

接地気層における渦度とその輸送について

光 田 寧・浅 井 東 洋

VORTICITY AND ITS TRANSPORT IN THE SURFACE LAYER

By Yasushi MITSUTA and Haruhiro ASAI

Synopsis

Characteristics of vorticity and its vertical turbulent transport in the surface boundary layer are studied by direct measurements of vorticity using a set of three sound sensors of sonic anemometers in a triangular form. The spectrum of vorticity fluctuations is invariant with frequency. The vertical transport of vorticity is upward and its magnitude is equal to flux divergence of vertical momentum transport.

1. は し が き

接地気層中における気象要素の鉛直分布を論じるに当たって、鉛直方向の乱流輸送過程を通じて保存される物理量として、運動量に着目して Prandtl によって確立された運動量輸送理論と、これに対して渦度が保存されると考える方が適当であるとする Taylor によって提案された渦度輸送理論の二つの考え方がある。この二つの理論を比較すると、運動量は圧力の変動によって影響を受けるのに反して、渦度はその影響を受けることは無いと言う点からも、渦度輸送理論は優れていると言える。しかし、接地気層内の現象は取扱いが簡単な運動量輸送理論でも比較的うまく説明出来、また、渦度の実測は技術的に非常に困難であったことなどから、現在では運動量輸送理論に基づいた理論体系が広く用いられている。

しかし、近年になり風速成分のある線分上での平均値が直接測定出来る超音波風速計をうまく利用すると、渦度を直接測定することが可能であることが示された¹⁾ので、この方法に従って渦度を直接測定し、その結果に基づき渦度輸送理論の再評価を図ろうとするのが本研究の目的である。まず、その手始めとして渦度の諸性質を調べるための観測を行った。先きに行なわれた Mitsuta¹⁾の実験では安定性の悪い測器を用いており、解析精度があまり良くない上に観測例が少なかったため、今回は改良された測器²⁾を用いて精度の向上を図り、より多くの知識を得ることを目的とした。

2. 渦度の測定方法

超音波風速計はその sound path 上でそれに平行な風速成分の空間平均値を測定するものであるが、3組の sound path を組合せて3角形を構成し、この3角形の各辺で測定した風速成分に、各辺の長さの重みを付して加え合わせると、この3角形の外周上での循環が求められる。これを3角形の面積で割れば、3角形内の平均の渦度を求めることが出来る。

すなわち、Fig. 1 に示すように3角形の各辺の長さをそれぞれ l_1, l_2 および l_3 とし、その辺上の風速成分を u_1, u_2 および u_3 とすると、3角形上の循環、 C は

$$C = u_1 l_1 + u_2 l_2 + u_3 l_3 \dots\dots\dots (1)$$

となる。この3角形の面積を A とすれば、3角形内の平均の渦度、 η は

$$\eta = C/A = (u_1 l_1 + u_2 l_2 + u_3 l_3)/A \dots\dots\dots (2)$$

により求められる。

Table 1. Results of observations

RUN NO.	2	4	7	16	17
DATE	1976.12.30	912: 31	12: 31	1977.1.3	1.3
STARTING TIME	21: 21	12: 32	19: 34	11: 11	11: 32
MEAN WIND VELOCITY $\bar{U}$ (m/s)	3.63	3.61	2.31	3.02	2.39
COVARIANCE OF η & w $\overline{\eta'w'}$ (m/s ²)	0.0822	0.1305	0.0006	0.0775	0.0207
COVARIANCE OF u & w $\overline{u'w'}$ (m ² /s ²)	-0.459	-0.411	-0.214	-0.409	-0.343
EDDY VISCOSITY, K_m (m ² /s)	0.74	0.75	70.63	0.59	0.66
EDDY DIFFUSIVITY OF VORTICITY, K_v (m ² /s)	0.15	0.25	0.002	0.18	0.039
STABILITY z/L	0.0015	0.0003	0.0001	0.0013	0.0017

RUN NO.	18	20	24	32	39
DATE	1.3	1.3	1.3	1.5	1.7
STARTING TIME	14: 28	16: 32	19: 05	21: 21	18: 27
MEAN WIND VELOCITY $\bar{U}$ (m/s)	3.18	3.82	6.67	3.92	1.94
COVARIANCE OF η & w $\overline{\eta'w'}$ (m/s ²)	0.0427	0.249	1.472	0.277	0.0196
COVARIANCE OF u & w $\overline{u'w'}$ (m ² /s ²)	-0.330	-0.588	-1.261	-0.637	-0.174
EDDY VISCOSITY, K_m (m ² /s)	0.51	0.94	1.07	0.92	0.42
EDDY DIFFUSIVITY OF VORTICITY, K_v (m ² /s)	0.099	0.37	1.47	0.36	0.032
STABILITY z/L	-0.0017	-0.0023	0.0039	0.0023	-0.0024

なっている。

渦度輸送量, $\overline{\eta'w'}$ と平均風速, $\bar{U}$ との関係を図示すると Fig. 2 のようになる。図からも明らかなように平均風速の増大と共に渦度の輸送量も急速に増大する。今回の資料について最小自乗法を用いて図上で直線を適合させて見ると、渦度の輸送量は風速のほぼ 4 乗に比例して増大するという結果が得られた。

流れの場が水平方向に一様でかつ定常状態を保っているとする、運動量の鉛直乱流輸送量の鉛直方向の勾配は

$$\frac{\partial}{\partial z}(\overline{u'w'}) = \overline{w' \frac{\partial u'}{\partial z}} + \overline{u' \frac{\partial w'}{\partial z}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$= \left(\frac{\partial u'}{\partial z} - \frac{\partial w'}{\partial x} \right) \overline{w'} + \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) \overline{u'} + \frac{\partial w'^2}{\partial x} - \frac{\partial u'^2}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (8)$$

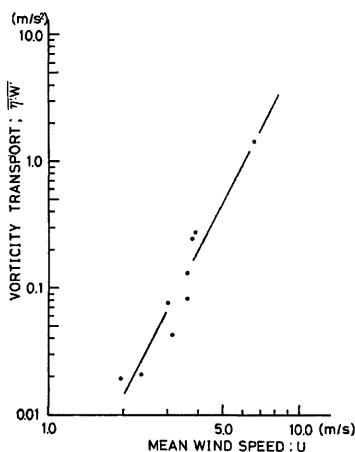


Fig. 2. Variation of vertical vorticity transport with mean wind speed at the height of 1.6 m.

負の値を取るから、この図に示されているように 22.6 m での絶対値が 5.66 m での絶対値に比して多少小さいということは (9) 式の微分が正であることであり、ここでの結果と同じ傾向を示すことを示している。

渦度と運動量の渦動拡散係数、 K_v と K_M を輸送量の測定値と風速の高度分布とから求めて見た結果が Table 1 に示されている。渦度の拡散係数、 K_v は渦度平均勾配を求める際に風速分布の 2 次微分を求めて

と書けるが、(8) 式右辺第 2 項は流れの連続性から、第 3, 4 項は水平方向の一様性から零となるべき量であり、残る第 1 項は定義により渦度の変動量と鉛直風速との共分散すなわち渦度の鉛直乱流輸送量を示す。従って

$$\frac{\partial}{\partial z}(\overline{u'w'}) = \overline{\eta'w'} \dots\dots\dots (9)$$

となる。

渦度の鉛直乱流輸送量は運動量の鉛直乱流輸送量の鉛直勾配すなわち flux divergence に等しいことになる。運動量輸送理論によれば、この量は中立な安定度を持つ気層中では零になるとされているものであるが、本研究において得られた結果によれば、これは有限な正の値になるということになる。

Haugen et al.³⁾ はアメリカの Kansas 州の平原で、高さ 30 m の塔に超音波風速計を取り付けて微気象の大規模な実験を行っているが、その際得られた高さ 22.6 m と 5.66 m での運動量の乱流輸送量の比は Fig. 3 に示すとおりである。 $\overline{u'w'}$ は

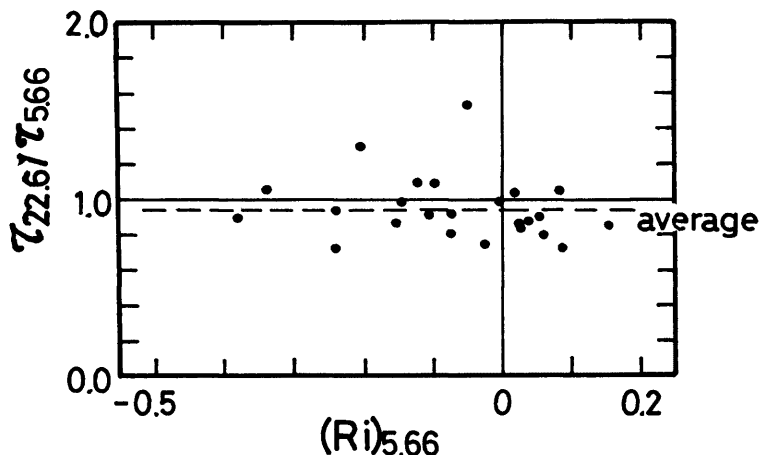


Fig. 3. Ratio of shearing stresses at 22.6 m and 5.66 m as observed on the great plane of the U. S. A. The plot shows 15-min data groups in 1 hour blocks. (after Haugen et al.³⁾)

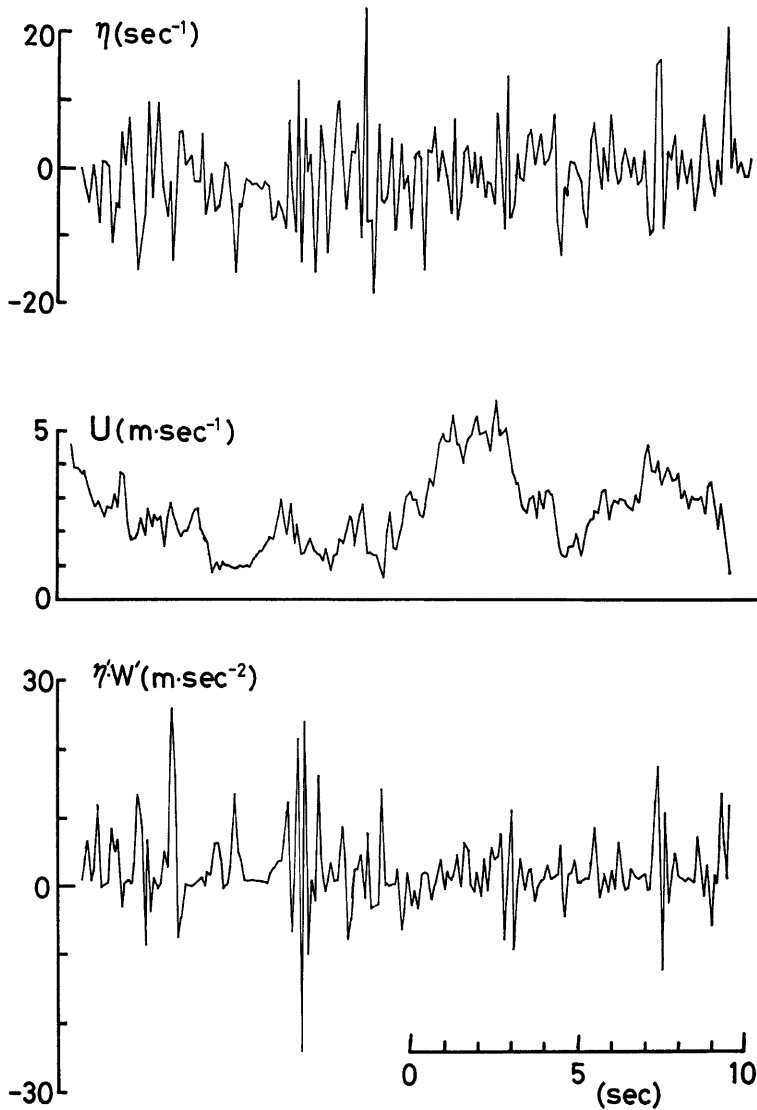


Fig. 4. An example of time variation of vorticity, horizontal wind component and vertical transport of vorticity.

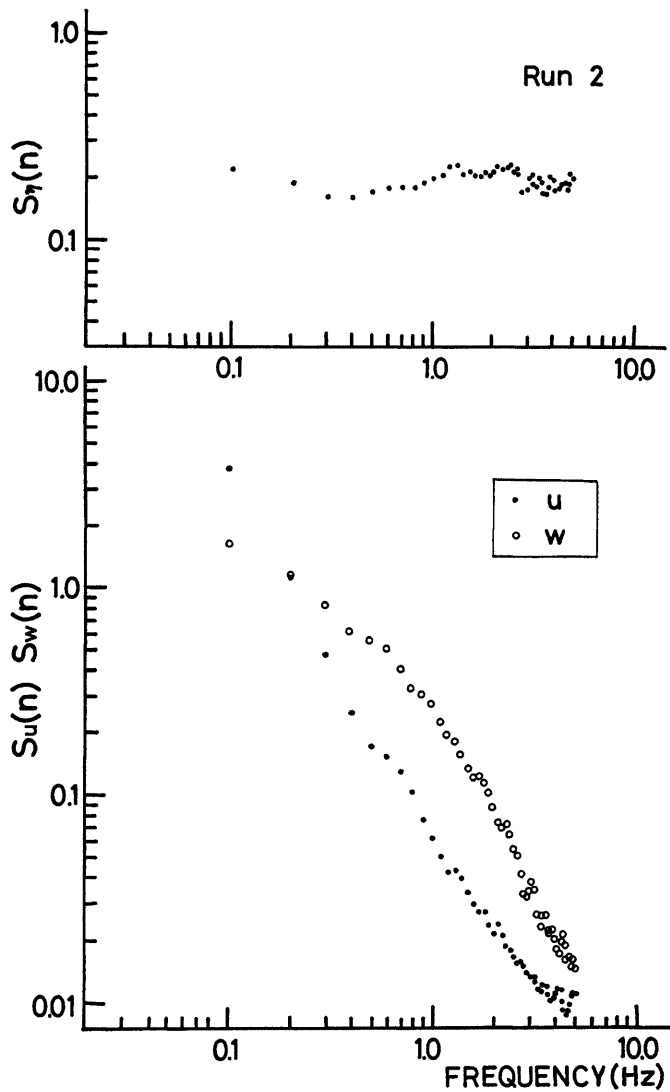


Fig. 5. Spectra of horizontal and vertical wind velocity and vorticity fluctuations for Run 2.

いるために誤差が大きくなることが考えられ、現にこの表に示された数にもばらつきが多い。しかし、ほとんどの場合 $K_M > K_v$ となっており、その比のおよそ3倍ぐらいである。

Fig. 4 は同時の渦度、 η' と風速水平成分、 u' および渦度の鉛直輸送、 $\eta'w'$ の時間変化の様子を示したも

のである。渦度と水平風速の変動を比べると、渦度の方が短周期の変動の卓越していることが解る。また、変動値の平均値に対する比、すなわち、いわゆる乱れの強さについて見ても渦度は変動の標準偏差が平均値（風速分布よりの推定値）のほぼ10倍もあるのに反して、風速の場合はその比は約0.4である。先に Mitsuta¹⁾ は $\eta'w'$ の値はほとんど常に正であると報告しているが、今回の結果では平均値の上下に測定値は分布しており、負の値をとることも多くあった。今回の観測の方が精度の高い実験であると言えるので、前回の説明は必ずしも正しくない。

渦度と風速の水平および鉛直成分の変動のスペクトルの1例を示したものが、Fig. 5である。この例は1976年12月30日21時20～30分に行われた Run 2 の場合で、平均風速は高さ 1.6 m で 3.6 m/sec であった。風速の2つの成分の変動に関しては今日までに良く知られているとおりの形を示しており、高周波数側では、慣性小領域の存在を示し $-5/3$ 乗に比例してスペクトル密度が減少する形になっている。しかし、渦度の変動のスペクトルはこれらと全く異っている。渦度の変動のスペクトル密度は周波数が大きくなってもほとんど変化していない。この点においても Mitsuta¹⁾ の先の結果とは異っている。Mitsuta の先の論文¹⁾ においてはスペクトルはただ1例しか示されていないが、周波数と共に密度が減少する形になっている。その時の解析は簡便法によって行われていたためもあってその精度は低い。

今回の10の解析例の全てについて normalize したスペクトルを重ね合せて見ても、全てはほとんど重なり合い、ここに示した例と同じようになる。すなわち、今回の観測では 0.1 から 5 Hz ほどの間において渦度の変動のスペクトル密度は周波数に関係せず一定であるという結果が得られた。

渦度の変動のスペクトルがどのような形になるかということに関する予測は、先に小倉⁴⁾ によってなされている。それは、渦度は速度の1次微分であるから次元的には速度と波数の積という形で表現出来る。従ってそのパワースペクトルは風速のそれに波数の2乗を乗じた形で書けるはずである。従って慣性小領域では波数の $1/3$ 乗に比例すると推測出来るというものである。しかし、この予測と今回の観測結果は多少異っていると言わねばならないが、その差は大きいものではない。

なお、この解析の周波数範囲は 5 Hz 以下であり、風速は全て約 2 m/sec 以上であるから、波長 0.4 m 以上について調べていることになる。一方、計測装置の揺がりは1辺約 0.2 m であるから、測定結果におよぼす測定装置の大きさによる変動成分の平滑化の問題はそれほど大きいものではないと言える。

5. 結 語

接地気層での渦度およびその輸送に関する性質については、実測結果の欠如から、その重要性は正当に評価されていない。著者の1人は1966年に超音波風速計を用いて渦度を直接測定する方法を始めて提案し、最初の測定結果を示した。しかし、その時には測器の安定度が良くなく、またデータ解析にも困難があったため、その測定結果については信頼出来るものであるとは言えない。今回、改良された測器を用いて同様な観測を行い、前回不十分であった点を補うことを試みた。その結果、前回の結論を修正せねばならない点が多くつか見出された。それは、渦度の鉛直輸送は時間的に大きく変動し、平均値の上下に分布し、下向きになる時間もあるが、平均としては上向きの値を取ること、および渦度の変動のパワースペクトル密度は 0.1 ないし 5 Hz の範囲で周波数によって変化しないということである。また、渦度の鉛直輸送量は運動量の鉛直輸送量の高さ方向の変化率に等しいということが導かれ、接地気層の研究において渦度に関する問題が重要な意味を持つことが示された。

参 考 文 献

- 1) Mitsuta, Y.: Direct measurement of vorticity near the ground, Special Contributions, Geophys. Inst., Kyoto Univ., No. 6, 1966, pp. 43-46.
- 2) Mitsuta, Y.: Sonic anemometer-thermometer for atmospheric turbulence measurements, Flow, its Measurement and Control in Science and Industry, Vol. 1, Instrument Society of America, 1971, pp. 341-347.

- 3) Haugen, D. A., J. C. Kaimal and E. F. Bradley: An experimental study of Reynolds stress and heat flux in the atmospheric surface layer, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., Vol. 97, 1971, pp. 168-180.
- 4) 小倉義光: 乱流と気象, 予報研究ノート, Vol. 4, 1953, p. 194.