

閉塞浸透機構に関する研究（2）

石原安雄, 下島栄一

STUDY ON MECHANISM OF CONFINED INFILTRATION (2)

By Yasuo ISHIHARA and Eiichi SHIMOJIMA

Synopsis

The air existing initially in the void of soil is not free to escape, because it is needed to be displaced by the water falling as rains on the land surface. In order to disclose such mechanism of air-water exchange during ponded infiltration, the theoretical consideration was carried out. From the experiments of ponded infiltration into the column of dry sand, it was found that the moisture profile is formed by quasi-saturated and unsaturated zone, and, in the homogeneous field, the former develops in the neighbourhood of the surface of sand and the latter follows the former downwards.

In order to clarify the mechanism of air-water exchange through the quasi-saturated zone, the ordinary differential equations were solved. These equations are obtained by combining the quasi-analytical solutions reduced already for the unsaturated zone with such assumed relations for the quasi-saturated zone that the movement of water obeys the law of Darcy's type and, for the movement of air, the relation is given by the linear combination of the length of the quasi-saturated zone and the pore-air pressure at the lower end of such the zone. After comparing the calculated results with the observed ones, it was found that both show a good agreement. Therefore, it was concluded that the above two relations assumed for the quasi-saturated zone are meaningful and available.

1. まえがき

雨水が地面より下方に浸透していく過程において、下端が閉じられているために、地中の空気が浸透水と自由に交換できない場合の浸透現象を解明するため、すでに種々の条件下で多くの実験的研究を行ってきました^{1)~4)}。湛水浸透の場合には、間隙空気は浸透水によって一時的に閉塞状態となり、ある程度時間が経ったのち、閉塞されていた空気の一部は浸透面を通して交換が可能となって、外界に放出されるといった間歇的あるいは連続的現象を呈することが認められた。この間隙空気の閉塞・放出の過程は、場が一様な場合、浸透面直下で形成される土壤水分が非常に大きな領域（これを擬似飽和域と呼んだ⁵⁾）で決定されると考えられるので、この領域内での現象解明は閉塞浸透を理解する上で極めて重要なこととなる。

本文はこの擬似飽和域での浸透水と空気の運動機構を明確にすることにより、空気閉塞を伴う浸透現象の解明を試みようとしたものであって、前報⁵⁾につづく内容をもつものである。

2. 実験方法及び実験結果の概要

(1) 実験方法

実験方法は既報⁵⁾で詳述したとおりであるが、その概要を再記するとつきのようである。Fig. 1 に示す気

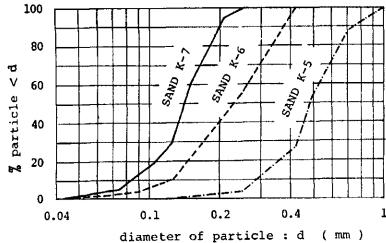


Fig. 1 Distribution of particle size.

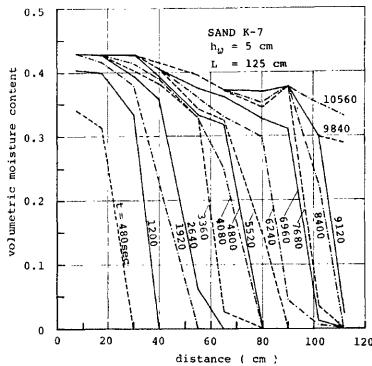
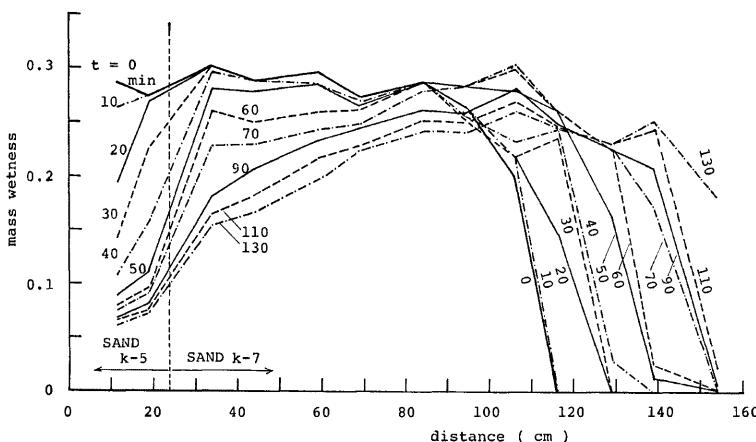


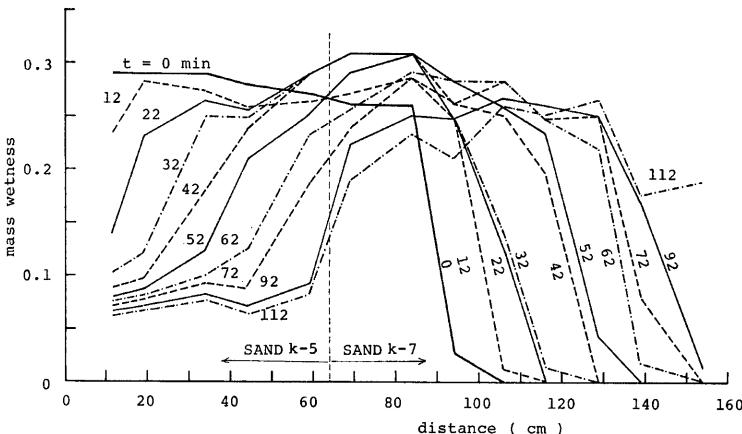
Fig. 2 Example of moisture profile during ponded infiltration.

乾状態の3種類の砂を用い、内径18.5 cm、長さ100～150 cm程度の底部を閉じた透明アクリル樹脂製の円筒にできるだけ一様になるように充填し、單一および二層砂層の浸透場を作った。給水は円筒上部から行い、終始一定の湛水深となるようにしていわゆる湛水浸透として実験を行った。

(2) 実験結果の概要

こうした実験によってえられた結果のうち土壤水分の分布の時間的変化の模様を示したもので單一層の場合の一例がFig. 2であり、二層の場合の例がFig. 3(a), (b)である。Fig. 2はK-7砂を用いた湛水深 $h_w=5$ cm、砂層厚 $L=125$ cmの湛水浸透の場合、Fig. 3(a)は上層がK-5砂で層厚 $L_u=24.5$ cm、下層がK-7砂で層厚 $L_l=144.5$ cm、Fig. 3(b)は同じ砂で $L_u=64$ cm、 $L_l=105$ cmで、はじめ湛水深 $h_w=1$ cmで、ある

Fig. 3 Moisture profile during redistribution of soil water in composite column.
(a) $L_u(\text{sand k-5})=24.5\text{cm}$, $L_l(\text{sand k-7})=144.5\text{cm}$.

Fig. 3 (b) L_n (sand k-5)=64 cm, L_t (sand k-7)=105cm.

時間湛水浸透を続けたのちに上部からの給水を停止した後の状況である。このような実験結果から、単層の場合は浸透が進行するに従い、また二層砂層の場合は wetting front が層境界面を通過して下層内に進行するに従って、水分分布にはつぎのような性状が認められた。すなわち、単一砂層の場合には浸透面付近において、二層砂層で上層が粗砂、下層が細砂の場合には層境界面の直下付近において擬似飽和域が形成され、またその領域に続く遷移的領域の下方に水分量は比較的小ないがほぼ一様な領域（これらを不飽和域と呼んだ⁵⁾）とが連なっている。

そこで、この擬似飽和域が空気閉塞に対してどのような影響があるか調べたものが Fig. 4 である。この図は円筒下端での空気圧の時間的变化を示したものであり、Fig. 3(a), (b) に対応している。なお、Fig. 3, Fig. 4 では湛水浸透において形成されていた湛水深が給水停止後ほぼなくなる時刻を $t=0$ として示している。Fig. 4 では $L_n=24.5$ cm の場合が $t \approx 50$ min, $L_n=64$ cm の場合が $t \approx 80$ min で空気圧は急激な減少を示し、その時間より少し前の減少割合と傾向を異にするが、このような時間における水分の分布を Fig. 3 (a), (b) についてみると、ほぼ砂層界面直下で形成されていた擬似飽和域が消滅した状態となっている。このことは、湛水浸透において内部空気圧がかなりの上昇を示す原因が擬似飽和域の形成にあたり、また空気と水の置換に際しては、空気がこの領域を通過する際に最も大きな抵抗を受けることを示唆しているように思われる。なお、本文ではこのような実験を「水分の再分配実験」と呼ぶことにする。

3. 擬似飽和域における水及び空気の運動機構

前述での擬似飽和域に連なる不飽和域の解析⁵⁾では、擬似飽和域の機構が考慮されなかったため、一種の境界条件となる擬似飽和域の発達 a priori に与える必要があった。そこで、以降では擬似飽和域の機構を考察することにするが、この機構の解明は浸透現象を解析する上で基本式系を閉じたものに導びくものであることはいうまでもない。

(1) 運動機構の仮定

さて、間隙空気の放出の形態をよく観察していると間歇的および連続的なものが混在しているように見える。そこで、まず間歇的放出が生起する限界状態を想定してみる。放出されようとする気相の上部にある飽

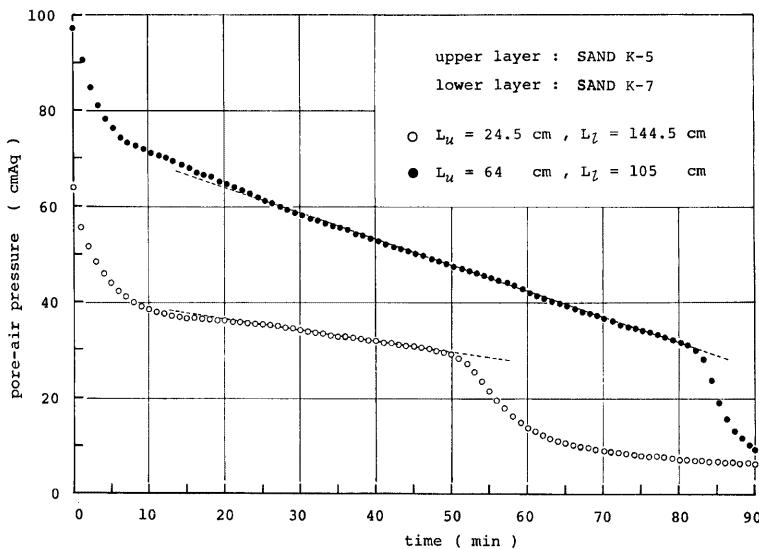


Fig. 4 Pore-air pressure, corresponding to Fig. 3.

和域（孤立空気の存在は認める）の長さを x_0 、秒に関する表面張力すなわち air entry value を $\psi_e (<0)$ 、湛水深を h_w および飽和域下端すなわち気相の上端での空気圧を $p_{a,0}$ とおくと、力の釣合い条件より次式がえられる。

$$p_{a,0} = x_0 + h_w - \psi_e \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

一方、連続的な空気の放出も同時に存在すると考えられるので、これら一連の現象を連続事象とみなす立場をとることにすれば、式(1)の analogy 的表現として次式が仮定できよう。

$$p_{a,1} = \alpha' \cdot x_1 + \beta' \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

ここに、 $p_{a,1}$ x_1 ；それぞれ擬似飽和域の下端の空気圧および長さ、 α' 、 β' ；定数。

つぎに、擬似飽和域での浸透水の移動が Darcy 則的に表現できるとすれば次式となる。

$$-M = \dot{K} \cdot \left(1 - \frac{p_{w,1} - p_{w,0}}{x_1} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

ここに、 $-M$ ；浸透強度、 $p_{w,1}$ 、 $p_{w,0}$ ；それぞれ擬似飽和域の下端および上端での水圧、 \dot{K} ；この領域の不飽和透水係数に対応する定数。

さて、 $p_{w,1}$ を次式のように分解できるものとしよう。

$$p_{w,1} = p_{a,1} + \psi_1 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

ここに、 ψ_1 ；擬似飽和域の下端での毛管ポテンシャル。上式を式(2)とともに式(3)に代入すると次式がえられる。

$$-M = \alpha \cdot \dot{K} \cdot \left(1 + \frac{\beta/\alpha}{x_1} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

ここで、

$$\alpha = 1 - \alpha', \beta = p_{a,0} - \psi_1 - \beta' \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

なお、式(2)を式(6)を用いて書きかえると次式となる。

また、擬似飽和域での空気の移動も水分移動の場合と同様に、Darcy 則的な表現ができるとすれば次となる。

ここに, $p_{a,1}$, $p_{a,0}$; それぞれ擬似飽和域の下端および上端での空気圧, K_a ; この領域での透気係数に対応する定数。

ここで、式(8)の $-v_a$ が近似的に浸透強度 $-M$ に等しく置けるとすれば、式(8)で式(2)を用いることにより次式がえられる。

$$-M = \alpha' \cdot K_a \cdot \left\{ 1 + \frac{(\beta' - p_{a,0})/\alpha'}{x_1} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

この式は式(5)と同じ形式になっていることがわかる。

なお、式(3)と式(8)で $-v_a = -M$ とした2式が成立するとすれば、両式を等しくおき式(4)を考慮することにより式(2)と同じ形式の次式がえられる。

$$p_{a,1} = \frac{\hat{K}}{\hat{K} + \hat{K}_a} \cdot x_1 + \left\{ \frac{\hat{K}}{\hat{K} + \hat{K}_a} \cdot (p_{w,0} - \psi_1) + \frac{\hat{K}_a}{\hat{K} + \hat{K}_a} \cdot p_{a,0} \right\} \quad \dots \dots \dots (10)$$

さて、以上のように擬似飽和域の機構を種々の方向から仮定したが、これらの妥当性を直接に実験結果を用いて検討することは計測の精度からして困難であった。そこで、以下ではとりあえず式(2)あるいは式(7)と式(5)がこの対象領域での現象を表現する基本式であると仮定し、前報⁵⁾で誘導した不飽和域での近似解と組み合わせて計算を行い、その結果と実験結果との比較より間接的に機構の妥当性を検討することにする。

(2) 基本式の誘導

擬似飽和域と不飽和域とを同時に解析するにあたり、不飽和域を対象にした解析結果⁵⁾が必要となってくる。以下では、この結果を要約しつつ現象解明に必要な基礎式を求める。

さて、不飽和域を対象にした場合、水および空気の運動は一般化された Darcy 則に従うが、この Darcy 則と連続式より、水および空気に対してそれぞれつきの関係式が成立する。

$$\frac{\partial \rho_a \cdot (\theta_s - \theta)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_a \cdot K_a(\theta) \cdot \left(\frac{\partial p_a}{\partial x} - \frac{\rho_a}{\rho_w} \right) \right] \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

ここに、 θ ；体積含水比、 $D(\theta)$ ；水の拡散係数、 $K(\theta)$ ；不飽和透水係数、 ρ_a, ρ_w ；それぞれ空気および水の密度、 $K_a(\theta)$ ；不飽和透気係数、 ρ_a ；大気圧 P_0 からの增加空気圧、 θ_z ；飽和体積含水比、 t ；時間、 x ；重力方向を正とする砂層表面（浸透面）からの距離。なお、上式では浸透場にヒステリシス効果がないものとしている。

さらに、空気は等温変化過程を経る理想気体であるとすれば、つぎの状態方程式が成立する。

ここで、 C ；定数、 $P_a = P_0 + p_a$

以上の式(11), (12), (13)が不飽和域での基本式系となるので、これらをつぎの初期条件および境界条件のもとで解析を行った。

初期条件：

$$t=0 \text{ 时, } \theta(x)=\theta_0 \doteq 0 \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

境界条件

$$\left[K_a \cdot \left(\frac{\partial p_a}{\partial x} - \frac{\rho_a}{\rho_{w'}} \right) \right]_{x=L} = 0 \quad \dots \dots \dots (19)$$

ここに, x_1 ; 擬似飽和域の下端の座標であり, 座標系の取り方によりその長さに対応, L ; 砂層厚。

ところで、式(11), (12), (13)および境界条件式(18), (19)より次式がえられる。

$$\varepsilon = \frac{1}{K_a \bar{P}_a} \cdot \int_x^L (\theta_s - \theta) \cdot \frac{\partial P_a}{\partial t} \cdot dx \quad(22)$$

なお、 $\bar{P}_a(t)$ は $P_a(x,t) = \bar{P}_a(t) + \Delta p_a(x,t)$, $\bar{P}_a \gg |\Delta p_a(x,t)|$

よって、式(11), (20)が基本式と考えられるが、解析の便利のため、これらの式を独立変数 (θ, t) に変換して、
それらの次式を基本式系とした。

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \theta} \left[D \left| \frac{\partial x}{\partial \theta} \right| - K \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{\partial p_a}{\partial \theta} \middle| \frac{\partial x}{\partial \theta} \right) \right\} \right] \quad \dots \dots \dots (23)$$

さて、解法は水と空気の交換が自由な浸透（これを開放浸透と呼ぶ）を対象として開発された J. Y. Par lange⁶⁾ と J. Cisler⁷⁾ の方法を拡張したものを用いたが、その近似解（第2次近似）は以下のように与えられる。すなわち、

水分の分布形状：

$$x(\theta, t) = x_1 - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D \cdot (1-A)}{K \cdot (1-A) - \theta \cdot \frac{dx_1}{dt} + (M + \theta_1 \cdot \frac{dx_1}{dt})} \cdot d\theta \quad \dots \dots \dots (25)$$

$$\text{ここで, } B_2(\theta) = \int_0^\theta d\theta \cdot \int_\theta^{\theta_1} \frac{D \cdot (1-A)}{M + K \cdot (1-A)} \cdot db$$

水分の伝播速度：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial t}(\theta, t) &= \frac{dx_1}{dt} + \frac{d^2x_1}{dt^2} \cdot \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D \cdot (1-A) \cdot \theta_1}{Y} \cdot \left(\frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} - \frac{\theta}{\theta_1} \right) \cdot d\theta \\ &+ \frac{dM}{dt} \cdot \left\{ \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D \cdot (1-A)}{Y} \cdot \left(\frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} + 2 \cdot \left(M + \theta_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} \right) \cdot \frac{B_3(\theta_1)}{B_2(\theta_1)} \cdot \left(\frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} - \frac{B_3(\theta)}{B_3(\theta_1)} \right) \right) \right\} \cdot d\theta \end{aligned} \quad \dots \quad (26)$$

$$\text{因此, } B_3(\theta) = \begin{cases} \theta & \theta_1 \leq \frac{D \cdot (1-A)}{\theta + M + K \cdot (1-A)} \\ \theta_1 & \text{otherwise} \end{cases}, d\theta, Y = \left\{ K \cdot (1-A) - \theta \cdot \frac{dx_1}{dt} + \left(M + \theta_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} \right) \cdot \frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} \right\}^2$$

浸透强度；

$$-\frac{dM}{dt} = \frac{M + \theta_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} + \frac{d^2x_1}{dt^2} + \left(\int_0^{\theta_1} d\theta \right)_0^{\theta_1} \frac{\theta_1 D \cdot (1-A) \cdot \theta_1}{Y} \cdot \frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} - \frac{\theta}{\theta_1} \right) \cdot d\theta}{\left(\int_0^{\theta_1} d\theta \right)_0^{\theta_1} \frac{\theta_1 D \cdot (1-A)}{Y} \cdot \left\{ \frac{B'_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} + 2 \cdot \left(M + \theta_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} \right) \cdot \frac{B_3(\theta_1)}{B_2(\theta_1)} + \left(\frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} - \frac{B_3(\theta)}{B_3(\theta_1)} \right) \right\} d\theta} \quad (27)$$

空気圧の分布

$$p_a(\theta, t) = p_a(\theta_1, t) + \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{A \cdot (1-A) \cdot D}{K \cdot (1-A) - \theta} \cdot d\theta - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{A \cdot (1-A) \cdot D}{\frac{dx_1}{dt} + \left(M + \theta_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} \right) \cdot \frac{B_2(\theta)}{B_2'(\theta_1)}} \cdot d\theta \quad \dots \quad (28)$$

さて、つぎに行うべきことは上で再記した不飽和域を対象にした諸式に擬似飽和域での仮定式(5), (7)を導入することである。そこで、式(27)の dx_1/dt , d^2x_1/dt^2 に式(5)の関係を代入することにより、つぎのMを従属変数とした2階の常微分方程式がえられる。

ここに、

$$G_1 = \int_0^{\theta_1} d\theta \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{\theta_1 D \cdot (1-A) \cdot \theta_1}{Y} \cdot \left(\frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} - \frac{\theta}{\theta_1} \right) \cdot d\theta$$

$$G_2 = \int_0^{\theta_1} d\theta \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D \cdot (1-A)}{Y} \cdot \left[\frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} + 2 \cdot \left\{ M + \frac{\theta_1 \cdot \beta \cdot \hat{K}}{(\alpha \cdot \hat{K} + M)^2} \cdot \frac{dM}{dt} \right\} \cdot \frac{B_3(\theta_1)}{B_2(\theta_1)} \right.$$

$$\left. \frac{\left(\frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} - \frac{B_3(\theta)}{B_3(\theta_1)} \right)}{\left(\frac{B_2(\theta_1)}{B_2(\theta_1)} - \frac{B_3(\theta_1)}{B_3(\theta_1)} \right)} \right] \cdot d\theta$$

上式において M の時間変化が求まるならば、この $M(t)$ を式(5)に用いると $x_1(t)$ がわからることになる。このようにして求められた $M(t)$ および $x_1(t)$ を式(25), 式(26)に用いれば、水分分布および水分の伝播速度の時間変化が決定でき、また同様に、式(28)と式(7)より空気圧分布の時間変化が求まることになる。

(3) 擬似飽和域における諸定数の決定

計算を行うにあたり α , β , K , ψ_1 , $p_{w,0}$ の諸定数を決定する必要がある。以下では、まずこの点について考えてみる。

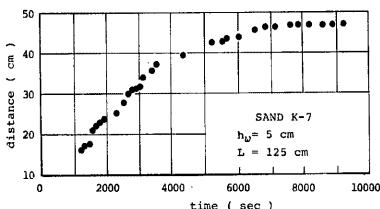


Fig. 5 Development of soil water being high and constant wetness, corresponding to Fig. 2.

あとで記載する Fig. 7, 10 でわかるように浸透強度は時間とともに大幅減少していくことが実験において認められており、このような場合の不飽和域の解析によると、ある程度浸透が進むと、近似的に次式が成立する⁵⁾

ここに、 $\theta_c ; K \cdot (1-A)$ が最大値をとる θ の値、 $\theta_* ; \partial\theta/\partial x=0$ となる θ の値。

そこで、上式を式(5)と等しく置けば次式の関係がえられる。

ところで、 $\frac{d}{dt}(-M) \leq 0$ であるので式(5)に注目すると、 $\alpha > 0$ であることは式(10)よりも予想でき、また $\hat{K} > 0$ を考慮すると $\frac{d}{dt}(\beta/x_1) \leq 0$ 、すなわち $\beta \cdot \frac{dx_1}{dt} \geq 0$ でなければならない。さらに $dx_1/dt \geq 0$ であるので $\beta > 0$ となる。この結果および Fig. 5 の結果すなわち、 $t \rightarrow \infty$ で $\frac{dx_1}{dt} \rightarrow 0$ となる関係を考慮して式(31)を調べると、少なくとも α の値にはつぎの関係が成立するはずである。

-

$$\alpha < \frac{\theta_c}{\theta_*} \cdot \frac{K_*(1-A_*)}{\hat{K}} \quad (32)$$

さて、 θ_c と θ_* の関係は $\theta_c > \theta_*$ であるが大略 $\theta_c = \theta_*$ と考えてよいので、一応 $\theta_c/\theta_* = 1$ とおき、また K' の値を飽和透水係数の値として式(32)の右辺を概略計算すると、K-7 砂、K-6 砂の場合それぞれ 0.45, 0.40 となる。実際に擬似飽和域の発達の様子を数値計算した例が Fig. 6 で示されている。この図は K-7 砂の場合であり、 θ_1 の値を 90% 饱和程度の 0.41, K' は飽和透水係数の $6.5 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 、また $t = 0$ で $-M = 1 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ として、 α および β の値を変えたものである。これより、 β を固定した場合の x_1 と α の関係および α を固定した場合の x_1 と β の関係は、それぞれ α および β が大きなものほど擬似飽和域はよく発達し、また擬似飽和域の大きさは時間の経過とともに増加率が減少し、やがて一定の値に近づいていくようになる。

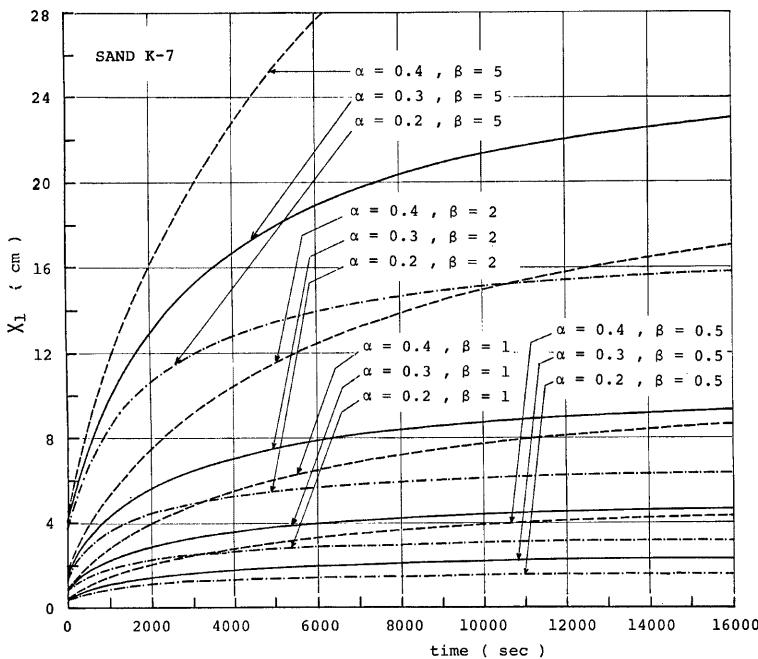


Fig. 6 Development of quasi-saturated zone for various values of α and β .

ここで、 α の値を決定しなければならないが、上図の α の範囲での擬似飽和域の発達は、 β の値によっては類似なものもあり、Fig. 5との比較だけからは前もって決定するまでには至らなかった。そのため、以下では第1次近似的な意味で K-7 砂、K-6 砂とも $\alpha=0.3$ 、 $\beta>0$ を用いる。

つぎに、砂層表面に働く水圧 $p_{w,0}$ は、ほぼ湛水深 h_w に対応する値をとると考えられるので、 $p_{w,0} = h_w$ とする。また、 ψ_1 の値は一概に決定できないが、実験砂の air entry value (ψ_e) に近い値であることが予想できるので $\psi_1 = \psi_e$ とする。

(4) 実験値と計算値との比較

さて、以上の諸定数を用いて計算すればよいが、式(27)よりわかるとおり計算を進めるにあたり初期条件として $(-M)_0$, $(-dM/dt)_0$ の値を決める必要がある。 $(-M)_0$ については、K-7 砂および K-6 砂に対してそれぞれ 1×10^{-2} および $4 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ の値を採用した。一方、 $(-dM/dt)_0$ については、試行錯誤的に決定せねばならなかった。しかし、実際にはこの決定は比較的容易であって、初期値の $(-dM/dt)_0$ がある程度異っていても、非常に早くかつ $(-dM/dt)_0$ に関係なく、 $M(t)$, $x(\theta, t)$, $p_a(\theta, t)$ などが十分な精度でほぼ同一の値となることが認められた。

以上のようにして行った計算値と実験値との比較が Fig. 7~11 である。Fig. 7 は K-7 砂の場合の浸透強度と円筒下端での空気圧 p_a の時間変化を示し、Fig. 8 は wetting front を $\theta_1/2 = 0.205$ で代表させたときのその移動の様子を示す。なお、計算では実験での浸透強度がほぼ上記の初期浸透強度となる時間を時間原点にとった。また、Fig. 9 は計算による水分分布と空気圧分布の時間変化を示している。一方、K-6 砂の場合は Fig. 10, 11 で示され、それぞれ Fig. 7, 8 に対応する。

さて、Fig. 7, 8, 10, 11 を調べると、浸透強度、空気圧および wetting front の移動に関する計算値はほぼ実験値に合致している。また、Fig. 9 を Fig. 2 と比較すると、擬似飽和域の発達の様子や不飽和域での水分分布の形状がよく似ていることがわかる。なお、計算値についてみると、ここで採用した β の値の範囲においては、 β の値が浸透強度や wetting front の移動に及ぼす影響は小さいが、空気圧に対しては比較的大きな影響をもつといえる。

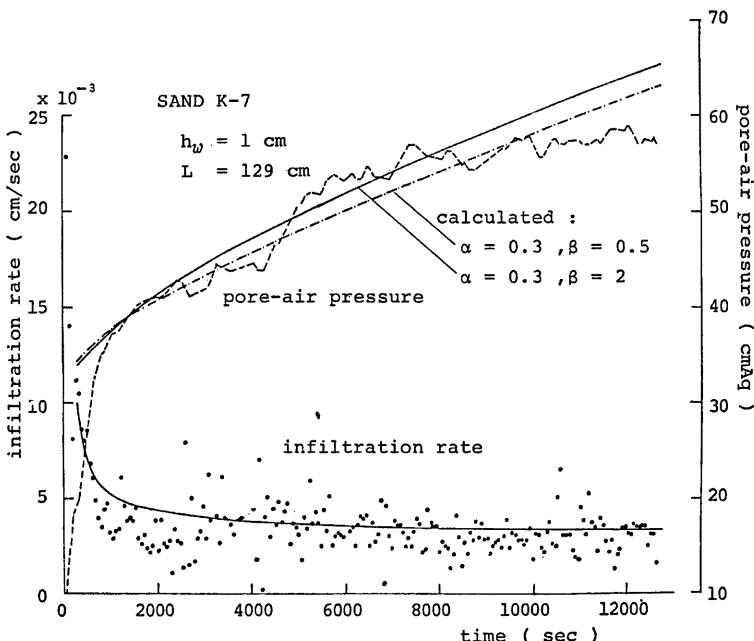
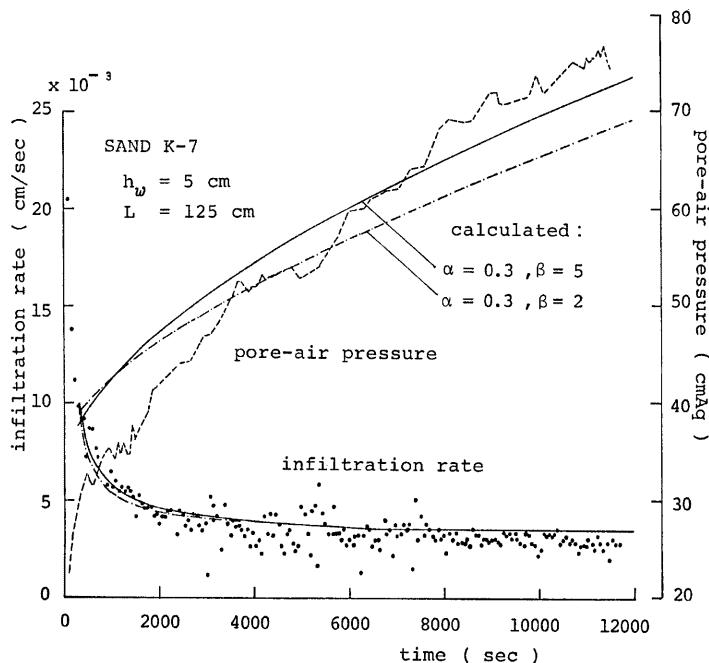
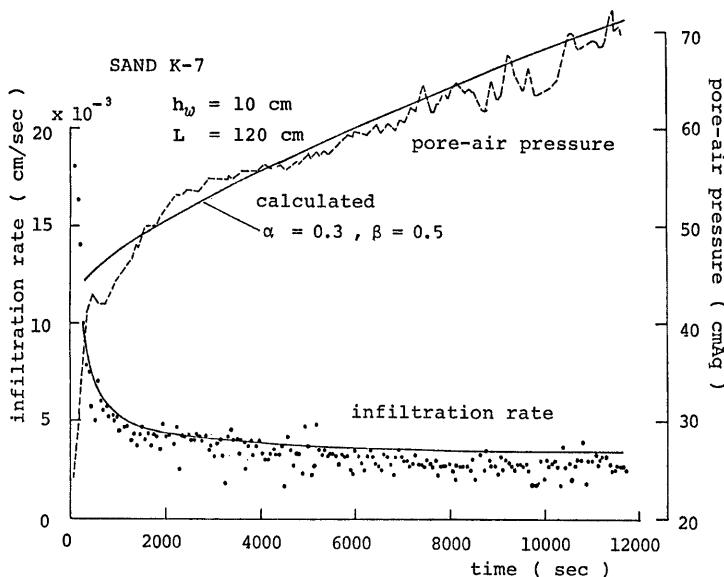


Fig. 7 Comparison between observed infiltration rate and pore-air pressure and calculated ones on ponded infiltration, sand k-7.
(a) $h_w=1 \text{ cm}$.

Fig. 7 (b) $h_w = 5 \text{ cm}$.Fig. 7 (c) $h_w = 10 \text{ cm}$.

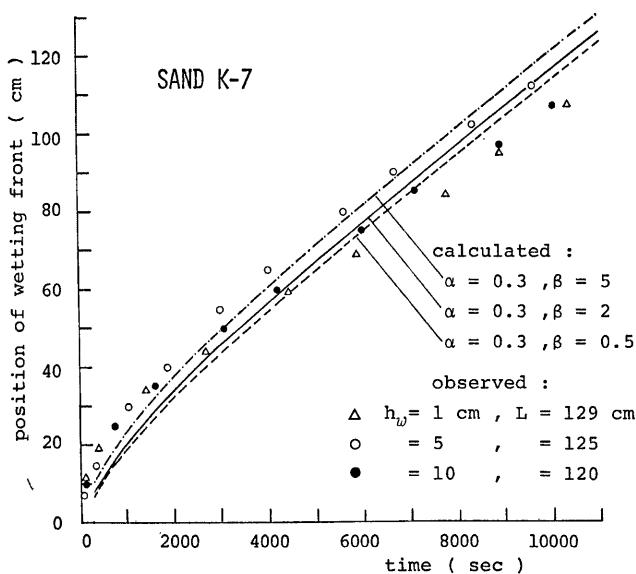


Fig. 8 Comparison between observed wetting fronts and calculated ones, corresponding to Fig. 7 (sand k-7).

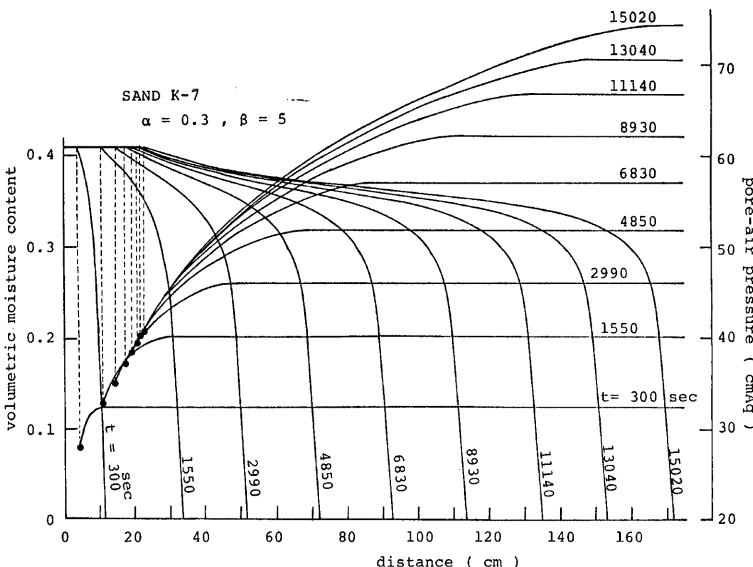


Fig. 9 Calculated profiles of soil moisture and pore-air pressure, corresponding to Fig. 2.

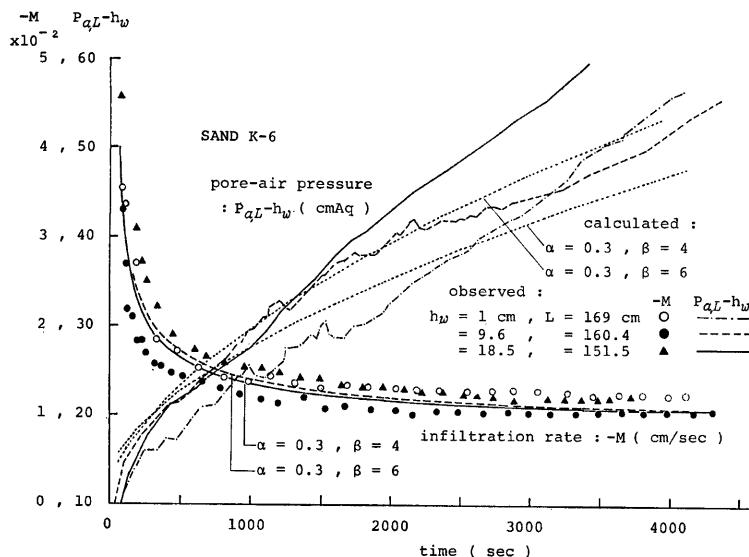


Fig. 10 Comparison between observed infiltration rate and pore-air pressure and calculated ones on ponded infiltration, sand k-6.

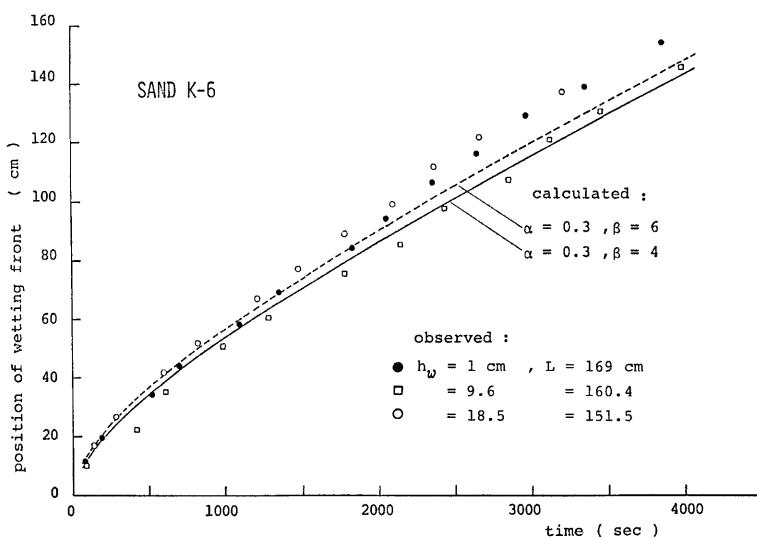


Fig. 11 Comparison between observed wetting fronts and calculated ones, sand k-6.

つぎに、 $\alpha=0.3$ 、 $\beta=5$ として擬似飽和域の発達の様子を調べた計算例がFig. 12である。すなわち、ある水分量に注目したときその伝播速度($\partial x/\partial t$)_θが時間とともにどのように変化していくかを示しており、これからつぎのことのがいえる。水分量の大きい擬似飽和域のみならず $\theta>0.37$ の範囲にある水分の伝播速度は、時間の経過とともに零に漸近していくが、水分の比較的小さなwetting frontを形成する部分の速度は零と異なる一定値に漸近し、水分の大きなところの様子と対照的である。この結果は、さきにFig. 5の実験事実より擬似飽和域の発達を仮定したのであるが、その妥当性を保証するものである。

以上の実験と計算の比較結果から、擬似飽和域における水の運動は式(5)で与えられたDarcy則的な表現で示すことができ、また、空気については、式(2)あるいは式(7)で与えられる擬似飽和域の下端での空気圧とその長さとの関係が成立し、この式は空気の運動の式の代替として使用することができる事が明らかとなった。

ここで、浸透が十分に進んだときの特性について調べておく。前報⁵⁾の不飽和域を対象にした解析では、 $dx_1/dt=const.$ としてwetting frontの分布形状、その伝播速度および浸透強度について検討したが、上記の結果と比較してみると、今回の解析において $dx_1/dt=0$ としたものに対応する。そのため、ここではその結果を再記しないことにして、以下では空気圧の変化についてのみ調べることにする。

浸透が十分に進んだ状態を想定すると、式(25)の右辺第2項の被積分関数は θ が θ_* の近傍で十分に大きくなり、またこの被積分関数の積分に及ぼす寄与は θ が θ_* の近傍で十分に大きくなると考えられるので、式(28)で $\theta\rightarrow\delta$ （ただし、 δ は十分に小さな正の値）としたとき、次式で近似できる。

$$p_a(\delta, t) = p_a(\theta_1, t) + \int_{\delta}^{\theta_1} \frac{A \cdot D}{K} \cdot d\theta - A_* \cdot \int_{\delta}^{\theta_1} \frac{D \cdot (1-A)}{K \cdot (1-A) - \theta \cdot \frac{dx_1}{dt} + (M + \theta_1 \cdot \frac{dx_1}{dt}) \cdot \frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)}} \cdot d\theta \quad \dots (33)$$

上式の右辺第3項に $\theta\rightarrow\delta$ としたときの式(25)を代入すると次式がえられる。

$$p_a(\delta, t) = p_a(\theta_1, t) + \int_{\delta}^{\theta_1} \frac{A \cdot D}{K} \cdot d\theta + A_* \cdot \{x(\delta, t) - x_1\} \quad \dots (34)$$

ところで、 $p_a(\theta_1, t)$ は式(7)で与えられ $dp_a(\theta_1, t)/dt = (1-\alpha) \cdot dx_1/dt$ であるので、式(34)を時間微分すると次式がえられる。

$$\frac{\partial p_a(\delta, t)}{\partial t} = A_* \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_\delta + \{(1-\alpha) - A_*\} \cdot \frac{dx_1}{dt} \quad \dots (35)$$

また、上述より $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dx_1}{dt} = 0$ であるので上式は次式となる。

$$\frac{\partial p_a(\delta, t)}{\partial t} = A_* \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_\delta \quad \dots (36)$$

さらに、 $p_a(\delta, t)$ は円筒下端の空気圧 $p_{a,L}$ に対応し、また $(\partial x/\partial t)_\delta$ は下式で与えられるwetting frontの伝播速度⁵⁾に対応する。

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_\delta = \frac{\theta_* - \theta_c}{\theta_* + \theta_c} \cdot \frac{dx_1}{dt} + \frac{2 \cdot \theta_c}{\theta_* + \theta_c} \cdot \frac{K_* \cdot (1-A_*)}{\theta_*} \quad \dots (37)$$

結局、式(36)は次式となる。

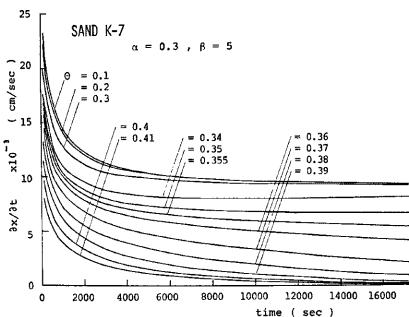


Fig. 12. Propagation speed of constant soil moisture.

$$\frac{dp_{a,L_*}}{dt} = \frac{2\theta_c}{\theta_* + \theta_c} \cdot \frac{K_*(1-A_*)}{\theta_*} \cdot A_* = \frac{K_* \cdot (1-A_*)}{\theta_*} \cdot A_* \quad \dots \dots \dots (38)$$

式(36)は時間の経過とともに空気圧の増加割合が一定値に漸近することを意味し、これは Fig. 7, 10 の実験結果ともほぼ一致している。

最後に、以上いろいろの比較をした結果を統合してみると、 α の値については0.3という第1次近似値はほぼ妥当であり、 β の値は0.5～6の範囲にあり、本当は粒径と湛水深の大きさによって変わると考えられるが、これらの値に対する物理的な意味づけは現在までのところ必ずしも明確にはできなかった。

4. 水分の再分配実験での擬似飽和域と空気圧との関係

擬似飽和域内での機構がある程度明確になったが、その応用例として水分の再分配実験における空気圧の変化と擬似飽和域との関連について考えることにする。まず考察に必要な実験事実を列挙するとつぎのとおりである。

(1) 実験結果の概要

Fig. 13 は K-7 砂を対象にした単層実験での水分分布の変化を示した一例であり、

Fig. 14 は空気圧の変化を、実験開始時までの総給水量、すなわち給水高 S の異なる 3 つの実験について示したものである。ここに、実験開始時とは、湛水浸透において形成されていた湛水深が給水を停止した後ほぼなくなる時間のことである。また **Fig. 15** は **Fig. 13** の実験において脱水領域内 ($x = 0 \sim \text{約 } 50 \text{ cm}$) での同一含水比の伝播状況を空気圧の変化とともに図示したものであり、さらに **Fig. 16** は吸水領域での wetting front の移動の様子を示している。

以上の実験結果より大略つたことがいえる。すなわち、給水停止後の脱水は砂層表面より始まり順次下方に進行するが、その際 $x=69\text{ cm}$ の計測点での水分量は $t=60\text{ min}$ 程度まで変化せずほぼ一定値を保っている。その間、吸水領域はあたかも $x=69\text{ cm}$ の点の水分が固定された状態で wetting front の進行によって形成されていき、その伝播速度はほぼ一定値 α となっているが時間とともにやや減少する傾向を示す。なお、 $x=69\text{ cm}$ の位置で認められたような水分特性を示す点を以下では「遷移点⁸⁾⁹⁾」と呼び、その位置を x_m 、その水分量を θ_m と記すこととする。また、上述の特性はある程度以上の給水高がある場合には他の単層実験（開放実験を含め

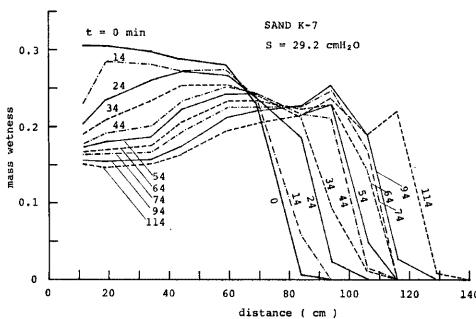


Fig. 13 Example of moisture profile during redistribution of soil water.

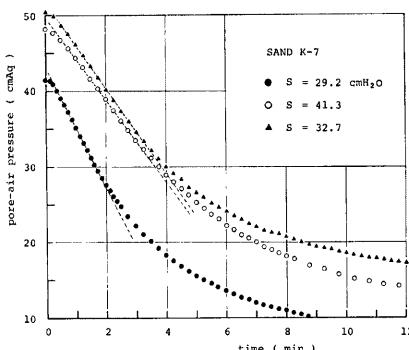


Fig. 14 Pore-air pressure during redistribution of soil water after various amount of water supply.

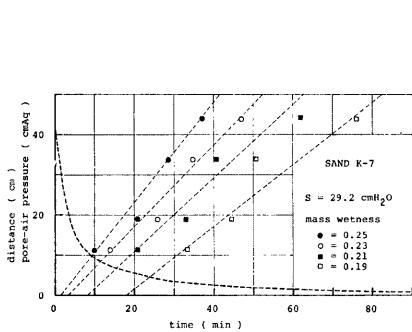


Fig. 15 Soil moisture in drainage zone and pore-air pressure, corresponding to Fig. 13.

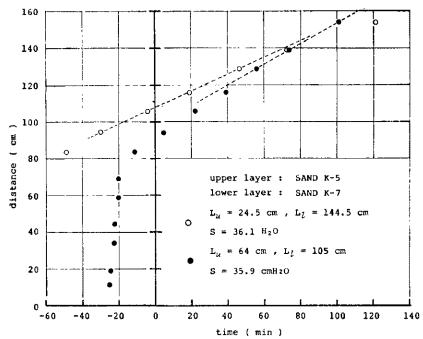


Fig. 17 Development of wetting front during redistribution, corresponding to Fig. 3.

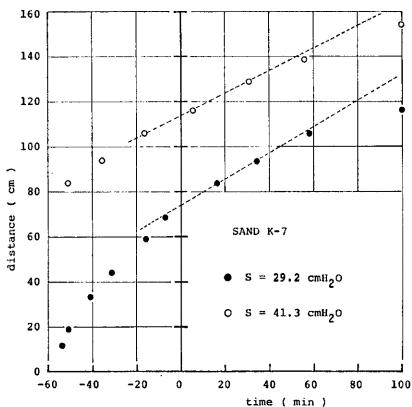


Fig. 16 Development of wetting front during redistribution, corresponding to Fig. 14.

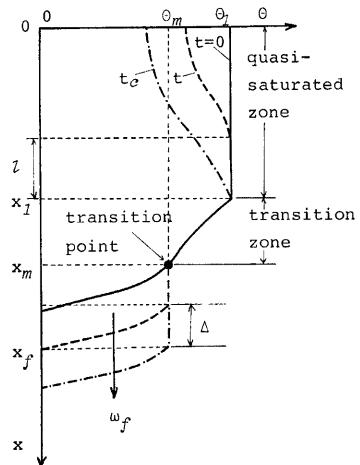


Fig. 18 Schematic model of moisture profile during redistribution in soil column.

て)でも同様に認められた。そこで Fig. 13 の実験を詳細に調べてみると、 $w_f = 9.4 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$, $\theta_m = 0.34$ (mass wetness では 0.24 程度) であり、またこの θ_m に対応する $K(\theta)$, $A(\theta)$ を用いて $[K \cdot (1-A)/\theta]_{\theta_m}$ を求めると $8.7 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ となりほぼ w_f の値と一致していることがわかる。このことは、ほぼ一定形状の wetting front が一定の速度で伝播している状況に対応するものであることはいうまでもない。

つぎに、Fig. 3, 4 で示した上層が K-5 砂、下層が K-7 砂よりなる二層砂層の実験結果について述べる。この系では Fig. 1 に示すように上層と下層との粒径差が著しいため、上層は下層に対して湛水深の役割を示す²⁾と考えられる。すなわち、Fig. 3(a), (b)においては、下層に注目したとき実験開始以降それぞれ $t = 15, 45 \text{ min}$ 程度まで湛水深の影響がみられ、(b) の場合はその間擬似飽和域が発達していることがわかる。Fig. 17 は wetting front の進行を示したもので、その伝播速度は、Fig. 3(a)の場合、 $t = -30 \sim 60 \text{ min}$

の範囲ではほぼ一定値を示し、一方 (b) の場合、湛水深の影響がなくなる時間 $t=50\text{ min}$ 付近より、それまでの値より若干小さな値へ変化してほぼ一定値を保つようになることがうかがえる。そこで、湛水深の影響がなくなる時間以降の擬似飽和域が存在している時間帯に注目すると、Fig. 3 (b) の場合は明確でないが、(a) の場合 $x=94\text{ cm}$ の測点近傍に遷移点の存在が認められ、 $\theta_m=0.36$ (mass wetness は 0.26程度) となっている。また、この場合は Fig. 17 より $\omega_f=9.4 \times 10^{-3}\text{ cm/sec}$ であるので、単層の場合と同様 $[K \cdot (1-A)/\theta]_{\theta_m}$ を求めると $8.8 \times 10^{-3}\text{ cm/sec}$ となって大略 ω_f の値と一致し、この一定速度は擬似飽和域が消滅する時間にはほぼ対応してしだいに小さな値に移行することがわかる。

(2) 空気圧の変化に対する考察

4.(1)で述べた実験結果のうち擬似飽和域が存在している状態を対象にして、模式的に示した Fig. 18 の水分の再分配の状況を想定する。このモデル化は擬似飽和域の下端 x_1 より遷移点 x_m までの領域（以下、これを遷移領域と呼ぶ）での水分分布は不变なものとし、wetting front は θ_m を最大値にして一定の速度 w_f で形状を保持して移動していくものとする。また、便宜上 wetting front の巾を一定の $4(>0)$ とし、その上・下限の座標をそれぞれ x_f-4 , x_f とする。さらに、脱水領域（この場合、擬似飽和域が対応する）での脱水は、上部からの給水がないので砂層表面より順次下方に進行するものとする。

さて、式(24)を時間を固定して $x=x_1 \sim L$ で積分すると、次式がえられる。

ところで、上式の積分項はつぎのように近似できる。

$$\int_{x_1}^L A \cdot dx = \left[\int_{x_1}^L A \cdot dx \right]_{t=0} + A_m \cdot \omega_f \cdot t \quad(40)$$

$$\int_{x_1}^L \frac{D \cdot A}{K} \cdot dx = \left[\int_{x_1}^L \frac{D \cdot A}{K} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} dx \right]_{t=0} \quad \dots \dots \dots (41)$$

また、式(2)の関係はこの場合次式の表現となる。

なお、 $t = 0$ のとき、 $l(0) = x_1$ とする。

さて、式(39)で $t = 0$ とした場合の式を式(39)より差し引き、式(40), (41)を考慮すると次式がえられる。

$$\dot{p}_{a,L} = (\dot{p}_{a,L})_{t=0} - (\dot{p}_{a,1})_{t=0} + \dot{p}_{a,1} + A_m \cdot \omega_f \cdot t + \left(\int_{x_1}^L A \cdot \varepsilon \cdot dx \right)_{t=0} - \int_{x_1}^L A \cdot \varepsilon \cdot dx \quad (43)$$

上式に式(42)の関係を用いると、次式となる。

$$p_{a,L} = (p_{a,L})_{t=0} + \alpha' \cdot (l - x_1) + A_m \cdot \omega_f \cdot t + \left(\int_{x_1}^L A \cdot \varepsilon \cdot dx \right)_{t=0} - \int_{x_1}^L A \cdot \varepsilon \cdot dx \quad \dots \dots \dots (44)$$

また、とくに擬似飽和域がなくなる ($I \rightarrow 0$) 時間 t_c を考えると、上式は次式となる。

$$(\dot{p}_a, \epsilon)_{t=t_c} = (\dot{p}_a, \epsilon)_{t=0} - \alpha' \cdot x_1 + A_m \cdot \omega_f \cdot t_c + \left(\int_{x_1}^L A \cdot \epsilon \cdot dx \right)_{t=0} - \left(\int_{x_1}^L A \cdot \epsilon \cdot dx \right)_{t=t_c} \quad \dots \quad (45)$$

一方、式(44)の $I(t)$ の変化に関して Fig. 15 で述べた水分の伝播に関する特性が擬似飽和域 θ_1 まで拡張できるものと仮定すると、 $I(t)$ は次式で与えられる。

ここに, C_s ; 擬似飽和域の上端の移動速度で正符号の一定値。そこで、上式を式(44)に代入すると、次式のようになる。

$$P_{a,L} = (P_{a,t})_{t=0} - (\alpha' \cdot C_s - A_m \cdot \omega_f) \cdot t + \left(\int_{x_1}^L A \cdot \varepsilon \cdot dx \right)_{t=0} - \int_{x_1}^L A \cdot \varepsilon \cdot dx \quad \dots \dots \dots \quad (47)$$

さて、式(45)、(47)には式(22)よりわかるように $\partial p_b / \partial t$ の影響を示す ϵ の項が含まれている。ここで対象としている時間帯では、Fig. 3, Fig. 14 よりわかるように、空気圧は、3. (4) で考案した湛水浸透である程度

浸透が進んだ状態での空気圧の時間変化に比べ急激な減少を示している。このことは式(45), (47)において ϵ の項が他の項に比べどの程度の大きさであるかを検討することが必要であることを意味している。そこで、以下では ϵ の項の order を調べた結果について述べる。式の展開ないしは誘導過程を詳細に示すことは冗長があるので結果のみを示すことにするが、誘導過程において、 ϵ に含まれる $\partial p_a / \partial t$ は空間的に一様であると仮定し、 $x=L$ での値 $dp_{a,L} / dt$ で代表させた。また、式(47)で $t=0$ と $t=t$ での ϵ 項の差を求めるに際しては、両時間での $dp_{a,t} / dt$ を等しくおいた。

$$\left[\theta_s \cdot \left(L - \frac{x_f + x_f(0) - d}{2} \right) + \theta_m \cdot \left(d + x_m - \frac{x_f + x_f(0)}{2} \right) - \frac{\theta_s \cdot (x_m - x_1)}{2} \cdot \left\{ 1 + \frac{(K_a + K)_m}{(K_a + K)_1} \right\} \right] \quad \dots \quad (48)$$

ここに、 $x_f(0)$; $t = 0$ での x_f の値、 $(K_a + K)_1$ 、 $(K_a + K)_m$ ；それぞれ $\theta = \theta_1$ および $\theta = \theta_m$ に対応した値。

式(48)の値の order を Fig. 3, Fig. 14 の場合について調べてみると、いずれも 10^{-1} cmAq 程度となったので、式(47)における ϵ 項の影響は 10 cmAq の order である ($p_{a,L}|_{t=0}$ に比べ無視できるだろう。ただし、Fig. 3 の場合は下層に注目したわけであるが、前述のように上層の湛水深の影響があるので、この影響がなくなる時点をここでは $t = 0$ とみなすことになる。したがって、式(47)で示された空気圧は次式となる。

また、擬似飽和域がなくなる時間 t_c での空気圧は上式より次式で与えられる。

式(49)に注目すると、空気圧は一定の割合 ($\alpha' \cdot C_s - A_m \cdot \omega_f$) で時間とともに減少することがわかる。なお、式(48)を求めるにあたり、 $d\bar{p}_{a,t}/dt = \text{const.}$ としたが、この仮定の妥当性は上記の結果より保証されたことになる。

つぎに、実験ではどのようにになっているかを調べることにする。まず、K-7 砂の単層実験の Fig. 13 の場合について、Fig. 14 の空気圧の減少の様子を調べると、実験開始直後より 2 min 程度（この時間を t'_1 とする）直線的变化をしており、 $(p_{a,t})_{t=0} = 41 \text{ cmAq}$ 、 $(p_{a,t})_{t=t'_1} = 29 \text{ cmAq}$ となっている。これらの値を用いて式(50)を調べると、 $A_m \cdot \omega_f \cdot t'_1$ の項は無視でき、 $\alpha' \cdot x_1 = 12 \text{ cmAq}$ となるので α' の値を 3.(3)で採用した値の 0.7 ($\alpha = 0.3$) とすると $x_1 = 17 \text{ cm}$ となり、Fig. 13 において大略予想できる擬似飽和域の長さ 20 cm 程度の値とほぼ一致する。なお、Fig. 14 に示されている他の実験例についても同様な結果がえられた。

つぎに、Fig. 3 の場合で下層に注目して調べてみる。Fig. 3(a)の場合には、Fig. 4 よりわかるように、実験開始後空気圧は急激な減少を示し、 $t=15\text{ min}$ 程度より減少割合は小さいがほぼ直線的な変化に移行して $t=50\text{ min}$ 程度までその状態が持続されている。そして、前者の時間は前述した上層の湛水深的影響がなくなる時間とはほぼ一致し、後者の時間は擬似飽和域がなくなる時間にはほぼ対応している。Fig. 3(b)の場合にも、やはり(a)の場合と同様に実験開始後急激な空気圧の減少がみられ、 $t=30\text{ min}$ 程度より大略直線的な変化に移行している。しかし、詳細に調べると $t=45\sim80\text{ min}$ 程度の範囲まで一つの直線的な変化を示し、 $t=30\sim45\text{ min}$ 程度の範囲の時間帯での変化と若干異っていることがわかる。そして、 $t=45\text{ min}$ の時間は前述の湛水深的影響がなくなる時間に対応し、 $t=80\text{ min}$ は、(a)の類推よりも擬似飽和域がなくなる時間に対応しなければならないが、図では 20 min 程度遅くなっている。

そこで、Fig. 13 (a), (b) の場合に対しそれぞれ $t=15\text{ min}$ および $t=45\text{ min}$ を擬似飽和域がなくなり始める時間としてこれを初期時間と考えると、その時間に対応する空気圧 $p_{a,t}$ はそれぞれ 37, 51 cmAq 程度となり、また空気圧が急激な減少を始める時間 t'_c に対応する空気圧は両者ともほぼ 31 cmAq である。一方、 $A_m \cdot \omega_s \cdot (t'_c - 15 \text{ or } 45)$ は 4 cmAq 程度であったので、 $\alpha' \cdot x_1$ の値はほぼ 10, 24 cmAq となり、上述と同様 $\alpha'=0.7$ を用いると、 x_1 はほぼ 14, 34 cm となる。Fig. 3 (a) の場合に対する $x_1=14\text{ cm}$ という値は予

想される 10 cm 程度の値とほぼ一致しているが、(b) の場合の $x_1 \approx 34$ cm という値は予想される 20 cm 程度より若干大きいようにも考えられる。ところで、20 cm 程度と予想した根拠は計測点 $x = 84$ cm までが擬似飽和域だとしたことによるが、この擬似飽和域がなくなる時間は空気圧が急減する $p_{a,L} \approx 31$ cmAq の時間より 20 min 程度前であった。これらのこと考慮して擬似飽和域がつぎの計測点である $x = 94$ cm 近傍まで発達していたと考えると、 $x_1 \approx 30$ cm がえられ、この値は上記の $x_1 \approx 34$ cm に近い値となる。

以上、水分の再分配実験を対象にして Fig. 18 で示したモデルを仮定して空気圧と擬似飽和域との関連について調べた。そのさい、 C_s の値を水分の計測の結果より正確に決定できなかったので、 $d\bar{p}_{a,L}/dt$ と $(\alpha' \cdot C_s - A_m \cdot \omega_f)$ との定量的評価ができなかった。しかし、モデルより導びかれる空気圧の変化を示す式(49)の関係が、実験において定性的ではあるが満足されることがわかり、また、式(50)で決る実験開始時での擬似飽和域の長さは大略、実験値より予想される値と一致するという結果をえることができた。これらのことより、擬似飽和域では式(2)あるいは式(7)で与えられた関係式がほぼ成立するといえよう。

5. む す び

下端を閉じた円筒内につめた砂層への湛水浸透において、水分の分布状態は砂層の表面直下に形成される擬似飽和域とそれに連なる不飽和域とで構成されるわけであるが、本文では従来不明であった擬似飽和域での水と空気の運動機構を連続的な事象と仮定して、この機構を考慮することにより両領域の解析を同時にを行うことを試みた。その結果、大略水の運動については、

$$v = -\alpha \cdot \dot{K} \cdot \left(1 + \frac{\beta/\alpha}{x_1} \right)$$

で示される Darcy 則的な表現の式で与えられ、また、空気の運動については、擬似飽和域の長さ x_1 とその下端の空気圧 $\bar{p}_{a,L}$ の関係

$$\bar{p}_{a,L} = (1-\alpha) \cdot x_1 + (h_w - \psi_e - \beta)$$

で示される一種の状態方程式で表わしえることを明らかにした。また、これらの関係を用いて、砂層中の水分の分布状態、wetting front の伝播速度、円筒下端での空気圧、浸透強度を解析した結果は実験結果とよい一致をみた。しかし、上式中の α 、 β の物理的解釈を明確な形で与えることができなかつたので、今後この点を明らかにしていきたいと考えている。最後に、実験およびその整理に協力していただいた、当時京大大学院生の時松昌則君（現在、岡山県勤務）と事務官の杉村寿子様に感謝します。なお、計算に際して京都大学化学研究所 FACOM 230-48 を使用した。

参 考 文 献

- 1) 石原安雄・下島栄一：閉塞単一砂層への雨水浸透に関する研究、京都大学防災研究所年報、第19号 B、1976, pp. 99~122.
- 2) 石原安雄・下島栄一：閉塞 2 層砂への雨水浸透に関する実験的研究、京都大学防災研究所年報、第20号 B、1977, pp. 119~147.
- 3) 下島栄一・石原安雄・時松昌則：降雨後の浸透水の移動について、土木学会第32回年次学術講演会講演概要集第2部、1977, pp. 225~226.
- 4) 時松昌則：雨水の浸透機構に関する実験的研究、京都大学大学院工学研究科修士論文、1979, pp. 50~94.
- 5) 石原安雄・下島栄一：閉塞浸透における不飽和域の解析、京都大学防災研究所年報、第21号 B-2, 1978, pp. 173~191.
- 6) Parlange, J.Y.: 例えば Theory of water movement in soil.: 6. Effect of water depth over soil, Soil Sci., Vol. 113, 1972, pp. 156~161.

- 8) Cisler, J.: Note on the Parlange method for numerical solution of horizontal infiltration of water into soil, *Soil Sci.*, Vol. 117, 1974. pp. 70-73.
- 9) Youngs, E.G.: Redistribution of Moisture in Porous Materials after Infiltration, 1, *Soil Sci.*, Vol. 86, 1958, pp. 117-125.
- 10) Youngs, E.G.: Redistribution of Moisture in Porous Materials after Infiltration, 2, *Soil Sci.*, Vol. 86, 1958, pp. 202-207.