

## 河床波の変形過程に関する実験的研究(2)

芦田 和男・澤井 健二・加藤 均

### AN EXPERIMENTAL STUDY ON THE TRANSFORMATION OF SAND WAVES(2)

By Kazuo ASHIDA, Kenji SAWAI and Hitoshi KATO

#### Synopsis

In this study the authors found out some characteristics of transforming process of sand waves based on a series of experiments with various initial bed forms.

When the mean wave steepness is smaller than the equilibrium value for the given hydraulic condition, new sand waves generate from the back surfaces of original waves, and the mean wave length rapidly reduces until the mean wave steepness approaches to the equilibrium value. On the contrary, when the mean wave steepness is larger than the equilibrium value, each wave is apt to be scraped out by the flow, and the mean wave height rapidly reduces until the equilibrium value, both the wave length and the wave height approach to the respective equilibrium values asymptotically with time.

A model for tracing these phenomena is offered in this paper.

#### 1. 緒 言

前報<sup>1)</sup>において、著者らは、河床波の変形過程に関する研究の意義を述べ、その接近法として、任意の時点における河床波の形状と水量とから、その形状の変化速度を予測するような形で、法則を記述するのが有用であることを指摘した。また、河床波の形状を表す代表量としては、少なくとも抵抗予測に関する限り平均波長と平均波高で、かなりの程度まで目的を達し得る。

そこで、著者らは、河床波の変化過程を 平均波長・平均波高平面上で追跡することを試み、そのような平面上において、各水理条件ごとに、ひとつのとり易い波高と波長の関係を表す直線があり、それから外れた状態にある河床波は、まず何らかの経路を経てそのような直線に近づいた後、その線に沿って平衡点に近づくことを見出した。

本報は、このような、平均波長・平均波高平面を用いて、河床波の変形過程をさらに明確にするために行った一連の実験と、それに基づく変形過程のモデル化について報告するものである。

#### 2. 実 験 方 法

前回の実験においては、実河川の現象を念頭におき、勾配と流量を独立変数に選んで、勾配を時間的に一定に保ち、2～3の段階の流量を交互に変化させた場での河床波の変形過程を調べたが、緒言に述べたような観点からすれば、必ずしも複雑なハイドログラフを用いた実験を行う必要はなく、むしろ、水量は同じであっても、初期の河床形状を変えることによって、その変形過程がどのように変化するかを調べる方が適切である。そこで、今回の実験においては 種々の形状を有する河床波を 水流あるいは人手で作成したのち、同一の勾配と流量を与えて その変形過程を追跡した。

用いた水路は、幅 50cm、長さ 20mの流砂循環式のもので、通水中に勾配が変化しないよう、下流端水位を絶えず調節して、極力、等流状態を保っている。測定区間は水路中央部の 9 mとし、水路中心線に沿って

Table 1. Initial conditions

Case No.	$\lambda$ (cm)	$d$ (cm)	$\alpha_\lambda$	$\alpha_d$	setting method
1	64	5.5	0.06	0.12	scraper (intended to be triangular)
2	56	3.4	0.25	0.45	water flow ( $I=1/500$ , $q=787\text{cm}^2/\text{s}$ , $T=3\text{hr}$ )
3	56	3.3	0.31	0.58	water flow ( $I=1/700$ , $q=900\text{cm}^2/\text{s}$ , $T=3\text{hr}$ )
4	88	4.7	0.21	0.24	water flow ( $I=1/1000$ , $q=900\text{cm}^2/\text{s}$ , $T=5\text{hr}$ )
5	93	1.8	0.17	0.15	scraper (intended to be triangular)
6	56	1.2	0.16	0.20	scraper ( / )
7	27	0.7	0.25	0.31	scraper ( / )
8	27	1.6	0.13	0.20	scraper ( / )
9	108	5.6	0.07	0.09	scraper ( / )
10	64	2.9	0.10	0.12	scraper ( / )
11	37	3.6	0.05	0.12	scraper ( / )
12	129	0.4	0.40	0.67	scraper (intended to be flat)

サーボ式水位計と電気抵抗式河床測定器を走らせて、水面ならびに河床形状を測定した。

河床材料は、平均粒径1.0mmの均一砂で、前回の実験 Case 12~15 に用いたものと同じである。初期形状設定後の水理条件は、各ケースとも、勾配1/500、単位幅流量  $600\text{cm}^2/\text{s}$  で、約2~3時間の通水を行った。この水理条件に対して、前報と同じ手法を用いて求められた河床波の平均波長  $\lambda$  と平均波高  $d$  の予測平衡値は、それぞれ  $\lambda=69\text{cm}$ 、 $d=1.8\text{cm}$  であり、初期形状が、 $\lambda-d$  平面上において、この点の周囲に広く分布するように考慮して、Table 1 に示すような、12ケースの初期条件を設定した。表中、 $\lambda$  および  $d$  は、平均波長と平均波高を、また、 $\alpha_\lambda$  と  $\alpha_d$  はそれらの変動係数を表している。

Case 2~4の初期形状は、水流によって形成されたものであり、不規則性が強く、変動係数も大きくなっている。これに対して、Case 1 および Case 5~11は、下流側勾配を安息角とする、できるだけ規則的な三角波を人為的に作ったものであり、変動係数も小さい。Case 12 は、砂面をできるだけ平坦に敷きならしたものであり、変動係数は大きい、凹凸の絶対値あるいは波形勾配はきわめて小さくなっている。

ここで、河床波の波長や波高の変動係数を問題にしているのは、たとえば、抵抗の算定においては、平均波長と平均波高で充分であるとしても、それらの時間的变化には、その分布性状が影響を及ぼすと考えられるからである。

なお、今回の実験で対象とした河床波は、砂堆の領域に属するものである。

### 3. 実験結果ならびに考察

Fig. 1~12 は、各実験ケースにおける、平均波長  $\lambda$ 、平均波高  $d$ 、それらの変動係数  $\alpha_\lambda$ 、 $\alpha_d$ 、ならびに波形勾配  $\delta(\equiv d/\lambda)$  の時間変化をプロットしたものである。ここで、個々の波の判別には、二粒径以上の凸凹をすべて取り出し、ひとつの峰から、その直下流の谷までの落差をもって波高とし、その谷をはきむ2つの峰間隔を波長として読み取っている。なお、波形勾配については、個々の波高と波長の比を平均化したものと、平均波高と平均波長の比をとったものとの間に、顕著な差違が見られなかったため、ここでは、前報と同じく、後者の値を用いている。

まず、波長ならびに波高の変動係数  $\alpha_\lambda$ 、 $\alpha_d$  に着目すると、Case 2 を除くと、いずれの実験ケースにおいても、ある程度時間が経過した後は、ほぼ、 $\alpha_\lambda=0.25\sim 0.5$ 、 $\alpha_d=0.3\sim 0.6$  の範囲に入っており、中川・辻本・矢田<sup>2)</sup>によって指摘された  $\alpha_\lambda=\alpha_d=0.4$  に比べると、 $\alpha_\lambda$  がやや小さく、 $\alpha_d$  がやや大きくなっている。平坦河床から河床波が発達する場合、辻本<sup>3)</sup>は、波長・波高とも初期においては変動係数が若干小さいことを指摘しているが、著者らの実験 Case 12 においては、データのばらつきが多く、そのような傾向は明ら

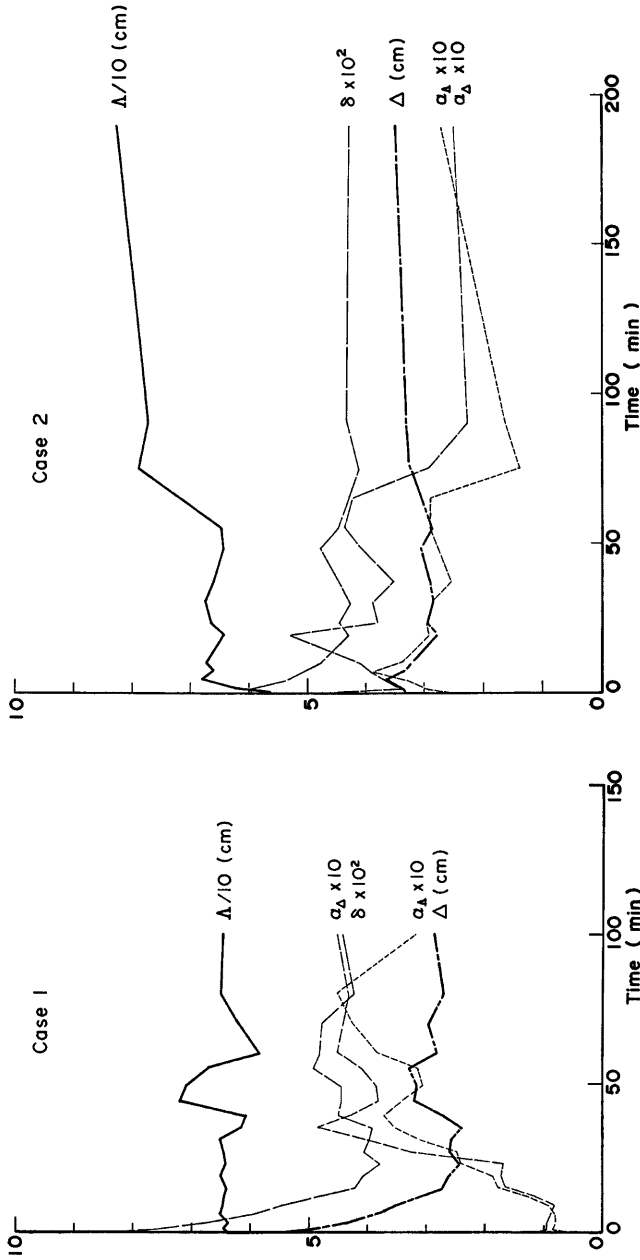


Fig. 1.

Fig. 1~12. Variations with time of mean wave length ( $\Delta$ ), mean wave height ( $\delta$ ), mean wave steepness ( $\bar{\sigma}$ ) and their variation coefficients ( $\alpha_{\Delta}$  and  $\alpha_{\delta}$ ).

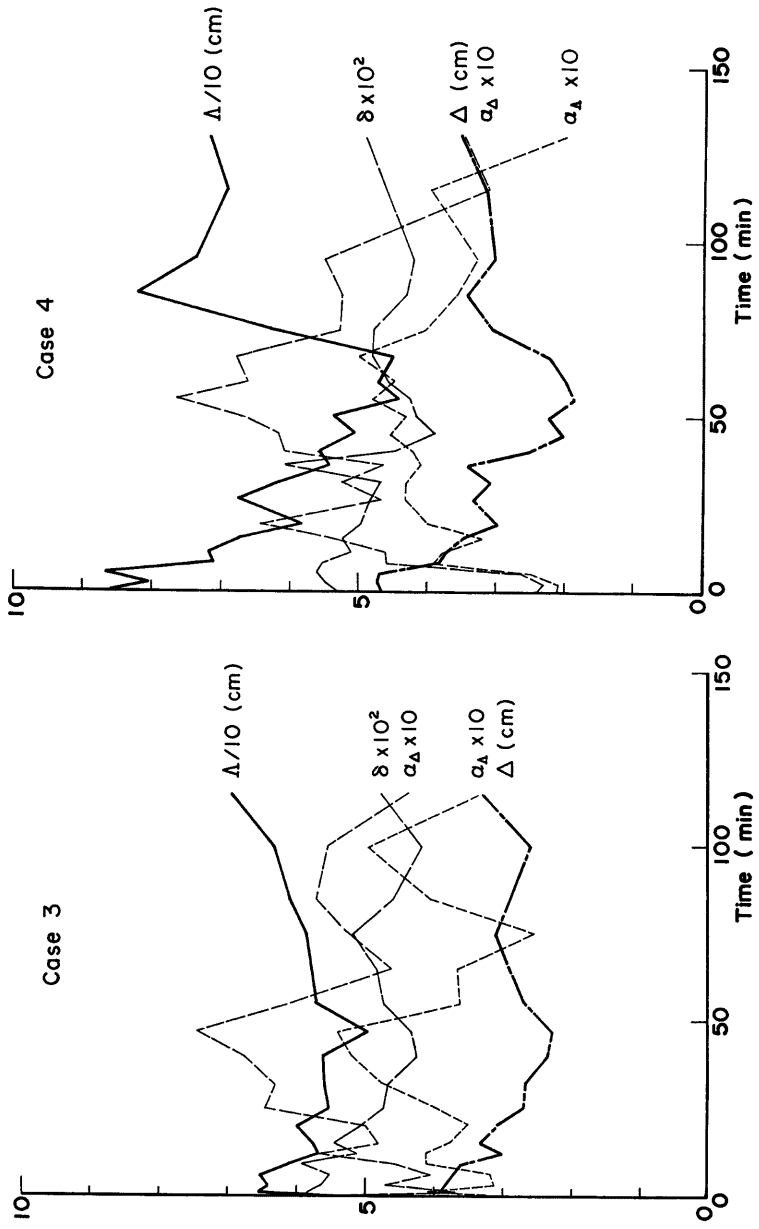


Fig. 4

Fig. 3

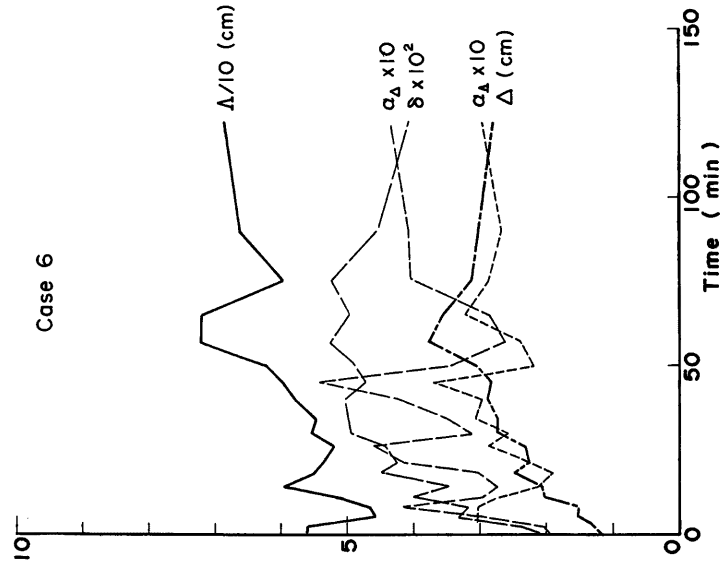


Fig. 5

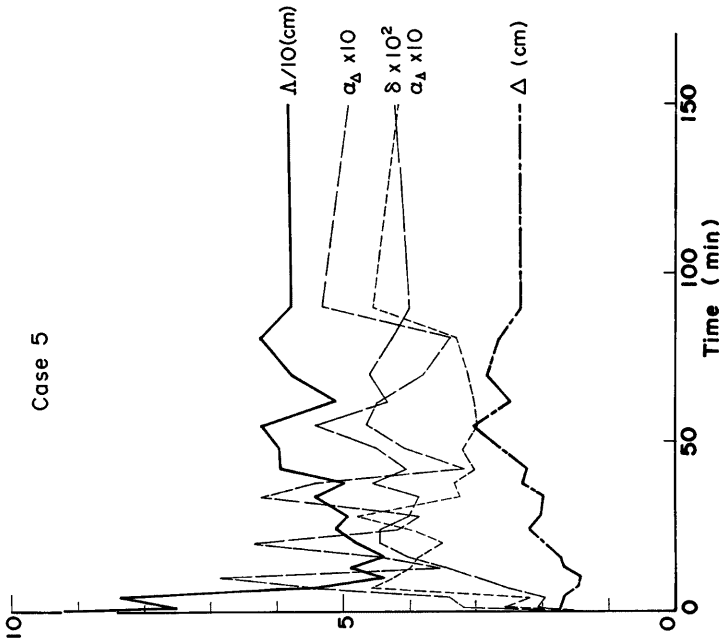


Fig. 6

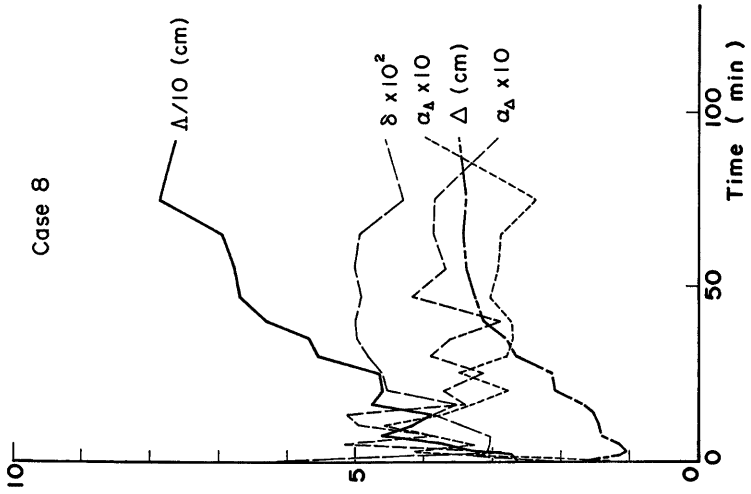


Fig.8

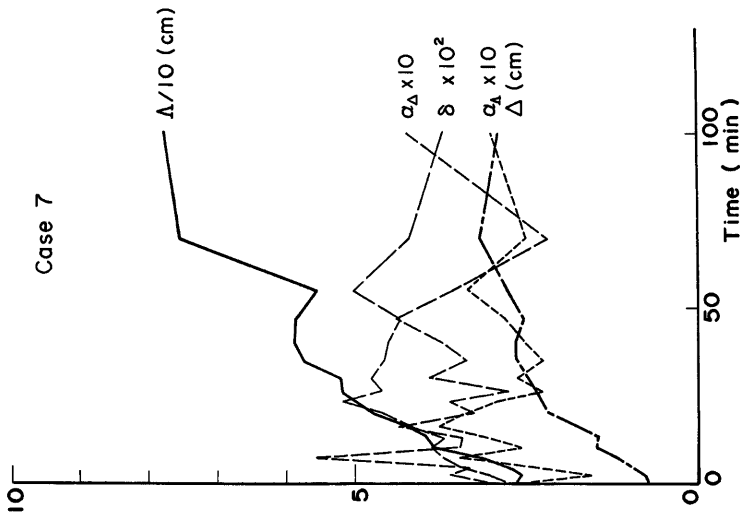


Fig.7

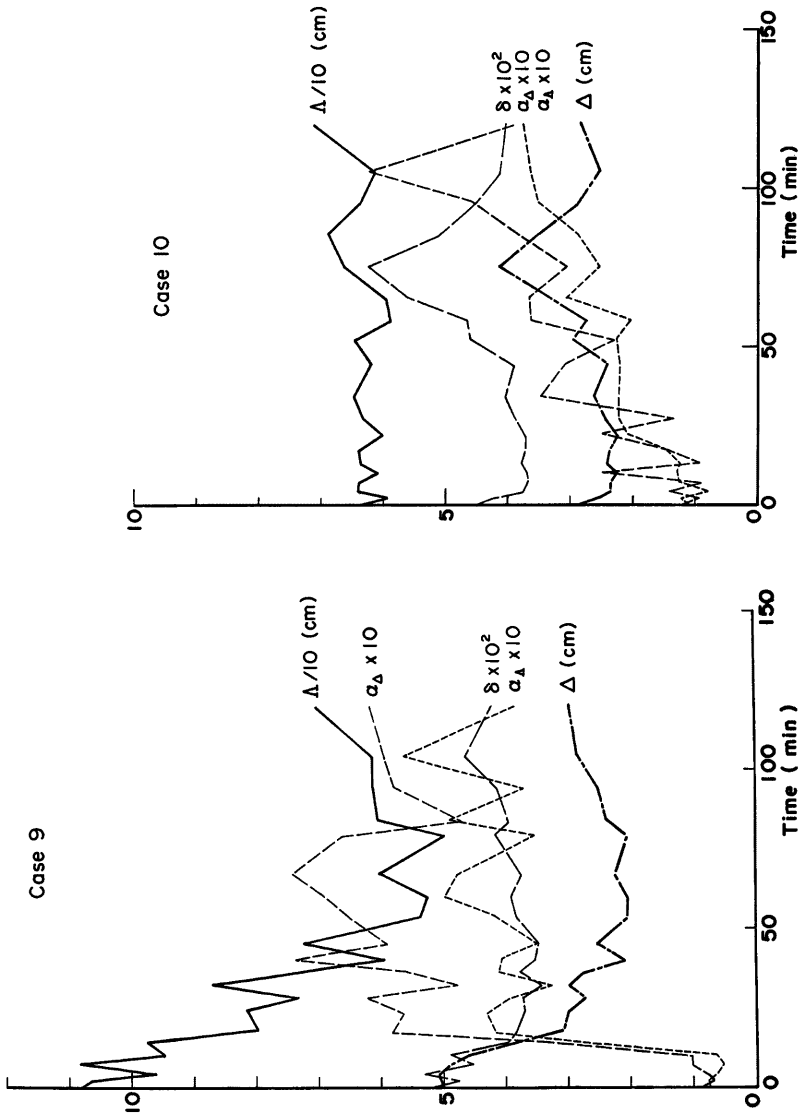
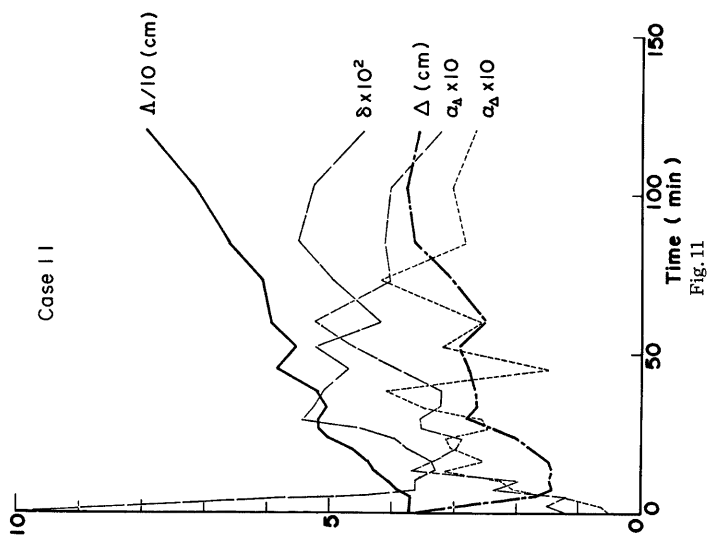
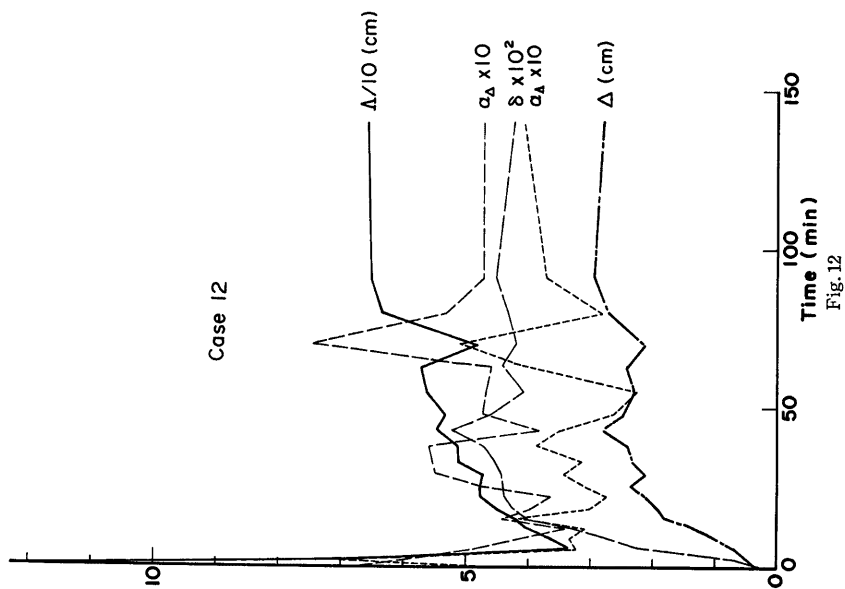


Fig. 10

Fig. 9





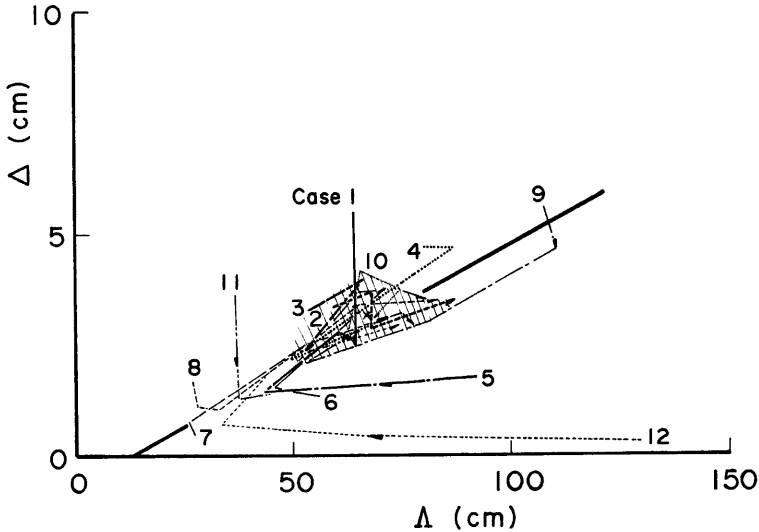


Fig. 13. Traces of sand wave transformation on  $\lambda$ - $\Delta$  plane.

かでない。Case 1 および Case 5~11の、人為的に作られた三角波を初期形状とするケースでは、総じて、初期の変動係数が小さいが、多くの場合、波長・波高とも急速に不規則となり、先に述べた変動係数の範囲に入るようになる。Case 10は、他のケースに比べて、変動係数の増加に長時間を要しているが、これは、初期の平均波長と平均波高が、平衡状態のそれらに最も近かったケースであり、単に、平均波長と平均波高の変化速度だけでなく、それらの変動係数の変化速度もその時点の河床形状が $\lambda$ - $\Delta$ 平面上のどこに位置するかに依存する点で注目される。

次に、Fig. 13は、本研究の主眼とする、平均波長および平均波高の時間的変化を、 $\lambda$ - $\Delta$ 平面上で追跡したものである。この図において見られる顕著な特徴は、前報でも触れたように、ひとつの平衡点と、それを通る1本の直線から大きく隔った河床波は、まず急速にその直線に近づいた後、その直線に沿って減速しながら平衡点に近づくことである。以下、これらの過程を、河床波の変形の第一過程および第二過程と呼ぶことにする。ただし、ここでいう平衡点とは、一定の水理条件すなわち、ある一定の流量と勾配の組み合わせのもとで、長時間通水を行った時に、形成される河床波の波長と波高の期待値のことであって、それらがこの点に向かって収束することを意味するものではない。事実、河床波の平均波長や平均波高は、長時間後においても、かなりの範囲で変動し、厳密な意味での平衡状態は見出し得ない。Fig. 13において斜線を施した部分は、河床波がどの方向に変形するかを決定し難く、長時間後においてもその範囲内を不規則に変動し得るとみなされる領域である。これを平衡領域と呼び、その中央付近をもって平衡点と呼ぶことにすれば、本実験条件に対する平衡点は、平衡波長 $\lambda_s=68$  cm、平衡波高 $\Delta_s=3.1$  cmと近似される。これらの値を前章に述べた予測平衡値と比較すると、波長はほぼ正しく予測されているが、波高の予測値は過小に見積もられており、この種の問題の困難さがうかがわれる。

また、上述の直線、すなわち、与えられた水理条件に対応する、ひとつのとり易い波高と波長の関係を表す直線は、原点と平衡点を結ぶ直線すなわち、波形勾配一定の直線で置き換えても、大きな差はない。

ところで、この直線と大きく隔った点から急速にこの直線に近づく過程、すなわち河床波の変形の第一過

程は、この直線の両側でそれぞれ顕著な特徴を示している。まず、この直線の右下の領域、すなわち平均波形勾配が平衡状態のそれよりも小さい領域では、波高の変化は微小で、波長が急速に減少することにより、この直線に接近する。一方、この直線の左上の領域、すなわち平均波形勾配が平衡状態のそれよりも大きい領域では、波長の変化はわずかで、波高が急速に減少することにより、この直線に接近している。

平均波長は単位長当たりの波数の逆数であるから、上記のことがらを機構的に説明すれば、次のようになる。すなわち、波形勾配が平衡値よりも小さい場合には、波の増幅よりも、分裂あるいは発生が卓越し、波形勾配が平衡値よりも大きい場合には、波の合体あるいは消滅よりも、減衰が卓越している。

これを、前回の実験結果と比較すると、波形勾配が小さい領域での特性は一致するが、波形勾配が大きい領域での特性は異なっている。すなわち、前回の実験では、波形勾配の大きな領域において、波高が減少するとともに、波長が増加することによって、波形勾配が平衡値に近づいていたのである。

前回の実験と今回の実験との間にこのような差違が出たのは、初期河床の作成法の違いによる、波長と波高の分布性状、とりわけ波高の分布の差に起因するものと思われる。前回の実験においては、流量を交互に変化させることによる河床波の変形過程を対象としたため、河床形状は常に不規則で、波高のきわめて小さいものから、平均波高の2倍程度に至るものまで、様々の規模の波が混在していた。このような場で、個々の波が減衰すれば、波高の小さな波は平均波形勾配が平衡値に至るまでに消滅してしまうことになり、平均波長が増大する。ところが、今回の実験のように、初期形状が規則的である場合には、個々の波が減衰して消滅に至るまでに、平均波形勾配が小さくなって、第二過程へと移行してしまうのである。

他方、波形勾配の小さな領域では、波の分裂・発生が生じるが、これには長時間を要せず、波長や波高の分布にさほど依存しないものと考えられる。

このようにして、波形勾配が一旦平衡値に近づくと、河床波の変形過程は第二過程へと移っていく。本実験のように、水理条件が一定に保たれている場合には、先に述べたような意味での平衡領域への移行時間の大半は、第二過程に費やされ、第一過程に費やされる時間はごく短い。

なお、著者らの実験においては、諸量の変動が大きいことと、再現性の低さのために上記の平衡領域の範囲がきわめて広く、波長・波高とも平衡値の±30%程度を占めているが、これが現象の本質であるのか、実験条件の制御法に起因するものなのか、測定法あるいはデータ処理法によるものなのかは、定かでない。

#### 4. 河床波の変形過程に関するモデル化

流量変化時等の、より複雑な条件下での河床波の変形過程を一般的に論じるには、解析モデルを作ることが必要であるが、その際、次のような三つの機構を考える必要がある。

- 1)  $\Delta/A < \Delta_0/A_0$  の場合：河床波の分裂により、波形勾配が増加して、平衡状態のものに近づく。
- 2)  $\Delta/A = \Delta_0/A_0$  の場合：波形勾配をほぼ一定に保ちながら、時間に関して指数関数的に平衡点に近づく。
- 3)  $\Delta/A > \Delta_0/A_0$  の場合：波の峰部が洗掘されて谷部を埋め、波形勾配が減少して、平衡状態のものに近づく。

まず、1)の機構において、新しい波の発生は、波形勾配と密接なつながりをもっている。なぜなら、少なくとも砂堆の領域においては、ある定まった水理条件の下では、段落ち点から波高の一定倍の距離内には新しい波が発生しないからである。(上野・宇民・有本<sup>4)</sup>によれば、砂澁の領域では、斜めらせん流の作用により段落ち点の直下流に別の波の発生することが特徴とされている。)

今、平坦河床上での単位距離・単位時間当たりの波の発生頻度を  $\alpha$  とし、上記の波の不発生領域以外では、この波の発生頻度が保たれているものとする、単位距離当たりの波数  $n$  の増加速度は、次式で表される。

$$dn/dt = \alpha(1 - \beta \Delta/A) \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\beta$  は係数であるが、平衡状態において  $dn/dt = 0$  であることにより、

$$\beta = A_s/A_s \dots\dots\dots (2)$$

となる。波長は波数の逆数であるから、

$$A = 1/n \dots\dots\dots (3)$$

と表され、式(1)、(3)から  $n$  を消去することにより、

$$dA/dt = -\alpha A^2 \{1 - (A_s/A_s) \cdot (A/A)\} \dots\dots\dots (4)$$

が得られる。

また、新しい波が発生した瞬間、その波の波高はきわめて小さく、元の波の波高はそのままであるとすると、微小時間  $\delta t$  の前後における、波数と平均波高の関係は、

$$(A + \delta A)/A = n/(n + \delta n) \dots\dots\dots (5)$$

となる。ここに、 $\delta n$  および  $\delta A$  は、それぞれ  $\delta t$  内の波数および平均波高の増分である。上式より、平均波高の変化速度は、

$$dA/dt = -(A/n) dn/dt \dots\dots\dots (6)$$

と表され、式(1)、(3)を代入することにより、

$$dA/dt = -\alpha A^2 \{1 - (A_s/A_s) \cdot (A/A)\} \dots\dots\dots (7)$$

が導かれる。

式(7)の誘導においては、新しい波の発生のみを取り上げて、個々の波の増幅や 合体による波数の変化を考慮しなかったが、実際には それらの要素が混じり合っている。

特に、波形勾配が平衡値になっている場合、すなわち2)の場合には、波長・波高が共に時間に関して指数関数的に平衡値に近づくことが知られており<sup>3)</sup>、それを微分形で表現すれば、

$$dA/dt = A(A_s - A) \dots\dots\dots (8)$$

$$dA_s/dt = B(A_s - A) \dots\dots\dots (9)$$

となる。

1)の過程において、これらの機構がどのような形で共存するかは定かでないが、ここでは簡単のため、式(4)と(9)あるいは式(7)と(8)が加算的に重ね合わせられるものと考えよう。そうすれば、1)および2)の領域においては河床波の変形過程が次のように定式化される。

$$dA/dt = A(A_s - A) - \alpha A^2 \{1 - (A_s/A_s) \cdot A/A\} \dots\dots\dots (10)$$

$$dA_s/dt = B(A_s - A) - \alpha A_s^2 \{1 - (A_s/A_s) \cdot A_s/A_s\} \dots\dots\dots (11)$$

特に、水量が時間的に変化しない場合には、 $\alpha$ 、 $A_s$ 、 $A$ 、もそれぞれ一定であるから

$$A/A_s \equiv \xi \dots\dots\dots (12)$$

$$A/A_s \equiv \eta \dots\dots\dots (13)$$

$$t\alpha A_s \equiv \tau \dots\dots\dots (14)$$

とおくと、

$$d\eta/d\tau = A'(1 - \eta) - \xi\eta + \eta^2 \dots\dots\dots (15)$$

$$d\xi/d\tau = B'(1 - \xi) - \xi^2 + \xi\eta \dots\dots\dots (16)$$

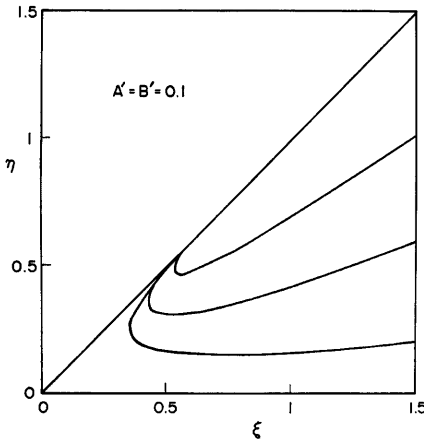


Fig. 14. Traces of sand wave transformation on  $A$ - $D$  plane based on the equations (15) and (16).

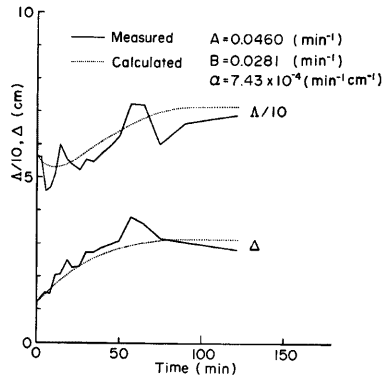


Fig. 15. Comparison of the variations with time of  $A$  and  $D$  based on the equations (8) and (9) and the experimental result.

が得られる。ここに、 $A' \equiv A/(\alpha A_0)$ 、 $B' \equiv B/(\alpha A_0)$  である。

2)の過程において、波形勾配がほぼ一定に保たれることを考慮すれば、係数  $A$  と  $B$  あるいは  $A'$  と  $B'$  はほぼ等しいことが期待されるから、それらの値を試行錯誤的に与えて、 $\xi$ - $\eta$  平面上における変形のパターンを実測値と比較し、係数の値を評価することは、さほど困難ではない。Fig. 14 は、 $A' = B' = 0.1$  において、式(8)、(9)を積分し、 $A$ - $D$  平面上で軌跡を描いたものである。これを Fig. 13 の実験結果と比較すると、波長が長くて波高の小さな領域において、河床波の分裂に伴って、まず波長と波高がともに減少し、続いて分裂はするものの、増幅が生じるようになり、やがて分裂よりも統合が卓越して波長も増大するようになる過程が、よく模擬できている。

Fig. 15 は、Case 6 の実験値に最もよく適合するような  $A$ 、 $B$ 、 $\alpha$  の値を与えて、式(10)、(11)を積分し、実験結果と比較したものである。しかしながら、この場合、係数  $A'$  ならびに  $B'$  の値は、それぞれ、0.86 および 0.53 となり、Fig. 14 に示した、全体的な適合値 0.1 とは非常に異なっている。

また、たとえ、 $A'$  や  $B'$  の値は、さらに多くの実験を重ねることによって精度よく推定できるようになるとしても、 $A$ 、 $B$  あるいは  $\alpha$  の値そのものは当然 水量によって変化するものであり その関数関係を実験のみによって見出すことはほとんど不可能である。そこで これらの値を実験によらずに、ある程度理論的な考察から決定できるようなモデルが必要である。

なお 3)の機構のモデル化については 河床波の波長や波高の分布性状との関連をも含めて、今後、考察を進めていきたいと考えている。

## 5. 結 語

以上、砂堆の領域に属する河床波の変形過程に関する実験に基づいて、いくつかの法則性を見出すとともに、それを定式化するためのモデルについて考察した。得られた結果を要約して結語とする。

1° 流量や勾配の水力条件が一定の場合、任意の初期形状をもつ河床波は、まず、何らかの経路を経て比較的急速に、平衡状態の波形勾配に近い波形勾配をもつようになり、その後、その波形勾配を保ちながら、

時間に関して指数関数的に平衡状態の波長と波高に近づいていく。

2° 河床波の平均波形勾配が平衡状態のそれよりも小さい領域では、波の分裂が支配的で、平均波長が急速に減少するが、個々の波の増幅が重なるため、平均波高の変化は微小である。

3° 河床波の平均波形勾配が平衡状態のそれよりも大きい領域では、波の埋め戻しが支配的で、波高が急速に減少するが、それに伴う波長の変化は、波長や波高の分布性に依存する。すなわち、それらが不規則に分布している場合には、波長の増大を伴うが、人為的に与えた規則的な波の場合には、波長の変化は微小である。

4° 河床波の峰の直下流から、波高の一定倍の距離内には新しい波が発生しないことに着目して、波の分裂頻度を平均波形勾配と結びつけ、さらに、個々の波が平衡状態に向かって増幅・合体していく効果を重ね合わせることによって、波形勾配の小さな領域からの河床波の変形過程を定式化した。

しかしながら、モデルに含まれる諸係数を、水量と結びつけて評価するまでには至っておらず、さらに検討が必要である。また、波形勾配の大きな領域における、河床波の崩壊過程についても、モデル化をはかる必要がある。

#### 参 考 文 献

- 1) 芦田和男・沢井健二：河床波の変形過程に関する実験的研究，京都大学防災研究所年報，第23号B-2，1980，pp. 457-473.
- 2) 中川博次・辻本哲郎・矢田 篤：河床形状と流砂の相互関係と河床波の変形過程について，京都大学防災研究所年報，第21号B-2，1978，pp. 385-405.
- 3) 辻本哲郎：掃流過程の確率モデルとその移動床問題への応用，京都大学博士論文，1978，p. 154.
- 4) 上野鉄男・宇民 正・有本俊志：河床波の発生・発達過程に関する実験的研究(2)，京都大学防災研究所年報，第22号B-2，1979，pp. 521-535.
- 5) Yalin, M. S. : On the Development of Sand Waves in Time, Proc. 16th Cong. IAHR, B-27, 1975, pp. 212-219.