

洪水流出モデルの最適定数

永井明博・角屋 睦

OPTIMUM PARAMETERS OF FLOOD RUNOFF MODELS

By *Akihiro* NAGAI and *Mutsumi* KADOYA

Synopsis

This paper discusses some properties of the optimum parameters of the two typical flood runoff models, such as the kinematic model with two parameters and the storage function model with three parameters. The optimum set of the parameters is identified under the chi-square criterion of errors by the SP (Standardized Powell) method which is one of the mathematical optimization techniques. Both flood runoff models are applied to simulate hydrographs at the outlets of the Echi mountain river watershed of 108 km², the Shimokari hill river watershed of 1.3 km², and the Tenjin urban watershed of 2.6 km². Main results are summarized as follows:

- 1) From the parameter relating to the flow regime, it has been clarified that the Manning law is applicable to the kinematic model for flood runoff of peak discharge larger than 4 m³/sec/km².
- 2) The optimum parameters of the storage function model are related to the ones of the kinematic model. The formulae combining them are obtained theoretically under some assumptions and proved by optimum parameters obtained.
- 3) The functional expression of trough in the response surface composed of parameters is given experimentally and theoretically under some assumption. This result suggests the possibility of the development of the new technique for parameter optimization.

1. ま え が き

これまで出水モデルのモデル定数については、不明確な点が少なからず残されており、たとえば表面流モデルと貯留関数との類同性からみて、斜面流に Manning 型表面流を想定することは疑問であるとする意見もみられる。このような問題を解決する一つの方法として洪水流出モデルの最適同定が考えられる。一般に流出モデルの最適定数を知ることは、流出モデルの普遍化・総合化・互換化を図る上で有用なことであり、また自然丘陵山地域の一部が開発都市化された場合の出水形態変化の予知法を確立する上でも重要な手掛りを与えるものと期待される。

こうした観点から、われわれはこれまで下狩川丘陵地流域および天神川市街地流域における出水資料を基礎として、いくつかの検討を加えてきた¹⁾。しかし雨水流モデルの最適定数や貯留関数法の遅れ時間などについての一般的法則を得るためには、まだ検討すべき問題点を残していた。

本文では、これらの問題解決のため、さらに愛知川山地流域を加え、流域条件がかなり大きく異なるこれら3流域を対象として、代表的出水モデルと目される雨水流モデルと貯留関数法の最適同定を行い、その最適定数に基づいて、斜面流の抵抗則定数、流域モデル構成法と最適定数の関係、および両出水モデルの相互関連性について検討を加えた結果を報告する。

2. 研究対象流域と流域モデル

2.1 愛知川山地流域

ここで研究対象とする愛知川流域とは、農林水産省によって建設された永源寺ダムへの流入量観測地点である如来堂観測点上流域 (108 km²) である。この流域の約2/3は砂岩・粘板岩からなる古生層であるが、鈴鹿山脈沿いの東部や下流の一部には花崗岩からなる中生層がみられ、ほぼ全域が山林となっている。

Fig. 1 に1/2.5万地形図に記載されている河道網を示す。この流路総延長は約96 km、主河道長は19.9 km であって、Strahler 方式によるこの河道網の最高次数は $U=4$ である。2本の3次河川の合流直後に別の3次河川が合流しており、その直下流に如来堂流量観測点があるため、 $U=4$ とするときの河道長則に疑問はあるが、他の地形則はほぼ成立している。

流域を U 次集水域およびその残流域に細分して得られる流域モデルを U 次流域モデルとすると、1次流域モデルのブロック数は59となる。ただし U 次流域モデルの河道長は、 $U \geq 2$ のとき (U 次河道長) + ($U-1$ 次主河道長) とすると、バランスのよい流域モデルの得られることがわかっているので²⁾、ここでもその方式を用いた。

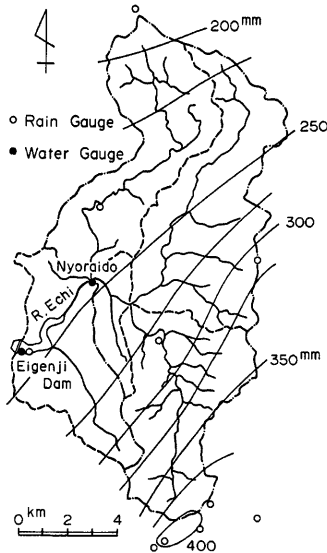


Fig. 1. Outline of the Echi River Basin. River channels are the ones in the topographical map of 1/25000 scale. Isohyetal lines show total rainfall during July, 24-27, 1974.

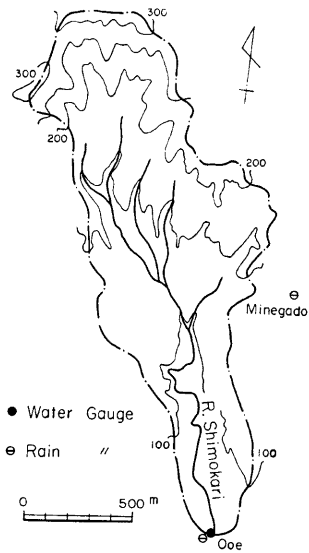


Fig. 2. Physiographical map of the Shimokari River Basin.

2.2 下狩川丘陵地流域

下狩川は京都市西南部に位置する小畑川上流域の一支川である。流域面積は1.32 km² であり、Fig. 2 に示す地点でわれわれの手によって雨量・流量の観測が行われている。この流域の1/3にあたる上流山地部は古生層に属し、残り2/3の中下流部は洪積層であって竹が主植生である。山林・竹林の全面積に占める割合は93%で、他は水田5%、道路2%となっている。雨水流モデルを適用する際の流域モデルは、1ブロック

に集中化したものを用いた。ただし河道長は、1/1万地形図上において等高線の幅奥行比 $w/l=1$ までを河道と定義して、河道網を Strahler 方式で次数化したときの最高次数 $U=4$ の河道長に $U=3$ の主河道長を加えた値とした。

2.3 天神川市街地流域

京都市北西部に位置するこの流域では、Fig.3の上下流水位観測点において、われわれの手によって観測が行われている。対象とした流域は、この上下流水位観測点間に流入する地域である。流域面積は 2.63 km² であるが、その大部分は宅地・商工業地であって、道路網・下水路網もよく整備され、ほぼ完成された都市域である。また天神川は上流端で丘陵山地流域 (5.3 km²) 河川である 紙屋川に接続し、都市域の下水も流入している。雨水流モデル適用時の流域モデルは、天神川の流れ方向に直接流入する3個のブロックとした¹⁾。

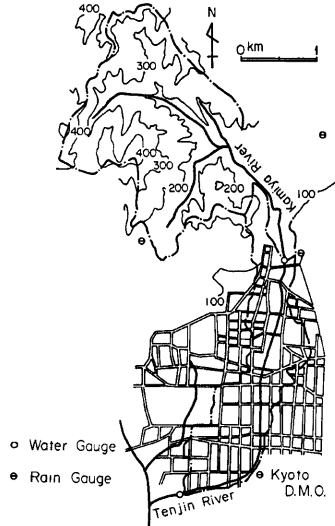


Fig. 3. Physiographical map of the Tenjin basin.

3. 洪水流出モデルと最適同定法

3.1 雨水流モデル

基礎式は次式である。

$$\text{斜面流: } h = k q^p, \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r_s \dots\dots(1)$$

$$\text{河道流: } W = k_r Q^{p_r}, \quad \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_I \dots\dots(2)$$

ここに、 h : 水深、 q : 斜面単位幅流量、 r_s : 有効降雨強度、 W : 河道流積、 Q : 流量、 q_I : 河道単位長流入量、 t : 時間、 x : 距離、 k , p ; k_r , p_r : 定数。

斜面流定数 k , p は次の意味をもっている。

$$\text{層流型表面流} \quad : \quad k = \{3 \nu / (gs)\}^p, \quad p = 1/3 \dots\dots(3)$$

$$\text{Manning 型表面流} \quad : \quad k = (N/\sqrt{s})^p, \quad p = 0.6 \dots\dots(4)$$

$$\text{Darcy 型中間流} \quad : \quad k = \lambda / (k_r s), \quad p = 1 \dots\dots(5)$$

ここに、 ν : 動粘性係数、 g : 重力加速度、 s : 斜面勾配、 N : 等価粗度、 λ : 有効間ゲキ率、 k_r : 表層土透水係数。

ただし最適値の探索では、 k , p が全斜面一様であるとして扱う。

河道流定数 k_r , p_r は、現地踏査による河川横断測量結果に基づいて決定する。ただし愛知川流域の河床勾配については、地形図上から推定した値は、現実の値よりもかなり大きめの値になっていると考えられたので、その上限を1/40に押えた。

3.2 貯留関数法

基礎式は次式である。

$$S_t = K Q^P, \quad S_t = \int_0^{t-T_t} r_s d\tau - \int_0^t Q d\tau \dots\dots(6)$$

ここに、 S_t : 遅れ時間 T_t を考慮した見かけの流域貯留量、 Q : 流量、 K , P , T_t : 定数。

貯留関数の計算では、上式の有効雨量 r_s の扱いに、流入係数 f あるいは一次流出率 f_1 と飽和雨量 R_{ss}

の概念を導入する例が多いが、ここでは別途に推定した有効雨量 r_e を用い、 K, P, T_i のみを定数と考えて最適同定を行う。これは貯留関数の長所を生かすことができるだけでなく、総合化の目安もつきやすいと考えられるからである。

また、愛知川流域の $U = 1 \sim 3$ 次モデルについては、流域モデルの集中化に伴うモデル定数の変化を吟味するため、貯留関数を分布形式にして扱うことにした。この際には斜面と河道のそれぞれに貯留関数を設定する例が多いが、そのような方式では未知数が多くなりすぎて最適同定が困難になり、とくに遅れ時間がいまいになる。そこで河道の貯留関数は考えず、次の方法を採用した。すなわち河道は、その上流端に流入するハイドログラフを遅らせる機能しかもたず、この遅れは流入ハイドログラフのピーク流量の伝バ速度で決まるものとする。この際当該河道に付随する斜面からの横流入量による伝バ時間の変化は無視できるものとみなす (Fig. 4)。このようにすると、上流端のピーク流量を Q_0 、河道長を L とするとき、河道の遅れ時間 t_l は次式で表わされる。

$$t_l = L \frac{k_e p_e}{Q_0^{1-p_e}} \dots \dots \dots (7)$$

このように河道を取扱うこととし、 K, P, T_i を流域一様のモデル定数として、その最適値を探索する。

3.3 最適同定法

最適値を得るための目的関数として次式を採用する。

$$J_{x_0} = \frac{1}{M} \sum \frac{(Q_0 - Q_e)^2}{Q_e} \rightarrow \min, \quad Q_0 \geq Q_* \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 J_{x_0} : 誤差評価基準、 Q_0 : 実測流量、 Q_e : 計算流量、 M : $Q_0 \geq Q_*$ をみとす dt ごとのデータ数、 Q_* : 誤差評価の対象とする最低流量。

雨量および流量データの単位時間 dt は、愛知川では60分、下狩川では30分と60分の2種類について検討することとし、天神川市街地流域では $dt = 10$ 分とする。また Q_* は、下狩川では中間流出の最大強度が2~3 mm/hr 程度であることがこれまでにわかっているので、 $Q_* = 1 \text{ m}^3/\text{sec}$ とするが、愛知川ではこれらの吟味をしていないので、とりあえず $Q_* = 0$ とする。また天神川では丘陵山地域からの流入量、都市下水量などから総合的に判断して $Q_* = 1 \text{ m}^3/\text{sec}$ とする。

最適同定法としては、われわれはすでに効率のよい SP 法 (基準化 Powell 法) を提案しているので³⁾、それを用いる。この方法は、数学的最適化手法の一種である Powell の共役方向法⁴⁾ を用いて、基準化変数 y_1, y_2, y_3 を次のようにおき、その最適値を同時に探索する方法である。

$$\text{雨水流モデル: } y_1 = \frac{k}{k_0}, \quad y_2 = \frac{p}{p_0} \dots \dots \dots (9)$$

$$\text{貯留関数法: } y_1 = \frac{K}{K_0}, \quad y_2 = \frac{P}{P_0}, \quad y_3 = \frac{T_i}{T_{i0}} \dots \dots \dots (10)$$

ここに、モデル定数の下側添字 0 は、初期値を表わす。

またモデル定数が非負の制約条件を満足させるためにペナルティ関数を用いる。

結果的には貯留関数法の最適定数 $[K, P, T_i]_{opt}$ は、後述のいずれの出水でも同時に求まったが、雨水流モデルでは、極小点がいくつか存在することもある計算時間が長くなり、 $[k, p]_{opt}$ が同時に求めにくい場合が、市街地流域、愛知川1次流域モデルについて検討した際にみられた。その場合には代替法として、いくつかの p ごとの k_{opt} を探索する方法を採用した。

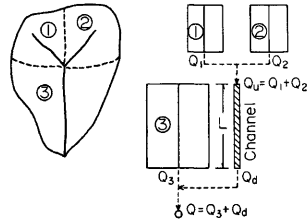


Fig. 4. Calculation scheme for the storage function model of distributed type.

3.4 解析対象出水と有効雨量

解析には、Table 1 の9出水を対象とする。Flood E₃ は Q_p=2.6 m³/sec/km² の小出水であるが、その他は Q_p=4 m³/sec/km² 以上の大中出水である。

下狩川および天神川流域では雨量は流域一様としたが、愛知川流域については、降雨最盛時には3~4hrごと、その他のときには12hrごとに等雨量線図を描き、Fig.1中に破線で示されるブロックごとに面積雨量を算定した。昭和49年7月出水時の総雨量分布を同図中に例示している。有効雨量はFig.5の保留量曲線が各ブロックとも同一であるとして、各ブロックごとに有効雨量を推定した。1~3次流域モデルによる解析では、ブロックごとに有効雨量が異なる場合を基準とするが、これを全流域一様とみなす場合についても検討する。Fig.5には下狩川流域の保留量曲線も併示している。

Table 1. Outline of floods for runoff analysis.

Basin (km ²)	Flood	Date	Total Rainfall (mm)	(Observatory)	Retention (mm)	Peak Discharge (m ³ /sec/km ²)	Time Unit of Data (min)
R. Echi (108km ²)	E ₁	July, 24-27, 1974	269	(Areal Mean)	155	6.3	60
	E ₂	July, 3- 5, 1975	145	(")	97	4.1	"
	E ₃	Sept. 8-12, 1977	292	(")	76	2.6	"
R. Shimokari (1.32km ²)	S ₁	Jume, 25-27, 1969	196	(Ooe)	71	7.1	30, 60
	S ₂	Sept. 6- 8, 1971	214	(Areal Mean)	55	4.2	"
	S ₃	Sept. 16-18, 1972	143	(Minegado)	78	5.4	"
R. Tenjin (2.63km ²)	T ₁	Aug. 21-22, 1973	33.5	(Kyoto M. O.)	11.4	11.0	10
	T ₂	June, 17-18, 1974	125.5	(")	29.8	14.1	"
	T ₃	July, 4- 5, 1974	46.0	(")	22.0	7.2	"

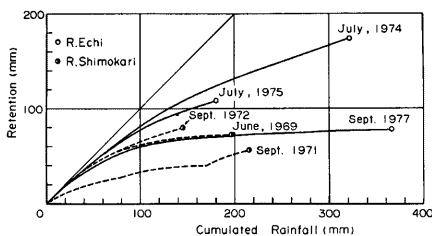


Fig. 5. Retention curves in the Echi and the Shimokari basins.

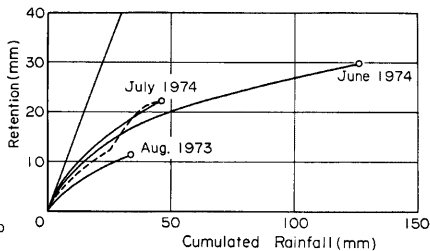


Fig. 6. Retention curves in the Tenjin urban basin.

天神川市街地流域の有効雨量は Fig. 6 の保留量曲線から推定した。Flood T₃ については同図実線を用いる場合を基準とし、降雨休止期間に保留能の回復を想定する同図破線を用いる場合を特に Flood T₃' とする。

保留量曲線の作成に用いた直接流出高の推定には、愛知川・下狩川流域では、地下水流出は指数関数的に減水するものとして、これを片対数紙上で降雨終了時まで逆挿した後、この点と立上り点を結ぶ方法を用いた。一方天神川市街地流域では、地下水流出は無視できるものと考え、丘陵山地域から天神川上流端への流入量および洪水前後の期間から推定した流域下水量の合計値を下流端流量から差し引き、これを直接流出量とした。

天神川上流端流入量は、雨水流モデルでは境界条件として扱い、貯留関数法では洪水ごとに一定流下時間(10~20分)遅れて下流端に到達するとして扱った。

4. 流出モデルの最適定数

4.1 愛知川流域

(1) 4次流域モデルの最適定数

雨水流モデル・貯留関数法の最適同定を行い、Table 2, 3の結果を得た。同表中の J_{RE} は次式で定義される相対誤差 (%) である。

$$J_{RE} = \frac{100}{M} \sum \frac{|Q_o - Q_e|}{Q_o}, \quad Q_o \geq Q_* \dots\dots\dots(11)$$

Table 2. Optimum parameters and errors in the kinematic model.

Flood	k (m-sec)	p	J_{XS} (mm/hr)	J_{RE} (%)	Remarks
E ₁	0.46	0.58	0.099	15.1	} 4th-order watershed model
E ₂	0.46	0.61	0.065	9.5	
E ₃	2.63	0.84	0.070	13.8	
S ₁	4.0	0.68	0.029	5.0	$\Delta t = 30$ min
	3.7	0.67	0.022	4.6	60
S ₂	1.9	0.54	0.13	12.2	30
	1.3	0.49	0.12	12.3	60
S ₃	1.8	0.62	0.018	4.8	30
	1.9	0.62	0.016	4.5	60
T ₁	0.18	0.49	0.095	8.5	$t_* = 0$ min
	0.13	0.57	0.040	7.0	6
T ₂	0.28	0.62	0.40	17.6	0
	0.25	0.61	0.39	17.3	1
T ₃	0.34	0.65	0.12	9.7	0
	0.19	0.64	0.10	9.2	8

note: 1) Δt : time unit of data,
2) t_* : assumed time lag of recording chart.

雨水流モデルの定数 p と貯留関数の P とをみると3出水とも $p_{opt} = P_{opt}$ となっていることが注目される。最適定数による再現結果の一例を Fig.7 に示すが、適合性はきわめて良好である。

Flood E₁, E₂ の大中出水に対して、雨水流モデルで抵抗則を表現する定数 p は、 $p_{opt} = 0.6$ 、すなわち、Manning 則を想定してよいことを示している。いろいろな p の値に対する誤差を Flood E₁ について例示すると、Fig.8 のようである。これより大中出水に対しては層流型表面流モデル ($p=1/3$) あるいは中間流モデル ($p=1$) は誤差が大きく、適切ではないことがわかる。同様のことが貯留関数法の P についてもあてはまる。

また雨水流モデルの $[k, p]_{opt}$ 、貯留関数の $[K, P, T_i]_{opt}$ は大中出水に対してほぼ同一値となっている。このことは大中出水に対しては同一のモデル定数を用いても実用上十分満足できる結果の得られることを示している。

Table 3. Optimum parameters and errors in the storage function model.

Flood	k (mm-hr)	P	T_1 (hr)	J_{XS} (mm/hr)	J_{RE} (%)	Time Unit of Data, Δt (min)
E ₁	6.8	0.58	0.58	0.064	10.7	60
E ₂	6.4	0.61	0.66	0.0091	5.1	〃
E ₃	7.0	0.89	0.46	0.063	13.2	〃
S ₁	4.6	0.65	0.32	0.043	7.0	30
	4.9	0.57	0.53	0.030	6.2	60
S ₂	7.2	0.62	0.42	0.056	6.2	30
	9.5	0.52	0.45	0.071	7.3	60
S ₃	4.1	0.60	0.21	0.012	3.4	30
	4.0	0.55	0.40	0.013	4.4	60
T ₁	0.77	0.47	0.26	0.060	7.8	10
T ₂	1.18	0.52	0.13	0.43	17.7	〃
T ₃	0.48	0.68	0.29	0.12	10.5	〃
T ₃ '	0.45	0.71	0.29	0.087	9.8	〃

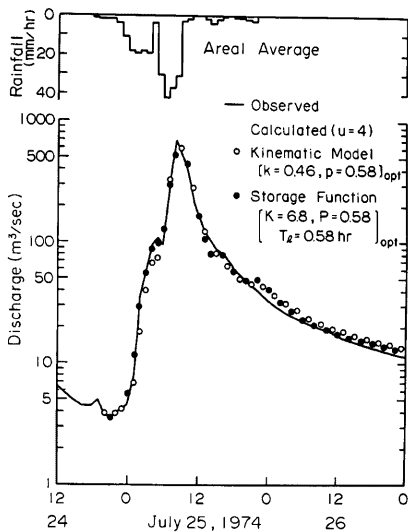


Fig. 7. An example of simulated hydrographs at Nyoraido of the Echi River.

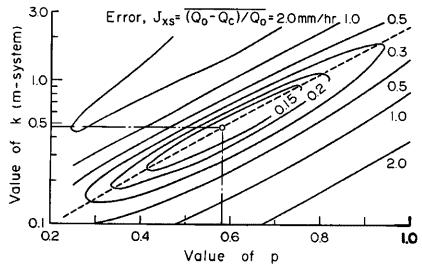


Fig. 8. A response surface of the kinematic model parameters. ($U=4$, Flood E₁).

一方, Flood E₃ の小出水の p_{opt} , P_{opt} は Manning 則の $p=0.6$ と中間流モデルの $p=1$ の中間的な値となっている。これは Flood E₃ のような小出水では中間流出成分が卓越しているためと考えられる。

(2) 流域モデルの集中化と最適定数

流域モデルの集中化に伴い, 流出モデル定数の最適値がどのように変わるかを, Flood E₁ について 調べ

た結果を Fig. 9 に示す。ここでもブロックごとに異なる有効雨量を用いた。雨水流モデルの k_{opt} は流域モデルの集中化に伴い指数関数的に小さくなる。 p_{opt} も若干小さくなるが、この程度の流域の細分化の範囲内では $p_{opt} \approx 0.6$ =一定とみてよい。貯留関数の $[K, P]_{opt}$ は次数によりほとんど変化しないが、 T_e は流域の集中化に伴って等比級数的に変化することが注目される。

また Fig. 9 から、次数による誤差の変化はほとんどなく、 $A=100 \text{ km}^2$ 程度の流域では、これを単一ブロックとして扱っても実用的には十分満足できる解の得られることがわかる。またこのことは雨量の地域分布を無視するの可能性を示唆している。これを実証するために、流域一様の有効雨量を用いた場合の貯留関数の最適同定結果も Fig. 9 中に黒丸で併示しているが、モデル定数の変化はほとんどなく、相対誤差も若干大きくなる程度で大差は生じていない。これは Fig. 1 に示される程度の雨量分布があっても、これを流域一様の平均雨量を用いて扱えることを示している。

4.2 下狩川流域

得られた最適定数を Table 2, 3 に併示している。雨水流モデルでは、データの単位時間 Δt の選び方を変えても $[k, p]_{opt}$ はほとんど変わらない。一方、貯留関数法では $[K, P]_{opt}$ にあまり変化はみられないが、遅れ時間 T_e が割合大きく変動している。これは後述するように、 T_e は有効降雨波形の関数と考えられるが、データの単位時間 Δt を大きくすると、その波形が若干平均化されることの影響と思われる。 $\Delta t=30$ 分単位のデータを用いる場合の $[K, P, T_e]_{opt}$ の値の方が信頼性は高いとみられるが、 T_e はいずれも Δt

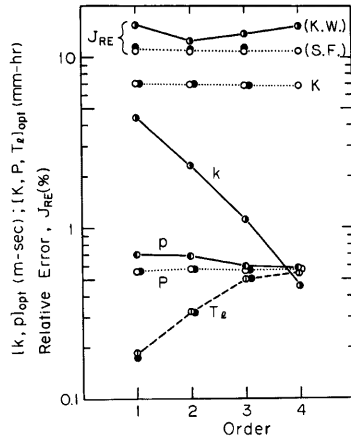


Fig. 9. Optimum parameters and errors for Flood E₁.
K. W.: kinematic runoff model,
S. F.: storage function model.

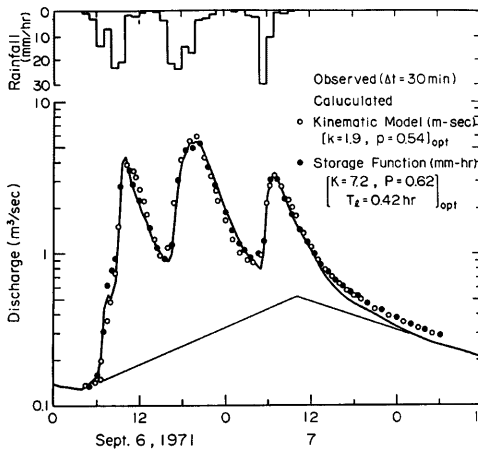


Fig. 10. An example of simulated hydrographs at the outlet of the Shimokari basin. (Flood S₂).

よりも小さい値となっている。これは、解析にはもっと短時間間隔のデータを用いる必要のあることを示唆するものとみられるが、 Δt を変えても誤差に大幅な変化はなく、下流端流量の再現性のみを議論するには $\Delta t=60$ 分としても実用上十分であろう。

また Flood S_2 に対する貯留関数の K_{opt} は、Flood S_1, S_3 のそれに比べて大きい値となっている。Flood S_1, S_3 が単峰型出水であるのに対し、Fig.10 に示すように Flood S_2 が多峰型出水であって、直接流出成分の分離もむずかしく、かつ流出成分中にはかなりの中間流出成分が含まれているためと考えられる。

4.3 天神川市街地流域

(1) 記録紙の時間ズレおよび有効雨量推定法の相違と最適定数

都市域からの出水現象の解析には短時間々隔のデータが必要となる。そのために、水位計と雨量計の相対的な時間ズレ、あるいは有効雨量の相違がモデル定数に微妙な影響を与える可能性がある。

記録紙の時間ズレ t_* は下流端水位計（水圧式、紙送り速度 10 mm/hr, 40日巻）のみにあると考え、 $p=0.6$ とし t_* を種々変えて N_{opt} を探索した。ここでは誤差 J_{XS} が最小となる t_* を t_{*opt} としたが、これが10分前後にあるものもみられた。この t_{*opt} が記録紙の真のズレか、雨そのもののズレであるかは不明であるが、このときの N_{opt} に3倍程度の差が生じている。しかし Fig.11 の例にみられるように、どの出水の場合にも、両者とも再現性は良好であり、誤差も同一オーダー内におさまっている。なお10分程度のズレは記録紙上で約2mmである。これは計器の保守管理上止むを得ない限度ともみられるが、上述の問題点をはっきりさせるためには、市街地流出の観測にはもっと高速の計器を使用して、時間精度に注意を払うとともに、雨量計の数を増す必要があろう。

Flood T_3 と T_3' に対して雨水流モデルと貯留関数法の最適定数はほとんど変わらず (Table 3), Fig.6 に示す程度の若干の有効雨量の相違ではモデル定数に大きな影響を与えないといえる。

(2) 市街地流域の最適定数

Table 2, 3 の最適モデル定数は、出水ごとあるいは記録紙の時間ズレを想定することによって異なる値となっているが、雨水流モデルはいずれの出水に対しても、 $p_{opt}=0.5\sim 0.7$ である。市街地流域の出水についても、自然丘陵山地域の大中出水に対すると同じく、斜面流は Manning 型表面流としてよいといえよう。同様のことは貯留関数法の P についてもあてはまる。これは、 P_{opt} が1/3に最も近い値となった Flood T_1 (Fig.11) について示した Fig.12 からもち察される。

5. 考 察

5.1 雨水流モデル定数と貯留関数法の定数

斜面長 B の分布が $f(B)$ である流域に、時間的・空間的に一様な有効雨量 r が継続するときのピーク流量時の流域平均貯留高 h_m は、河道の貯留量が斜面のそれに比べて無視できるものとして雨水流モデルを用

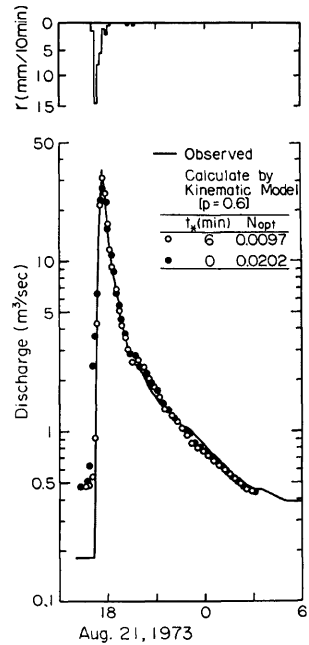


Fig. 11. An example of simulated hydrographs at the outlet of the Tenjin River basin, where time lag, t_* , is assumed in the recording chart. (Flood T_1).

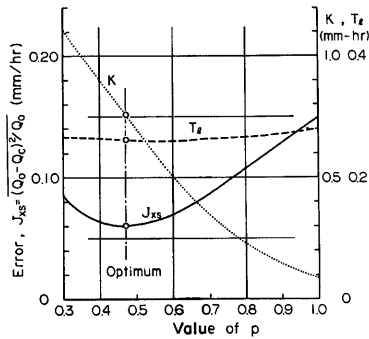


Fig. 12. Optimum parameters and errors for a given value of P . (Flood T_1).

いと、次式で表わされる。

$$h_m = \frac{k r_p^2}{1+p} \int_0^\infty B^p f(B) dB \dots\dots\dots (12)$$

$f(B)$ にガンマ分布があてはまる²⁾ものとする、その形状母数 ν および平均斜面長 B_m を用いて次式をうる。

$$h_m = \frac{k B_m^p}{1+p} \frac{\Gamma(\nu+p)}{\nu^p \Gamma(\nu)} r_p^2 \dots\dots\dots (13)$$

斜面流が $p=1$ の Darcy 型中間流の場合を除くと h_m は ν, p の関数となるが、(13)式右辺の $\Gamma(\nu+p)/\{\nu^p \Gamma(\nu)\}$ は、ほとんど一定かつ1に近い値である。したがって、流域平均貯留高 h_m は平均斜面長 B_m を用いて実用上次式で表わされるとみてよい。

$$h_m = \frac{k B_m^p}{1+p} r_p^2 \dots\dots\dots (14)$$

これより貯留関数 $S_t = K Q^p$ との関係として、 S_t を h_m と同単位、 Q を r_p と同単位で表現するときには次の関係が推論される。

$$P = p, \quad K \propto \frac{k B_m^p}{1+p} \dots\dots\dots (15)$$

ここに k, p は雨水流モデルの斜面流定数である。

貯留関数法の遅れ時間 T_l については、ピーク流量発生条件 $dQ/dt=0$ より得られる次の関係が成立する。

$$r_p(t-T_l) = Q(t) \dots\dots\dots (16)$$

この式は、 T_l が Fig. 13 のようにして推定できることを意味している³⁾。また洪水到達時間 t_p が同図中のようにして推定できる⁵⁾ものとする、 T_l は有効降雨波形に左右されるが、洪水到達時間と密接な関係を持つことになる。したがって T_l は次のような形をとることが類推される。

$$T_l \propto k B_m^p r_p^{-1} \dots\dots\dots (17)$$

さて上記諸関係式を具体的にするため、まず実流域で得られた雨水流モデルの p_{opt} と貯留関数法の P_{opt} の相関を調べて Fig. 14 を得た。同図より、 p と P は同等であって、ともに同一の斜面流の抵抗則を表現

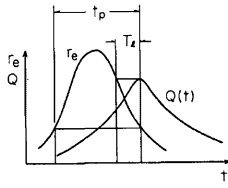


Fig. 13. Definitions of the lag time, T_l , in the storage function model and the concentration time, t_p , in the kinematic model.

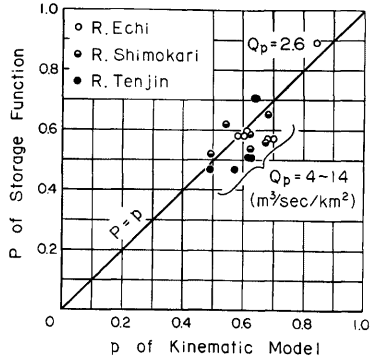


Fig. 14. Relation between optimum parameters, p and P .

するものとみられる。また前述のように愛知川流域の小出水では、 p , P とも1に近いが、その他の出水の p , P の最適値は0.6近傍に集中しており、大中出水に対しては実用上次のようにおける。

$$p = P = 0.6 \dots\dots\dots(18)$$

この式は、雨水流モデル、貯留関数法とも大中出水に対する斜面流として Manning 型表面流が想定できることを意味する。一例として、(18)式のようにおいたとき誤差が9出水中で最大となった Flood T_2 の解析例を Fig.15 に示すが、両モデルとも十分な精度で実測値を再現しているとみてよいであろう。

そこで大中出水を対象に、雨水流モデルでは $p=0.6$ とするときの k_{opt} 、貯留関数法では $P=0.6$ のときの $[K, T_l]_{opt}$ を求め、(15)、(17)式の関係を調べると Fig.16, 17 のようである。これに平分線を挿入して、それぞれ次式を得た。

$$K = 0.073 k B_m^{0.6} \dots\dots\dots(19)$$

$$T_l = 0.02 k B_m^{0.6} r_e^{-0.4} \dots\dots\dots(20)$$

ここに、 K, T_l : 貯留関数法の定数 (mm-hr 単位)、 k : 表面流定数 ($m^{-1/5} \cdot sec^{3/5}$)、 B_m : 平均斜面長 (m)、 r_e : ピーク流量から逆算した有効降雨強度 (mm/hr)。

(19)式の係数は、単位を上のようにとったとき、(15)式の比例記号を等号においた式に一致するように定めてあるが、十分な適合性がみられよう。また遅れ時間 T_l の値はばらつきが大きく、(20)式の妥当性を主張するには多少問題があるが、ほとんどの場合データの単位時間よりも小さく、データ精度との関連もあるので、さらに今後大流域における検討を経ないと結論はむずかしそうである。

5.2 流域モデル構成法と表面流定数

愛知川流域における貯留関数 $S_t = K Q^P$ の定数、とくに $[K, P]_{opt}$ は、流域モデル次数が変化してもほとんど一定であった (Fig.9)。このことは、「特定の一出水を対象とする限り、モデル次数が変化しても、ピーク時の流域平均貯留高 h_m は不変である」と仮定してよいことを示唆している。いまこの仮定を採用し lumping に伴う斜面勾配 s の変化が、 α, β を定数として、

$$s = \alpha B_m^\beta \dots\dots\dots(21)$$

で表現できる²⁾ものとする、(14)式から斜面流定数の k 、あるいは等価粗度 N は次のように表現できることになる。

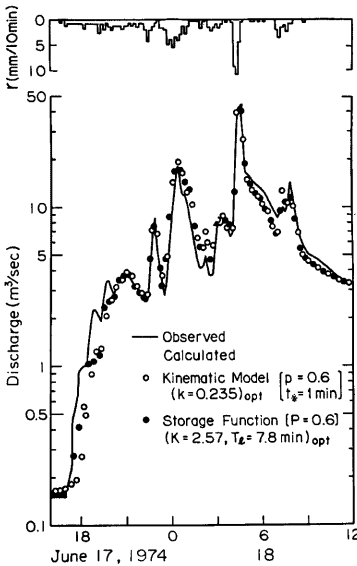


Fig. 15. The worst example of simulated hydrographs under the condition of $p=P=0.6$. (Flood T_2).

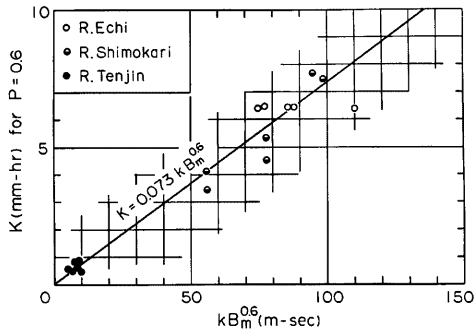


Fig. 16. Optimum value of K and its estimating formula.

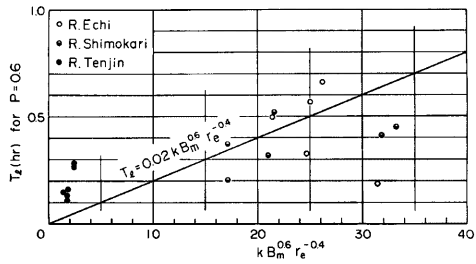


Fig. 17. Optimum value of T_g and its estimating formula.

$$k = C_k B_m^{-p}, \quad C_k = (1+p) h_m r_e^{-p} \dots\dots\dots(22)$$

$$N = \sqrt{\alpha} C_k^{1/p} B_m^{-1-p/2}, \quad p = 0.6 \dots\dots\dots(23)$$

上式は、角屋ら²⁾が下狩川流域を対象に、代表集中斜面長を用いて得た式と類似している。

愛知川流域の Flood E_1 を対象に、Manning 型表面流を想定して得られた k_{opt} に(22)式をあてはめると、次式を得る。

$$k = 87 B_m^{0.6} \dots\dots\dots(24)$$

ここに、 k : 表面流定数 ($m^{-1/5} \cdot sec^{3/5}$), B_m : 平均斜面長 (m)。

Fig. 18 に愛知川流域での値の他に、下狩川流域における結果も併示しているが、上式は最適定数をよく説明している。また愛知川では B_m を m 単位として、(21)式の $\alpha=2.41$, $\beta=0.28$ となったが、この定数を用いて(23)式をあてはめた結果も Fig. 18 に併示している。ただし同図では、各斜面ごとの s を用いて、 $p=0.6$ の k_{opt} より逆算した N の範囲を示している。この式は、lumping に伴う等価粗度 N の変化傾向を把握しているといえよう。

5.3 応答面の谷の解釈

前項で導入した仮定を「同一出水を対象とする限り、 p , P が変化してもピーク時の流域平均貯留高 h_m は不変である」とい換えると、最適値探索時に現われる応答面の谷も以下のようにうまく説明できる。

雨水流モデルでは、(14)式から次式を得る。

$$k = h_m \frac{1+p}{(B_m r_e)^p}, \quad h_m = h_m \dots\dots\dots(25)$$

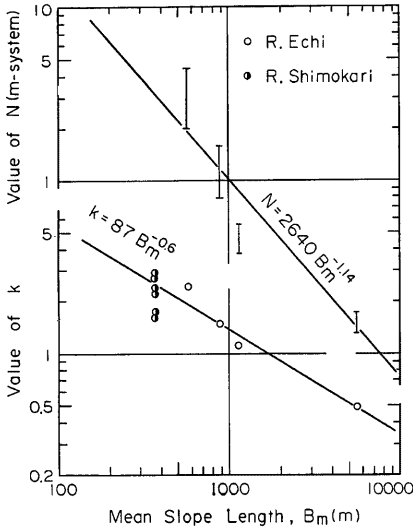


Fig. 18. Optimum parameters of the kinematic model and their estimating formulae through the mean slope length of watershed model.

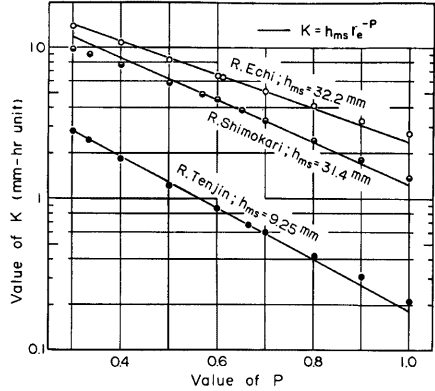


Fig. 19. Optimum value of K and its estimating formula through the value of P and effective rainfall intensity, r_e , corresponding to observed peak discharge.

Fig. 8 の応答面中に上式の $[k, p]$ の関係を挿入すると破線のようになり、谷の位置をよく表現している。貯留関数法については、雨水流定数との関係式(15)式を等号に置き換えて用いると、次式を得る。

$$K = h_{ms} r_e^{-p}, \quad h_{ms} = h_m \dots\dots\dots (26)$$

Fig. 19 に $[K, T_t]_{opt}$ の K_{opt} と上式で得られる K を示している。これもまた最適値をよく説明している。

さて以上によって(25), (26)式は、ともに p, P を変化させたときの k, K の最適値の軌跡をよく表現できることを実証できた。このことは、物理性を考慮した効率のよい実用的最適同定法が開発できることを示唆している。

なお上述諸式における h_{ms}, h_m は $p=P=0.6$ のときの k_{opt}, K_{opt} , および r_e には実測ピーク流量(雨水流法では m/sec 換算値, 貯留関数法では mm/hr 換算値)を用いて定めた。式の誘導過程からすれば, 定数 h_{ms}, h_m はともにピーク流量時の流域平均貯留高 h_m であって, 両者の単位の差異を考えると $h_{ms}/h_m=1000$ となるべきはずである。これを各出水について具体的に調べると, 950~1050 の間に集中しており, その算術平均は 1107 であった。

6. ま と め

愛知川山地流域, 下狩川丘陵地流域, および天神川市街地流域における出水を対象に, 数学的最適化手法を用いて, 雨水流モデル・貯留関数法の最適同定を行い, その結果に基づいて, 斜面流の抵抗則, 流域モデル構成法と最適定数, および両モデルの相互関連性などについて検討したが, 得られた成果を要約すると以下のようである。

1) 貯留関数 $S_t = K Q^P$ の定数 P は斜面流の抵抗則を表わす雨水流定数 k と同等である。とくに $Q_p \geq 4 \text{ m}^3/\text{sec}/\text{km}^2$ 程度の中出水の斜面流は Manning 型表面流とみなして差し支えない。

2) 流域を細分化していくと、雨水流定数 k の値は大きくなるが、貯留関数法の遅れ時間 T_t は小さくなる。この変化様相は流域モデル次数に対して等比級数的である。一方、他のモデル定数はほとんど一定である。

3) 貯留関数法の定数 K, T_t を、斜面流定数、平均斜面長および有効降雨強度で表現した。 K に関する式はかなりの一般性があるものと期待されるが、 T_t に関する式については今後大流域における検討が必要である。

4) ピーク流量時における両モデルの流域平均貯留高は等しいとみられるが、この貯留高は出水ごとに一定であるという仮定を採用すると、流域モデル変更に伴う雨水流定数の変化、応答面の谷の形状をうまく表現する式が得られる。

後者は、物理性を考慮した実用的最適同定法の開発が可能であることを示唆している。これについては次報で報告する。

本研究の遂行に際し、愛知川流域の流量・雨量資料の提供その他いろいろとお世話になった農林水産省愛知川農業水利事業所の関係各位、および愛知川流域周辺部の雨量記録の利用を快諾頂いた本学防災研究所後町幸雄助教授に謝意を表す。本研究の一部、愛知川流域の出水解析には、当時大学院生中嶋章雅氏（現在、建設省）の協力を得たことを記し、謝意を表す。なお本研究に昭和55年度文部省科学研究費の補助を受けたこと、計算には本学化学研究所 FACOM M-160 AD を用いたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 永井明博・角屋 睦：洪水流出モデルの適用比較，京大防災研究所年報，第21号 B-2，1978，pp. 235-249.
- 2) 角屋 睦・福島晟・佐合純造：丘陵山地流域モデルと洪水流出モデル，京大防災研究所年報，第21号 B-2，1978，pp. 219-233.
- 3) 永井明博・角屋 睦：流出モデル定数の最適化手法，京大防災研究所年報，第22号 B-2，1979，pp. 209-224.
- 4) Powell, M. J. D.: An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables without Calculating Derivatives, Computer J., Vol. 7, 1964, pp. 155-162.
- 5) 石原藤次郎・高棟琢馬：単位図法とその適用に関する基礎的研究，土木学会論文集，第60号別冊3-3，1959.