

土石流の発生と流動に関する研究

高 橋 保

A MECHANISM OF OCCURRENCE OF MUD-DEBRIS FLOWS AND THEIR CHARACTERISTICS IN MOTION

By *Tamotsu* TAKAHASHI

Synopsis

A mechanism of occurrence of mud-debris flow due to the appearance of surface water flow over a steep scree slope is discussed under the assumptions that the internal resisting stress distributes linearly and the excess pore pressure is negligible. The criterions for the occurrence of non-stationary bed and partly stationary bed, which are the cases of mud-debris flows, are theoretically and experimentally made clear.

The mud-debris flows under the criterion of partly stationary bed approach the quasi-steady flows, whose depths, velocities and concentrations are theoretically predictive applying the concept of dilatant fluid introduced by Bagnold. On the other hand, the depths or the front heights of the mud-debris flows under the criterion of non-stationary bed monotonously increase versus distance, but the velocities and concentrations are predictive by use of steady flow equations.

Erosion processes of the scree slopes due to the passages of the mud-debris flows are also discussed.

1. 緒 言

土石流災害の防止・軽減には、土石流の発生・流動・堆積の過程における規模と破壊力を予知する必要があるが、漸く最近になって、発生後の現地踏査にもとづく、地形・地質などの素因の分析や、発生地付近の雨量記録による誘因の分析が試みられ、土石流発生に対する蓋然性の検討がなされてきている。また、各地の土石流が頻発する溪流において、ビデオテレビカメラやムービーカメラを中心とした計測システムを用いた観測記録も取られてきているし、実験水路を用いた基礎的な研究もなされつつある。しかし、これらは、いずれも研究の緒についたと言っても過言ではない状況であって、そもそも土石流とはどのような現象を指すのか、研究者の間でも、必ずしも一致した見解があるわけではなく、土石流、山津波、土砂流、泥流といった言葉が、水と土砂礫が同時に大量に流出する現象に対して、各人のイメージに従って使用されているようである。

著者は、斜面崩壊や地すべりのようなブロック状の運動形態とも、掃流や浮流のような流体力による輸送作用が主体となるニュートン流体的な流動形態とも異なる、水と土砂礫が一体となった流れが力学的な形態として存在するとすれば、それを土石流と呼ぶのが適切であると考えた。したがって、土石流に関する基礎的な研究は、このような水と土砂礫とが一体となった流れの発生・流動・停止の力学的条件を明らかにすることを目的としなければならない。従来、このような観点からの研究は、主として砂礫床水路を用いて実

験的に進められて来ており、発表されて来ている研究成果と著者らの行ってきた実験の結果を総合して、判明している事実を列挙すると以下のようである。

1) 予め水路床に砂礫を一様に敷いておいて、上流からの給水を行えば、水路勾配がある値以上であるとき、表面流の発生とほとんど同時に、水と砂礫が一体となった段波が形成され、それが流下する。

2) 水と砂礫が一体となった段波が発生する限界の勾配は、無限長斜面の平面すべりの発生条件式¹⁾

$$\tan \theta \geq (\gamma_b / \gamma_s) \tan \phi \quad \dots\dots\dots (1)$$

で示される勾配よりも緩く、自然の砂礫を用いた場合には約14°程度である。ただし、(1)式中の θ は斜面勾配、 ϕ は砂層の内部摩擦角、 γ_s は砂礫層の飽和単位重量、 γ_b は砂礫層の水中単位重量である。

3) 水路床に敷かれた砂礫層の厚さが十分に厚く、かつその砂礫層が微細粒子を多く含んでいて、形成された段波の先端から砂礫層への水の浸透がほとんどない場合には、一定流量の給水のもとに形成される段波の波高は、ある距離を流下後は流下距離によらずほぼ一定であり、先端部の流下速度もほぼ一定となる。

4) 上の場合とは逆に、浸透の影響が無視できない場合には、段波の先端部の波高は流下とともに増大し、停止したり移動したりの間欠的な流動形態をとる場合もある。

以上のような事実は定性的に知られているのみであって、なぜ14°程度以下では集合流動とならないか、完全に発達した段波の流下速度、波高、砂礫濃度はどのようになるのか、発達の過程はどのようであるか、予め敷きならしておく砂礫層の粒度分布や厚さ、あるいは含水量によってどのような違いが生ずるのか、といった問題に対する定量的な議論が行われていない。

本論文は、従来の実験的な研究が暗に仮定してきたように、土石流現象は、山地の急勾配の溪床に貯えられた山腹または溪岸から崩落した土砂礫による堆積物が、降雨に伴う表面流の発生によって流動化し、段波となって流下するものであるという立場に立ち、その発生条件と波高、流下速度、土砂濃度などの流動特性、さらには土石流の発生に伴う堆積層の侵食などについても論ずるものである。

2. 土石流の発生と流動に関する理論的考察

2.1 表面流の発生による堆積物の流動化の条件

山腹斜面に発達するガリーのように、通常は表面流水が存在しない溪谷に、谷頭部あるいは溪岸からの崩落によって土砂礫が堆積する現象はしばしば見受けられる。このような崩落物の堆積勾配は、崩落の形態や崩落物を受けとめる斜面の粒度と崩落物の粒度の違いなどによって異なるであろうが、空中安息角に近い値をもっている²⁾。このような堆積層の表面に流水が生じた場合の堆積層の安定性について考えてみよう。

厚さ D が一様な幅の広い、勾配 θ の砂礫堆積層があり、その表面に水深 h_0 の等流の表面流が生じたものとする。このとき、堆積層内は水で飽和されていて、斜面上に平行な浸透流があるものとし、過剰間隙水圧はないものとする。このようなとき、砂礫層内に発生するせん断力 τ とせん断抵抗力 τ_L との関係を模式的に示すと、大別して、Fig.1 のような6種の場合が考えられよう。ただし、せん断抵抗力は直線的に分布すると仮定している。作用しているせん断力がせん断抵抗力を上まわっているような部分は不安定であり、何かのきっかけがあれば、流動を開始するはずである。したがって、図中の(1)、(2)、(3)、(4)のような場合には流動が発生し、(5)、(6)の場合には安定である。ただし、(1)および(2)では堆積層全体が流動を開始し、(3)では深さ a_L より上方のみが流動を開始するであろう。また、(4)の場合には堆積層全体が流動を開始するが、堆積層表面から深さ a_L までは抵抗力の方が上まわっているから、その部分の移動は剛体的であろう。また、 D が十分に大きいときには、(2)と(3)および(4)と(5)は同じである。

さて、このような τ および τ_L については、すでに Bagnold³⁾ によって論じられているが、ここでもその考え方に習って、それぞれの場合について議論を進めることにする。堆積層表面 a の位置に作用するせん断力 τ は、流速の影響を無視した静的な力を考えることにすれば

$$\tau = g \sin \theta \{ C_s (s - \rho) a + \rho (a + h_0) \} \quad \dots\dots\dots (2)$$

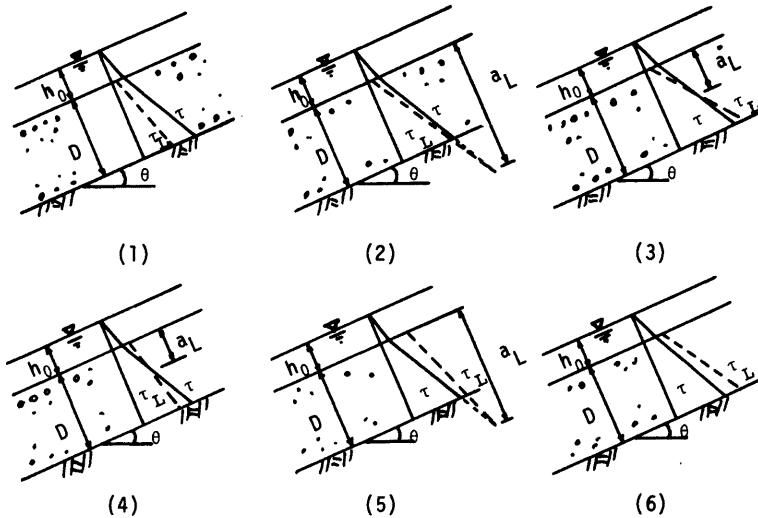


Fig. 1. Characteristic shear stress distribution.

である。ここに、 C_* ：堆積層の砂礫の容積濃度、 σ ：砂礫の密度、 ρ ：水の密度（供給水が多量の微細浮遊粒子を含んでいる場合には、これが1以上になると考える。）、 g ：重力の加速度である。ただし、供給水は掃流砂および粗い浮遊砂を含んでいないものと仮定している。一方、堆積層表面下 a の位置におけるせん断抵抗力 τ_L は、粒子間に働く力のみを有効と考えることにより、

$$\tau_L = g \cos \theta \{ C_* (\sigma - \rho) a + \lambda d / \cos \theta \} \tan \phi \quad \dots\dots\dots (3)$$

と書ける。ここに、 ϕ ：堆積層の内部摩擦角、 $\lambda g d \tan \phi$ ：粘着力、 d ：粒径である。ただし、堆積層表面（ $a=0$ ）においても（3）式が成立するものとしておく。なお、 a は h_0 等と同じく斜面に垂直に測っており、 τ_L は斜面に平行な単位面積当りに作用する力であることに注意しなければならない。

以下、（2）式および（3）式を用いて、Fig. 1 に示した各ケースについて成立すべき条件を考察する。

ケース（1）： $a=0$ で $\tau > \tau_L$ より

$$\sin \theta > (\lambda d / \rho h_0) \tan \phi \quad \dots\dots\dots (4)$$

$d\tau/da \geq d\tau_L/da$ より、

$$\tan \theta \geq \frac{C_* (\sigma - \rho)}{C_* (\sigma - \rho) + \rho} \tan \phi \quad \dots\dots\dots (5)$$

である。これは（1）式に他ならない。なお、（5）式で示される限界勾配よりも緩勾配の堆積層では、表面流が生じない場合には、常に $\tau_L > \tau$ であることは容易に証明される。すなわち、この勾配以下では、表面流が生じなければ集合流動は発生し得ない。

ケース（2）：（4）式および、 $d\tau/da < d\tau_L/da$ より、

$$\tan \theta < \frac{C_* (\sigma - \rho)}{C_* (\sigma - \rho) + \rho} \tan \phi \quad \dots\dots\dots (6)$$

が成立しなければならない。また、 τ と τ_L とが等しくなる深さ a_L は、（2）式と（3）式とを等置することより、

$$a_L = \frac{\rho h_0 \tan \theta - (\lambda d / \cos \theta) \tan \phi}{C_* (\sigma - \rho) \tan \phi - \{C_* (\sigma - \rho) + \rho\} \tan \theta} \quad \dots\dots\dots (7)$$

となるから、 $a_L \geq D$ となるためには、

$$\tan \theta \geq \frac{C_* (\sigma - \rho) + \lambda d / (D \cos \theta)}{C_* (\sigma - \rho) + \rho (1 + h_0 / D)} \tan \phi \quad \dots\dots\dots (8)$$

であることが必要である。

ケース (3) : (4) 式および (6) 式が成立し、かつ、 $d \leq a_L < D$ であることより、

$$\frac{C_* (\sigma - \rho) + (\lambda / \cos \theta)}{C_* (\sigma - \rho) + \rho (1 + h_0 / d)} \tan \phi \leq \tan \theta < \frac{C_* (\sigma - \rho) + \lambda d / (D \cos \theta)}{C_* (\sigma - \rho) + \rho (1 + h_0 / D)} \tan \phi \quad \dots\dots\dots (9)$$

が必要である。

ケース (4) : $a = 0$ で $\tau_L > \tau$ であるためには

$$\sin \theta < (\lambda d / \rho h_0) \tan \phi \quad \dots\dots\dots (10)$$

であることが必要であり、また、 τ と τ_L とが交わるためには (5) 式を必要とする。(5) 式の条件のもとに $a_L < D$ であるための条件より、

$$\tan \theta > \frac{C_* (\sigma - \rho) + \lambda d / (\cos \theta \cdot D)}{C_* (\sigma - \rho) + \rho (1 + h_0 / D)} \tan \phi \quad \dots\dots\dots (11)$$

を得るから、結局この場合には、(10) 式および (5) 式あるいは (11) 式の大きい方の θ を与える条件式が必要であることがわかる。

ケース (5) : (5) 式および (10) 式と、 $a_L \geq D$ となるために

$$\tan \theta \leq \frac{C_* (\sigma - \rho) + \lambda d / (D \cos \theta)}{C_* (\sigma - \rho) + \rho (1 + h_0 / D)} \tan \phi \quad \dots\dots\dots (12)$$

が必要である。

ケース (6) : (6) 式および (10) 式が必要である。

実際の斜面において、どのようなケースが生起するかを明らかにするためには、以上の諸条件式に含まれる各定数の値を求めることが必要となるが、それぞれ種々の困難を含んでいる。マサ土において実測された例⁴⁾によれば $C_* = 0.65$ 、 $\varphi = 33^\circ$ 、 $\lambda g d \tan \phi = 25 \text{ gr/cm}^2$ 程度である。このような粘着力の大きさであっても、 h_0 が非常に大きい場合を除けば、ケース (4) 以外の流動が発生することはほとんどないであろうが、崩落物の堆積層では、これよりも粘着力が小さいことが十分考えられ、他のケースの流動が生ずる可能性がある。したがって、粘着力を無視して取扱うことも、土石流の発生限界を議論する上からは、十分の適用性をもっているものと考えられる。このような場合には、ケース (4)、(5)、(6) は存在せず、ケース (1) は (5) 式が成立するとき、ケース (2) は、

$$\frac{C_* (\sigma - \rho)}{C_* (\sigma - \rho) + \rho} \tan \phi > \tan \theta \geq \frac{C_* (\sigma - \rho)}{C_* (\sigma - \rho) + \rho (1 + h_0 / D)} \tan \phi \quad \dots\dots\dots (13)$$

ケース (3) は

$$\frac{C_* (\sigma - \rho)}{C_* (\sigma - \rho) + \rho (1 + h_0 / D)} \tan \phi > \tan \theta \geq \frac{C_* (\sigma - \rho)}{C_* (\sigma - \rho) + \rho (1 + h_0 / d)} \tan \phi \quad \dots\dots\dots (14)$$

のもとに発生することになる。そして

$$\tan \theta = \frac{C_* (\sigma - \rho)}{C_* (\sigma - \rho) + \rho (1 + h_0 / d)} \tan \phi \quad \dots\dots\dots (15)$$

を満足するよりも小さい勾配のときには、砂礫が移動するとしても、それは掃流によるものであると定義される。したがって、(15) 式はいわゆる水成勾配の定義として用いられるべき式であり、ちなみに、 $C_* = 0.7$ 、 $\sigma = 2.6$ 、 $\rho = 1.0$ 、 $h_0 / d = 1.4$ 、 $\tan \phi = 0.8$ とすれば、 $\tan \theta < 14.3^\circ$ となる。このような値は、いままでの実験によって砂礫層における土石流発生の限界勾配が約 14° であると言われていることや、実際に発生している土石流の発生地点の勾配の下限値に近い^{5),6),7)}ことを説明するものであろう。

以上は静的な力の均合条件式からの考察であるが、少くとも表面流はかなりの流速をもっているから、その流体力によって一挙に、あるいは連鎖的に侵食が発生し、集合流動化する場合があるのではないかという疑問が生ずる。しかし、著者らが先に行った実験の結果⁸⁾によれば、(15)式で示されるような水成勾配よりも小さい勾配範囲では、流量によって現われる河床形態には違いがあるけれども、集合流動は発生していない。すなわち、少なくとも微細粒子の場合を除けば、前述のような静的な取扱いで集合流動の発生限界が記述できるものと考えられる。したがって、以下では非粘性砂礫材料からなる堆積層が、(5)式あるいは(13)式あるいは(14)式を満足するような勾配で存在しているところへ表面流が発生した場合に生ずる現象を取扱うことにする。

2.2 土石流段波の形成と発達

(14)式で示されるような勾配の、一様厚さの非粘性堆積層があるものとする。その上流端から h_0 の水深で給水が行われた瞬間を考えることにしよう。ただし、堆積層は、その表面まで予め飽和状態であるか、あるいは上流端からの給水と同時に飽和状態となるものと仮定する。このようなとき、表面流の到達した地点では、Fig. 1中のケース(3)のような応力分布が発生し、深さ a_L 以上では、作用しているせん断力がせん断抵抗力を上回っており、しかも上層ほどその差が大きい。堆積層表面は上方及び流下方向への砂礫の運動を拘束しないから、水流の到達範囲では、表面から a_L の深さまでが、ほとんど同時に移動を開始するであろう。移動を開始した砂礫は互いに衝突や接触を繰返し、 h_0 が深さ a_L にくらべて、それほど大きくない場合には、 h_0 の部分にも粒子が分散され、水深方向にほぼ一様な濃度をもった流動層が、まだ水流の到達していない断面へ放出され、段波となって流下するものと考えられる。なお、水成勾配よりも大きいような急勾配の所に現われる表面流の水深 h_0 は、通常 d と同程度の大きさをもっているであろうことが予想される。

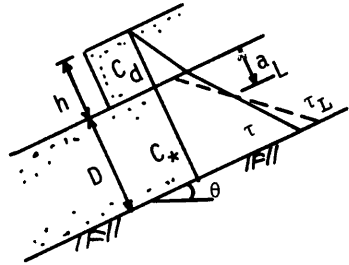


Fig. 2. Stress distribution under the mud-debris flow.

さて、このようにして形成された段波の容積濃度を c_d 、段波の波高を h とし、Fig. 2のように、段波の到達した場所での堆積層内の新たな力の均合を考えよう。堆積層内の深さ a において、堆砂勾配に平行な面の単位面積当り作用するせん断力とせん断抵抗力とは、前述の考察と同様に、流速の影響を無視すれば、それぞれ、

$$\tau = g \sin \theta \{ (C_d h + C_a a) (\sigma - \rho) + (h + a) \rho \} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\tau_L = g \cos \theta \{ (C_d h + C_a a) (\sigma - \rho) \} \tan \phi \quad \dots\dots\dots (17)$$

である、したがって、 $\tau = \tau_L$ となる深さ a_L は

$$a_L = \frac{\rho \tan \theta - C_d (\sigma - \rho) (\tan \phi - \tan \theta)}{C_a (\sigma - \rho) (\tan \phi - \tan \theta) - \rho \tan \theta} h \quad \dots\dots\dots (18)$$

となる、 $a_L > 0$ であれば、 a_L より上の堆積層内では、作用しているせん断力がせん断抵抗力を上回っており、段波の到達と同時にその層が流動化し、段波が成長する。また、 $a_L = 0$ であれば、到達した段波先端部が、抗力による堆積層表面粒子の各個運動の発生を除けば、元の堆積層の表面を堆積も侵食も起さずに流動し、 $a_L < 0$ であれば、段波の流動性が強くないとき、堆積の傾向が現われるであろう。いま考えている(14)式で示されるような勾配範囲では、(18)式の分母は正の値をもっており、

$$C_d = \frac{\rho \tan \theta}{(\sigma - \rho) (\tan \phi - \tan \theta)} \quad \dots\dots\dots (19)$$

のとき、 $a_L = 0$ となる。したがって、 C_d がこれより小さければ $a_L > 0$ であり、侵食が進む。侵食が起るとき、段波先端部はどのように行っていくか、つぎに検討する必要がある。

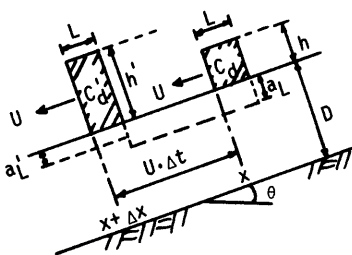


Fig. 3. Increment of the front height along the stream.

である。ただし、(21) 式の右辺第 2 項は堆積層が予め飽和状態になっていて、侵食によって補給される水のある場合を示している。これらの式から、 $\Delta t \rightarrow 0$ とすることにより、

$$\frac{dh}{dt} = \frac{U a_L}{L} = \frac{U}{L} h \frac{\rho \tan \theta - C_d(\sigma - \rho)(\tan \phi - \tan \theta)}{C_* (\sigma - \rho)(\tan \phi - \tan \theta) - \rho \tan \theta} \quad (22)$$

$$\frac{dC_d}{dt} = \frac{U a_L}{L h} (C_* - C_d) = \frac{U}{L} (C_* - C_d) \frac{\rho \tan \theta - C_d(\sigma - \rho)(\tan \phi - \tan \theta)}{C_* (\sigma - \rho)(\tan \phi - \tan \theta) - \rho \tan \theta} \quad (23)$$

が得られる。(23) 式を $t=0$ で $C_d=0$ という条件のもとに解けば、

$$C_d = \frac{\rho \tan \theta}{(\sigma - \rho)(\tan \phi - \tan \theta)} \frac{C_* e^{-\frac{U}{L} t} - C_*}{\frac{\rho \tan \theta}{(\sigma - \rho)(\tan \phi - \tan \theta)} e^{-\frac{U}{L} t} - C_*} \quad (24)$$

となる。ここで、 $t \rightarrow \infty$ とすれば、 C_d は (19) 式に一致する。これを C_{d-} と書くことにしよう。(24) 式を (22) 式に入れ、 $t=0$ で $h=h_0=(U_0/U)h_0$ であるものとすれば、

$$\frac{h}{h_0} = \frac{U_0}{U} \frac{C_* - C_{d-} \exp(-\frac{U}{L} t)}{C_* - C_{d-}} \quad (25)$$

となる。 $t \rightarrow \infty$ とすれば

$$\frac{h}{h_0} = \frac{U_0}{U} \frac{C_*}{C_* - C_{d-}} \quad (26)$$

であり、波先での濃度は流下とともに増大し、(19) 式で示される平衡濃度に達すると波高も定常的な高さになることを示している。

同様の考察を堆積層が乾燥していた場合についても行うことができる。この場合には、堆積層への浸透によって失われる水量を無視すれば、

$$\frac{dh}{dt} = \frac{U a_L C_*}{L} = \frac{U h}{L} C_* \frac{\rho \tan \theta - C_d(\sigma - \rho)(\tan \phi - \tan \theta)}{C_* (\sigma - \rho)(\tan \phi - \tan \theta) - \rho \tan \theta} \quad (27)$$

$$\frac{dC_d}{dt} = \frac{U a_L C_*}{L h} (1 - C_d) = \frac{U C_*}{L} (1 - C_d) \frac{\rho \tan \theta - C_d(\sigma - \rho)(\tan \phi - \tan \theta)}{C_* (\sigma - \rho)(\tan \phi - \tan \theta) - \rho \tan \theta} \quad (28)$$

を得る。これらより、前同様に解を求めると、

$$C_d = C_{d-} \frac{\exp\left\{-\frac{U t}{L} \frac{C_* (1 - C_{d-})}{C_* - C_{d-}}\right\} - 1}{C_{d-} \exp\left\{-\frac{U t}{L} \frac{C_* (1 - C_{d-})}{C_* - C_{d-}}\right\} - 1} \quad (29)$$

$$\frac{h}{h_0} = \frac{U_0}{U} \frac{1}{1 - C_{d-}} \left\{ 1 - C_{d-} \exp\left(-\frac{C_* (1 - C_{d-})}{C_* - C_{d-}} \frac{U t}{L}\right) \right\} \quad (30)$$

である。これらの式も、 $t \rightarrow \infty$ で

Fig. 3 のように、段波の波先から長さ L の部分における砂礫および水の保存則を考える。すなわち、ある瞬間に波高 h 、濃度 C_d 、移動速度 U の段波が x 地点に到達し、 Δt 時間後には波高 h' 、濃度 C'_d となって、流速は一定値を保持しながら流下するものと仮定する。 U を一定としたことの根拠については後にふれる。さて、波高 h 、濃度 C_d に対する侵食深は (18) 式の a_L で与えられるものとし、侵食による増加量は、先端部の長さ L の範囲に蓄積されるものと考え、砂礫および水に関する連続式はそれぞれ、

$$L h' C'_d = L h C_d + U \Delta t C_* a_L \quad (20)$$

$$L h' (1 - C'_d) = L h (1 - C_d) + U \Delta t (1 - C_*) a_L \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} C_d &= C_{d*} \\ h/h_0 &= (U_0/U)/(1-C_{d*}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

のような定常状態となることを意味している。

以上は Fig. 1 中のケース (3) が生ずるような場合に対して考察したが、ケース (2) が生ずるような場合でも、段波発生当初の a_L を堆積層厚 D に等しいとして、上と同様の議論ができることが予想される。すなわち、このような場合でも、ある距離を流下後には、定常状態に達することが期待されるのである。ところが、ケース (1) が生ずるような場合、換言すれば、(5) 式が成立するような勾配の堆積層では事情が異なる。このとき、(18) 式の分母は負または 0 であり、 $a \geq 0$ で τ と τ_L が均合うためには、

$$C_d \geq \frac{\rho \tan \theta}{(\sigma - \rho)(\tan \phi - \tan \theta)} \dots\dots\dots (32)$$

であることを要求する。ところで、上式の右辺は $\tan \theta$ に関して単調増加関数であり、(5) 式のような勾配範囲では、右辺の最小値は C_* であるから、 $C_d \geq C_*$ でなければならないことになる。 C_* は静止堆積層の砂礫濃度であるから、 $C_d \geq C_*$ では流動は生じ得ない。すなわち、このような勾配範囲では、 $a \geq 0$ で τ と τ_L とが均合うことはなく、もし流動が生じているものとするれば、 $C_d < C_*$ が満足されるような濃度になっているはずである。このときには、 $d\tau/da > d\tau_L/da$ で、かつ $[\tau]_{a=0} > [\tau_L]_{a=0}$ であって、全層の流動が継続することになる。このとき、波高は流下とともに単調に増大して行くことが予想される。つぎにこのような場合の波高の発達過程を簡単なモデル化によって考察してみよう。

Fig. 4 に示したように、ある時刻 t での流動物の形状が三角形形状であるとし、全体の移動速度 U と流動の水面勾配 γ とが一定であると仮定すれば、時刻 $(t + \Delta t)$ での流動の形状は t でのそれと相似な三角形となっている。いま、時刻 t での流動物の総容積が V であったものとして、砂礫および水に関する保存則を示せば、それぞれ、

$$V(t + \Delta t) \cdot C_d(t + \Delta t) = V(t) \cdot C_d(t) + DC_*U\Delta t \dots\dots\dots (33)$$

$$\begin{aligned} V(t + \Delta t) \cdot \{1 - C_d(t + \Delta t)\} &= V(t) \{1 - C_d(t)\} + D(1 - C_*)U \cdot \Delta t + U_0 h_0 \Delta t \\ &\quad - \{U\Delta t - \Delta h / \tan(\theta - \gamma)\} h_0 \end{aligned} \dots\dots\dots (34)$$

である。ただし、 $C_d(t)$ は時刻 t での流動体の平均濃度であり、全体に均等に分布しているものと仮定している。また、(34) 式は堆積層が予め飽和状態であるときに成立する式であって、乾燥している場合には、右辺第 2 項は 0 である。さらに、

$$V(t) = \frac{1}{2} h^2(t) \frac{1}{\tan(\theta - \gamma)} \dots\dots\dots (35)$$

である。(33)、(34) および (35) 式より、 $\Delta t \rightarrow 0$ として、

$$\frac{1}{\tan(\theta - \gamma)} (h - h_0) \frac{dh}{dt} = DU + h_0(U_0 - U) \dots\dots\dots (36)$$

または、

$$\frac{1}{\tan(\theta - \gamma)} (h - h_0) \frac{dh}{dt} = DC_*U + h_0(U_0 - U) \dots\dots\dots (37)$$

を得る。ただし、(36) 式は飽和堆積層に対して、(37) 式は乾燥堆積層に対して成立する。(5) 式が満足されるような勾配では、地表面にまで達する浸透流が存在すれば、それだけで流動するものとしているのであるから、(36) 式のような場合を考えることは論理的な矛盾を含んでいる。しかし、実際には側圧の影響や

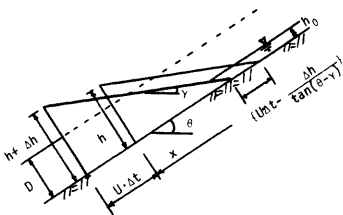


Fig. 4. A model of increment of flow height on the very steep channel.

受働領域の存在,あるいは僅かばかりの粘着性によって,何かのきっかけがなければ流動化しない場合も多く,また,地表面近くまで浸透流水面が達しているが,そのような水面高では,まだ流動化しないような勾配である場合には,(36)式のように考える方が(37)式よりより妥当であると考えられる。

さて,上流端から水を供給した瞬間における水および砂礫の連続条件より,

$$\left. \begin{array}{l} \text{飽和堆積層に対して, } t=0 \text{ で } h=(DU+h_0U_0)/U \\ \text{乾燥堆積層に対して, } t=0 \text{ で } h=(DC_*U+h_0U_0)/U \end{array} \right\} \dots\dots\dots (38)$$

になるものとして,(36)式および(37)式の解を求めると,それぞれ,

$$h=\left[2\{DU+h_0(U_0-U)\}\tan(\theta-\gamma)\frac{x}{U}+\frac{\{DU+h_0(U_0-U)\}^2}{U^2}\right]^{\frac{1}{2}}+h_0 \dots\dots\dots (39)$$

$$h=\left[2\{DC_*U+h_0(U_0-U)\}\tan(\theta-\gamma)\frac{x}{U}+\frac{\{DC_*U+h_0(U_0-U)\}^2}{U^2}\right]^{\frac{1}{2}}+h_0 \dots\dots\dots (40)$$

である。ここで, γ がどのような値をとるかが問題となるが,固定床面までの全層の流動が継続していることから,その限界を与える勾配に等しいと考える。すなわち,

$$\tan \gamma = \frac{(\sigma-\rho)C_*}{(\sigma-\rho)C_*+\rho} \tan \phi \dots\dots\dots (41)$$

とする。(39)式あるいは(40)式によれば,段波先端部の波高は x の増加とともに増大して行くことになる。

一方,濃度については,(33)式と(39)式あるいは(40)式を用いることにより,

$$\begin{aligned} \frac{dC_d}{dt} + \frac{2B \tan(\theta-\gamma)}{\left[2B \tan(\theta-\gamma)t + \frac{B^2}{U^2}\right]^{\frac{1}{2}} + h_0} \left[2B \tan(\theta-\gamma)t + \frac{B^2}{U^2}\right]^{\frac{1}{2}} C_d \\ = \frac{2DC_*U \tan(\theta-\gamma)}{\left[2B \tan(\theta-\gamma)t + \frac{B^2}{U^2}\right]^{\frac{1}{2}} + h_0} \end{aligned} \dots\dots\dots (42)$$

が成立する。ただし, B は

$$\left. \begin{array}{l} \text{飽和堆積層に対して, } B=DU+h_0(U_0-U) \\ \text{乾燥堆積層に対して, } B=DC_*U+h_0(U_0-U) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

である。 $[2B \tan(\theta-\gamma)t + B^2/U^2]^{\frac{1}{2}} \gg h_0$ となる範囲のみで考えることにすれば,(42)式は

$$\frac{dC_d}{dt} + \frac{2B \tan(\theta-\gamma)}{2B \tan(\theta-\gamma)t + B^2/U^2} C_d = \frac{2DC_*U \tan(\theta-\gamma)}{2B \tan(\theta-\gamma)t + B^2/U^2} \dots\dots\dots (44)$$

と簡略化される。(38)式に対応して, C_d に関する初期条件を求めると,

$$\left. \begin{array}{l} \text{飽和堆積層に対して, } t=0 \text{ で } C_d=DC_*/(DU+h_0U_0) \\ \text{乾燥堆積層に対して, } t=0 \text{ で } C_d=DC_*/(DC_*U+h_0U_0) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

である。ただし,乾燥堆積層に対しては, $C_d < C_*$ でなければ流動を生じないことから,

$$h_0U_0 > D(1-C_*)U \dots\dots\dots (46)$$

でなければならない。(44)式の(45)式のもとにおける解は,飽和および乾燥堆積層に対して,それぞれ,

$$C_d = \frac{DC_*U}{DU+h_0(U_0-U)} \left[1 - \frac{\{DU+h_0(U_0-U)\}h_0}{(DU+h_0U_0)\{2 \tan(\theta-\gamma)x + B/U\}}\right] \dots\dots\dots (47)$$

および,

$$C_d = \frac{DC_*U}{DC_*U+h_0(U_0-U)} \left[1 - \frac{Bh_0}{(DC_*U+h_0U_0)\{2 \tan(\theta-\gamma)x + B/U\}}\right] \dots\dots\dots (48)$$

である。ただし,(48)式においては, $x \rightarrow \infty$ でも連続的な流動が継続するためには,

$$h_0(U_0-U) > D(1-C_*)U \dots\dots\dots (49)$$

という条件が必要となる。

以上の h および C_d に対する議論では、流下速度 U が与えられたものとしたが、これに関する考察が必要である。さらに、無限長・二次元・非粘着性堆積層とすれば、理論上は地表面以下の水面高さで流動を開始するような斜面でも、実際には種々の拘束条件によって比較的安定である場合が多いものと考えられるが、そのようなときには、波高はおそらくここで導いたように、無限には増大して行くことはなく、濃度が C_* にかなり近い状態となって、もはやこれ以上の砂礫をとり込んで行くことが不可能となれば、そのときに到達した波高を保持しながら流下することになるものと予想される。

以上、堆積層の勾配によって、定常的な流動になる場合と、単調に波高が増大する場合があることを述べ、それぞれの波高の発達過程の解析を試みたが、これらはいずれも静的な力の均合条件から求められたものであって、さらに発生した段波の流動の条件からの流れの安定性に関する意味が必要である。

形成された段波先端部は砂礫濃度が非常に高く、各粒子間において、衝突あるいは接触が起る。水深方向の各粒子層は相対速度をもっており、粒子の衝突、交換によって、水深方向への運動量の輸送が行われる。土石流のように高濃度に粒子が含まれてい、かつ流下速度の速い場合には、粒子同士の接触によって分担されるせん断力、流体部分によって受けもたれるせん断力に比して大きく、近似的には粒子の接触による見かけ粘性のみを考慮に入れた流体としての取扱いが許される。Bagnold⁹⁾ はこのような流体としてのダイラタント流体の流動式を提案している。それによれば、粒子運動の激しい慣性領域において、

$$P = a_i \cos \alpha \cdot \sigma \lambda^2 d^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (50)$$

$$T = \tan \alpha \cdot P \quad \dots\dots\dots (51)$$

である。ここに、 P は粒子の接触によってもたらされる垂直応力で *dispersive stress* と呼ばれる。 T は粒子同士の接触によってもたらされるせん断応力である。また、 a_i ；定数、 $\lambda = \{(C_*/C_d)^{1/3} - 1\}^{-1}$ 、 α ；粒子の動摩擦角に相当する角、 u ；底面 ($u=0$ の面) から高さ y における速度である。*dispersive stress* は開水路の定常等流に対しては、高さ y よりも上方にある全粒子による垂直応力と等しくなければならないから、(50) 式より、

$$a_i \cos \alpha \cdot \sigma \lambda^2 d^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = C_d (\sigma - \rho) g (h - y) \cos \theta \quad \dots\dots\dots (52)$$

が、また、流体によって受け持たれるせん断力が粒子の衝突によって受け持たれるそれに対して無視できることと、(51) 式より、

$$a_i \sin \alpha \cdot \sigma \lambda^2 d^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = \{C_d (\sigma - \rho) + \rho\} g (h - y) \sin \theta \quad \dots\dots\dots (53)$$

が成立しなければならない。ただし、 C_d は水深方向に一樣に分布しているものとしている。(52) 式と (53) 式とが同時に任意の y に対して成立するためには、

$$C_d = \frac{\rho \tan \theta}{(\sigma - \rho) (\tan \alpha - \tan \theta)} \quad \dots\dots\dots (54)$$

であることが必要である。Bagnold は当初ワックスを塗った粒子による実験によって、 $\lambda < 12$ (ほぼ $C_d < 0.51$ に相当) で、 $\tan \alpha = 0.32$ という値を得たのであるが、その後砂粒の流れに関する研究¹⁰⁾ において、 $\alpha = \phi_*$ (ϕ_* ；安息角) であるとしている。Bagnold によれば、 ϕ_* は内部摩擦角よりも少し小さい値であるが、これらの値は試験方法によっても、かなりのばらつきがあり、 ϕ と ϕ_* とは、ほぼ等しいと考えてもよいようである。そのようにすれば (54) 式は (19) 式と一致し、ケース (2) あるいはケース (3) が生ずるような勾配では、結局 (19) 式で示されるような濃度になったとき、安定な定常的な流れが達成されるものと結論づけられる。一方、もし濃度 C_d が (54) 式で示される値よりも小さい場合には、 $T > \tan \alpha \cdot P$ となって、定常的な流動とはなり得ず、取り込まれ得る河床粒子がある場合には、それを取り込んで (54) 式が満足されるまで高濃度化して行くであろうし、取り込むべき粒子がない場合には、粒子間の乱れの増大によって、過剰なせん断力が受け持たれるようになるであろう。したがって、僅かながらでも $\tan \alpha$ が $\tan \phi$ よりも

小さいものとすれば, (19) 式で示される濃度では流れの流動性が増大し, 流れの抗力による掃流力その他によって, 段波内への砂礫の補給があっても, (54) 式で示されるような濃度になるまでは, 流動を続けながら濃度が高くなって行くものと理解される。

2.3 定常流動に関するモデル

前節では, 段波先端部で (19) 式あるいは (54) 式を満足するような濃度になったとき, 定常的な流動に移行することを述べた。ここでは堆積層の厚さが比較的薄い場合を対象として, 定常状態の流動を簡単にモデル化してみよう。定常状態に達してから後の, 時刻 t における土石流の流動形状を Fig. 5 の実線のように

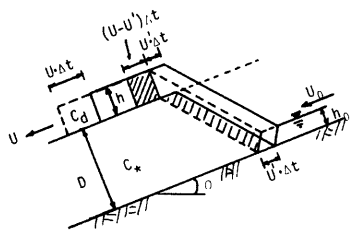


Fig. 5. A model of steady propagation of mud-debris flow.

に直線的であると仮定する。そして, Δt 時間後の位置を破線のようにとすれば, 波高が一定であるためには, 図にハッチングを施した2つの部分の面積が等しくなければならない。そのような条件は飽和堆積層と乾燥堆積層について, それぞれ以下のようなものである。

1) 段波到達までは堆積層が乾燥している場合

砂礫の保存則は,

$$(U-U')hC_d = U'DC_* \quad \dots\dots\dots (55)$$

水の保存則は, 流動部分から堆積層への浸透流量が無視できるものとすれば,

$$(U-U')h(1-C_d) + U'h_0 = U_0h_0 \quad \dots\dots\dots (56)$$

である。(55) 式および (56) 式より

$$\frac{h}{h_0} = \frac{U_0}{U} \frac{C_*}{C_* (1-C_d) + \frac{h_0}{D} C_d \left(1 - \frac{U_0}{U}\right)} \quad \dots\dots\dots (57)$$

を得る。

2) 堆積層が予め飽和状態であった場合,

砂礫の保存則は (55) 式がそのまま成立し, 水の保存則は堆積層内の水が加わることで,

$$(U-U')h(1-C_d) + U'h_0 = U_0h_0 + (1-C_*)U'D \quad \dots\dots\dots (58)$$

となる。(55) 式および (58) 式より,

$$\frac{h}{h_0} = \frac{U_0}{U} \frac{C_*}{(C_* - C_d) + \frac{h_0}{D} C_d \left(1 - \frac{U_0}{U}\right)} \quad \dots\dots\dots (59)$$

となる。(57) 式および (59) 式では段波の進行速度 U が与えられたものとしたが, これについては次節で考察する。また, (57) 式および (59) 式は $D \gg h_0$ とすれば, それぞれ (31) 式および (26) 式に一致している。

(57) 式より, 土石流の全流量 q_T と上流からの給水量 q_0 の比は,

$$\frac{q_T}{q_0} = \frac{hU}{h_0U_0} = \frac{C_*}{C_* (1-C_d) + \frac{h_0}{D} C_d \left(1 - \frac{U_0}{U}\right)} \quad \dots\dots\dots (60)$$

となり, 土石流中の水のみの流量 q と q_0 の比は

$$\frac{q}{q_0} = \frac{hU(1-C_d)}{h_0U_0} = \frac{1}{1 + \frac{h_0}{D} \left(1 - \frac{U_0}{U}\right) \frac{C_d}{C_*} / (1-C_d)} \quad \dots\dots\dots (61)$$

となることがわかる。同様に予め堆積層が飽和していた場合には, (59) 式より,

$$\frac{q_T}{q_0} = \frac{C_*}{(C_* - C_d) + \frac{h_0}{D} C_d \left(1 - \frac{U_0}{U}\right)} \quad \dots\dots\dots (62)$$

$$\frac{q}{q_0} = \frac{C_* (1 - C_d)}{(C_* - C_d) + \frac{h_0}{D} C_d \left(1 - \frac{U_0}{U}\right)} \quad \text{.....(63)}$$

となる。(62) 式あるいは (63) 式は C_* と C_d が近い値をもっている場合、換言すれば、急勾配の堆積層に発生する土石流の場合には、土石流の流量が給水量の数倍となり、土石流の流下痕跡が、しばしば発生した降雨から見積られる洪水流量から予想されるよりも、はるかに大流量を生じたいことを示している事実のあることを説明するものであろう。

2.4 定常状態における流動の解析

本論文では、ダイラタント流体として流動の特性が記述されるような土石流の流動を考えている。開水路におけるダイラタント流体の流動式を再記すると、

$$a_i \sin \phi_r \sigma d^2 \left\{ \frac{1}{(C_*/C_d)^{1/3} - 1} \right\}^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = g(h-y) \{ \sigma C_d + (1 - C_d) \rho \} \sin \beta \quad \text{.....(64)}$$

である。ここに β は流動表面の勾配である。(64) 式より、 $y=0$ で $u=0$ という境界条件を満足する流速分布式を求めると、

$$u = \frac{2}{3d} \left[\frac{g \sin \beta}{a_i \sin \phi_r} \left\{ C_d + (1 - C_d) \frac{\rho}{\sigma} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \left\{ \left(\frac{C_*}{C_d} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right\} \left\{ h^{\frac{3}{2}} - (h-y)^{\frac{3}{2}} \right\} \quad \text{.....(65)}$$

となる。(65) 式は、表面流速を u_s と書けば

$$\frac{u_s - u}{u_s} = \left(1 - \frac{y}{h} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \text{.....(66)}$$

とも書くことができる。(65) 式より、断面平均流速 U を求めると、

$$U = \frac{2}{5d} \left[\frac{g \sin \beta}{a_i \sin \phi_r} \left\{ C_d + (1 - C_d) \frac{\rho}{\sigma} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \left\{ \left(\frac{C_*}{C_d} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right\} h^{\frac{3}{2}} \quad \text{.....(67)}$$

となる。粒子とともに、一体となって流れている部分に含まれている水のみ流量、

$$q = (1 - C_d) U h \quad \text{.....(68)}$$

を用いて、上記の式から、流速、流動層厚および抵抗則に関する無次元表示式を求めると、

$$\left(\frac{U}{\sqrt{gd}} \right) / \left(\frac{q^2}{gd^3} \right)^{0.3} = \frac{0.693 \sin^{0.2} \beta \left\{ \left(\frac{C_*}{C_d} \right)^{1/3} - 1 \right\}^{0.4} \left\{ C_d + (1 - C_d) \frac{\rho}{\sigma} \right\}^{0.2}}{(a_i \sin \phi_r)^{0.2} (1 - C_d)^{0.6}} \quad \text{.....(69)}$$

$$\left(\frac{h}{d} \right) / \left(\frac{q^2}{gd^3} \right)^{0.2} = \frac{1.443 (a_i \sin \phi_r)^{0.2}}{\sin^{0.2} \beta \left\{ \left(\frac{C_*}{C_d} \right)^{1/3} - 1 \right\}^{0.4} \left\{ C_d + (1 - C_d) \frac{\rho}{\sigma} \right\}^{0.2} (1 - C_d)^{0.4}} \quad \text{.....(70)}$$

$$\left(\frac{U}{U_*} \right) / \left(\frac{q^2}{gd^3} \right)^{0.2} = \frac{0.577 \left\{ \left(\frac{C_*}{C_d} \right)^{1/3} - 1 \right\}^{0.6} \left\{ C_d + (1 - C_d) \frac{\rho}{\sigma} \right\}^{0.3}}{\sin^{0.2} \beta (a_i \sin \phi_r)^{0.3} (1 - C_d)^{0.4}} \quad \text{.....(71)}$$

のようになる。ここに、 U_* は摩擦速度である。段波先端部では、前述のように、定常状態に達したときには、初期堆積層上を流動するのみであるから、 β は初期堆積層の勾配 θ に等しい。

Bagnold⁹⁾ によれば、 a_i は $\{(C_*/C_d)^{1/3} - 1\} > 0.071$ では一定値 0.042 をとり、これより大きい C_d に対しては、 C_d とともに急激に大きくなるようである。彼の実験は、ワックスを塗付した均一な粒子について行われたものであり、自然の広い粒度分布をもつ砂礫に対して、 d として平均粒径を用いたとき、そのままではまるかどうか疑問があるので、今後より詳細な実験を必要としている。

なお、(69) 式と (70) 式を乗じ、(61) 式あるいは (63) 式を用いると、(57) 式あるいは (59) 式が得られる。また、堆積層が十分に厚く、かつ予め飽和状態であったものとし、厚さ Y の層が流動化して厚さ h となったものとすれば、土石流中の水の流量は

$$q = U h (1 - C_d) = q_0 + U Y (1 - C_*) \quad \text{.....(72)}$$

であり、砂礫の流量 q_B は

$$q_B = UY C_* = U h C_d \quad \dots\dots\dots (73)$$

である。(72) 式および (73) 式より

$$q = \frac{C_* (1 - C_d)}{C_* - C_d} q_0 \quad \dots\dots\dots (74)$$

となる。これは (63) 式において、 D が大きいとしたときと一致している。(74) 式と (69) 式および (70) 式より、(26) 式が得られる。なお、乾燥堆積層では $q = q_0$ である。

さて、土石流の流速が (69) 式で与えられることがわかったが、(69) 式の右辺は、 $\left\{ \left(\frac{C_*}{C_d} \right)^{1/3} - 1 \right\} > 0.071$ の範囲で a_i をほぼ一定とすれば、 C_d あるいは β の変化に対して、あまり顕著に変化しない。また、(69) 式に (74) 式を代入した次式、

$$\left(\frac{U}{\sqrt{gd}} \right) / \left(\frac{q_0^2}{gd^3} \right)^{0.3} = \frac{0.693 \sin^{0.2} \beta}{(a_i \sin \phi_r)^{0.2}} \cdot \frac{\left\{ \left(\frac{C_*}{C_d} \right)^{1/3} - 1 \right\}^{0.4} \left\{ C_d + (1 - C_d) \frac{\rho}{\sigma} \right\}^{0.2}}{(1 - C_d / C_*)^{0.6}} \quad \dots\dots\dots (75)$$

の右辺もまた、 β と C_d の変化に対して、あまり顕著に変化しない。ところで、時々刻々の β と C_d の間には、(19) 式の θ を β で置きかえた式がほぼ成立するものと考えられるから、土石流の流下速度は給水量が一定であるとき、 C_d および水面勾配が流下にもなって変化しても、ほぼ一定とみなすことができるものと推察される。これが、(26) 式および (30) 式あるいは (57) 式および (59) 式を導くのに際して U を一定と仮定したことに対する理論的な根拠である。

2.5 後続部の流動とそれによる堆積層の侵食

段波先端部より後方では、従来の実験でも明らかなように、侵食の進行により、初期堆積勾配より緩い勾配で流動する。しかし、この部分での流動も集合流動であって、静止層と流動層の境界面 (τ と τ_L とが均合う面) が堆積層内にあるとき、その面より上方の濃度は近似的には (19) 式の θ を β で置き換えた式で示される濃度になっているものと考えることができるであろう。しかし、侵食がどのように進むのかわからなければ β は未知であるので、つぎに侵食の解析を試みる。ただし、堆積層の厚さは大きいとする。まず、乾燥堆積層の場合を考える。

初期堆積層の表面上の下流向きに x 軸、それより垂直上向きに y 軸をとれば、流動層と静止堆積層の境界面およびそれと平行と仮定される流動層表面の勾配 $\tan \beta$ は $(\tan \theta - \partial y / \partial x)$ であるから、地点 x での時刻 t における濃度は (19) 式の適用限界内では、近似的に

$$C_d = \frac{\rho (\tan \theta - \partial y / \partial x)}{(\sigma - \rho) (\tan \phi - \tan \theta + \partial y / \partial x)} \quad \dots\dots\dots (76)$$

と書けるであろう。流砂に関する連続式は

$$\frac{\partial (h C_d)}{\partial t} + C_* \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial q_B}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (77)$$

である。ここに、 q_B は土石流として流動する流砂量である。一方、水に関する連続式は

$$\frac{\partial h (1 - C_d)}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (78)$$

であり、いま考えている場合に対しては、 q は給水量 q_0 と等しく一定値である。したがって、(78) 式より、

$$h (1 - C_d) = q_0 / U \equiv F(x) \quad \dots\dots\dots (79)$$

となる。ただし、 $F(x)$ は x のある関数であることを意味する。また、(68) 式より、 $\partial q / \partial x = 0$ のとき、

$$\frac{\partial q_B}{\partial x} = \frac{q_0}{(1 - C_d)^2} \frac{\partial C_d}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (80)$$

を得る。さらに、(77) 式の左辺第 1 項は他の項に比して無視できる程度の大きさをもっているであろうから、これを無視し、これに (80) 式を用いる。また $\partial y / \partial x$ が $\tan \theta$ に比して小さいものとすれば、

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\sigma - \rho}{\rho} \left(\frac{C_{d*}}{1 - C_{d*}} \right)^2 \frac{\tan \phi}{\tan^2 \theta} \frac{q_0}{C_*} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = K_1 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (81)$$

を得る。これは定数係数の拡散方程式であり、境界・初期条件、

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \text{ で } \frac{\partial y}{\partial x}=M \\ t=0 \text{ で } \frac{\partial y}{\partial x}=0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (82)$$

を満足する解は、

$$\xi = \frac{x}{2\sqrt{K_1 t}} \dots\dots\dots (83)$$

と書くとき、

$$\frac{y}{2\sqrt{K_1 t}} = -M \cdot \text{ierfc}(\xi) \dots\dots\dots (84)$$

である。ここに、

$$\text{ierfc}(\xi) = \int_{\xi}^{\infty} \{1 - \text{erf}(\xi)\} d\xi \dots\dots\dots (85)$$

である。(84) 式より、

$$\tan \beta = \tan \theta - M \cdot \text{erfc}(\xi) \dots\dots\dots (86)$$

であることがわかる。堆積層の上流端では、勾配が常に (15) 式の成立する限界の勾配 $\tan \delta$ に保持されているものとするれば、

$$M = \tan \theta - \tan \delta \dots\dots\dots (87)$$

である。また、(86) 式を (76) 式に入れることにより、

$$C_d = \frac{\rho(\tan \theta - M \cdot \text{erfc}(\xi))}{(\sigma - \rho)(\tan \phi - \tan \theta + M \cdot \text{erfc}(\xi))} \dots\dots\dots (88)$$

を得る。 U は (69) 式で与えられるから、(88) 式と (79) 式を用いることにより、任意地点、任意時刻の h が求められることになる。さらに、ある地点における侵食速度は

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -M \sqrt{\frac{K_1}{\pi t}} e^{-\xi^2} \dots\dots\dots (89)$$

である。ただし、定常的な流れとなった段波先端部では、前述のように、 $dy/dt=0$ 、 $\tan \beta = \tan \theta$ であって、(86) 式、(88) 式および (89) 式は厳密には成立しない。これは波先の進行にあわせて、その部分で $y=0$ または $\partial y/\partial x=0$ となるような境界条件を (82) 式につけ加えて考慮していないためと考えられるが、 ξ がある程度以上大きくなる領域を考慮すれば、 $\partial y/\partial t \rightarrow 0$ であるから、上の解は十分の適用性をもっているものとする。ちなみに、(81) 式および (82) 式のもとに、 $\partial y/\partial x = \epsilon M$ (ϵ : ある微小値) となる点の移動速度を求めると、

$$\frac{dx}{dt} = 2K_1 \xi_1^2 / x \dots\dots\dots (90)$$

$$\text{erf } \xi_1 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} (1 - \epsilon) \dots\dots\dots (91)$$

となるから、 x が大きいとき、このような点の進行速度は小さくなる。一方、段波先端部の移動速度は、十分発達した後は (69) 式で与えられ、 x が大きい範囲では、実際上は段波の進行が河床の侵食領域の進行に先行し、(82) 式のような条件下での河床変動解析の解が適用性をもつものと考えられる。また、このことは、土石流段波は流下に従って、河床を洗掘することなく初期河床面上を流動して行くような部分が長くなって行くことを示している。

つぎに、十分に厚い堆積層が予め飽和状態に保持されていた場合を考えよう。このような場合にも、土石

流の流速は前述のようにほぼ一定であるとみなせるから、水および流砂に関する連続式は、それぞれ、

$$\frac{\partial h(1-C_d)}{\partial t} + U \frac{\partial h(1-C_d)}{\partial x} = -(1-C_*) \frac{\partial y}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (92)$$

$$\frac{\partial(hC_d)}{\partial t} + U \frac{\partial(hC_d)}{\partial x} = -C_* \frac{\partial y}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (93)$$

となる。これらより、

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{\partial y}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (94)$$

$$h \frac{\partial C_d}{\partial t} + (C_* - C_d) \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{q}{(1-C_d)} \frac{\partial C_d}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (95)$$

を得る。いま、(95) 式の左辺第1項は無視できるものとし、(76) 式を用いて微小項を省略すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial t} &= \frac{\sigma - \rho}{\rho} \frac{C_{d0}^2 C_*}{(C_* - C_{d0})^2} \frac{\tan \phi}{\tan^2 \theta q_0} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \\ &\equiv K_2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (96) \end{aligned}$$

となる。これは (81) 式と同様の方程式であるから、先の議論中の K_1 を K_2 に置き換えた式がそのまま成立する。(96) 式の解から得た $\partial y / \partial t$ を (94) 式に入れることにより、

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx}{U} = \frac{dh}{M \sqrt{\frac{K_2}{\pi t} e^{-t^2}}} \quad \dots\dots\dots (97)$$

が得られる。(97) 式の解は、

$$x = Ut \quad \dots\dots\dots (98)$$

という特性直線上で、

$$h = \frac{MK_2}{U} \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{Ux}{K_2}} \right) + h(0, 0) \quad \dots\dots\dots (99)$$

である。ここに $h(0, 0)$ は $t=0$, $x=0$ における流動水深であり、 h_0 に等しいとしておく。(99) 式は短い区間内で、 $h = (MK_2)/U + h_0$ の一定値に近づく。ただし、このような結果は、先にも述べたように、段波先端部近傍では成立しないことに注意しなければならない。

3. 実験とその結果

3.1 実験の概要

幅 20cm, 深さ 40cm, 長さ 7m で、勾配が 0° から 30° まで連続可変の 1 側面ガラス張りの鋼製水路を用いて実験を行った。水路床には予め厚さ D に実験用砂を敷きならしておき、上流端から一定流量の清澄水あるいは高濃度泥水を与えて、発生する段波状の流れを、側面より主としてモータードライブの 35mm カメラを用いて、写真撮影することによって観察した。また、適宜、16mm ムービーカメラや 8mm ムービーカメラを用いて、とくに先端部の移動速度や波高の変化の測定を行った。水路下流端では、流下してくる水と砂礫を同時に採取して、濃度、水の流量および流砂量の計測を行った。使用した実験材料は Table 1 に

Table 1. Property of materials used in the experiments.

Material	d_m (mm)	d_{90} (mm)	d_{84}/d_{16}	C_*	$\tan \phi$	σ
A	5.8	18.1	5.52	0.756	0.75	2.60
B	3.5	4.2	1.67	0.627	1.02	2.60
C	3.0	4.45	1.99	0.600	0.75	2.58

示す A, B, C の 3 種類のもので, A を用いた実験では, 通水前に堆積層に水を散布し, できるだけ飽和に近い状態で実験を開始することに努めたが, 散布後少しの時間が経過しているため, 総じて堆積層が顕潤状態であるところへ通水された実験であるとみなせる。B を用いた実験では, ほとんど気乾状態の堆積層に通水が行われており, C を用いた実験では, 予め水道水によって堆積層表面近くまで達する浸透流を発生させておき, 通水を開始している。なお, 固定水路床面には実験材料と同様の粒径をもつ粒子を固着して, この面でのすべりが発生することを防止している。

実験ケースと結果は Table 2 にとりまとめて示している。B を用いた実験では, 上流端から供給される水に, 商品名がパールクレイと呼ばれているシルトから細砂の領域の粒径をもつ材料を, 重量百分率で 33% と 44% 混合した泥水を用いたものが含まれている。このようなケースにおいては, 下流端で採取された試料の濃度 C_d は, 泥水中に含まれる実験用砂 B の容積濃度を示していることに注意しなければならない。また, C の系列の実験に対しては, 給水量 q_0 の欄にカッコで示した量がある。これは予め与えた浸透流量である。

3.2 流動形態

通水前の堆積層の状態と勾配によって, 発生する流れの状態に違いがある。これを 3 つのタイプに分類し, Table 2 の Type 欄に I, II, III で区別している。これらはそれぞれ以下のような流れを指している。

Type I ; 水路勾配が緩いときに生ずる。顕著な段波は形成されず, 水が先頭を進み, 砂粒子の移動層の濃度は高いけれども, 水深の比較的大きなものでは, 水の層と粒子移動層の明瞭な分離が見られる。勾配が緩い場合は粒子の運動は個別的であり, 各個運搬の掃流であるとみなされるが, 勾配が急な場合には粒子移動層内にも流速分布をもっており, 集合流動的である。しかし, 両者を分ける限界の勾配を設定することは難しいようである。

Type III ; 明瞭な段波が形成され, 先端部には粗い粒径の粒子が集まっており, 水のみが層が認められない。流動層の内部は上方ほど速いような流速分布をもっており, 段波先端部近傍では, 上方にある層は下方のものよりも速く移動するので, 弧を描いて最先端部へ現われ, 河床付近に落ちると流速が遅いので後方にとり残されるというように, 1 つの大きな渦をまくような運動をしている。そして, 極端に勾配が急でない場合には, 十分に発達した段波の先端部の通過後しばらくは, 最初に敷きならした堆積層の表面を侵食することなく, それより上方でのみ流動している。しかし, 厳密には, 堆積層の表面から数粒径の深さにわたっては, きわめて遅い速度ではあるが, 表面の流れにひきずられるような土砂の移動が認められる。先端部近傍での流動の様子の一例を Photo 1 に示す。A の系列の給水量の多い実験ケースや B の系列の重量濃度 44% の泥水を供給したような場合には, 厳密には測定されなかったけれども, 流下に伴う段波波高の顕著な増大はなく, ほぼ一様に一定速度で流下する。しかし, 予め浸透流を発生させておいた C の系列の実験では, 流下方向に顕著な波高増大が認められたが, ある距離を流下すると, 一定状態に漸近するようである。このような場合にも, 先端部の移動速度は, 終始ほぼ一定となっている場合が多い。Run C-19 のように, とくに勾配が急であるケースでは, 流下速度はほぼ一定であるが, 波高は増加の一途をたどった。Table 2 中の H は下流端近傍における値を示す。

Type II ; Type III の流動の一変形型であるとみなせるであろうが, 堆積層が乾燥していて, かつ厚い場合に顕著に見られた。先端部では顕著な段波が形成されるが, それはやがて停止し, 後続部分もその場所に堆積して, 高い山が形成される。山がある程度発達すると, 滑動が発生し, 波高は減少して流動するが, しばらく進むと, また停止して山が発達し, また滑動するというように, 間欠的な移動をくりかえし, その後比較的一様な流動となる場合が多い。このようなとき, 先端部の波高は非常に高く見えるが, ある固定地点での観察によれば, 段波の到達後しばらくは元の堆積層表面よりも高い位置に堆積を生じ, その上に流動層がある (Table 2 には先端部の見かけの波高と流動層の厚さを区別して示している)。こうした状態がしばらく続いた後, 侵食が始まり, ついに元の堆積層も侵食を受け出すことになるのである。

Table 2. Experimental results.

Run No.	Material	Bed Thickness D(cm)	Bed Condition	Bed Slope $\tan \theta$	$C_w(\%)$	Supply $q_0(\text{cm}^2/\text{s})$	U_0 (cm/s)	Front Velocity U (cm/s)	Front Height H (cm/s)	Flow Depth h (cm/s)	$C_d(\%)$	Type
A-1	A	14	wet	0.231	0	23	35	35	1.6		19.5	I
A-2	"	"	"	0.268	"	"	26	26	2.3		24.8	"
A-3	"	"	"	0.306	"	"	28	28	2.3		43.7	III
A-4	"	"	"	0.364	"	47	33	33	3.6		53.2	III
A-5	"	"	"	0.405	"	52	31	31	3.0		57.9	III
A-6	"	"	"	0.467	"	24	"	"	4.5		63.0	III
A-7	"	"	"	0.177	"	50	35	35	1.7		16.8	I
A-8	"	"	"	0.231	"	"	32	22	2.2		11.2	I
A-9	"	"	"	0.268	"	"	25	25	1.3		24.6	II
A-10	"	"	"	0.306	"	"	48	3.0	3.0		49.9	III
A-11	"	"	"	0.364	"	100	58	58	1.7		58.4	"
A-12	"	"	"	0.405	"	50	42	42	6.1	2.3	63.0	"
A-13	"	"	"	0.467	"	80	54	54	3.1		59.7	"
A-14	"	"	"	"	"	100	99	99	2.4		59.3	"
A-15	"	"	"	"	"	50	69	69	2.7	2.6	62.6	"
A-16	"	"	"	0.123	"	147	62	62	1.7		15.8	I
A-17	"	"	"	0.177	"	146	75	75	2.6		21.1	"
A-18	"	"	"	0.231	"	149	77	77	3.0		33.3	"
A-19	"	"	"	0.268	"	"	84	84	2.9		40.2	III
A-20	"	"	"	0.306	"	135	111	111	2.8		38.9	"
A-21	"	"	"	"	"	151	103	103	2.0		47.1	"
A-22	"	"	"	"	"	149	124	124	2.6		45.0	"
A-23	"	"	"	0.364	"	153	100	100	2.4		50.3	"
A-24	"	"	"	0.404	"	150	93	93	4.1	3.2	61.7	"
B-1	B	"	dry	0.231	"	210	39	39	6.0	3.9	24.6	I
B-2	"	"	"	0.268	"	135	35	35	10.3	2.5	36.3	II
B-3	"	"	"	0.306	"	185	54	54	14.0	5.4	42.3	"
B-4	"	"	"	0.364	"	190	42	42	16.2	5.9	51.0	"
B-5	"	"	"	0.177	33	125	22	22	2.6	2.8	6.6	"
B-6	"	"	"	0.231	"	140	35	35	5.0	4.8	45.3	III
B-7	"	"	"	0.268	"	145	35	35	8.2	7.5	49.0	III
B-8	"	"	"	0.306	"	165	59	59	4.5	5.6	44.5	III
B-9	"	"	"	0.364	"	160	50	50	11.0	8.6	49.2	III
B-10	"	"	"	0.123	44	135	43	43	1.8	0.9	11.3	I
B-11	"	"	"	0.177	"	160	45	45	2.8	3.0	27.8	"
B-12	"	"	"	0.231	"	115	64	64	2.0	2.5	34.6	"
B-13	"	"	"	0.268	"	170	55	55	2.7	3.0	39.9	III
B-14	"	"	"	0.306	"	150	81	81	3.9	4.9	38.6	"

[illegible]

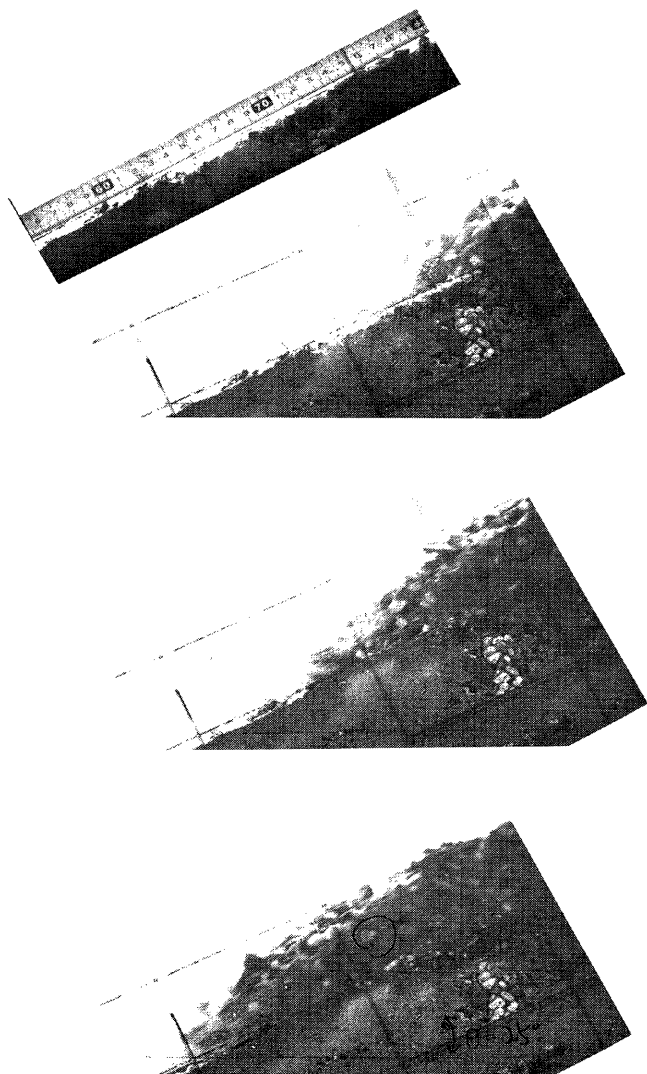


Photo. 1. Advance of the front. (Run A-6).

4. 実験結果の考察

4.1 土石流の発生限界

(15) 式で示されているように、土石流の発生限界を規定する水成勾配は、 h_0/d の値によって変化することが予想される。 h_0 は堆積層の表面と同様の粗度と勾配をもつ仮定の固定床面での給水量に対応する水深である。この固定床面の摩擦損失係数を f と書くと、

$$\left(\frac{h_0}{d}\right)^3 = \frac{f}{8} \cdot \frac{(q_0 - q_i)^2}{gd^3} \cdot \frac{1}{\sin \theta} = \frac{f}{8 \sin \theta} \cdot \frac{q^2}{gd^3} \quad \dots\dots\dots (100)$$

のように書ける。ただし、 q_0 は上流よりの給水量、 q_i は q_0 のうちで浸透流に費される流量である。急勾配の相対粗度の大きい流れでは、 f の値は主として勾配に依存して変化することが知られており、¹¹⁾ 今回の実験においても、C系列の実験に先立って固定床上の流水実験を行った結果、ほぼ $h_0/d=2$ 付近で、

$$f \doteq 1.12 \sin \theta \quad \dots\dots\dots (101)$$

となることがわかった。他の系列の実験に対しても、同じ関係があるものとすれば、(100) 式は

$$\left(\frac{h_0}{d}\right)^3 = 0.14 \frac{q^2}{gd^3} \quad \dots\dots\dots (102)$$

となる。したがって、土石流の発生限界は、堆積層と供給水の物理特性を決定づける定数、 c_s 、 σ 、 ϕ および ρ に応じて、 $\tan \theta$ と q^2/gd^3 を両軸とする平面内で規定されることが期待される。Fig. 6 (a), (b), (c) はそれぞれ、材料 A, B, C について発生した流動のタイプをⅠとⅡおよびⅢとに分けて、このような平面上で整理したものである。ただし、予め堆積層が飽和状態となっている場合を除けば、 q は不明であるが、ここでは一応 q_i を無視して、 q は給水量 q_0 に等しいものとした。図中に示した実線は (100) 式から得られる h_0/d を (15) 式に入れた水成勾配の限界値を与えるものである。したがって、理論的には、この線より左側

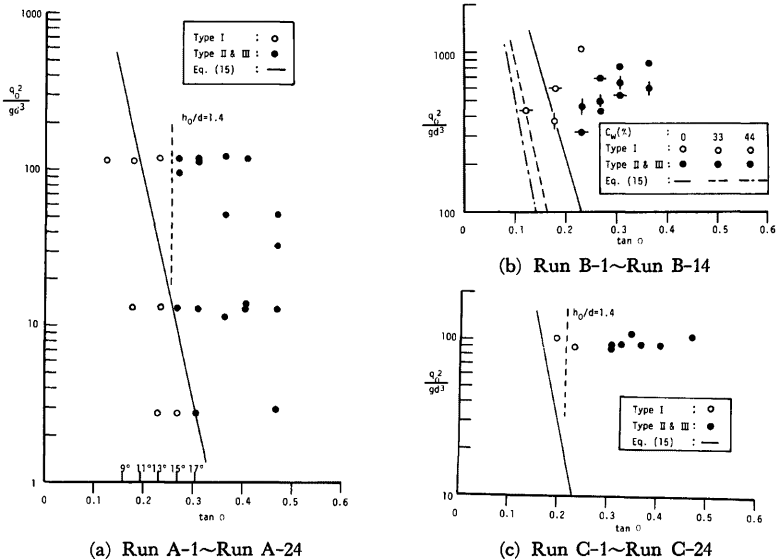


Fig. 6. Criteria for occurrence of different flow types.

にプロットされるような場合は、流砂の形態は掃流である。なお、Bの実験で流水の密度を大きくしたものについては、予備的な実験で、抵抗係数が清澄水の場合とあまりかわらないようであったので、同じ式を用いている。

これらの図より、 q_0^2/gd^3 が20程度まで、換言すれば、 h_0/d が1.4程度までは h_0/d によって、Type II, IIIの発生限界勾配が左右されるけれども、それより大きい h_0/d に対しては、むしろ一定の勾配以上にならなければ発生しないことがわかる。これは h_0/d が1.4程度までは、流動開始と同時に粒子同士の衝突および反撥によって、限界勾配付近でも、全水深にわたって粒子が分散し、水と砂礫が一体化して流れるが、それ以上の水深になると、上方には粒子を含まない水の層が生ずることになるためであると考えられる。いま、土石流の定義として、(15)式で規定されるような勾配以上の勾配で発生する流動形式のうち、砂礫と水とが一体となる Type II および Type III がそうであるというものを採用することにすれば、土石流発生の限界勾配は、 C_* や $\tan \phi$ などの定数測定に多少の任意性があって厳密に数値を決定することは困難であるが、ほぼ h_0/d が1.4を超える場合には、これを1.4として(15)式によって求めてもよいことがわかる。なお、(b)図に示されているように、供給水の密度が多量の泥を含むことによって、大きい場合には、清澄水によるものよりは、より小さい勾配で土石流となっている。この場合も、流量の小さい実験ケースがないので確認はされていないが、(15)式中の ρ として泥流のそれを採用すれば、清澄水の場合と同様に発生限界勾配を求めることができるものと予想される。

4.2 先端部の濃度

Fig. 7(a) はスムーズな流動形態が得られた材料 A および材料 C を用いた実験について、水路下流端で採取された段波先端部の砂礫濃度と水路勾配の関係を示している。実験値のばらつきの範囲がかなり広いが、(19)式によって、ほぼ濃度を見積ることができるであろう。なお、図中の実線の部分は、(19)式の適用限界のうち、Type III が発生する領域にかぎって描かれており、太い部分は材料 C に対する適用限界を示し、細い部分は材料 A に対するそれを示している。ただし、適用限界としては、 $C_d=C_*$ をとっているけれども、実際には C_d は C_* よりも少し小さくなければ流動しないから、実験によって得られた濃度は、ここで示した適用限界よりも少し緩い勾配から (19)式で予測される値をはなれ、勾配がそれ以上でも、 C_* よりも小さい値をとっている。(19)式の適用限界以上の勾配での濃度は、2.2で仮定したようなモデルを用いると、堆積層の表面近くまで浸透水があったものとするとき、(47)式で与えられることを述べたが、(47)式中の x が十分に大きいものとするれば、

$$C_d = \frac{DU}{DU + h_0(U_0 - U)} C_* \quad \dots\dots\dots (103)$$

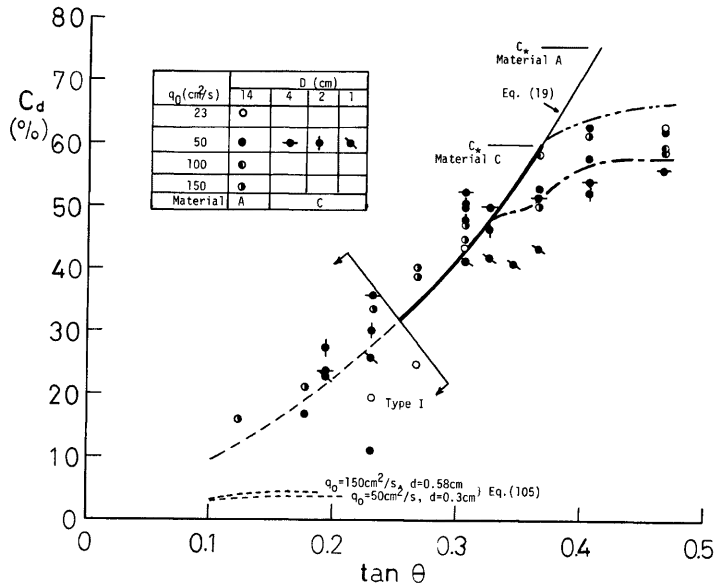
となる。また、 $(\theta - \gamma) \approx 0$ の場合には、 x にかかわらず、ほぼ

$$C_d = \frac{DU}{DU + h_0 U_0} C_* \quad \dots\dots\dots (104)$$

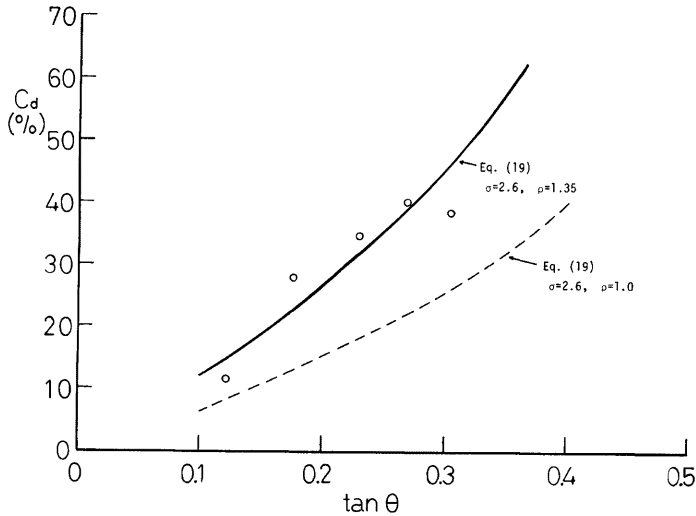
である。Run C-19 について、(103)式を、Run C-14 に対して (104)式を、 U および U_0 に実験値を用いて計算すると、それぞれ $C_d=0.59$ および0.50を得る。これらの値は C_d の実験値に近く、ここで用いたモデルの濃度から見た妥当性を示唆しているものと考えられる。この点に関しては、次節でもさらに考察を加える。

さて、(19)式を求めた際には、勾配の小さい方での適用限界については考察を加えなかった。Fig. 7(a)によれば、(19)式は Type I の流動に対しても適用できそうである。Type I の流れでは、明らかに粒子の移動層と水のみで流れている層とが分離しており、形態的には、各個運動あるいは掃流に近いのではないかと考えられた。急勾配水路における掃流流砂量については、著者らは別の研究において $\tan \theta$ がほぼ0.1よりも小さい場合について次式で適用できることを確かめている。

$$\phi = \frac{12-24\sqrt{\frac{\tan \theta}{\tau_*}}}{\cos \theta} \tau_*^{(1.5-\sqrt{\tan \theta})} \left(1 - A^2 \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \left(1 - A \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}}\right) \quad \dots\dots\dots (105)$$



(a) Material A and C



(b) Run B-10~Run B-14

Fig. 7. The Concentration in the front of mud-debris flow versus channel slope.

$$\begin{aligned} \text{ここに,} \quad \phi &= q_B / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3} \quad \tau_* = U^2 / (\sigma/\rho - 1)gd, \\ \lambda^2 &= 2(\tan \alpha - \sigma/(\sigma - \rho) \tan \theta) / (1 - \sigma/(\sigma - \rho) \tan \theta), \quad \tau_{*c} = 0.04 \times 10^{1.72 \tan \theta} \end{aligned}$$

である。(105) 式が今回の実験のような急勾配に対しても成立するものと仮定して、掃流砂量を計算した結果が、Fig. 7 (a) 中に点線で示されている。実験によって観測された濃度は、この式で計算されるものよりもはるかに高く、ここで現われた Type I の流動は少くとも (15) 式で示される勾配以上にについては、掃流輸送とは違った輸送形態であることを示している。Fig. 6 で見たように、静的な力の均合条件を考えることによって流動開始の限界を求めた、(15) 式の示す勾配よりも急な勾配の範囲でも、Type I の流動があり、このような流動では、たとえ水流の部分と粒子移動層の部分とが分離されていても、流動している粒子の層内での流動の機構は、Type II あるいは Type III のものと同じであって、掃流の機構とは異なっているのである。実際、急勾配水路の掃流砂に関する実験の延長として、 $\tan \theta = 0.15$ 程度以上の勾配で、粒子移動層の状態を写真撮影によって観測したところ、移動層厚さが複数粒径分であり、その中で粒子の速度分布が両対数紙上で $3/2$ の勾配をもち、(65) 式と一致する傾向のあることが確かめられている¹²⁾。このようなことから、(19) 式は、(15) 式で示される限界勾配以上の勾配について適用性をもっているものと考えられる。

Fig. 7 (b) は高濃度流体が濃度に与える影響を調べた Run B-10~Run B-14 に対して、得られた濃度と勾配の関係を描いたものである。実線は (19) 式を式の適用範囲にかぎって描いたもので、Type I についても、先の考察のように、平均的な流量に対して、(15) 式で示されるような範囲までは適用可能であるとしている。比較のために、供給水が清水である場合の計算値を破線で示しているが、微細浮遊粒子による高濃度流体を、そのまま密度の大きい連続流体と考えてもよいことがわかる。なお、材料 B を用いた他の実験ケースについてはプロットしていない。その理由は、このシリーズの実験では堆積層が厚く、しかも乾燥しているので、供給水の堆積層への浸透の影響が顕著に出、結果的に非常に高濃度が得られたことによる。Run B-10~Run B-14 では、供給水が非常に高濃度であって、粘性が高く、浸透流量が小さくなって、比較的スムーズな Type III の流動が得られたのであろう。

4.3 土石流段波の移動速度

Fig. 8 (a), (b), (c) は C 系列の実験における段波先端部の流下距離と到達時刻の関係を示している。堆積層厚の大きいものでは、予め飽和状態に近くして行った実験ケースにおいても、多少移動速度に間欠的な変動が見られるが、全体の傾向としては、上流端から下流端に到達するまで、ほぼ一定の移動速度をもっていることがわかる。波高は流下にもなって増大して行く傾向をもっているのに、移動速度がほぼ一定であるということが、ここで対象としている流れの著しい特徴であるとみられ、その理論的解析において U を一定としたことの妥当性を裏づけている。また、図より、勾配が違っていても、流下速度に顕著な差がないが、ここで用いたような少ない供給水量に対しては、堆積層が予め飽和状態であるか、乾燥状態であるかによって、非常に大きな違いがあることもわかる。このような流下速度と、ダイラタント流体の一樣進行流に対して成立すると思われる (69) 式との対応関係を調べたのが Fig. 9 である。ただし、実験値をプロットするに際して、土石流中の水のみ流量 q は直接測定されていないので、 $q = (1 - C_d)Uh$ として、右辺のそれぞれの量の実測値より計算した値を用いた。ここに、 C_d は水路下流端での実測値、 h は上流端より 5.5m 付近で計測された移動層厚であり、ほとんどの場合、定常状態のそれらに近い値を与えているものと考えられ、Table 2 中に示されているものである。また、(69) 式に含まれる係数 a_i については、Bagnold の実験結果を参考に、

$$\left. \begin{aligned} C_d &< 0.81C_*; a_i = 0.042 \\ C_d &\geq 0.81C_*; a_i = \left[1 / \left\{ \left(\frac{C_*}{C_d} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right\} - 14 \right] \times 0.066 + 0.042 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (106)$$

となるものと仮定している。実験値をプロットした結果は、(69) 式を示す実線のまわりに $\pm 30\%$ 程度のか

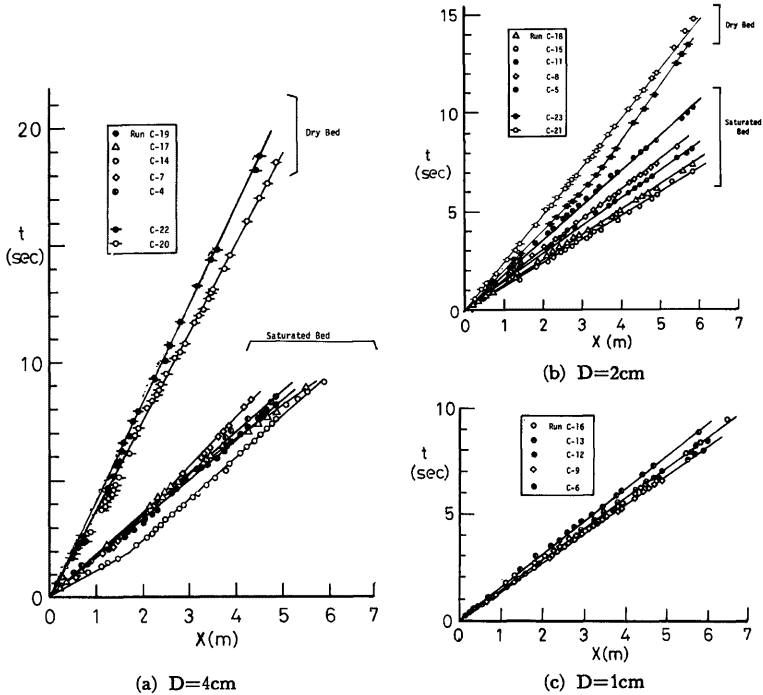


Fig. 8. Arrival time of the front of mud-debris flow,

なり大きなばらつきをもって分布しており、必ずしも十分ではないが、(69)式とその係数に関する(106)式の妥当性をうかがわせるものである。なお、実験値のばらつきの原因としては、実験ケースごとに堆積層の特性値である C_d や ϕ などが多少異なっていることや、流下過程における浸透の影響が考えられ、測定精度の向上のみでは避け得ない性質のものがかなり大きな比重を占めているものと予想される。とくにB系列の実験では、乾燥堆積層であったため、浸透の影響が大きくあらわれたのではないかと考えられる。

つぎに、(69)式が、ここで与えた(106)式の妥当性も含めて成立するものとし、さらに濃度に対して(19)式、流量に対して、飽和堆積層の場合には(74)式、乾燥堆積層に対しては $q=rq_0$ として、段波の流下速度を予測した結果と実験値の比較を Fig. 10 に示す。ただし、 C_d の値については、A系列では $\tan \theta \geq 0.4$ で、C系列では $\tan \theta \geq 0.35$ では実験値を用いている。A系列の実験では、堆積層は湿潤状態であり、土石流中の水の流量は浸透の影響により、飽和状態と乾燥状態の堆積層上に発生するものに対するそれらの中間の値をとるのではないかと予想されるが、いまのところ、乾燥堆積層に対する流量を予測することができない。しかし、多くの実験値は、飽和堆積層に対するものと、仮りに $r=0.7$ として求めたものとの中間にプロットされている。また、C系列の実験では、堆積層は飽和状態に近いから、飽和堆積層に対する計算値に近くっており、このような方法によって、流下速度を予測することが可能であることを示している。なお、図より、 $\tan \theta$ の変化にもかかわらず、計算される流速にあまり顕著な差がなく、Fig. 8 で見た特性をうらづけている。また、C系列の $\tan \theta = 0.466$ の実験 (Run C-19) のように、水路下流端においても

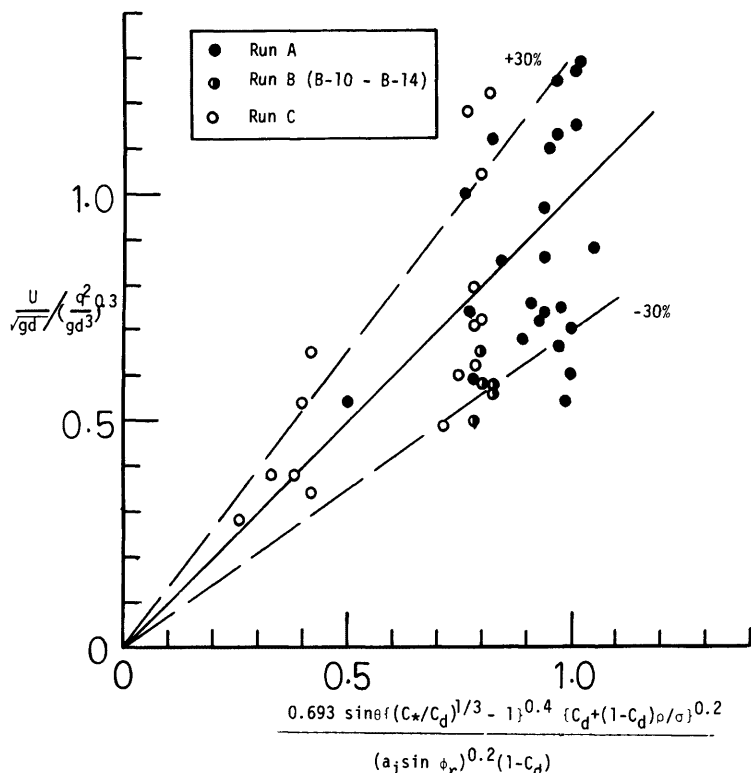


Fig.9. Comparison between the theory and experiments on the velocity of the front.

波高が発達を続けているような場合に対しても、濃度が的確に評価されると、定常状態に対する (69) 式が適用できることは興味深い。

ここで、再び (19) 式の適用限界付近の勾配における濃度について考察してみよう。ただし、前述までの所では、(19) 式の適用限界は形式的に計算による C_d が C_* と等しくなる勾配までとしたのであるが、 C_d の実験値はこのような勾配で、 C_* よりもかなり小さくなっている。前節では、(104) 式の U に実験値を入れて、このような C_d になることが妥当であることを説明したのであるが、(69) 式を用いることによって、理論的に C_d が決定されるはずである。すなわち、ある C_d の値を仮定すれば、(69) 式によって U が計算され、この U を (104) 式に入れて求められる C_d と仮定した C_d が等しくなるように逐次近似を繰返せばよい。いま Run C-14 に対して、 $C_d=0.51$ を仮定すれば、(69) 式より $U=67.7\text{cm/s}$ を得、これを (104) 式に入れると $C_d=0.506$ となって、この場合と C_d と U の理論値が求まる。同様に、Run C-17 に対しては、(47) 式と (69) 式とから、 $C_d=0.57$ 、 $U=56\text{cm/s}$ 、Run C-19 に対しては、 $C_d=0.58$ 、 $U=60\text{cm/s}$ を得る。Fig. 7(a) 中の一点鎖線はこうにして求めた点を連ねたものである。飽和堆積層でない場合は、流量を的確に評価できないので、いまのところ理論的に C_d と U を求めることは困難であるが、仮りに Run A-12 および Run A-15 に対して、浸透流量は無視できるものとして、同様に計算した結果が、やはり Fig.

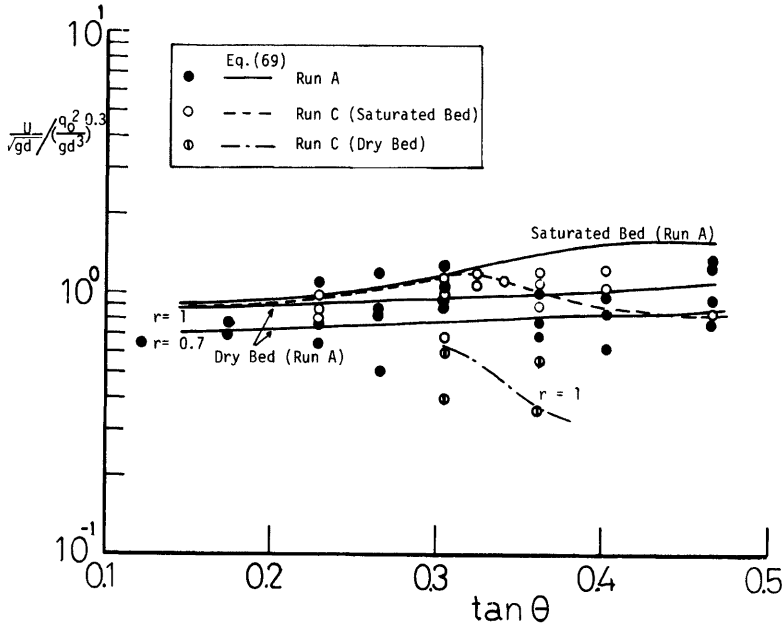


Fig. 10. Relation of the velocity of the front of the mud-debris flow versus channel slope.

7(a) 中に二点鎖線で示されている。(19) 式から濃度がはずれ出す勾配はいまのところ明らかではないが、図の鎖線は $C_d=0.81C_*$ となる位置を出発点としている。このような結果が実験値の傾向を比較的よく説明していることが図より理解される。

4.4 流速分布および抵抗則

前節において、Bagnold の与えたダイラタント流体としての水と砂礫との混合流の取扱いが妥当であることを述べたが、ダイラタント流体モデルの適用性を直接に流速分布から示しているのが、Fig. 11 である。これは毎秒18コマどりでガラス側壁面を通して撮影した粒子運動をモーションアナライザーによって解析し、水深方向の流速分布と、(66) 式とを比較して示したものである。この方法では側壁面に接している部分の流速分布しか求まらないので、水路中央部分のそれは少し違っているのではないかという疑問に答えることはできないが、計測した範囲では、ダイラタント流体とみなすことが妥当であることを示している。なお、図には比較のために、ニュートン流体およびビンガム流体に対する流速分布形⁵⁾ も示している。ただし、ビンガム流体において、せん断力が降伏値に等しくなる位置の底面からの高さを y_0 とすれば、 $a'=y_0/h$ であり、 $R_0=U_*d/\nu$ (ν : 動粘性係数) である。 $a'=1$ はニュートン流体であることを示す。

前節によって、土石流段波の流下速度が、ある程度理論的に予測できることがわかったので、そのような

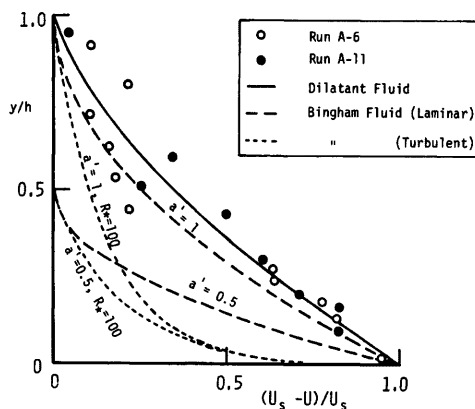
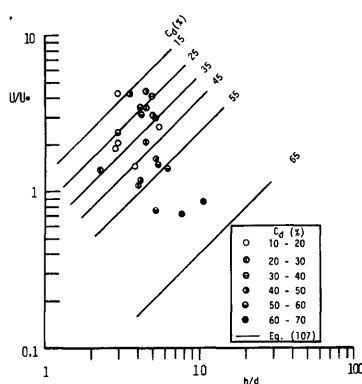


Fig. 11. Velocity distribution.

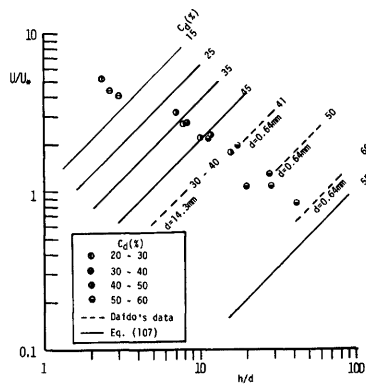
流れの抵抗則については、とりたてて言及する必要もないと思われるが、従来の研究や水流の場合との比較を念頭において調べてみよう。(70) 式および (71) 式より、

$$\left(\frac{U}{U_*}\right) / \left(\frac{h}{d}\right) = \frac{0.4 \{ (C_d/C_d^*)^{1/3} - 1 \} \{ C_d + (1 - C_d) \rho / \sigma \}^{0.5}}{(a_i \sin \phi_r)^{0.5}} \quad \dots\dots\dots (107)$$

となる。 a_i については (106) 式を仮定し、材料 A および C について (107) 式を C_d をパラメーターにして示したのが、Fig. 12(a), (b) である。実験値のばらつきが大きく、理論値と実験値との一致の程度はよくないが、(107) 式は実験値の傾向を示している。なお、Fig. 12(b) には大同¹³⁾による実験値の分布する範囲を破線で示している。大同の用いた材料は材料 C とは異なっており、 C_d や ϕ_r などの定数の値が不明であるので、本来同じ図上にはプロットすることができないものであるが、大体的傾向をみるために記入したものである。大同の実験値はここで示した濃度ごとの破線の上によくのっており、定数 a_i については、



(a) Material A



(b) Material C

Fig. 12. Relation between U/U_* and h/d .

さらに吟味を必要とするが、(107) 式のような関係のあることを支持している。ところで、急勾配の水流においては、同一の相対水深に対しては、勾配が急になるほど抵抗が増加するが、土石流においても、同一の相対水深に対して、勾配が急なほど砂礫濃度が高くなり、抵抗係数が増加することがわかる。しかし、抵抗係数そのものの値は水流に対するものよりも数倍大きくになっている。

4.5 定常波高

Fig. 13 は (70) 式を用いた定常波高の予測値と実験値との比較を示している。ただし、理論値を計算するにあたって、材料 A では $\tan \theta > 0.4$ で、材料 C では $\tan \theta > 0.35$ で C_d に下流端で計測した実験値の平均的な値を用いている（材料 C ではこのような C_d は理論的にも導かれることを先に述べた）。実験値のちらばりの程度は流下速度のそれよりも大きいようであるが、理論値はほぼ平均的な傾向を与えているようである。そして、とくに注目すべきことは、(19) 式の適用限界を上まわるような急勾配の場合に対しても、(70) 式が適用できることである。これは 2.2 でも述べたように、堆積層がこのような急勾配に対しても、比較的安定であり、流動層の濃度が C_* に近い値となって、もはや静止堆積層の表面から粒子を取り込むことができず、粒子間の水流がある程度のせん断抵抗力を分担しながら、ほぼ定常流に近い状態になって流下しているものと解釈される。Run C-19 では、後に見るように、計測された範囲内では波高は増大を続けて

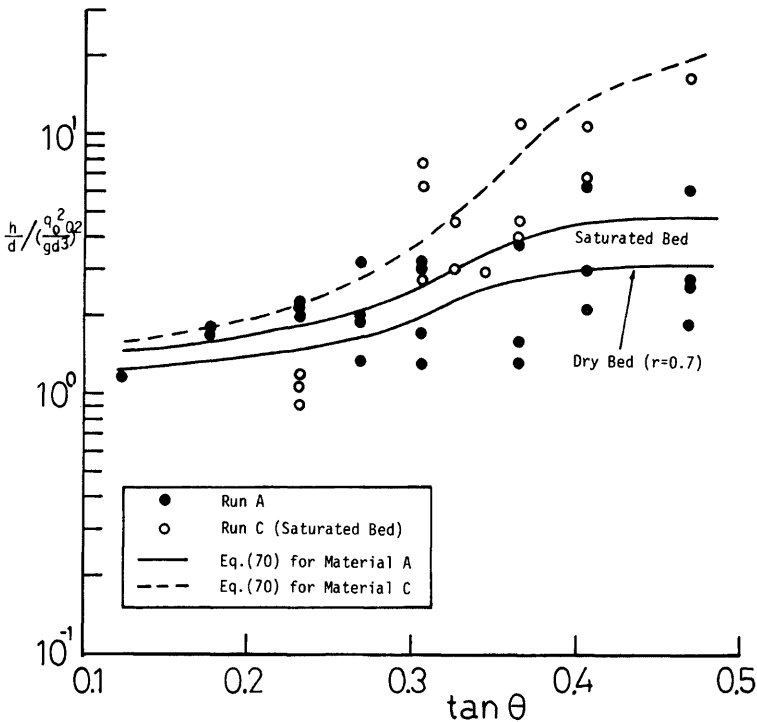


Fig. 13. Relation of the front height versus channel slope.

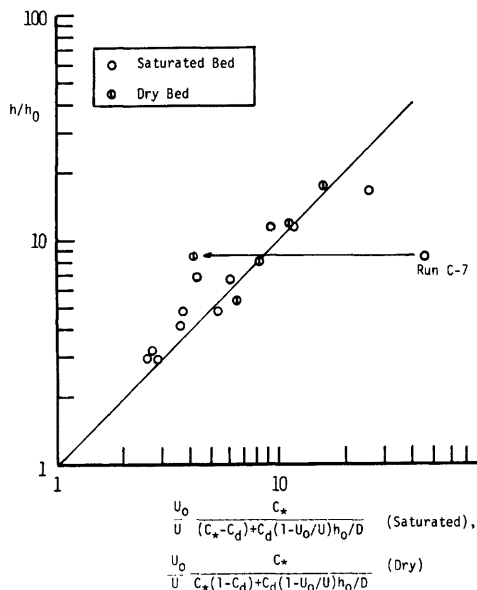


Fig. 14. Applicability of Eq. (57) and Eq. (59) for the prediction of front height.

わかるように、この実験ケースでは与えられた浸透流量が少なく、飽和状態になっていなかったことが考えられるので、乾燥堆積層に対する (57) 式を用いて計算しなおすと図中の矢印で示したような点へ移動する。これでは波高は小さく計算されすぎ、実際には堆積層の状態が、飽和と乾燥の中間の状態であったことを示している。なお、Fig. 14 を見ても、(5) 式が成立するような急勾配に対しても、堆積層の安定性が比較的大きいときには、定常状態があらわれることがわかる。

4.6 段波波高の発達過程

Fig. 15 は水路に発生した段波波高の最大値の距離的な変化を示した 1 例である。計算値は同じケースに対するもので、(25) 式を示している。ただし、 C_d としては (19) 式から求められる計算値を用い、 U は実測値を用いている。ほぼ定常波高が達成されたと認められる 5m 地点付近において、計算値と実験値とが、必ずしもよく一致していないのは、 C_d の実験値と計算値に違いのあること、 U の測定に誤差のあったこと、(25) 式では堆積層は十分に厚いとしているが、実際には $D=4\text{cm}$ でこの厚さの影響が現われたことなどが考えられる。どの程度の距離を流下すると定常状態が達成されるか、定常状態への漸近のしかたはどのようなものであるか、といった特性には、(25) 式に含まれる L の値が重要な影響を及ぼす。ここで行った計算例においては、 $L=150\text{cm}$ としているが、その妥当性については今後さらに検討を加える必要がある。

つぎに、(39) 式あるいは (40) 式の適用性について検討し

ているが、ほぼ定常状態に到達したところであったのであろう。

材料 A と材料 C とでは、主として C_* が異なるだけであるから、Fig. 13 より、 C_* が小さいもの、すなわち堆積層の空隙の大きい均一粒径に近いものほど、他の条件が同じとき、波高が大きくなることがわかる。

つぎに、2.3 で導入した定常波高に対するモデルの適用性について検討してみよう。 h_0 および U_0 が実測されたのは C 系列の実験に際してのみであるので、これについてのみ調べることにする。また、Type I のあらわれた場合は省くことにする。(57) 式あるいは (59) 式の両辺に実験値を用いて、この式の適用性を吟味したのが

Fig. 14 である。これより、乾燥堆積層の場合も、飽和堆積層の場合も、ここで示したモデルで定常波高が説明できることがわかる。ただし、Run C-7 については、飽和堆積層と考えると、(59) 式から大きくかけはなれる。これは Table 2 をみても

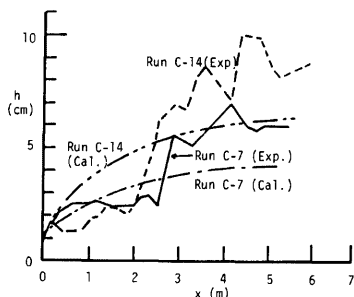


Fig. 15. Increment of the front height along the channel.

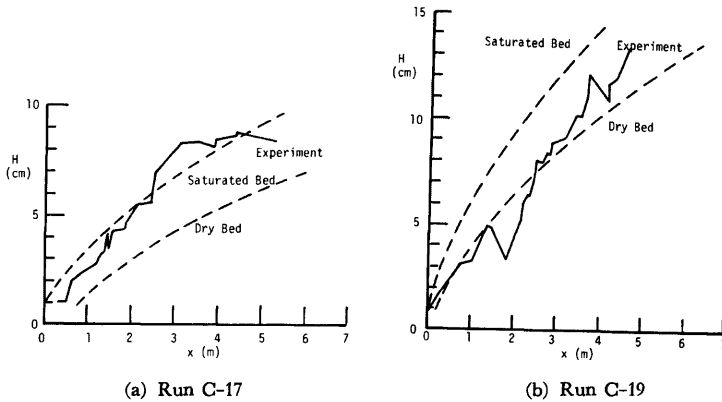


Fig. 16. Increment of the front height along the very steep channel.

てみよう。**Fig. 16(a), (b)** は飽和堆積層に対する (39) 式および乾燥堆積層に対する (40) 式の計算結果と実験値の比較を示している。ただし、 U としては実験値を用いており、波高は原河床面から測定しているので、図中の H は $(h-D)$ を示している。**Table 2** を見てもわかるように、堆積層は、**Run C-17** では飽和状態に近く、**Run C-19** ではより乾燥状態に近かったため、前者では飽和堆積層に対する計算値に、後者では乾燥堆積層に対する計算値に近くなっているが、いずれも実験値と計算値との合致の程度はよく、ここで考えたモデルが妥当であることが判明する。なお、このような急勾配の実験ケースにおいても、下流端近傍では段波先端部において、元の堆積層が比較的安定であり、定常状態の波高に近づいていることは先に述べたとおりである。したがって、ここで導入したモデルに従って先端波高が発達して行くのは、定常波高が達成されるまでに限られる場合も多いものと考えられる。しかし、そのようになるかどうかは、堆積層の安定性に依存するわけで、実際には堆積層の安定性の吟味が必要となることは言うまでもない。

4.7 土石流の流下に伴う堆積層の侵食

定常的流動をする段波の後方における侵食は、(84) 式で与えられるであろうことを述べたが、**Fig. 17** は **Run A-5, A-12** および **A-24** について、上流端から 3.5m の位置において計測された移動層と停止層との境界面の時間的変化と式 (84) による計算値との比較を示している。これより、(84) 式が妥当であることが判明する。ただし、 K_1 の値を求める際には、 C_{da} に下流端での実測値を用いており、浸透は無視できるものとしている。また、 $\tan \delta$ を計算する際には、(102) 式の関係があるものとし、**Run A-24** に対しては、 h_0/d の最大値は 1.4 であるとした。図において、 t は通水開始からの経過時間を示し、段波先端部の到達時刻は **Table 2** に示されている流速で流下したものと与えたものである。(84) 式による計算では、理論的には、段波先端の到達時刻以前にすでに侵食が始まっていることになるが、実際上はこのような侵食量が無視できる程度であることが、図からも判明する。

5. 結 語

溪間堆積物の流動化による土石流の発生と流動について、簡単な考察から理論を展開し、実験によってその検討を試みた。実験は技術上の困難が多く、得られた結果もばらつきが多くて、必ずしも満足すべき状態ではなかったが、ここで用いた理論がほぼ妥当であることが判明し、種々の事実が明らかとなった。以下、明らかにされた主な点を要約して結語とする。

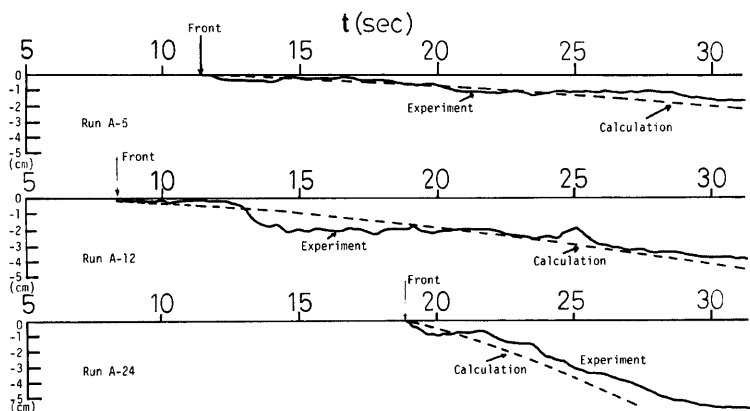


Fig. 17. Erosion of stream bed due to the passage of the mud-debris flow.

1) 非粘着性の様な堆積層に表面流が生じて、水と砂礫が一体となった段波状の流れが形成される境界の勾配は (15) 式で与えられる。ただし、 h_0/d が 1.4 を上回るような場合には、粒子移動層と水流の層との分離が発生するので、土石流の定義として、砂礫と水との分離がない流れであるというものを採用するとすれば、土石流は (15) 式の h_0/d を 1.4 としたときの勾配以上の堆積層でのみ発生する。

2) (5) 式は無限長斜面の不安定化の条件式であり、これより急勾配の堆積層では、地表面流が生じない場合でも流動化が可能であるが、とくに表面流が発生して流動化するような場合には、堆積層の側圧や受働領域の存在による安定性増強の影響が小さいとき、流動は無限に継続し、波高も単調に増大して行く。

3) (5) 式が成立するよりも緩い勾配の堆積層の表面に流れが生じて発生する土石流段波は、ある距離を流下後は一定波高、一定流下速度をもち堆積層表面上を上すべりするような定常的な流動をする。そのときの砂礫の容積濃度は (19) 式で与えられる。

4) (19) 式は (15) 式が成立する範囲内の勾配では、 $h_0/d > 1.4$ となって、水流の部分と砂礫の流動層が分離されるような場合にも成立する。そして、このようなときの流砂濃度は水流の流体力によってもたらされる掃流流砂として計算されるものよりも、かなり大きい。

5) ここで対象とした高濃度の砂礫と水とが一体化した流れの流動はダイラタント流体として記述され、定常状態に対する平均流速は (69) 式で示される。

6) 定常状態における段波の流下速度は、 β を堆積層の勾配 θ に置きかえ、 C_d として (19) 式から計算される C_{d-} を用いることによって (69) 式から求められる。その際、定数 a_t としては (106) 式が適用できるようにであるが、なお詳細な検討を必要とする。また、このようにして求められた流下速度は一定波高の流動状態が達成された後のみならず、波高の発達段階においても近似的にあてはまる。

7) 定常状態における段波の波高は、乾燥堆積層に対して (57) 式、飽和堆積層に対して (59) 式で与えられる。これらは堆積層が十分に厚いときには、それぞれ波高の発達過程の解析から求めた (31) 式および (26) 式と一致し、(70) 式によっても求められる。

8) (5) 式が成立するような急勾配の場合に発生する土石流の流下に伴う波高発達 (39) 式あるいは (40) 式で与えられる。

9) 上記 8) の場合の段波の流下速度は波高が発達して行くにもかかわらず、ほぼ定常状態に対する (69)

式で求められ、濃度の変化に対する (47) 式あるいは (48) 式に用いることによって、(19) 式の適用限界以上の勾配で発生する土石流の濃度を求めることができる。

10) 飽和堆積層に発生する土石流では、土石流中の水の流量は上流からの供給水の他に、予め堆積層に含まれていた水分が加わる結果、(74) 式で示されるようなものとなり、急勾配では C_* と C_d が近いので非常に大きな流量となり得る。

11) 土石流段波先端部のみならず、それに続く部分の流動の解析を行ない、流動層厚さ、濃度、堆積層の侵食速度の時間的変化に対する理論解を得た。とくに侵食速度に関する (84) 式の適用性のよいことが確かめられた。

最後に、本研究を推進するにあたり、適切な助言をいただいた芦田和男教授、また、実験を精力的に行われた元大学院生南波芳樹、寺田昌史、大学院生浜田士郎、吉田等、ならびに吉田義則技官の各位に深謝の意を表す。また、本研究の一部は、文部省科学研究室自然災害特別研究「土石流の発生機構に関する研究」、研究代表者名古屋大学西畑勇夫教授、の研究費によりなされた。記して感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) 斉藤迪孝：斜面安定，土質工学ハンドブック，土質工学会，1965，p. 216.
- 2) Scheidegger, A.E.: Physical Aspects of Natural Catastrophes, Elsevier, 1975, p. 115.
- 3) Bagnold, R.A.: The Flow of Cohesionless Grains in Fluid, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Vol. 249, 1957, pp. 235-297.
- 4) 網干寿夫，柿谷悟，中ノ堂裕文：中国地方の集中豪雨災害Ⅰ—マサ土斜面の風化と崩壊について—，自然災害科学資料解析研究，Vol. 3, 1976, pp. 75-81.
- 5) 大同淳之：土石流に関する基礎的研究，京大位論文，1970.
- 6) 芦田和男，高橋保，奥村武信，横山康二：台風5号，6号による仁淀川流域の土砂流出災害に関する研究，昭和50年8月風水害に関する調査研究報告書，1976，pp. 132-140.
- 7) 芦田和男，高橋保，沢田豊明，江頭進治，沢井健二：小豆島の土砂災害について，昭和51年度河川災害に関するシンポジウム論文集，1977，pp. 26-32.
- 8) 芦田和男，高橋保，水山高久：急こう配水路における流路形態に関する研究，昭和50年度土木学会関西支部講演会概要集，1975，pp. Ⅱ 35-1—35-2.
- 9) Bagnold, R. A.: Experiments on a Gravity-free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear, Proc. Roy. Soc. A, Vol. 225, 1954, pp. 49-63.
- 10) Bagnold, R.A.: The Shearing and Dilatation of Dry Sand and the 'Singing' Mechanism, Proc. Roy. Soc. A, Vol. 295, 1966, pp. 219-232.
- 11) 芦田和男，大同淳之，高橋保，水山高久：急勾配流れの抵抗と限界掃流力に関する研究，京大防災研究所年報，第16号B, 1973，pp. 481-494.
- 12) 芦田和男，高橋保，水山高久：混合砂礫の流送に関する研究，51昭和年度関西支部土木学会年次講演会概要集，1976，pp. Ⅱ -41, 1-2.
- 13) 大同淳之：急こう配上の多量の砂れきを含む流れの流動特性，第18回水理講演会講演集，土木学会，1974，pp. 199-203.