

井筒基礎の震動特性に関する実験的研究

土岐 憲三・佐藤 忠信・三浦 房紀

EXPERIMENTAL STUDIES ON THE DYNAMIC CHARACTERISTICS OF WELL FOUNDATION

By Kenzo TOKI, Tadanobu SATO and Fusanori MIURA

Synopsis

The purpose of this experimental study is to verify the theoretical results on the dynamic characteristics of the enclosed soil inside of well foundations.

Vibration test are performed using three different model caissons embeded on/or in a sand layer which is mounted on a shaking table and it is confirmed that the enclosed soil behaves such as the mass of the caisson is increased by the amount of the enclosed soil mass and the contribution of enclosed soil to the rigidity of the system is neglible compared with that of surrounding soil.

Numerical simulation on the dynamic behavior of soil and foundation system are also carried out to compare with the theoretical and experimental results.

1. はじめに

近年、土木構造物の大型化の傾向は著しいものがあり、特に橋梁の橋脚やその基礎は軟弱な沖積層などの不利な地盤条件の地点にも建設を余儀なくされる。このような軟弱地盤に巨大な構造物を建築する場合、それを支持するだけの耐荷力を有する基礎が必要となるため、必然的にその基礎も大型の傾向が著しいものとなっている。一般に構造物の基礎として広く用いられているものに、剛性に富み耐震的にすぐれているという見地からケーソン基礎がある。ケーソン基礎はオープンケーソンと空気ケーソンとに大きく分けられるが、最近新たに鋼管、H形矢板などに耳をつけて円形、小判形、長方形に打ち込み、頭部をフーチングで剛結してオープンケーソンと同様な作用をとらせる、いわゆる矢板式基礎が多く用いられるに至っている。特に鋼管矢板を支持層に達するまで深く根入れて井筒状にしたものが鋼管矢板井筒基礎であり、橋梁の基礎としては、井筒径が30m程度のものまで使用されている。

このような矢板井筒基礎が地震動を受ける際、根入れ長さに比較して井筒の径が小さければ井筒内部の土は、それも上方に近い部分の土は井筒と同じ運動をすると考えて差し支えないであろうが、井筒の径が根入れ長さに近くなると井筒内部の土は井筒底面を通じて周辺の地盤と連続していることから、もはや井筒と同位相で運動すると考えることが困難となってくる。

そこで著者らは、鋼管矢板井筒基礎を対象とし、井筒の内、外部の土の両者を共に連続な弾性体と仮定し、これに弾性波動論を適用して、これらが地震動を受ける際の動搖振動について応答解析を行ない、井筒内部の土の挙動が井筒の応答特性に及ぼす影響を調べ、井筒内部の土の取り扱いに関する検討を試みている¹⁾。それによる成果を要約すると以下の通りである。

(1) 井筒の内部、外部の土のばね効果を表わす項は振動数の関数であり、内部の土におけるそれは振動数に関して2次曲線で近似できる。これは井筒内部の土が質量効果をもつことを表わしている。

(2) 井筒底面回りの回転ばね係数に及ぼす井筒内部の土の影響は井筒外部のそれの約10%以下であり、基盤のそれをも加えた系全体のばね係数に占める割合はさらに小さいものとなる。

(3) 井筒底面における基盤の回転ばね係数は系の応答特性に大きな影響をもち、基礎が堅固であれば系の応答に及ぼす表層地盤の影響は低下する。

そこで、本研究は上に得られた結果を模型実験を行うことにより検証し、さらに、有限要素法を用いた数值解析を実施して、理論的、実験的に得られた成果の妥当性についての検討を行うものである。

2. 実験装置および実験概要

2.1 実験装置

京都大学防災研究所の人为地震発生装置（振動台）上に、長さ 2200mm、幅 1200mm、高さ 1000mm の鋼製の土槽を固定し、その中に深さ 600mm の砂層を作成した。このとき、土槽の長手方向（加振方向）の内部壁面にウレタン製マットを装着し、土槽壁面による砂層の拘束を緩め、土槽壁面の砂層に及ぼす影響を低下させることを試みた。また、砂層の弾性波速度の測定を行えるよう土槽端部より約 10cm の所に厚さ約 2cm の合板を壁面に平行に深さ約 50cm まで埋設した。このようにして作成した砂層の中心位置に加速度計を取り付けた鋼製の井筒模型を砂層表面に設置した場合、および、砂層内に埋設した場合について実験を行った。

Fig. 1 にその概要を示す。

(1) 井筒模型

実験には 3 種類の井筒模型を用いた。その概要を Fig. 2 に示す。W モデルは、直径と高さの比が 1:1 であり、M モデルは W モデルと高さが等しく直径を 2/3 倍したもの、S モデルは高さ、直径共に W モデルを 2/3 倍したものである。各井筒模型の頂部には、その固有振動数を砂層の固有振動数と異なって出現させるため重錘を取り付けて実験に供した。また井筒模型底面には、井筒の内部と外部を分断するための底板の装着が可能となっている。

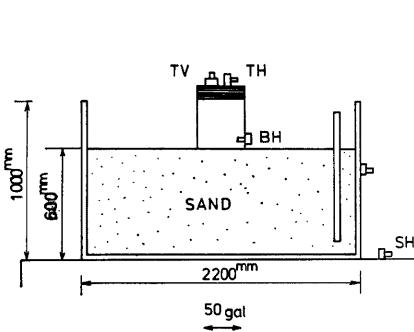


Fig. 1. General view of the experiment.

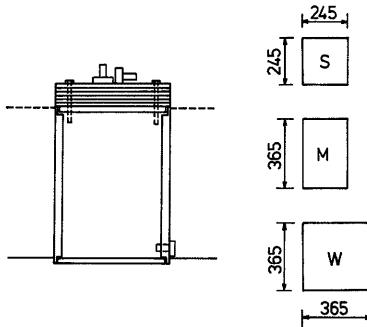


Fig. 2. Model caissons.

実験は、井筒模型内部に砂を充填する場合（以下「中実」と称する）としない場合（空虚）、さらにその各々の場合について井筒内部と外部とを分断するために模型に底板を取り付ける場合（底板有）と取りつけない場合（底板無）に分類して行う。これらの模型の諸元を Table 1 に示す。

(2) 振動台（明石製作所製、人为地振発生装置 ASE-91T）

加振テーブル（2500mm × 2500mm）は、X, Y の 2 方向の加振が可能であるが、本実験では X 方向の一方向のみに一定振幅 50gal の正弦波により、5Hz から 50Hz の範囲で加振した。

(3) 加速度計（明石製作所製、サーボ型加速度計、V401-BT 型、固有振動数 450Hz）

測定を行った加速度成分は次の 5 成分である。井筒模型頂部の水平成分（TH）と鉛直成分（TV）、模型底部の水平成分（BH）、土槽の砂層表面付近の水平成分、および振動台水平成分（SH）である（Fig. 2 参照）。

Table 1. Data of the model caissons.

Model	Inside	<i>W</i>		<i>M</i>		<i>S</i>	
		Empty	Removed	Empty	Attached	Sand	Removed
<i>W</i>	Height of the model (m) (Including the thickness of weight plates)	0.432		0.425		0.305	
	Outer diameter of the model (m)	0.180		0.123		0.123	
	Inner diameter of the model (m)	0.173		0.117		0.117	
<i>M</i>	Base plate	Removed	Attached	Empty	Removed	Sand	Attached
	Mass moment of inertia ($\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{sec}^2$)	0.885	0.888	0.888	1.165	1.169	
	Weight (kg)	70.6	75.1	75.1	124.8	129.2	
<i>S</i>	Height of the center of gravity (m)	0.330	0.310	0.310	0.265	0.256	
	Mass moment of inertia	0.386	0.387	0.387	0.509	0.509	
	Weight	34.2	36.2	36.2	59.3	61.3	
	Height of the center of gravity	0.321	0.303	0.303	0.262	0.254	
	Mass moment of inertia	0.191	0.192	0.192	0.231	0.232	
	Weight	30.2	32.3	32.3	47.1	49.1	
	Height of the center of gravity	0.235	0.220	0.220	0.195	0.187	

加速度計の固有振動数は 450Hz であるので、本実験の対象となる 5~50Hz の振動数領域においては加速度計自身の位相差特性は無視し得ると考えられる。分解能は 5×10^{-6} g であり、1g に対して 3V の電圧を発生する。

(4) 記録器機

加速度記録は、14チャンネルデータレコーダー (TEAC 社製、R-280 型) に記録し、これを任速再生して解析に供した。実験に際しては、データレコーダーを通じて、加速度記録をペンレコーダー (渡辺測器社製、WTR 211 型) に記録し、これをモニターとして使用した。解析に当っては解析精度の向上のためにペンが記録紙上で直線的に作動するサーボタイプのマルチコーダー (渡辺測器社製、MC641-6H 型) を用いて記録を再生し、これを用いた。

(5) 周波数カウンター (武田理研社製、ユニバーサルカウンター、IR-5104)

振動台で入力された正弦波の周波数の測定には、3桁の精度でデジタル表示する周波数カウンターを使用した。

2.2 実験手順および実験方法

井筒模型を用いて行う一連の本実験の前後、および途中に板たたき法による砂層の弾性波速度の測定を行った。

(1) 板たたき法

Fig. 3 は板の打撃の方向、砂層内に埋めた加速度計の位置、および NS 方向と SN 方向に板を打撃した際に得られた加速度記録の一例である。

横波速度を検出するには、NS 方向および SN 方向に打撃を行う。NS 方向に打撃を与えたときの砂層内の加速度計 1, 2, 3 により得られた加速度記録の例が Fig. 3 の 1, 2, 3 の実験である。これらの曲線の峰および谷を時間の早いものから順に取り出し、Fig. 4 に示される横軸に平行な直線上に峰は●印、谷は×印で書き込んでいく。同一方向からの打撃を数回繰り返し、同様の処理を行うと、同一印の集合が各直線上に生じる。これら同一印の集合を結ぶことによって走時曲線が得られる。次に SN 方向から打撃を行い、前述と同様の処理を行うことによって Fig. 4 と同様の図を得る。そして、求まった両図に描かれた走時曲線を対応させる。この時、横波だけでなく縦波も生じるが、縦波は打撃の方向を逆転しても位相は逆転しないが、横波は逆転することより両者の識別が可能である。

次に縦波速度を測定するには、加速度計を合板に向けて埋設して Fig. 3 に示される、WE, EW 方向の打

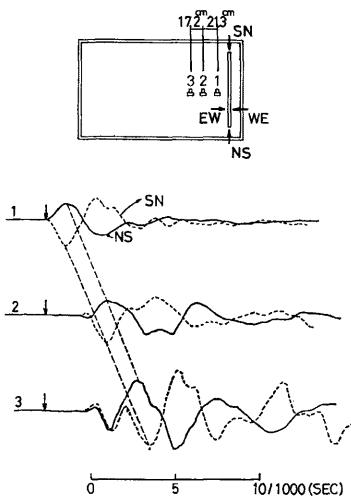


Fig. 3. Directions of strike and recorded accelerograms.

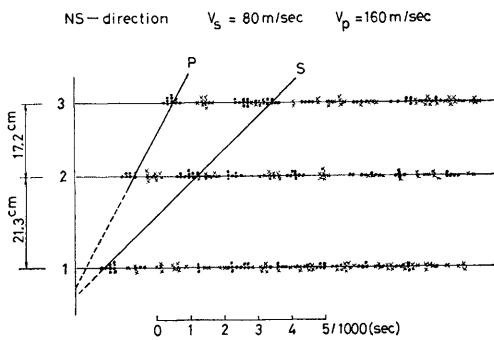


Fig. 4. Travel time-distance curves.

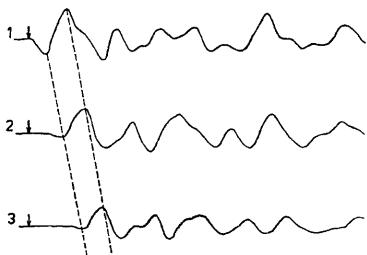


Fig. 5. Recorded accelerograms and travel time-distance curves for P-wave shot.

の両方を行うことによって、井筒の周辺地盤に影響されないモデルの特性が、埋設することによって周辺地

盤からいかなる影響を受けるかという点を検討し得る。

井筒模型は、砂層の中心位置に水準器を用いて水平に設置した。表面設置のうち、底板を取付けないモデルの場合は、模型が砂層内に沈下する恐れがあるので、実験に際しては底面に、W モデルには 10mm, M, S モデルには 5mm の幅をもつリングを取り付け、模型の沈下の防止に務めた。また、井筒模型を設置する時以外は、砂層表面をビニールシートで覆い、砂層の含水状態等に変化をきたすことのないよう務めた。

弾性波動論による解析²⁾は線形振動系であり、したがって本実験も応答が線形の範囲であることが望ましく、その意味において入力はできるだけ低レベルに押える必要がある。ところが、振動台には、40Hz から 50Hz の間を変動する約 4gal のノイズがあり、SN 比を良くするためには入力レベルを上げることが必要と相反する必要性が生じた。そして結局、両者の兼ね合いから入力加速度を 50gal とした。実験はすべて入力一定の条件のもとに、加振振動数を変化させ、各振動数で定常加振を行った。

(3) 砂層の定常正弦波加振

予備実験の段階で、砂層の共振振動数は予め知り得ていたが、詳しい砂層の挙動を調べるために、一連の井筒模型を用いた実験の終了後、砂層内に加速度計を埋めて(2)と同様の加振を行った。測定成分は、砂層中央の表面下 5cm にて水平、鉛直の 2 成分、以下 25cm, 45cm にてそれぞれ水平成分の計 4 成分である。

3. 実験結果およびその考察

3.1 砂層の動特性

2.2 (1) で述べた方法により求めた弾性波速度、および砂層の単位体積重量、さらにこれらの値を用いて算出した弾性定数を Table 2 に示す。

次に、砂層のみを加振した際の応答曲線を Fig. 6 に示す。これより砂層の共振振動数は約 31Hz であり、それ以下の振動数ではほとんど増幅が行われていないことがわかる。ここで、砂層を弾性体と仮定して、1 次のせん断振動の共振振動数 $f_R = V_s / 4H$ を $V_s = 80.6 \text{ m/sec}$, $H = 0.6 \text{ m}$ として求めると、 $f_R = 33.6 \text{ Hz}$ を得、実験値に近い値となり、これより砂層の共振振動数はせん断振動によるものと考えられる。共振振動数を越えると大きく増幅されているのは、砂層内に波動の伝播が生じ、側壁間での反射による定在波の存在等の影響と思われる。

Table 2. Constants of the sand layer.

S-wave velocity	(m/sec)	81.6
P-wave velocity	(m/sec)	160.0
Unit weight	(gr/cm ³)	1.50
Poisson's ratio		0.32
Shear modulus	(kg/cm ²)	101.9
Young's modulus	(kg/cm ²)	269.0

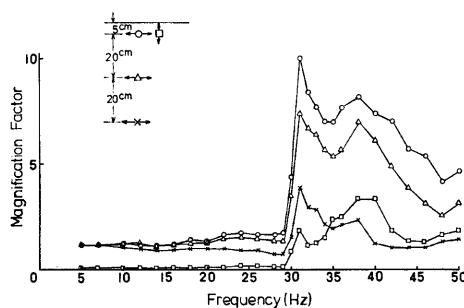


Fig. 6. Frequency response curves at different depth in the sand layer.

3.2 加速度応答曲線および共振振動数

井筒模型頂部水平方向の加速度応答曲線および位相曲線を、前者を a, 後者を b として、表面設置の場合を Fig. 7～Fig. 9 に、埋設の場合を Fig. 10～Fig. 12 に示す。また、加速度応答曲線と位相曲線とから決定した共振振動数を Table 3 に示す。さらに井筒模型底部の加速度応答曲線を M モデルについて表面設置の場合を Fig. 13 に、埋設の場合を Fig. 14 に示す。

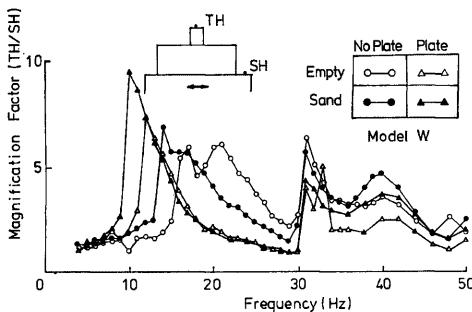


Fig. 7(a). Frequency response curves of *W*-model.
(Surface setting)

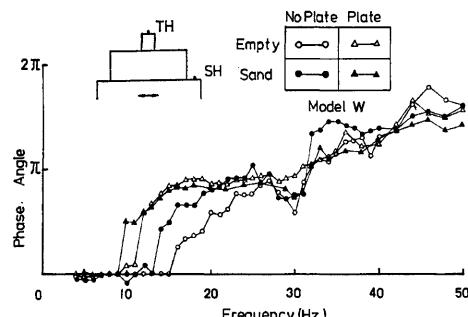


Fig. 7(b). Phase difference curves of *W*-model.
(Surface setting)

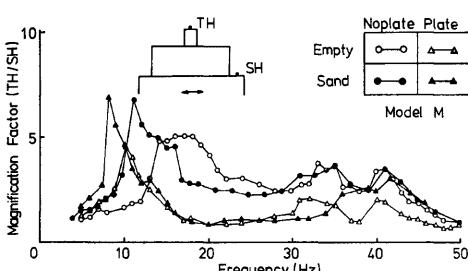


Fig. 8. Frequency response curves of *M*-model.
(Surface setting)

(1) 頂部水平加速度応答曲線に関する検討

砂層表面設置の場合の Fig. 7(a)～Fig. 9 を概観すると、W・M・S いずれのモデルの場合にも 10～20Hz の間に一連のピーク群が、そして 31Hz 付近および 40Hz 付近にピークが見られる。Fig. 6 の砂層の動きからも明らかなように、10～20Hz にみられる一群の共振振動数は模型の共振点に対応するものであり、後者の 2 つのピークは砂層の振動の影響によるものと考えられる。ここで、Fig. 8 のモデル M の場合、他の 2 つのモデルに比較して砂層の共振点付近の応答倍率が小さくなっている。これは M モデルは直徑に対し高さが 1.5 倍と、他のモデルより細長比が大きいために頂部を回転中心とする運動が発現しやすいためと考えられる。この点に関しては、さらに(3)の底部水平加速度応答曲線の所でも述べる。

次に埋設の場合は、S モデルの〔底板無〕の場合を除いて、砂層の共振振動数までほとんど增幅されておらず表面設置の場合に生じた 10Hz から 20Hz の間の一連のピーク群は全く消失し、砂層の水平加速度応答曲線の形状とほぼ一致している。これは、地中深く根入された基礎の動特性は周辺地盤の動特性に強く支配されることを示唆するものである。

(2) 共振振動数の比較検討 (Table 3 参照)

まず、砂層表面上に井筒模型を設置した場合について検討する。〔底板無〕と〔底板有〕に大別して共振振動数を比較すると、〔空虚〕と〔中実〕、またモデルにかかわらず〔底板無〕の方が共振振動数が高くなっ

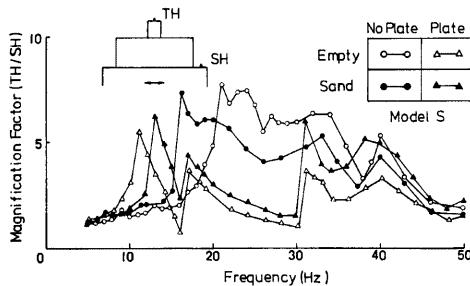


Fig. 9. Frequency response curves of S-model. (Surface setting)

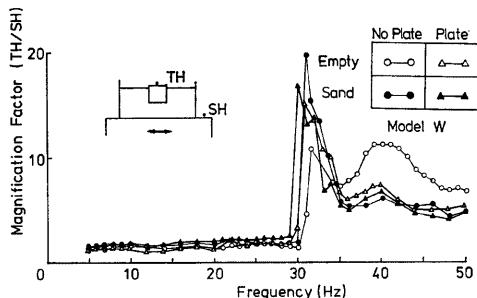


Fig. 10(a). Frequency response curves of W-model. (Buried)

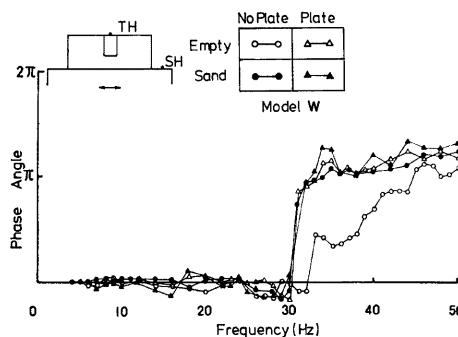


Fig. 10(b). Phase difference curves of W-model. (Buried)

ている。この理由として次のことが考えられる。各モデルの底面が砂層に接触する面に加わる圧力を算出したものをTable 4に示す。これよりわかるように底板のない場合、その圧力は〔空虚・底板有〕の約10~12倍、〔中実・底板有〕の約6~7倍となっている。すなわち、接触面付近の拘束圧が〔底板無〕と〔底板有〕とでは大きく異なっており、拘束圧に比例的に弾性定数が増大することから、ばね剛性も大となり、その結

Table 3. Resonant frequency (Hz).
Surface setting

Base plate		Removed	Attached
Inside	Model		
Empty	W	16.3	12.3
	M	14.2	9.9
	S	21.0	11.8
Sand	W	14.3	10.2
	M	11.0	8.1
	S	16.1	13.3

Base plate		Removed	Attached
Inside	Model		
Empty	W	32.0	30.4
	M	30.5	31.0
	S	33.5	31.3
Sand	W	31.2	30.3
	M	30.4	31.1
	S	30.6	31.2

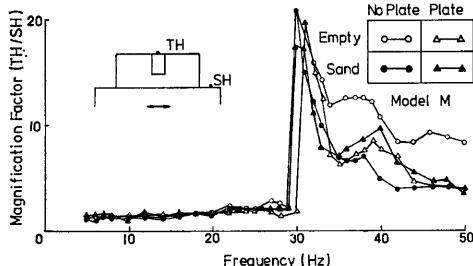


Fig. 11. Frequency response curves of M-model. (Buried)

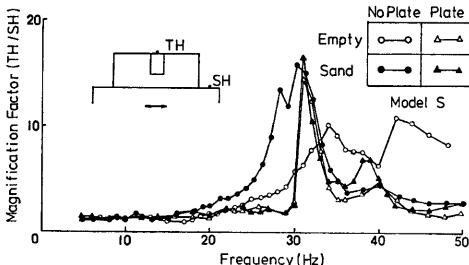


Fig. 12. Frequency response curves of S-model. (Buried)

Table 4. Contact pressure between the model base and sand.

Base plate	Removed	Attached	
		Empty	Sand
W	0.909	0.0738	0.122
M	0.756	0.0762	0.126
S	0.668	0.0677	0.100

(kg/cm²)

果、底板の無い場合の方が共振振動数が高くなつたものと考えられる。

次に、〔空虚〕、〔中実〕に分けて考えると、S モデルの〔底板有〕の場合を除いて、〔中実〕の方が共振振動数が低くなっている。そこで S モデルの〔空虚・底板有〕の運動の様子を後で述べるモード図を描いて調べてみたところ、井筒底面の中心を通り、加振方向と平行に引いた直線が、井筒底面の線と交わる 2 点を交互に回転中心とする様な動搖振動に似た運動をしていることが判明した。この様な運動では、その回転中心と重心との距離

は周期的に変化し、しかも常に井筒底面の中心を回転中心とする動搖振動に比べ回転中心と重心との距離が長い。このため共振振動数が低下し、S モデルの〔底板有〕の場合は他の場合と異なった傾向を呈したものと考えられる。以上述べたことを勘案すれば、井筒模型内部に砂を充填することによる質量増加は共振振動数の低下をもたらすものといえる。

井筒模型を砂層内に埋設した場合は、(1)でも述べたように全ての場合にはほぼ 31Hz 付近で共振している。

(3) 底部水平加速度応答曲線に関する検討

表面設置の場合の頂部加速度応答曲線のピークが井筒模型の共振によるものか、砂層の影響によるものかの判別は底部水平加速度応答曲線から容易に行える。井筒模型部は砂層表面とほぼ同じ動きをするであろうから、頂部と底部の水平加速度応答曲線を重ねて描くことによって砂層の影響を見る事ができるはずである。Fig. 13 は M モデルの場合であるが、頂部水平加速度応答曲線の 10Hz のピークは井筒模型の 1 次の

共振点であることが明らかで 31Hz および 40Hz 付近のピークは砂層の影響を受けたものであることがわかる。また(1)でも少し述べたように砂層の共振点付近では頂部に比べ底部が 2 倍以上も增幅されており、特に 38Hz では頂部の倍率は 1 に近く、この図が絶対加速度について描かれたことを考えると、この付近では頂部の近くを回転中心とする振動をしていることがわかる。

埋設の場合が Fig. 14 であるが、(1)で述べたように周辺地盤の影響を大きく受けるので両曲線とも相似の形状を示しており、Fig. 6 の砂層の各点での水平加速度応答曲線の形状とほぼ一致している。

3.3 振動モード図

以上得られたデータの解析を行うに当り、井筒模型がどの様な挙動をしているかを把握し、それに基づいて力学モデルを設定しなければならない。そこで、ここでは得られた加速度記録を数値積分することによって変位記録に変換して井筒基礎の中心軸の動きを調べた。

加速度を積分して変位に直すにあたってはその初期条件の設置が問題となるが、それは以下の方法によった。

周期を T 、加速度を $a=a(t)$ 、速度を $v=v(t)$ とすれば、時刻 $t=t_0$ における速度は $v(t_0)$ で表わされ、時刻 t における速度は次式で表わされる。

$$v(t)=v(t_0)+\int_{t_0}^t a(\xi)d\xi \quad \dots \quad (3.1)$$

また

$$v(t_0+T)=v(t_0)+\int_{t_0}^{t_0+T} a(\xi)d\xi \quad \dots \quad (3.2)$$

ところが T は周期であるから、

$$v(t_0+T)=v(t_0) \quad \dots \quad (3.3)$$

とならなければならず、したがって次の条件を得る。

$$\int_{t_0}^{t_0+T} a(\xi)d\xi=0 \quad \dots \quad (3.4)$$

すなわち、加速度記録の 1 波長にわたる積分値が 0 とならなければならない。この条件を用いて、最初にデータ読み取り機によって得られた加速度波形に対して中心軸の補正を施し、その修正後のものを加速度記録として用いた。その記録を積分し、中心軸の補正を行えば速度記録が得られるわけで、同様の手順を経て変位記録が得られる。1 周期にわたる積分値を 0 とすることは最終的には 1 周期後に残留変位を生じさせないことを意味し、これにより定常状態を現わし得る。加速度記録から変位記録への変換の 1 例を Fig. 15 に示す。なお、加速度記録をデジタル化するに当っては、データレコーダーの記録をテープスピードを落としてマルチコーダーに出力し、この記録をデータ処理器（日本電子科学社製 OT5028、防災科学資料センター

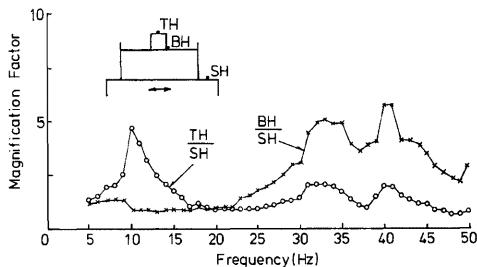


Fig. 13. Frequency response curves of M -model.
(Surface setting)

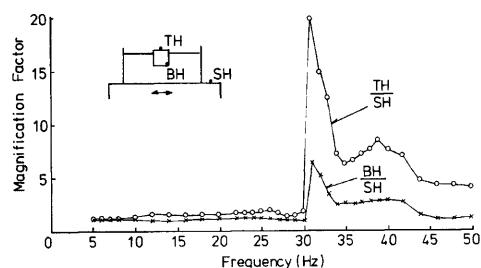


Fig. 14. Frequency response curves of M -model. (Buried)

すなわち、加速度記録の 1 波長にわたる積分値が 0 とならなければならない。この条件を用いて、最初にデータ読み取り機によって得られた加速度波形に対して中心軸の補正を施し、その修正後のものを加速度記録として用いた。その記録を積分し、中心軸の補正を行えば速度記録が得られるわけで、同様の手順を経て変位記録が得られる。1 周期にわたる積分値を 0 とすることは最終的には 1 周期後に残留変位を生じさせないことを意味し、これにより定常状態を現わし得る。加速度記録から変位記録への変換の 1 例を Fig. 15 に示す。なお、加速度記録をデジタル化するに当っては、データレコーダーの記録をテープスピードを落としてマルチコーダーに出力し、この記録をデータ処理器（日本電子科学社製 OT5028、防災科学資料センター

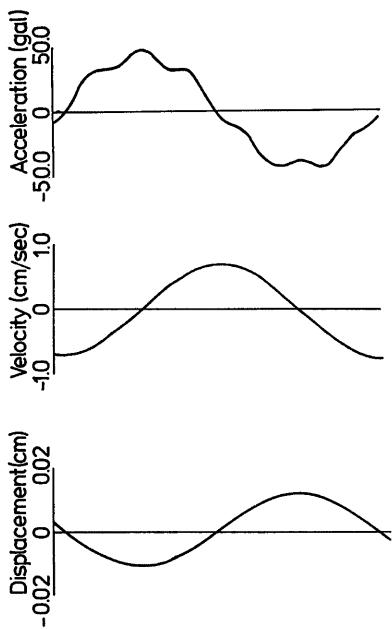


Fig. 15. An example of integration from acceleration to displacement.

動モード図を比較すると、砂層表面近くでは、井筒模型の頂部は砂層のみの運動よりやや大きい振幅で運動をし、逆に井筒模型の底部では、砂層のみの運動の振幅より小さくなっているが、全体的に見れば、井筒模

内に設置)によって処理した。サンプリング数は波長の短い高振動数域においても1波長当たり30以上とした。

このようにして井筒頂部の水平方向と鉛直方向、井筒底部の水平方向の変位を求め、また井筒の底部中心回りの回転角が微小であるから井筒底部の鉛直変位は頂部のそれに等しいとし、振動モード図を描き、Fig. 16に表面設置の場合を、Fig. 17に埋設の場合をWモデルを例に示した。併せて砂層のモード図をFig. 18に示した。なお、変位は絶対変位であるため砂層表面に対する相対変位を見るために、砂層表面の変位をSurface Disp.として図中に記入してある。鉛直方向の変位も見られるが、砂層自体にも鉛直変位が生じていることを考慮すれば、水平変位に対して鉛直変位はほぼ無視できるものといえよう。

Fig. 16の表面設置の場合を相対変位で見るとほぼ回転成分だけが残り、また共振点における回転角振幅の差は明らかであり、したがってこの場合には底面中心回りの1自由度の動搖運動を行っているものとみなせる。

次にFig. 17は、実際現場に構造される基礎の状態に最も近いと考えられる、埋設、中実、底板無の場合の共振点付近の振動モード図である。これとFig. 18に示す砂層の共振点付近の振

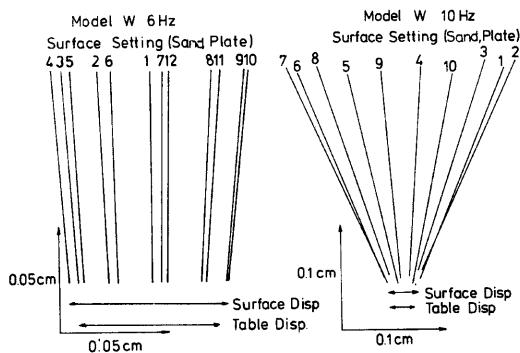


Fig. 16. Vibrating modes of W-model before and at resonance. (Surface setting)

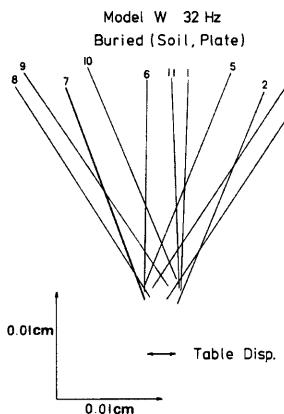


Fig. 17. Vibrating modes of *W*-model at resonance. (Buried)

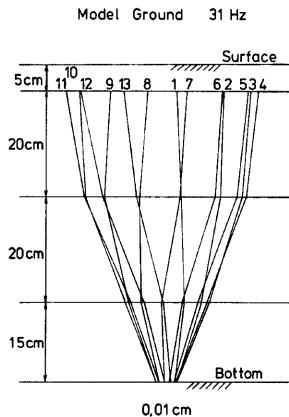


Fig. 18. Vibrating mode of sand layer at resonance.

型の動きは、井筒模型の埋めてない砂層の動きと同程度のものであることがわかる。

以上、井筒模型の動きを振動モード図で検討したところ、井筒模型は表面設置、埋設いずれの場合も底部中心を回転中心とする1自由度の動搖振動として近似される運動をしていること、また埋設の場合、砂層とほぼ同じ動きをしていることの2点が確認された。

4. 井筒基礎内部土の評価

4.1 共振振動数による内部土の評価（表面設置）

前節で述べたように、井筒模型は近似的に1自由度の動搖振動をしているものと考えられるので、ここでは、井筒模型の運動を井筒底面の中心を回転中心とする動搖振動と仮定し、その共振振動数を用いて内部土の影響の評価を表面設置の場合について試みる。今、井筒模型が1自由度動搖自由振動をしているものとすれば、その運動方程式は次式となる。

$$I_0 \ddot{\theta} + k_R \theta - mg H_G \theta = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (4.1)$$

ここで I_0 : 模型の底面回転軸回りの慣性モーメント

θ : 回転角

k_R : 回転ばね係数

m : 模型の質量

g : 重力の加速度

H_G : 回転中心より重心までの高さ

(4.1) 式より固有振動数 f_R は次式で与えられる。

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_R - mgH_G}{I_0}} \quad \dots \dots \dots \quad (4.2)$$

また逆に、固有振動数 f_R が既知のとき、回転ばね係数 k_R は (4.2) 式より次式で与えられる。

$$k_R = 4\pi^2 f_R^2 I_0 + mgH_G \quad \dots \dots \dots \quad (4.3)$$

(a) 質量効果

式 (4.2) から明らかな様に、回転ばね係数 k_R が同じであれば、井筒模型の質量が増加することは、そ

の共振振動数の低下をもたらす。実験によっても3.2(2)で述べた様にこれと同じ結果が得られている。そこで、ここでは、この定量的な検討を行う。

井筒模型に底板を装着した場合、模型内部に砂を充填した場合も、しない場合も、砂層を弾性体と仮定すれば、回転ばね係数は砂層の弾性定数と井筒の径から定まることから、等しいと仮定できる。そこで〔空虚・底板有〕型のモデルの慣性モーメント I_0 、質量 m 、重心高 H_0 、および実験から得られた共振振動数 f_R を用いて(4.3)式から k_R を算出する。そしてこの k_R と、井筒模型内部に充填した砂と等価な質量を付加した時の慣性モーメント I'_0 、質量 m' 、重心高 H'_0 とを用いて(4.2)式より共振振動数 f'_R を算出し、これと〔中実・底板有〕型の実験より得られた共振振動数と比較を行った。それをTable 5に示す。これからわかる

ように質量の増加により W モデルでは約 1.6Hz、M モデルでは約 1.3Hz の共振振動数の低下が期待され、それぞれ 10.7Hz、8.6Hz となる。この値と実験で得られた値とは非常に近い値となっており、井筒内部の砂の質量が有効に系の応答に効いていることがうかがえよう。ところで、いずれのモデルの場合にも実験により得られた値の方が若干小さな値となっている。Fig. 7(a) Fig. 8 からわかるように〔空虚・底板有〕よりも〔中実・底板有〕の方が大きい応答値を示しており、これは後者の方が角振幅が大きいことを意味する。このため、ひずみが大きくなると軟化するという砂層の非線形特性のため回転ばね係数も〔中実〕の方が小さくなり、このため〔中実〕の実験によって得られた共振振動数の方が〔空虚〕の場合の回転ばね係数を用いて算出した共振振動数よりも小さくなったものと考えられる。

(b) ばね効果

〔中実・底板有〕の場合は、井筒内部の砂は砂層とは完全に分断されており、また模型の寸法も小さいことから、井筒本体と一体となって、その質量が井筒本体に付加されて剛体運動をするものとみなし得る。これに反し、〔中実・底板無〕の場合には井筒内部の砂は砂層と連続しており、そのため井筒本体からせん断変形³⁾あるいは底部近くでは曲げ変形を受け、これらに対して抵抗するばね効果が生じるものと考えられる。

Table 6. Spring coefficient (kg·m).

Model	Attached	Removed	(b) (a)
	(a)	(b)	(b) (a)
W	4835	9438	1.95
M	1334	2447	1.83

がって圧力は〔底板有〕の場合とほぼ同じ状態と考えられ、3.2(2)で述べた拘束圧の影響はここでは考えなくてよいものと思われる。そこで、Table 6を見ると、いずれのモデルの場合も〔底板無〕の場合の回転ばね係数 k_R が〔底板有〕の場合のそれより大きく、2倍近い値となっている。これをみる限りでは、内部土のばね効果は顕著なものがあるといえるが、実際このように、地表面上に井筒基礎を築造するようなことはなく、内部土のばね効果に対する評価が必要となるのは地中に埋設された場合であって、井筒基礎をとり囲む周辺地盤によるばね効果との相対的大きさを比較検討する場合である。

4.2 周波数応答倍率に及ぼす内部土の影響（埋設）

Fig. 19 は、弾性波動論を適用して求めた井筒基礎の周波数応答倍率である⁴⁾。ここに Model A というのは井筒内部が空虚な場合、Model B は井筒内部に弾性と仮定した土がある場合、Model C は内部土を剛体

と考え、井筒内に一様に分布した付加質量として考慮した場合である。また、この解析では、井筒基礎は表層地盤を貫いて、より堅固な支持層まで根入れされているような系を想定しており、 α は支持層での回転ばね係数に対する井筒側面での表層地盤の弾性による井筒中心まわりの回転ばね係数の比を表わしている。また Model A は〔空虚・底板無〕に、Model B は〔中実・底板無〕に、Model C は〔中実・底板有〕に対応している。そこで、これら 3 者の関係を Fig. 19 と Fig. 10(a)～12 とで比較すると、Fig. 19 の場合 Model B は Model A より Model C に近い応答を示しており、また Fig. 10(a)～12 では〔中実・底板無〕(Model B に対応) は〔中実・底板有〕(Model C に対応) とほぼ同じ応答を示しており、弾性波動論から得られる結果と実験から得られる結果とは対応関係がみられ、弾性波動論、実験いずれからも井筒基礎の内部土は基礎の付加質量として取り扱うことの妥当性を示唆する結果が得られたといえよう。ここで、共振振動数を越えた周波数領域の応答を見ると、実験の場合井筒内部に土が存在することにより応答が空虚の場合の $\frac{1}{2} \sim \frac{1}{3}$ へと低下している。一方、弾性波動論による応答は逆に内部土のある場合の方が若干応答が大きくなっている。しかしこれは、耐震設計に際し重要なのは共振点付近での応答であること、またこの周波数領域をも考慮に入れるにしても、弾性波動論の適用は、井筒内部土が存在すれば応答倍率が若干大きめになるという安全側の評価であること、また実験に供された砂層が有限なものであり、共振振動数を越えた周波数領域では波動エネルギーがこの内部に閉じ込められ、実際現場での地盤の挙動とは異なる挙動を砂層が呈していること等を勘案すれば、共振振動数を越えた周波数領域にみられる実験結果と弾性波動論による結果の傾向の相異は、この種の問題に弾性波動論を適用することの妥当性を否定するものはないであろう。

4.3 複素回転剛性による内部土の評価（埋設）

ここでは、複素回転剛性を求めこれを用いて内部土の影響の評価を行う。今、井筒模型の運動を加振時に角加速度応答が底面中心回転軸回りに行なわれるような 1 自由度の動揺運動と仮定すれば、運動方程式は次式で与えられる⁵⁾。

$$I_0 \ddot{\theta} + K_R \theta = -m \ddot{u}_s H_G \quad \dots \dots \dots \quad (4.4)$$

ここに、 I_0 、 θ 、 m 、 H_G は (4.1) 式に用いられている諸量と同じである。

K_R : 複素回転剛性

\ddot{u}_s : 井筒底面の加速度

ここで、位相差 ϕ を導入して、

$$\left. \begin{aligned} u_s &= U_S e^{i\omega t} \\ \theta &= \Theta e^{i(\omega t - \phi)} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (4.5)$$

とおけば、複素回転剛性 K_R は次のように求まる。

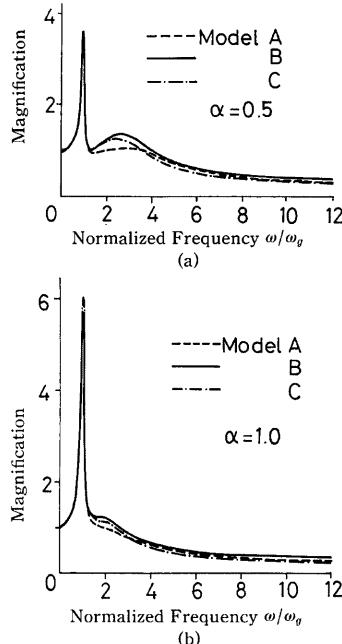


Fig. 19. Frequency response curves of three different models. (Toki, Naganuma)

$$K_R = \frac{m\omega^2 H_G U_s e^{i\theta}}{\theta} + \omega^2 I_0 \quad \dots \quad (4.6)$$

ここで、 m , H_G , I_0 は模型の諸量として既知であり U_s は井筒底部加速度記録から求まり、 θ は以下のようにして求まる。いま、模型頂部水平加速度記録の振幅を A_t , 底部のそれを A_s とすると模型頂部と底部の相対変位 D は、

$$D = \frac{1}{\omega^2} \{ A_t e^{i(\omega t - \phi)} - A_s e^{i\omega t} \}$$

と表わされ、その絶対値を模型の高さ H_M で除することにより θ が求まる。 $\frac{1}{\omega^2} A_t = U_t$, $\frac{1}{\omega^2} A_s = U_s$ とおくと

$$|D| = \sqrt{U_t^2 + U_s^2 - 2U_t U_s \cos \phi}$$

となり、したがって θ は次式で与えられる。

$$\theta = \frac{\sqrt{U_t^2 + U_s^2 - 2U_t U_s \cos \phi}}{H_M} \quad \dots \quad (4.7)$$

(4.7) 式を (4.6) 式に代入することにより K_R は次式となる。

$$K_R = \omega^2 \left\{ \frac{m H_G H_M U_s e^{i\theta}}{\sqrt{U_t^2 + U_s^2 - 2U_t U_s \cos \phi}} + I_0 \right\} \quad \dots \quad (4.8)$$

Fig. 20 は W モデル、Fig. 21 は M モデルの場合について K_R を求めたものである。この両図を概観すれば、両者とも振動数が高くなるにつれて 2 次曲線的に K_R 値が増大してゆき、砂層の共振点付近で急激に

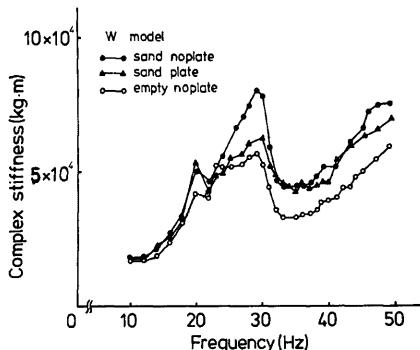


Fig. 20. Real part of complex stiffness for W-model.

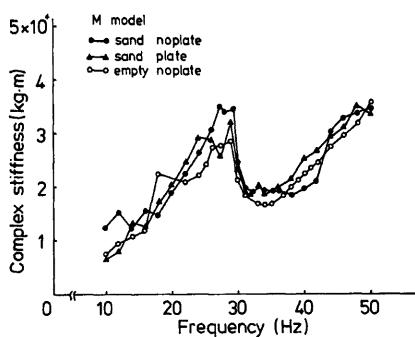


Fig. 21. Real part of complex stiffness for M-model.

値が小さくなり、しばらく一定を保った後、40Hz 付近から再びほぼ直線的に値が増加するといった傾向がうかがえる。一般に弾性波動論から導かれる結果^{6,7)} あるいは実地盤中に比較的大きい基礎模型を埋めて行った実験から得られる結果⁹⁾ からは地盤の共振振動数まで K_R 値が振動数に対して 2 次曲線的に増大するといった傾向は見られず、逆に減少しているが、ここではそれが逆になっている。このことは、Fig. 10～Fig. 12 から判るように応答倍率および位相差が共に共振振動数までほとんど変化しておらず、そのため (4.8) 式の { } 内の第 1 項がほぼ一定値となり、(4.8) 式からわかるように振動数に対して 2 次的に増加したものである。

図では 10Hz より低い振動数領域についてはばらつきが大きいため省略してあるが、この振動数領域に曲線を外挿すれば、振動数が 0 においては、W モデルの場合で約 $1 \sim 1.5 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{m}$ の範囲、M モデルの場合には $0.25 \sim 0.75 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{m}$ の範囲の値をとるものと思われる。そこで Hall の式¹⁰⁾ を用いて静的な回転ば

ね係数を求めた所、W モデルについては $2.2 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{m}$ 、M モデルについては $0.73 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{m}$ という値を得、両者を比較すればほぼ良好な対応をしているものと思われる。

W モデルの場合、 K_R 値はほぼ〔中実・底板無〕の場合が一番大きく、次に〔中実・底板有〕、そして〔空虚・底板無〕が最も小さくなっている。ところが M モデルの場合にはこのような傾向が若干は見られるが、三つの場合がほとんど同程度の値となっている。そこで W モデルと M モデルの、側面積と底面積の比を求めてみると、W モデルで 1:0.215、M モデルで 1:0.146 と、W モデルの方が 1.5 倍、底面積の割合が大きい。すなわち底面での相互作用の影響が W モデルの場合、それだけ強く応答に効いてくることになる。このことを考えると、W モデルで〔中実・底板無〕と〔中実・底板有〕の K_R 値の差が内部土のはね効果を表わしているものと考えられる。しかし、低振動数領域や、砂層の共振振動数付近では両者にほとんど差はない、その効果は顕著なものとはいえない。

次に〔空虚・底板無〕の場合、35Hz 以上となるとほぼ直線的に K_R 値が増加しているのに対し、〔中実〕の 2 つの場合は、上に凸の 2 次曲線を描きながらその値を増加しているような傾向が見られる。さらに振動数が上ればやがて極大値を迎える、その後は K_R 値が低下していくという質量効果が顕著に現れるのかもしれないが、この振動数範囲内では確定的ではない。しかし、W、M いずれの場合も〔中実・底板無〕の場合の K_R 値は定性的、定量的にも〔中実・底板有〕のそれとよく一致しており、ここでも内部土を付加質量として扱うことの妥当性がうかがえよう。

5. 有限要素法による解析

5.1 有限要素モデルの設定

前節までは、弾性波動論を適用することにより井筒基礎の内部土が基礎の動特性に及ぼす影響を実験的に検証してきたが、ここでは有限要素法により井筒基礎の挙動を調べる。

解析の対象とする基礎は、円筒形のものとする。したがって有限要素モデルは軸対称形となりリング要素を用いて解析することになる。外力としては基盤が水平振動を行う場合を想定する。したがって外力は非軸対称荷重となる。このような場合、変位、および外力を軸まわりにフーリエ級数展開することにより、任意の変位分布あるいは外力分布を表現し得て、3 次元問題が凝集的な 2 次元問題として取扱える¹¹⁾。5.2 にリング要素の剛性マトリクスおよび質量マトリクスを導く。

有限要素法を動的な解析に適用する場合、境界条件の設定が重要な問題となる。ここでは境界条件として、境界面に接する要素のインピーダンスを大きくする手法¹²⁾を用いた。境界面に接する、即ち、一番外側の要素のインピーダンスを大きくすることにより、周期を換えることなく周辺地盤の挙動をこの要素で代表化することができ、周辺地盤の影響を内部の要素に伝えることができる。この手法では、周辺地盤の固有周期と振動数は良く表現されるが、実地盤のように波動エネルギーの逸散現象は表現し得ない。なお、解析にあたっては、インピーダンスを大きくした要素の鉛直変位は固定した。これは地盤がせん断振動を行っている場合に対応する。

5.2 軸対称問題におけるアイソバラメトリック要素

(a) 座標系

円筒座標系 (r, z) と自然座標系 (s, t) との関係は次式で与えられる (Fig. 22 参照)。

$$\left. \begin{aligned} r(s, t) &= \sum_{i=1}^4 h_i r_i \\ z(s, t) &= \sum_{i=1}^4 h_i z_i \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (5.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで } h_1 &= (1-s)(1-t)/4 \\ h_2 &= (1-s)(1+t)/4 \\ h_3 &= (1+s)(1+t)/4 \\ h_4 &= (1+s)(1-t)/4 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (5.2)$$

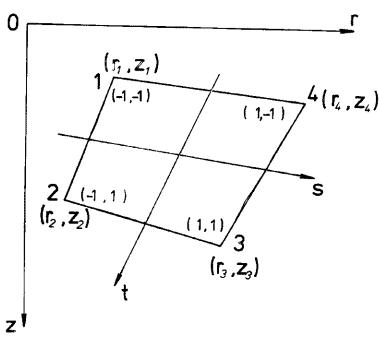


Fig. 22. Coordinate system.

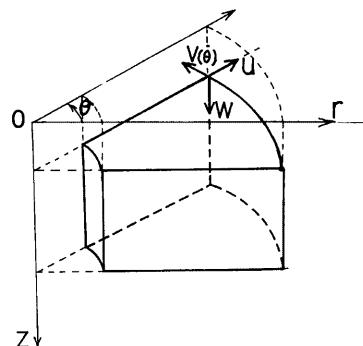


Fig. 23. Ring element and displacement components.

(b) 変位関数

リング要素の r 方向の変位を u, z 方向の変位を w, θ 方向の変位を v とする (Fig. 23 参照)。要素内の変位 (u, w, v) を節点変位 (u_i, w_i, v_i) , ($i=1, \dots, 4$) と関係づける変位関数として (a) で用いた (5-2) 式を用いると、変位は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u(s, t, \theta) &= \sum_{i=1}^4 h_i u_i \cos n\theta \\ w(s, t, \theta) &= \sum_{i=1}^4 h_i w_i \cos n\theta \\ v(s, t, \theta) &= -\sum_{i=1}^4 h_i v_i \sin n\theta \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

マトリクス表示すると次式となる。

$$\begin{Bmatrix} u \\ w \\ v \end{Bmatrix} = [N] \{u'\} \quad (5.4)$$

ここに $[N]$ は変位関数であり、具体的な内容は Appendix に示す。

$$\{u'\} = \{u_1 \cos n\theta, w_1 \cos n\theta, -v_1 \sin n\theta, u_2 \cos n\theta, w_2 \cos n\theta, -v_2 \sin n\theta, u_3 \cos n\theta, w_3 \cos n\theta, -v_3 \sin n\theta, u_4 \cos n\theta, w_4 \cos n\theta, -v_4 \sin n\theta\}^T \quad (5.5)$$

(c) ひずみ-変位関係

弾性論より円筒座標系内に生じるひずみは次の 6 成分である。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} \\ \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \epsilon_\theta &= \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \\ \gamma_{rz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \\ \gamma_{r\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \\ \gamma_{z\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

(5-6) 式に (5-4) 式を代入することによって、ひずみを節点変位によって表わすことができる。この

関係をマトリクス表示すると次式を得る。

ここに

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_r, \varepsilon_z, \varepsilon_\theta, \gamma_{rz}, \gamma_{r\theta}, \gamma_{z\theta}\}^T$$

[B]: (6×12) のマトリクスで以下明らかとなる

$$\{u\} = \{u_1, w_1, v_1, u_2, w_2, v_2, v_3, w_3, v_3, u_4, w_4, v_4\}^T$$

(d) 応力一ひずみ関係

応力ーひずみ関係は線形弾性体では次式で与えられる。

$$\{\sigma\} = \{\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta, \tau_{rz}, \tau_{r\theta}, \tau_{z\theta}\}^T$$

{C}: 卷末の Appendix に示す。

(e) 剛性マトリクス

仮想仕事の原理より要素の剛性マトリクスは次式で与えられる。

$$[k]_n^e = \int_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{C}] [\mathbf{B}] dV \quad \dots \dots \dots \quad (5.9)$$

ここに [B] は (5-7) 式、[C] は (5-8) 式中のものである。(5-9) 式は [B] マトリクスの性質からさらに次のように変形できる。

$$\begin{aligned}
[k]_n &= \int_r \int_z \int_{\theta} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{C}] [\mathbf{B}] r d\theta dr dz \\
&= \iiint \{ [\mathbf{B}]_1^T \sin n\theta + [\mathbf{B}]_2^T \cos n\theta \} [\mathbf{C}] \{ [\mathbf{B}]_1 \sin n\theta + [\mathbf{B}]_2 \cos n\theta \} r d\theta dr dz \\
&= \iiint \{ [\mathbf{B}]_1^T [\mathbf{C}] [\mathbf{B}]_1 \sin^2 n\theta + [\mathbf{B}]_2^T [\mathbf{C}] [\mathbf{B}]_2 \cos^2 n\theta \\
&\quad + ([\mathbf{B}]_1^T [\mathbf{C}] [\mathbf{B}]_2 + [\mathbf{B}]_2^T [\mathbf{C}] [\mathbf{B}]_1) \sin n\theta \cos n\theta \} r d\theta dr dz
\end{aligned}$$

$$\text{ここで } \int^{2\pi} \sin n\theta \cos n\theta d\theta = 0$$

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 n\theta d\theta = \int_0^{2\pi} \cos^2 n\theta d\theta = \pi$$

ある関係を上式に代入すると剛性マトリクスは結局次式で与えられる

$$[k]_n = \pi \int_z^1 \int_z^1 \{ [\mathbf{B}]_1^T [\mathbf{C}] [\mathbf{B}]_1 + [\mathbf{B}]_2^T [\mathbf{C}] [\mathbf{B}]_2 \} r dr dz \\ = \pi \int_1^1 \int_1^1 \{ [\mathbf{B}]_1^T [\mathbf{C}] [\mathbf{B}]_1 + [\mathbf{B}]_2^T [\mathbf{C}] [\mathbf{B}]_2 \} r J ds dt \quad \dots \dots \dots \quad (5.10)$$

ここに $[B]_1$, $[B]_2$ は $[B]$ の部分マトリクスで Appendix に示す。

$$|J| = \left(\frac{\partial r}{\partial s} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{\partial r}{\partial t} \cdot \frac{\partial z}{\partial s} \right)^{-1}$$

(5-10) 式は一般に Gauss の数値積分を用いて算出される。

(f) 質量マトリクス

質量マトリクスも仮想仕事の原理から次式で与えられる。

ここに ρ : 密度

$$[\mathbf{A}] = [N]^T [N]$$

以上で、要素の剛性マトリクスおよび質量マトリクスが求まったが、これらは、変位および荷重を回転軸まわり(θ 方向)に Fourier 級数展開した時の第 n 項に対応するものであるから、解析に当ってはこれらを

加え合せたものを用いなければならない。しかし、ここで扱う水平加振の際の応答を調べる場合には $n=1$ の場合の剛性マトリクスおよび質量マトリクスを用いればよい。そこで運動方程式は全要素について集成した剛性マトリクス $[K]$ 、質量マトリクス $[M]$ を用いて次式で与えられる。

$$([M]\omega_a + [K])\{u\} = [m]\{I\}\ddot{u}_g \quad \dots \dots \dots \quad (5.12)$$

ここに $\{I\}$: 単位ベクトル

u_g : 基盤の変位

5.3 解析モデル

解析に用いた地盤-基礎系のモデルの概要図を Fig. 24 に示す。地盤は、剛な基盤と、二層の表層とからなり、基礎は、第 1 層を貫いてより堅固な第 2 層に達している。第 1 層の層厚は 30m、第 2 層のそれは 80m を仮定し、基礎の規模は、直径 40m、地上 10m、地下 30m であり、計 40m の高さである。また、基礎、地盤いずれも弾性体と仮定した。各々の弾性定数は Table 7 に示す通りである。基礎は鉄筋コンクリートを想定しているが、地中に根入されている部分については継続効率の問題もあり、弾性定数を頂版の 0.5 倍とした。また、地盤の弾性定数は、その変化により、基礎の応答がどのように異なるかを調べるために第 1 層を 3 とおり、第 2 層を 2 とおり仮定した。なお簡単のため減衰定数は 0 とした。

次に有限要素モデルであるが、これを Fig. 25 に示す。各節点は、それぞれ、 r 、 θ 、 z 方向の 3 方向の変位成分を持つ。ただし、境界に面したインピーダンスを大きくした要素の節点については

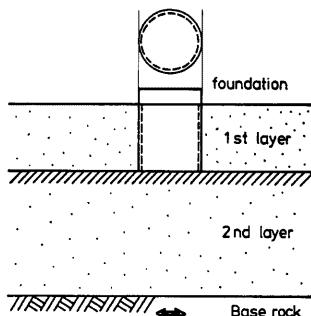


Fig. 24. Schematic representation of analyzed soil-foundation system.

Table 7. Constants of the ground model.

	Shear wave velocity (m/sec)	Unit weight (t/m^3)
1st layer	120	1.6
	240	1.7
	360	1.8
2nd layer	240	1.7
	480	1.9

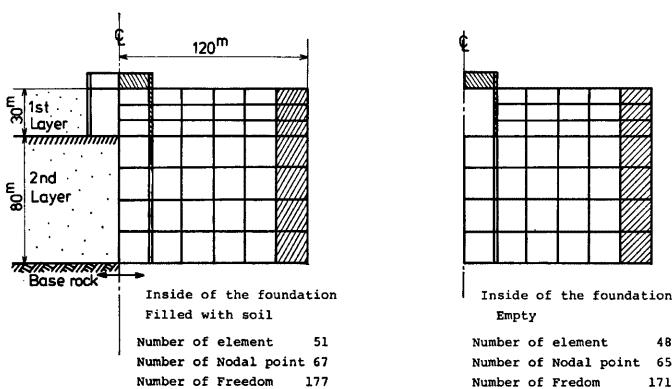


Fig. 25. Finite element models treated in the analysis.

鉛直方向変位が固定されている。なお、インピーダンスの倍率は 200 倍とした。この要素についてはハッチングを施している。入力は、剛な基盤が r 方向に調和的に単位の変位振動をもって振動する場合を想定した。

5.4 解析結果および検討

表層が一層からなる場合、および二層からなる場合について周波数応答倍率を求め、それについて考察を行う。まず、一層から地盤がなる場合の応答倍率を示したもので、地表面に基礎がある場合を Fig. 26 地中に埋設してある場合を Fig. 27 に示す。この場合、地盤のせん断波速度は 240m/sec. 層厚 110m であるから、地盤の第 1 次の固有振動数は約 0.545Hz であるが、横軸にはこれで除して無次元化した振動数を用いてある。Fig. 26 より $\omega/\omega_0 \approx 1.75$ で内部土のない場合の基礎の動搖振動の共振点が、 $\omega/\omega_0 \approx 1.80$ で内部土のある場合の共振点が生じている。すなわち、内部土のある場合の方がわずかながら共振振動数が高くなっている。次に Fig. 27 は基礎を地盤中に埋設した場合の応答倍率であるが、実験でもそうであったように基礎の動搖振動

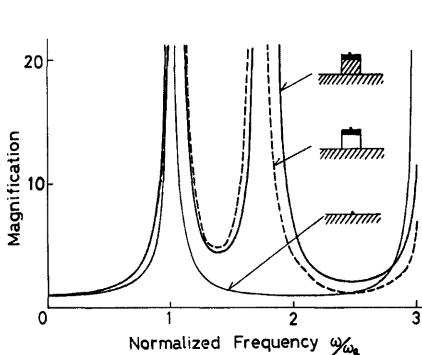


Fig. 26. Frequency response functions of surface setted caisson for one layer system.

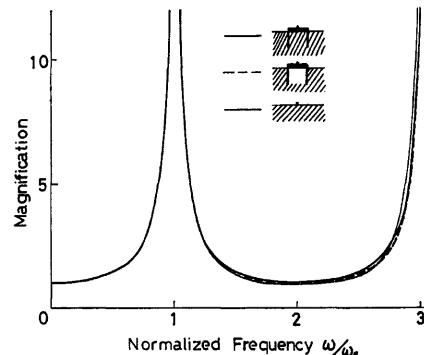


Fig. 27. Frequency response functions of buried caisson for one layer system.

の共振点は完全に消失し、井筒基礎は地盤と全く同一の動きをしていることがわかる。

次に表層が 2 層からなる場合についての解析結果を Fig. 28, 29, 30 に示す。いずれも第 2 層のせん断波速度は 480m/sec で共通であるが、第 1 層のせん断波速度は順に 120m/sec, 240m/sec, 360m/sec である。Fig. 28 からは、明らかに他と違う傾向が見られる。地盤の第 1 次の共振振動数を越すと、基礎の応答は free field のそれよりどんどん小さくなり、ついには内部土を含む場合、含まない場合、それぞれ 1.42Hz, 1.52Hz 付近で応答が 0 となり、その振動数を少し過ぎると急激に応答が大きくなっている。そこでこの現象を解明するために free field 時の第 1 層と第 2 層の境界面の応答倍率も併せて記した。free field の地表面と、第 1 層と第 2 層との境界面（以下、「境界面」と略称する）は約 1.0Hz までは同位

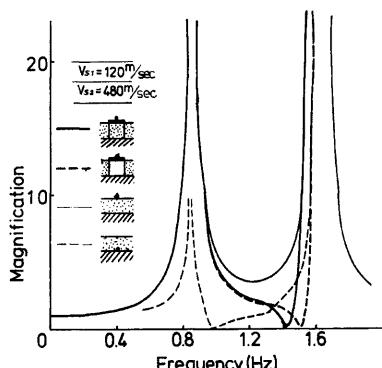


Fig. 28. Frequency response functions of buried caisson for two layered system (S-wave velocity of 1st layer is 120 m/sec).

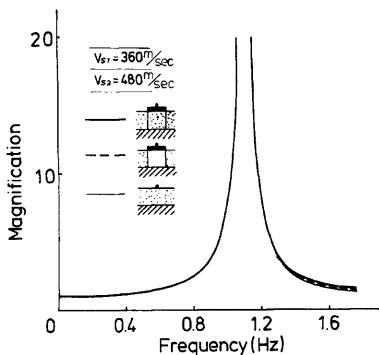


Fig. 29. Frequency response functions of buried caisson for two layered system (S-wave velocity of 1st layer is 240 m/sec).

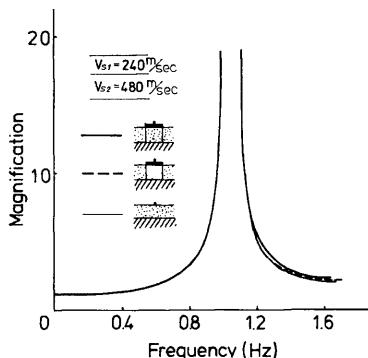


Fig. 30. Frequency response functions of buried caisson for two layered system (S-wave velocity of 1st layer is 360 m/sec).

相で運動しているが、ここを過ぎると地表面と境界面は逆位相となり、徐々に境界面はその振幅を大きくしていく。この様な動特性をもつ表層内の基礎は、地表面と境界面が同位相で運動している間は第1層とほとんど同じ動きをすると考えられる。これは Fig. 28 において free field 地表面の応答と基礎頂部の応答がほとんど 1.0Hz 位まで等しいことより明らかである。ところが境界面と地表面とが逆位相になると、基礎の底面は境界面と接触しているため基礎頂部の動きは第1層地表面の動きに追従できなくなる。その間、境界面は次第にその振幅が大きくなりつつあるので、ついには基礎頂部も境界面と同位相で運動するようになる。このとき、基礎底面と境界面とがより強固に結合している方が境界面に対して追従性がよい筈である。Fig. 28 より明らかなように内部土のある方が低い振動数で境界面、すなわち第2層と同位相で運動を行い始める。このことは、内部土により基礎と境界面との結合度が高まる、換言すれば、内部土により付加的なバネ剛性が生じたことに他ならない。

Fig. 29, Fig. 30 では、上述した様な傾向はこの振動数範囲内では見当らない。しかも、この両図では、基礎頂部は、free field の場合の地表面とはほとんど同じ応答を示しており、一層系の場合の傾向と同じである。

以上、単純な基礎一地盤系を想定して解析を試みたがこの解析では減衰を考慮していないし、また、境界から波動エネルギーの逸散が行なわれていないなどの不備な点があるが、その解析結果は弾性波動論、あるいは実験結果を定性的に説明し得るものであった。最後に有限要素解析で扱ったような多層系地盤に構築された基礎の挙動を調べるような問題に対しての弾性波動論の適用や模型実験による検討は極めて困難である。したがって今後このような問題に対してますます有限要素解析が多用されるものと思われる。

6. 結論

本研究は、矢板式基礎の耐震設計に際して、井筒内部の土の取り扱いをいかにすべきかという点に関して、弾性波動論を適用して得られた結果の検討を実験的に試みたものである。実験には、モデル作成上の制限、たとえば、地盤のモデル化には、材料が限られていること、また、自由にその強度を変えることができないこと、多層系とすることはできない等があげられる。したがって、実験によって、弾性波動論による解析を全ての面に渡って追跡することはできず、実験による検証は限られた範囲となった。以下、本研究により得られた結果を挙げると次のようである。

(1) 井筒模型の運動は、その底面の中心軸を回転中心とする 1 自由度の動搖振動が卓越している。

(2) 砂層表面に井筒模型を放置した場合、井筒内部が空の場合の共振振動数から底面でのばね係数を算出し、これと井筒内部土の重さに相当する質量を付加したモデルでの固有振動数は井筒内に砂を充填した場合の共振振動数と良い対応を示し、これより井筒内部の砂はすべて質量として有効に作用していると考えられる。

(3) 次に同じく表面に井筒模型を設置した場合について内部土によるばね効果を共振振動数から算出したところ内部土のせん断変形あるいは曲げ変形に抵抗することに起因するばね効果は顕著にあらわれることが判明した。

(4) 砂層内に井筒基礎を埋設した場合の周波数応答倍率を検討した結果、〔中実・底板無〕は〔中実・底板有〕とは良く似た挙動を呈しており、これは井筒内の土を弾性体であると仮定した場合と、内部土を剛体と考え井筒内に一様に分布した付加質量と仮定した場合との応答が良く対応しており、これより井筒内部の土を付加質量として取り扱うことの妥当性を示しており、弾性波動論を適用することにより得られた結果と一致している。

(5) 同じく埋設の場合について複素回転剛性を求めこれを通じて内部土によるばね効果および質量効果について検討した結果、ばね効果は、W モデルでは若干内部土によりばね剛性が大きくなる傾向がうかがえたが、M モデルにおいてはほとんどその傾向は見られなかった。表面設置の場合、顕著に現れた内部土のばね効果も、埋設の場合には、井筒外部の土の影響が大きいためこのように相対的に非常に小さなものとなっていると考えられ、これも弾性波動論から得られた結果と一致している。

(6) 質量効果は複素回転剛性が振動数に関して 2 次曲線的に減少するという形で表われてくるが、実験から得られた複素回転剛性は砂層の共振振動数を越えた領域ではその値はふえつつも、2 次曲線的に減少する方向に進みつつある傾向はうかがえる。

(7) 有限要素法により得られた結果は、弾性波動論による解析結果、および実験から得られた結果と一致するものであった。また、ここでは、基礎の支持層が基盤の動きに対して増幅されるような場合について解析を行い、支持層と基礎周辺地盤とが複雑に運動する際の基礎の挙動を調べたが、この様な問題に対しては弾性波動論の適用は困難であり、有限要素法によるこの種の問題の解析が今後ともさかんに行われるものと思われる。

以上のことより、実験により検証し得たのは、先にも述べたように地盤モデルの制限等があり、限られた範囲内でしか行なうことができず、またそこで得られた結果も砂層の非線形性などの影響が随所に現れ、さらに SN 比も最良ではなく必ずしも全て満足のいくものではなかったが、井筒内部土の取り扱いに関して、付加質量として取り扱い得ること、また内部土のばね効果は基礎側面からのはね効果に比し、相対的に非常に小さいものとなる、という基本的な点で、このような問題に対する弾性波動論の適用の妥当性を示すことができたと言えよう。

参考文献

- 1) 土岐憲三・長沼敏彦：矢板式基礎の振動特性に関する調査研究、阪神高速道路公団委託昭和 51 年度報告書、1977.
- 2) 前出 1)
- 3) 建設省土木研究所、構造橋梁部基礎研究室：矢板式基礎の設計法（その 1）、土木研究所資料第 1175 号、1977, p. 60.
- 4) 前出 1)
- 5) Richart, F. E., Hall, J. R. and Woods, R. D. 共著、岩崎敏男、嶋津晃臣共訳：土と基礎の振動、鹿島出版会、1975, pp. 233~238.
- 6) 前出 1)
- 7) 土岐憲三・山本和義：構造物基礎の動的ばね係数と減衰定数、関東地震 50 周年記念地震工学シンポジウム論文集、1973, pp. 301~308.

- 8) 前出 7)
- 9) 小松昭雄：構造物基礎の振動における逸散減衰に関する研究，京都大学修士学位論文，1977, pp. 102~110.
- 10) 前出 5)
- 11) Zienkiewicz, O. C.: The Finite Element Method in Engineering Science, 2nd Edition, McGraw-Hill, London, 1972, pp. 254~273.
- 12) 柴田 勝・土岐憲三・菅野安男：有限要素法におけるモデル化の一方法について，第 27 回土木学会年次学術講演会講演概要 I-172, 1972, pp. 501~504.

Appendix

(5.4) 式

$$[N] = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (1-s)(1-t) & 0 & 0 & (1-s)(1+t) & 0 & 0 \\ 0 & (1-s)(1-t) & 0 & 0 & (1-s)(1+t) & 0 \\ 0 & 0 & (1-s)(1-t) & 0 & 0 & (1-s)(1+t) \\ (1+s)(1+t) & 0 & 0 & (1+s)(1-t) & 0 & 0 \\ 0 & (1+s)(1+t) & 0 & 0 & (1+s)(1-t) & 0 \\ 0 & 0 & (1+s)(1+t) & 0 & 0 & (1+s)(1-t) \end{bmatrix}$$

(5.8) 式

$$[C] = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad \lambda, \mu: \text{Láme の定数}$$

(5.10) 式

$$[B]_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{h_1}{r} & 0 & -T_{11} + \frac{h_2}{r} - \frac{h_2}{r} & 0 & -T_{12} - \frac{h_2}{r} - \frac{h_3}{r} & 0 & -T_{13} - \frac{h_3}{r} - \frac{h_4}{r} & 0 & -T_{14} + \frac{h_4}{r} \\ 0 & -\frac{h_1}{r} & -T_{21} & 0 & -\frac{h_2}{r} & -T_{22} & 0 & -\frac{h_3}{r} & -T_{23} & 0 & -\frac{h_4}{r} & -T_{24} \end{bmatrix}$$

$$[B]_2 = \begin{bmatrix} T_{11} & 0 & 0 & T_{12} & 0 & 0 & T_{13} & 0 & 0 & T_{14} & 0 & 0 \\ 0 & T_{21} & 0 & 0 & T_{22} & 0 & 0 & T_{23} & 0 & 0 & T_{24} & 0 \\ \frac{h_1}{r} & 0 & -\frac{h_1}{r} & \frac{h_2}{r} & 0 & -\frac{h_2}{r} & \frac{h_3}{r} & 0 & -\frac{h_3}{r} & \frac{h_4}{r} & 0 & -\frac{h_4}{r} \\ T_{21} & T_{11} & 0 & T_{22} & T_{12} & 0 & T_{23} & T_{13} & 0 & T_{24} & T_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ここで

$$T_{11} = \left\{ -\frac{\partial z}{\partial r} (1-t) + \frac{\partial z}{\partial s} (1-s) \right\} \frac{1}{4\alpha}$$

$$T_{12} = \left\{ -\frac{\partial z}{\partial t} (1+t) - \frac{\partial z}{\partial s} (1-s) \right\} \frac{1}{4\alpha}$$

$$T_{13} = \left\{ -\frac{\partial z}{\partial t} (1+t) - \frac{\partial z}{\partial s} (1+s) \right\} \frac{1}{4\alpha}$$

$$T_{14} = \left\{ -\frac{\partial z}{\partial t} (1-t) + \frac{\partial z}{\partial s} (1+s) \right\} \frac{1}{4\alpha}$$

$$T_{21} = \left\{ -\frac{\partial r}{\partial t} (1+t) - \frac{\partial r}{\partial s} (1-s) \right\} \frac{1}{4\alpha}$$

$$T_{22} = \left\{ -\frac{\partial r}{\partial t} (1+t) + \frac{\partial r}{\partial s} (1-s) \right\} \frac{1}{4\alpha}$$

$$T_{23} = \left\{ -\frac{\partial r}{\partial t} (1-t) + \frac{\partial r}{\partial s} (1+s) \right\} \frac{1}{4\alpha}$$

$$T_{24} = \left\{ -\frac{\partial r}{\partial t} (1-t) - \frac{\partial r}{\partial s} (1+s) \right\} \frac{1}{4\alpha} \quad \alpha = \left(\frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{\partial r}{\partial t} \frac{\partial z}{\partial s} \right)^{-1}$$