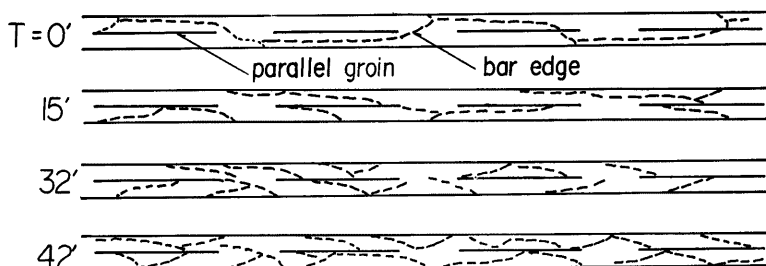


Fig. 19 Deformation of alternating bars by parallel groins

Table 3 Effect of parallel groin on alternating bar geometry

time	geometry of individual bar						mean value
$T = 0'$	l_B (m)	2.48	1.87	2.53	1.30	1.25	1.89
	Z_B (cm)	1.80	2.65	3.00	2.60	1.85	2.38
$T = 42'$	l_B (m)	0.63	0.68				0.66
	left Z_B (cm)	0.75	0.60				0.68
right	l_B (m)	0.63	0.80	0.89	0.56		0.69
	Z_B (cm)	0.75	1.05	0.70	0.45		0.72

以上のように、越流型平行工によって土砂の移動状況が大きく変化して、不連続に設置した場合でも水路を二分したような効果が明確に生じ、砂州の形状を制御することが可能である。したがって、現在交互砂州が顕著に発達して支障の生じている河道区間に適用した場合大きな効果のあることが期待される。また、この結果から推測すると網状水路の制御についても効果のあることが予想され、今後その検討を行っていくつもりである。

7. 結 語

本研究では、流路変動過程の主要因であって、治水上、利水上重大な影響を持つ交互砂州について、従来の研究の動向から考えて現段階で最も重要な問題点の一つである発達過程とその機構をとりあげ、流路幅を広く変化させた条件下で実験を行い、主に波長と波高の変化および河床変動の状況の詳細な検討に基いて考察を加え、さらに砂州形状の制御に関して実験的に検討した。明らかにされたことがらをまとめるとつぎのようである。

- ① 交互砂州の発達過程では、波長が速かにほぼ一定値に到達した後に波高の増加する傾向が明らかであるので、それは3つの段階、すなわち砂州の前縁形状が明確になって波長がほぼ決定されるまでの第1段階、波高の増加が卓越する第2段階、および波長、波高が一定値の周辺を緩かに増減する第3段階に区分される。
- ② 発達の第2段階は波高が最初の極大値を取る時点で終了し、ここまですべての砂州の発達時間と考えられる。さらにそのときの波長の60%に波長が達した時点を第1段階の終了時とすることが妥当である。
- ③ 通常、発達時間の大半は第2段階で消費され、その段階の波高の発達には横断方向の流砂量が重要な役割を担い、河床は平均的に蒲鉾型横断形状を示すようになる。
- ④ 蒲鉾型横断形状の変化から算定された横断方向流砂量の流下方向流砂量に対する割合は水路規模によらず同程度である。また、このような土砂移動状況は前縁の明確な砂州上の流況に対応したものであることが容易に推定される。
- ⑤ 土砂移動状況に基いた発達機構の考察によって、発達時間は、波長と波高の積を流下方向流砂量で除した値に比例することが導かれ、それは実験結果とも良く一致し比例定数も推算値に等しくなる。
- ⑥ 第1段階の終了時は明確ではないが、そのときの波高を粒径で無次元化した値は、流路幅・粒径比の2/3乗に比例することが実験的に示される。

⑦ 交互砂州河床に導入された越流型平行工の砂州の形状に対する制御効果は大であって、水路幅を半分にした場合と同様の砂州が形成され、このような効果は平行工を不連続に施工した場合にも期待できる。

本研究によって最も基本的な交互砂州の変動機構が把握され、水理条件が変化する条件下での交互砂州の挙動を予測する場合や河床安定理論の妥当性を判断する場合の基礎がある程度得られたと思われる。今後、交互砂州の前縁が明確になるまでの発達の第1段階に関する知見を基礎的な実験によって集積し、それを明

らかにするとともに、定性的な指摘に留まった交互砂州の発達機構を水理学的な基礎式によって表現し、定量的な解析を進めて行くつもりである。

最後に、本研究をまとめるにあたり、図面の整理等に協力して戴いた河川災害研究部門の中村行雄技官に謝意を表します。また実験の遂行と資料の整理に尽力してくれた本学大学院学生（当時、現北海道開発局勤務）小池剛君に感謝します。実験、装置の作成では宇治川水理実験所工作室の皆様が協力戴きました。付記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 村本嘉雄・藤田裕一郎：中規模河床形態の分類と形成条件，第22回水理講演会論文集，1978，pp. 275-282.
- 2) 鮎川登：直線河道における流れの蛇行現象に関する水理学的研究，科学技術庁資源調査所，1971，pp. 40-41.
- 3) 木下良作：石狩川河道変遷調査一本文編一，科学技術庁資源局資料，第36号，1962，pp.88-91.
- 4) 池田宏：実験水路における砂礫堆とその形成条件，地理学評論，46-7，1973，pp.435-451.
- 5) 近藤幸雄・小森保数：交互砂州に関する基礎的実験，北海道開発局土木試験所月報，No. 251，1974，pp. 1-10.
- 6) 村本嘉雄・藤田裕一郎：中規模河床形態に関する研究，京都大学防災研究所年報，第20号 B-2，1977，pp.243-258.
- 7) 前出の6)
- 8) 矢野勝正・石原安雄：河川災害総合基礎実験施設について，京都大学 防災研究所年報，第12号 B，1967，pp.237-246.
- 9) 芦田和男・村本嘉雄・奈良井修二・塩入淑史：河道の変動に関する研究（1）——流路の変動過程に関する実験——，京都大学防災研究所年報，第13号 B，1970，pp.243-260.
- 10) 藤田裕一郎：交互砂州上の流況特性に関する実験的研究，第24回水理講演会論文集，1980，pp.329-337.
- 11) 前出の6)
- 12) 前出の6)
- 13) 前出の1)
- 14) 前出の10)
- 15) 前出の10)
- 16) 佐々木八郎：河道計画の合理化に関する諸問題の研究，京都大学学位論文，1968.
- 17) 木下良作・三輪式：砂れき堆の位置が安定化する流路形状，新砂防，通巻94，1974.
- 18) 三輪式：交互斜傾堰による滞筋の安定化について，農業土木学会年次講演会，1978. など