

構造物基礎—地盤系における減衰の非線形性に関する 実験的研究

後藤尚男・亀田弘行・北浦 勝・光家康夫・井口温夫

EXPERIMENTAL STUDY ON NONLINEARITY OF VELOCITY DEPENDENT DAMPING OF STRUCTURAL FOUNDATION AND SURFACE LAYER SYSTEM

By *Hisao Goto, Hiroyuki KAMEDA, Masaru KITAURA,
Yasuo MITSUIE and Atsuo INOKUCHI*

Synopsis

In this study, proposed are the two methods of classifying the dynamic resistant force of the structural foundation and surface layer system into hysteretic restoring force related to the response displacement and damping force related to the response velocity.

The experimental results are investigated through the two methods to find that the relation between the velocity and the damping force is nonlinear; i.e., the rate of increase in the damping force decreases for increasing velocity. The degree of the nonlinearity becomes remarkable when the excitation frequency is lower than the natural frequency of the surface layer. This tendency can be reasonably explained from the energy dissipation due to propagation waves away from the structure.

1. まえがき

本研究は構造物基礎—地盤系に作用する地盤の抵抗力を、系の応答変位に依存する履歴復元力と応答速度に依存する減衰力とに分離する方法について論じるとともに、減衰力とくに速度一減衰力曲線の非線形性について検討しようとするものである。

構造物基礎—地盤系の復元力特性に関しては從来から多くの実験的ならびに理論的研究がなされており、実験的研究に限っても静的交番載荷時の復元力、起振機実験などによる定常正弦波加振時の線形および非線形復元力、加力機を用いた非定常不規則入力に対する復元力、加振振動数による系の動的ばね定数の変化などが明らかにされつつある^{1)~5)}。減衰力特性に関しても復元力と関連させつつ定性的・定量的数据が蓄積されているが、多くの場合減衰力は構造物基礎の応答速度に比例する、すなわち線形であるものとして取り扱われている^{4), 5)}。系の減衰という量が未だ複雑であり、扱いにくく、不確定要素を多分に含んでいるものであることを考慮すれば、この仮定は第1次近似として許されるものであろうと考えられる。ところで波動論によれば、構造物基礎周辺地盤の固有振動数以上の振動数領域においては、波動が基礎から逸散することによって生じる減衰が大きくなるが、この逸散減衰はどちらかというと線形的である。このことも先の仮定を支持するものである。

波動論による結果^⑨は、地盤の固有振動数より低い振動数域においては逸散減衰以外の減衰、たとえば履歴減衰や粘性減衰などが相対的に大きくなることを意味しているが、この減衰は必ずしも先の仮定にあるような線形であるとは言えず、速度の増加とともに線形からはずれが大きくなるものと考えられる。このような構造物基礎一地盤系における系の応答速度一減衰力曲線の非線形性に注目した研究は現在までのところまだ1件を数えるのみである¹⁰⁾。減衰力が系の応答に及ぼす影響の大きさを考慮すると、系の減衰力の非線形性に関する研究は重要な課題であると言えよう。

構造物基礎一地盤系の応答速度に依存する減衰力をその非線形領域にまで渡って実験的に明らかにすることは容易でない。一般に1自由度系の振動時の運動方程式を、(慣性力項)+(減衰力項)+(復元力項)=(外力項)で表現すると、(減衰力項)と系の応答変位に依存する(復元力項)の和は(外力項)と(慣性力項)との差として求められる。実験より得られる(外力項)と(慣性力項)との差を(復元力項)と(減衰力項)に分離する方法はいくつか提案されているが、それらのほとんどは(減衰力項)を線形と考えている。したがって実験より得られる地盤反力から非線形減衰力を分離できれば、たとえそれが簡単な数式モデルであっても、その意味するところは少なくないものと考えられる。

このような観点から本研究は、1自由度構造物基礎模型を実地盤中に作成し、正弦波定常加振実験の結果を解析することによって減衰力の非線形性を論じようとしたものである。

2. 実験装置および実験概要

構造物基礎一地盤系の減衰力の非線形性を確かめるために実施した模型実験について述べる。実験においては構造物基礎模型を実地盤中に作製し、起振機によって正弦波外力を作用させた。本実験においては現象を簡単化するために模型底部にヒンジを設け、模型をヒンジ部まわりの回転運動のみが可能な1自由度振動系とした。一般に構造物基礎は並進、回転および上下動の3自由度の連成振動系としてとらえられることが多い。観測される構造物基礎の応答加速度、速度、変位などの記録は解析において3成分に分離されるが、この分離の際に生ずる誤差には無視しえないものがある。なぜなら、分離は重ね合わせの原理を用いて行なわれる。本研究のように非線形地盤反力が生じるようなひずみレベルの大きい場合には、線形を前提とした本分離法が非線形減衰力という微妙な成分に少なからざる誤差を生じさせると考えられるからである。模型を1自由度系としたことにより、この誤差を未然に防ぎ得たものと言える。

2.1 構造物基礎模型および実験装置

実験の敷地は京都大学防災研究所構内である。模型を1自由度系とするための固定点を得るために、Fig. 1で示されるように表土層を振動方向長さ約4m、振動直角方向長さ約3m、深さ約2mに渡って掘削し、底部に厚さ約25cmの筋附されたコンクリートのマットを作製した。ヒンジ固定点に模型を設置した後、基礎周辺部を除いて元の表土で穴を埋め戻した。表土層には一部雑多な混合物(コンクリートブロック、レンガ、木片など)が混入していたので、実験を精度よく実施するために基盤周辺部(半径約50cm)を川砂で置換した。地盤は十分締め固め、一ヶ月間放置した後実験に供した。

構造物基礎模型は十分な剛性を持たせ、たわまないようにするために、補剛材を配した鋼製とした。その寸法は振動直角方向長さ560mm、振動方向長さ200mm、高さ1000mm(根入れ深さ970mm)である。さらに模型底部から30mm下部に一方向のみに回転可能のヒンジ部を接合し、ヒンジを通じて模型を底部のコンクリートのマットに接合することによって1自由度模型とした。なお模型の断面形状が矩形断面をしているのは、振動方向に平行な面に働くせん断力を振動方向に直角な面に働く抵抗力に比して小さくし、応力状態を簡単な形にしようとするためである。模型の重量は209kg、重心まわりのモーメント $3.47 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^2$ 、ヒンジ回りの慣性モーメント $6.34 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}$ である。

起振機は早坂機械製作所製の不平衡質量型起振機(メカニカルバイブレーター、V-45R、自重209.7kg、重心まわりの慣性モーメント $1.41 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^2$ 、ヒンジまわりの慣性モーメント $3.351 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^2$)である。

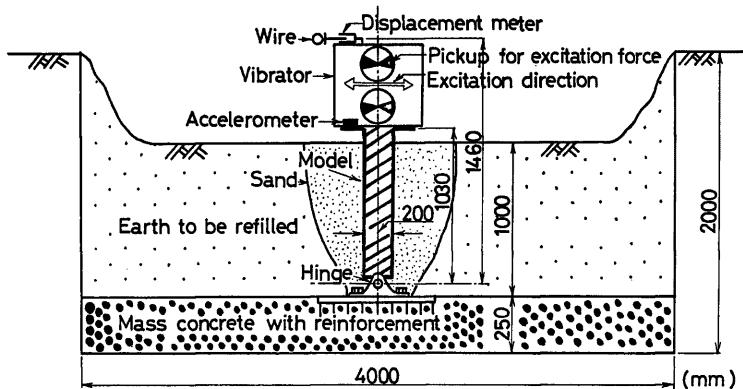


Fig. 1. General view of experiments.

sec^2) である。この起振機は互いに逆方向に回転する 2 軸にそれぞれ 2 個ずつの重錠が取り付けられており、この開き角度を変えることにより、運転中に偏心モーメントを連続的に 0 から $4.59 \times 10^{-2} \text{kg} \cdot \text{sec}^2$ に変えることができる。したがって起振力一定の共振実験が可能である。なお最高振動数は 30 Hz であり、したがって最大起振力は 1631.5 kg である。起振機と模型とを合わせた模型底部ヒンジまわりの総慣性モーメントは $3.985 \times 10^3 \text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^2$ である。

本研究で用いた測定器機は以下のとおりである。

(1) 加速度計（明石製作所製、サーボ型加速度計、V401-BT 型、2.5g、固有振動数約 480Hz）、2 個
模型の水平方向の絶対加速度を計測するために Fig. 1 に示すように模型頂部および起振機頂部に加速度計を取り付けた。本実験のように減衰を問題とする場合には位相の測定を十分厳密に行なう必要がある。本加速度計は固有振動数が高いので、本実験で対象となる 10~30 Hz の振動数領域においては加速度計自身の位相差特性が無視しうるほど小さく都合がよい。なお加速度計の直流電源としては 3 V 電池 8 本を直列につないで用いた。

(2) 変位計（日本測器製、可動コア型振動計 508-A 型、測定範囲 ±5mm）、1 個

模型の地盤に対する相対変位を計測するために、模型のヒンジ部よりの高さ 1460 mm の位置に変位計を取り付けた。また振動直角方向に、模型を中心にしてそれぞれ約 10m の位置に支柱 2 本を深さ約 1 m まで打ち込むとともに、模型から振動方向に約 10 m 隔った地点にも支柱を設けた。先の 2 本の支柱間にピアノ線を張り渡すとともに、このピアノ線の中間点と残る 1 本の支柱との間にも他のピアノ線を張り、T 字型に張られたピアノ線を緊張させることによって不動点を作製し、この点に変位計のピックアップを取り付けた。実験結果を見ると、模型を起振機で加振したことによる地動の影響がほとんどないので、ほぼ不動点とみなせるようであった。

(3) ダイアルゲージ（最小目盛 1/100 mm、フルスケール 10 mm）、1 個

静的水平交番載荷実験において変位を測定するために、ダイアルゲージを用いた。不動点は変位計と同一のものを使用した。

(4) ロードセル（共和電業製、LU-1TD、新興通信工業製、LC-1TON）、計 2 個

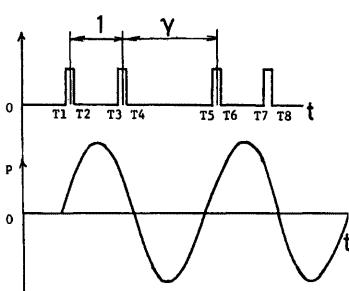


Fig. 2. Diagram showing the estimation of exciting force.

$$m_0 r = \frac{4.59 \times 10^{-2}}{\cos \frac{\pi}{4}} \times \cos \left(\frac{\pi}{1+\gamma} \right) \quad (\text{kg} \cdot \text{sec}^2) \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

で与えられ、起振力振幅 F は

で与えられる。ここに f は加振振動数 (Hz) である。起振力の波形 \tilde{F} は最大位置と振幅 F とから

のように求められる。ここに, t : 時間, ϕ : 位相。

振動数 f に関しては、1サイクルの間にパルスが2個発生するので、単位時間当たりのパルスの個数をユニバーサルカウンター（東京電字測器製、UFC-203D）で計測することにより求められる。なお起振力を求める本方法は文献2)によった。

2.2 実験手順および実験方法

実験は静的実験および動的実験よりなる。

(1) 靜的水平交番載荷実験

構造物基礎模型一地盤系の復元力特性をはじめ求め、本振動系の基礎的な特性を知るために、動的実験を行なう前に静的実験を実施した。実験においては力を加えるための支柱として、H型鋼を模型頂部に剛結した。一方、模型の振動方向、かつ模型の両側で模型より 5m 離れた地点に鋼管を打ち込みアンカーとした。模型とアンカーの間には、ターンバックリおよびロードセルを介してワイヤーを水平に掛け渡し、ターンバックリの緊張と弛緩を繰り返すことによって模型に力を加えた。ワイヤーを掛けた高さ、すなわち力の作用点は模型上面より約 43cm 上方であった。ダイアルゲージは模型上に設置した加力用の支柱とは別の H型鋼の支柱で、模型の上方 51cm の位置に設置した。

(2) 定常正弦波加振実験

実験はすべて起振力一定の条件のもとに加振振動数を変化させ、各振動数で定常加振した。起振力レベルは 50kg, 100kg, 150kg, 200kg の 4 通りであり、加振振動数の範囲は 10Hz から 25Hz である。また実験は低振動数加振から高振動数加振へと移行させて実施したが、150kg の場合のみ高振動数から低振動数へと変化させる実験もなった。実験中は天候に恵まれたので、地盤の状態はほぼ良好であった。

3. 実験結果および考察

3.1 靜的水平交番載荷実験

Fig. 3 に静的実験より得られた復元力曲線を、変位計取付位置における最大変位レベル 1mm, 1.5mm,

- 4 -

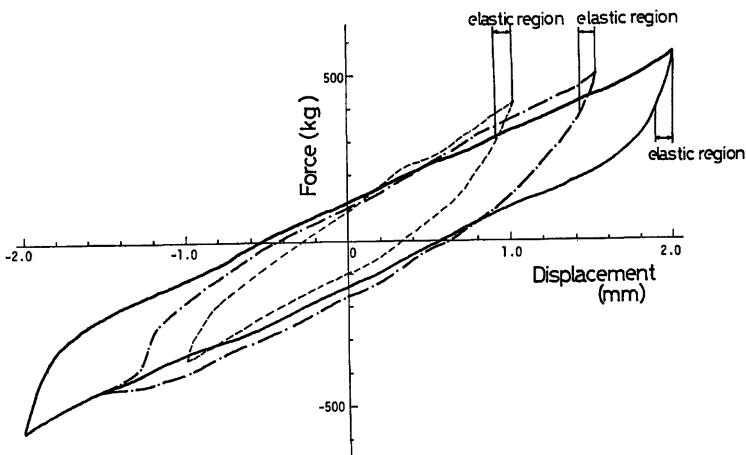


Fig. 3. Hysteretic restoring force curves, static test.

2mm の 3 通りについて示す。各曲線の形状そのものは摩擦型を示している。また 3 曲線の最大変位における点を結んだ最大点曲線は軟化ばね型の傾向を示しており、土質材料に特有の復元力特性を示していることが確認できる。

図の復元力曲線は傾きの比較的大きな部分（変位と力の絶対値がそれぞれ最大に達した後の減少する部分）と小さな部分に分けうる。それぞれ弾性域、塑性域と考えられ、基礎模型周辺ではほとんどの地点が非線形領域に達していたことがわかる。基礎模型の回転によって周辺地盤が単純せん断変形をすると考えるとき、地盤の最大せん断ひずみは模型回転角に等しいから、図より弾性限のひずみは 10^{-4} となる。

図において原点に対称な位置にある点同志は、実際現象においては基礎模型が右あるいは左に変位した場合の対応する点同志に相当している。基礎模型や地盤は左右対称の特性を持つと考えられるので、以後は復元力曲線図における局所的なゆがみは無視し、対応する点同志を平均して得られる復元力曲線を対象として考察を進める。このようにして得られた曲線が Fig. 4 であり、変位、力ともにそれぞれの最大値で規準化してある。3 つの変位レベルにおける曲線は比較的似かよっている。

3.2 共振曲線および位相差曲線

起振力一定実験における基礎模型の応答加速度の共振曲線を Fig. 5 に示す。図より共振振動数は起振力 100 kg で 9.5Hz, 150kg (加振振動数増加の場合) で 17.5Hz, 150kg (加振振動数減少の場合) で 17Hz, 200kg で 15.5Hz と読み取れる。起振力 50kg では明瞭には読み取れないが 22Hz 付近が共振点に相当すると思われる。起振レベルの増加とともに

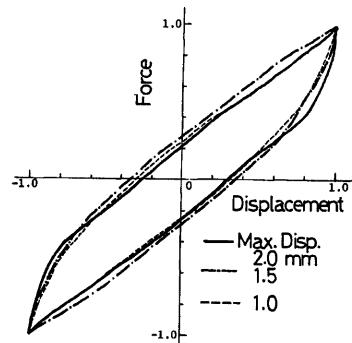


Fig. 4. Normalized hysteretic restoring force curves, static test.

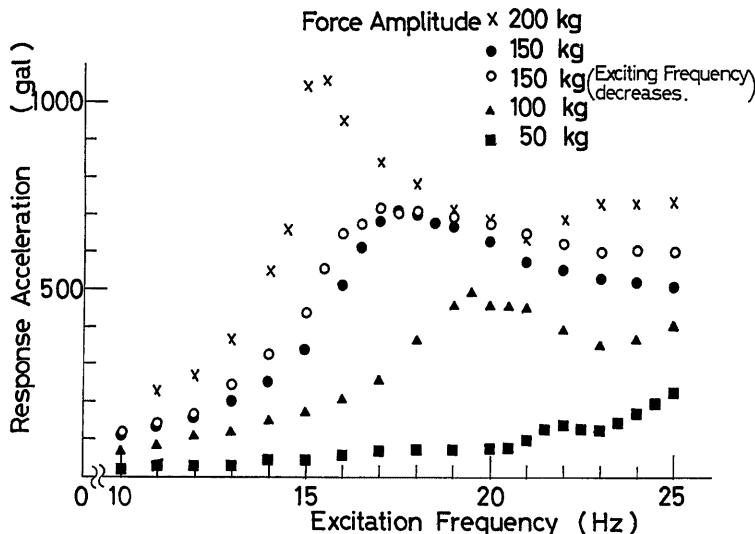


Fig. 5. Resonance curves.

もに共振振動数が低下していることは、Fig. 3 における静的載荷の場合と同様に復元力特性が軟化ばね型の特性を持つことを裏付けている。

Fig. 6 は起振力一定実験における、基礎模型の応答加速度の起振力に対する位相遅れを図示したものであり、位相差が 270° となる振動数が共振振動数に相当する。この図からも加速度の共振曲線と同じ共振振動数を読み取ることができる。共振点より高い振動数域において位相差曲線の傾きが小さくなる性状は、この振動数域における振動系の減衰が大きいことを暗示していると思われる。

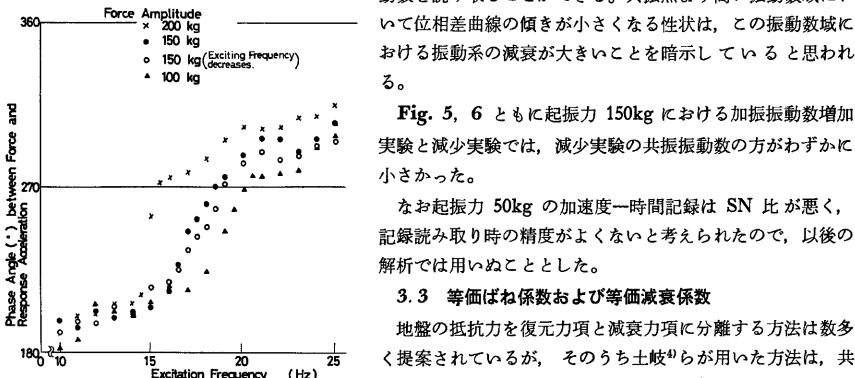
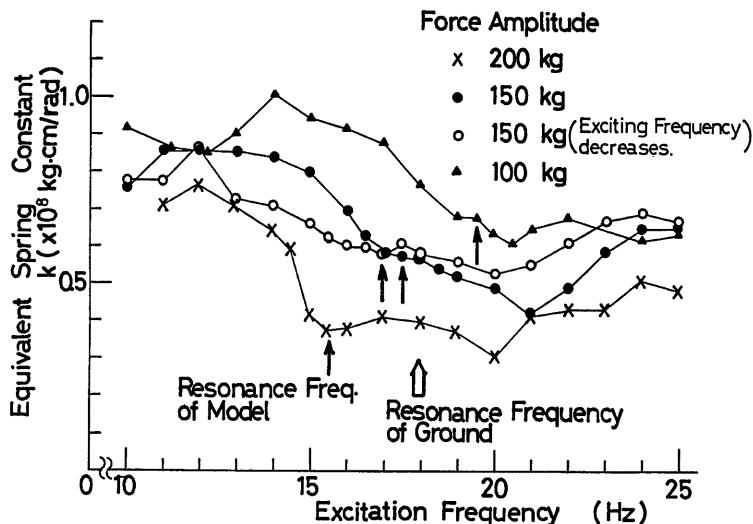


Fig. 6. Phase difference curves.

Fig. 7. Equivalent spring coefficient $K(f)$.

較的簡単である。そこでこの方法を用いて、本実験におけるばね係数などが線形であると仮定した場合の値を調べる。

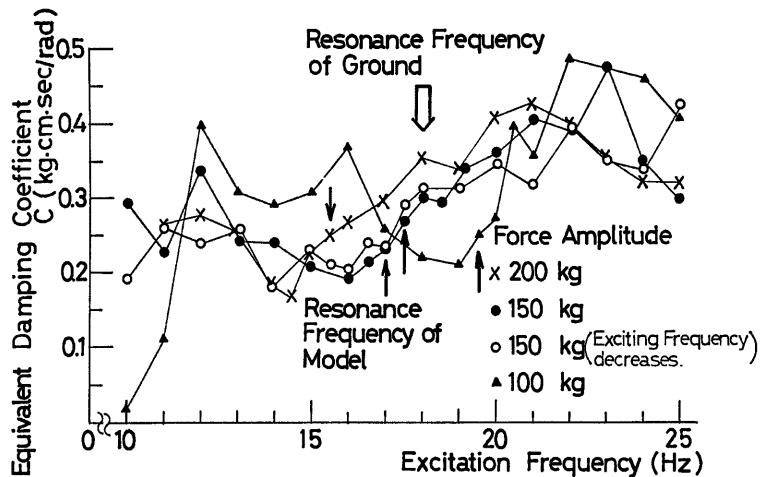
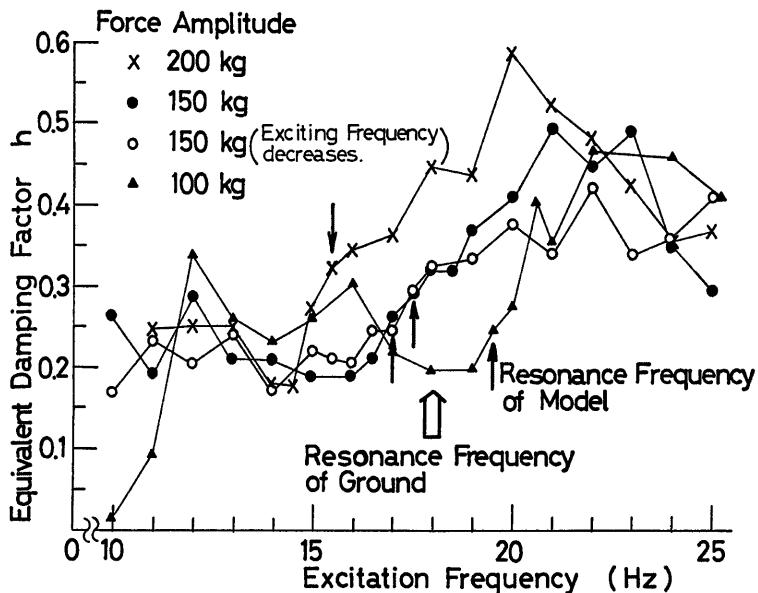
Fig. 7, 8, 9 に共振曲線と位相差曲線を用いて得られた $K(f)$, $C(f)$, $h(f)$ を横軸を加振振動数 f によって図示した。図中黒い矢印で示された振動数は各起振力レベルにおける基礎模型一地盤系の共振点を表わしている。 $K(f)$ の図において、同一加振振動数においては起振力レベルが大きいほど $K(f)$ の値は小さくなる傾向にあるが、このことも復元力特性が軟化ばね型であることを意味しているものと考えられる。

弾性波動論によれば、周辺地盤の固有振動数を f_g とすると、 $f < f_g$ では加振振動数 f の増加とともに $K(f)$ は減少、 $C(f)$ は漸増、 $f > f_g$ では $K(f)$ は漸減、 $C(f)$ は急増のうち增加、 $h(f)$ は増加の傾向にある¹⁰⁾。常時微動観測によれば、本実験地盤の f_g は約 18 Hz ないし約 23 Hz にある。このことを考慮すると、実験より得られた $K(f)$, $C(f)$, $h(f)$ の形状は傾向的には理論解と一致しており、非弾性域にまで及ぶ本実験においても大局的には弾性波動論で説明できる部分のあることがわかる。

なお $h(f)$ が 50% という大きな値にまで達していることは特筆される。本実験からは起振力レベルと $C(f)$, $h(f)$ との明らかな傾向は十分とらえることはできなかった。

4. 履歴復元力と減衰力の評価

本章では地盤の抵抗力を応答変位に依存する履歴復元力項と応答速度に依存する減衰力項に分離する解析法と、その解析法を実験結果に適用して得られる復元力と減衰力に関する考察を進める。前章で等価な線形のばね係数 $K(f)$ と減衰係数 $C(f)$ の目安を求めたが、そこでは 1 つの加振振動数に対しては起振力のレベルにかかわらず $K(f)$, $C(f)$ ともに一定であった。ここでは $K(f)$ が応答変位によって、 $C(f)$ が応答速度によってそれぞれ非線形的に変化する場合をも含めて論じる。

Fig. 8. Equivalent damping coefficient $C(f)$.Fig. 9. Equivalent damping factor $h(f)$.

4.1 解析方法

構造物基礎-地盤系における地盤の抵抗力 $F(\varphi, \dot{\varphi})$ 、すなわち外力から系の慣性力を減じた量を復元力 $F_1(\varphi)$ と減衰力 $F_2(\varphi)$ に分離する方法について考える。ここに $\varphi, \dot{\varphi}$ はそれぞれ系の応答変位、応答速度を表わす。

はじめに $F(\varphi, \dot{\varphi})$ に関して以下の仮定を置く²⁾。

(1) $F(\varphi, \dot{\varphi})$ は変位のみの関数 $F_1(\varphi)$ と速度のみの関数 $F_2(\dot{\varphi})$ の和で表わされる。すなわち、

と書き表わすことができる。

φ と ψ に互換性があることを考慮すると、

とも表わすことができる。

(2) $F_1(\varphi)$ は一般に履歴復元力を表わすが、その形状は原点に関して対称である。

これは静的実験の項で述べたように基礎模型および地盤は模型の回転軸を含む鉛直面に関して対称であるとしているからである。

(3) $F_2(\phi)$ は速度による減衰力を表わし、原点に関して対称な 1 値関数である。以下の解析においては簡単のために速度の 3 乗に比例する項を非線形項として導入し、

と置くことにする。ここに、 C : 減衰係数、 ϵ : 減衰力曲線に非線形性を導入するためのパラメータである。

Fig. 10 に地盤の抵抗力分離の概念図を示す。図中 (i), (ii), (v)は横軸に変位（図では x で示されている）を、(iii), (iv), (vi)は横軸に速度（図では \dot{x} で示されている）をとっている、図の(i)が(ii)と(v)に、図(ii)が(iv)と(vi)に分離されたことを示している。(i)と(ii), (iii)と(iv), (v)と(vi)はそれぞれ対応しており、お互いに変換可能である。図(ii)が一般に履歴復元力曲線と言われるものであり、図(vi)が速度一減衰力の関係を表わす図である。ところで仮定 (3)において $F_2(\dot{\phi})$ は 1 値関数であるとしたが、この妥当性について検討する。すなわち **Fig. 11(v)**において振動系が A→B, B→C と動く間に同じように減衰が働くかどうかということである。速度一減衰力の関係が履歴を描く場合における **Fig. 10** の (v), (vi)に対応する図が **Fig. 11 (i), (ii)**に破線で示されている。図には $F_2(\dot{\phi})$ を 1 値関数であると仮定した場合のグラフも同時に実線で示してある。同図(i)における破線と実線の差は(ii)のようになる。この図は **Fig. 10 (ii)**の復元力曲線と本質的には何ら変わらないものであるから、この差の分を復元力曲線に加えれば、減衰力は **Fig. 11**における実線で示されるような 1 値関数に置換することができる。すなわち減衰力項としては履歴を描くような 2 値関数を対象とする必要はない、1 値関数とすれば十分であると言える。

以上の仮定に基づいて地盤の抵抗力を履歴復元力と減衰力に分離する手法を2つ考えたので、それらについて説明する。

[手法 I]

この手法は著者らが既に発表した手法²⁾を部分的に改良したものである。本手法においては前述の3つの仮定の他にさらに次の仮定を加える。

(4) 加振振動数が f_a, f_b なる二種の状態において、 $f_a - f_b$ が小さければ式(7)中の ϵ は同一の値をとり、復元力曲線 $F_1(\omega)$ は各履歴曲線の最大変位と最大復元力とで規準化した形が等しくなる。

この仮定の後半部分が改良された点であり、元の仮定では「 $f_{\alpha} - f_{\beta}$ が小さければ、 $F_1(\varphi)$ の形状は相似である」となっていたが、静的交番載荷実験の結果などを考慮して上記のように改めた。

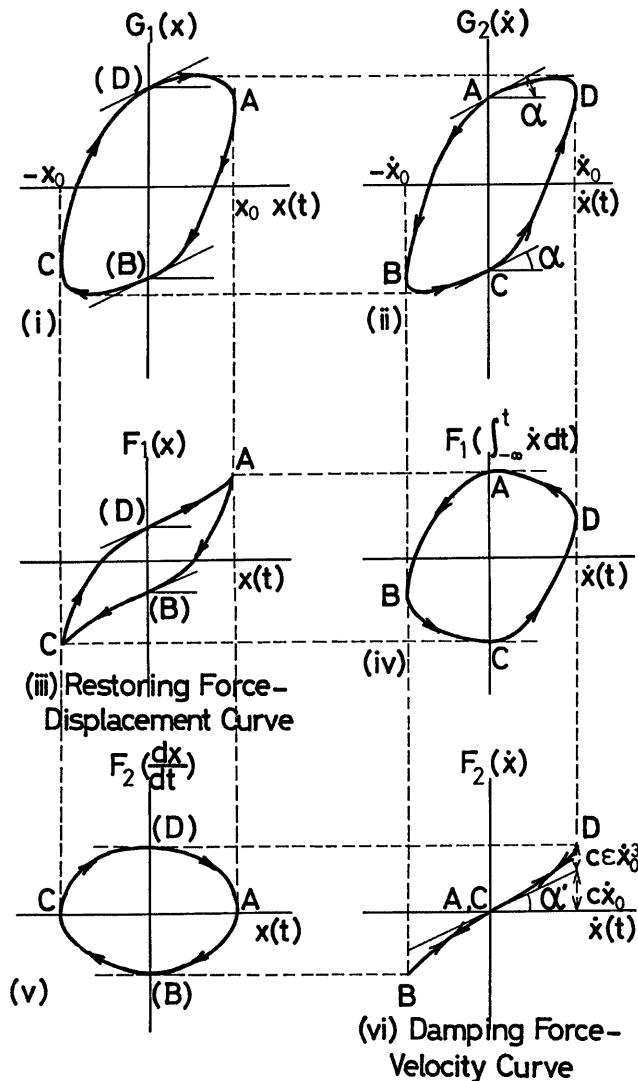


Fig. 10. Schematic diagrams showing the classification of the resistant force of surface layer.

以下、本手法の手順について説明する。

手順 (1) 実験より得られる $F(t) (=F(\varphi, \dot{\varphi}))$, t は時間を表わす), $\varphi(t)$, $\dot{\varphi}(t)$ を用い、仮定 (1) に従って Fig. 10 (i) ($G_1(\varphi)-\varphi$ 関係) および (ii) ($G_2(\dot{\varphi})-\dot{\varphi}$ 関係) を描く。両図において、点 A, C は φ の絶対値が最大となる点であり、この点では $\dot{\varphi}(t)=0$ となる。また点 B, D は $\dot{\varphi}$ の絶対値が最大となる点である。

手順 (2)

Fig. 10(ii) の点 A, C におけるこう配を $\tan \alpha$ とする
と、

$$\tan \alpha = \frac{dG_2}{d\dot{\varphi}} \Big|_{A,C} = \frac{dF_1}{d\dot{\varphi}} \Big|_{A,C} + \frac{dF_2}{d\dot{\varphi}} \Big|_{A,C} = \frac{dF_1}{d\dot{\varphi}} \Big|_{A,C} \cdot \frac{d\varphi}{d\dot{\varphi}} \Big|_{A,C} + \frac{dF_2}{d\dot{\varphi}} \Big|_{A,C} \quad \dots (8)$$

ところが点 A, C では $\dot{\varphi}=0$ であるから、

$$\frac{d\varphi}{d\dot{\varphi}} = \frac{d\varphi}{dt} / \frac{d\dot{\varphi}}{dt} = \frac{\ddot{\varphi}}{\dot{\varphi}} = 0 \quad \dots (9)$$

従って次式をうる。

$$\tan \alpha = \frac{dF_2}{d\dot{\varphi}} \Big|_{A,C} \quad \dots (10)$$

このことは $F_2(\dot{\varphi})$ の原点におけるこう配、すなわち Fig. 10 (vi) の α' は α と等しく、

$$C = \tan \alpha' = \tan \alpha \quad \dots (11)$$

であることを表わす。

手順 (3)

Fig. 10 (i) において点 A, C では $\dot{\varphi}=0$ であるから、式 (7) を用いると、

$$F_2 \Big|_{A,C} = 0 \quad \dots (12)$$

となる。従って式 (5) より、

$$F_1 \Big|_{A,C} = G_1 \Big|_{A,C} = F \Big|_{A,C} \quad \dots (13)$$

を得る。すなわち同図(i)の点 A, C における縦軸、横軸の値がそれぞれ復元力の絶対値の最大 F_{1max} 、変位の絶対値の最大 φ_{max} に相当する。

手順 (4) 仮定 (4) の後半を「2つの振動数に対する規準化された履歴ループの1周期間ににおける消費エネルギーの差がゼロとなるように ϵ を定める」と解するものとする。これを式で表わすと、

$$\begin{aligned} & \oint \frac{F_{1a}}{F_{1max}} \cdot \frac{d\varphi_a}{\varphi_{max}} - \oint \frac{F_{1b}}{F_{1bmax}} \cdot \frac{d\varphi_b}{\varphi_{bmax}} \\ &= \int_0^{T_{0a}} \frac{F_{1a}}{F_{1max}} \cdot \frac{\dot{\varphi}_a}{\varphi_{max}} dt - \int_0^{T_{0b}} \frac{F_{1b}}{F_{1bmax}} \cdot \frac{\dot{\varphi}_b}{\varphi_{bmax}} dt = 0 \end{aligned} \quad \dots (14)$$

となり、この式に式 (4), (7) を代入して ϵ について解くと次式をうる。

$$\epsilon = \frac{\int_0^{T_{0a}} (F_a - C_a \dot{\varphi}_a) \dot{\varphi}_a dt - \int_0^{T_{0b}} \frac{F_{1max} \varphi_{max}}{F_{1bmax} \varphi_{bmax}} \cdot (F_b - C_b \dot{\varphi}_b) \dot{\varphi}_b dt}{\int_0^{T_{0a}} C_a \dot{\varphi}_a^2 dt - \int_0^{T_{0b}} \frac{F_{1max} \varphi_{max}}{F_{1bmax} \varphi_{bmax}} \cdot C_b \dot{\varphi}_b^2 dt} \quad \dots (15)$$

ここで、 T_0 : 加振周期。振動数 f_a, f_b に対する諸量にそれぞれ添字 a, b を付してある。

手順 (5) 以上により C, ϵ が求められたので、式 (7) を用いて Fig. 10 (vi) が描ける。同図(ii)と(vi)の

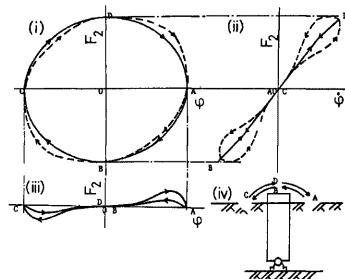


Fig. 11. Schematic diagrams showing the method of evaluating damping force.

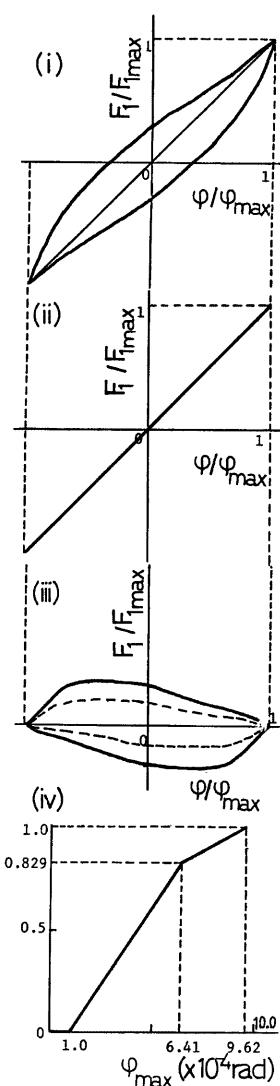


Fig. 12. Schematic diagrams showing the thickness of hysteretic restoring force.

差から $\langle \text{v} \rangle$ が得られるが、横軸を ϕ から φ に変換すると vi となる。以上のようにして描かれた図(i), (vi)がそれぞれ求める履歴復元力と減衰力の各曲線を表わす。

手法 I における数値計算法の概略は以下のとおりである。まず実験より得られた応答加速度記録の中立軸の補正を行なった後、線形加速度法を用いて応答速度、応答変位を求める。このようにして得られた変位などの時間記録は中立軸に対して折り曲げ、重ね合わせるように時間軸をずらしても、十分には重なり合わない。そこでこの差をなくすために、位相が $0, \pi, 2\pi, 3\pi$ ずつずれた点の絶対値の平均を求め、半周期間の平均応答を求める。この応答を時間軸上で半周期ずらすと同時に負号をつける。この操作を繰り返し、さらに完全な周期関数となるように修正して平均的な定常波形を作成する。以後は前述の手順にのっとって進んでいけばよい。なお手順 (2)において Fig. 10 (ii) の点 A, C のこう配 $\tan \alpha$ を求める際に数値微分を行なう必要がある。そのために同図の縦軸をはさむ 6 点に注目し、この 6 点を代表する 2 次曲線のパラメータを、6 点と曲線との 2 乗誤差の和が最小となるよう定義し、縦軸との交点のこう配をもって $\tan \alpha$ とした。

[手法 II]

手法 I では 2 つの加振振動数に対する応答から、系の抵抗力を分離したが、本手法では 1 つの振動数に対する応答から分離することを考える。手法 II では手法 I における仮定 (4) の代わりに次の仮定 (4)' を設ける。

(4)' 復元力曲線は模型回転角の振幅によって一意的に定まる。

静的交番載荷実験において、規準化された履歴復元力曲線の形状が比較的似ていることから、最大模型回転角 $\varphi_{max}=9.62 \times 10^{-4}$ rad の場合の履歴曲線の形状を代表的履歴曲線として用いることとする。ところで 3.1において 1.0×10^{-4} rad が弾性限界であると述べた。Fig. 4において $\varphi_{max}=6.41 \times 10^{-4}$ rad の曲線は 9.62×10^{-4} rad の曲線に比してループの厚み（面積）の小さいことがわかる。これらのことから最大変位の減少とともに厚みは小さくなり、弾性限の 1.0×10^{-4} rad において厚みはほとんど 0 になるものと推測される。このことから厚みの比を Fig. 12 (iv) のように最大模型回転角 φ_{max} の関数として直線近似する。Fig. 12 は復元力曲線 (i) が骨格 (ii) と厚みの部分に分離されることを示し、 φ_{max} に対応する厚みの比と、 $\varphi_{max}=9.64 \times 10^{-4}$ rad に対する厚みの積として一意的に定まるることを示している。なお $\varphi_{max}=6.41 \times 10^{-4}$ rad に対する厚みの比 0.829 は $\varphi_{max}=6.41 \times 10^{-4}$ rad と $\varphi_{max}=9.62 \times 10^{-4}$ rad に対するそれぞれの履歴ループの面積比から求めた。

以下、本方法の手順について説明する。

手順 (1) 模型回転角の振幅 φ_{max} から仮定 (4)' を用いて復元

力曲線 FF_1 を求める。すなわち φ_{max} に応じて一意的に定まる規準化された復元力曲線の縦軸、横軸に、手法 I の手順 (3) と同様の方法で求まる F_{1max} , φ_{max} をそれぞれ乗じてやれば、 FF_1 を得ることができる。

手順(2) 減衰力 FF_2 は、

として求まる。ここで仮定(3)で式(7)のように表わした減衰率 F_2 と実験から得られる減衰率 FF_2 との1周期 T_0 での2乗誤差を最小にするように ϵ を選ぶ。なお式(7)中の減衰係数 C は手法Iの手順(2)と同様の方法で求まる。すなわち、

と置いて、式(17)に式(16), (7)を代入して

$$\frac{\partial I}{\partial \varepsilon} = 0$$

と置けば、 ε を得ることができる。

手順 (3) 以上により C , ε が求められたので、式 (7) を用いて Fig. 10 (b) の減衰力曲線が描ける。ここで、

$$DF = FF_2 - F_2$$

を求める。この差を手順(1)で得られた FF_1 に手法 I の手順(5)と同様の方法で加える。すなわち、

$$F_1 = FF_1 + DF$$

として得られる（同図（iii）） F_1 が求める復元力曲線である。

4.2 手法 I による解析結果および考察

Fig. 13 は起振力 200kg, 加振振動数 21Hz に対する地盤の抵抗力の分離図を示したものであり, 実線

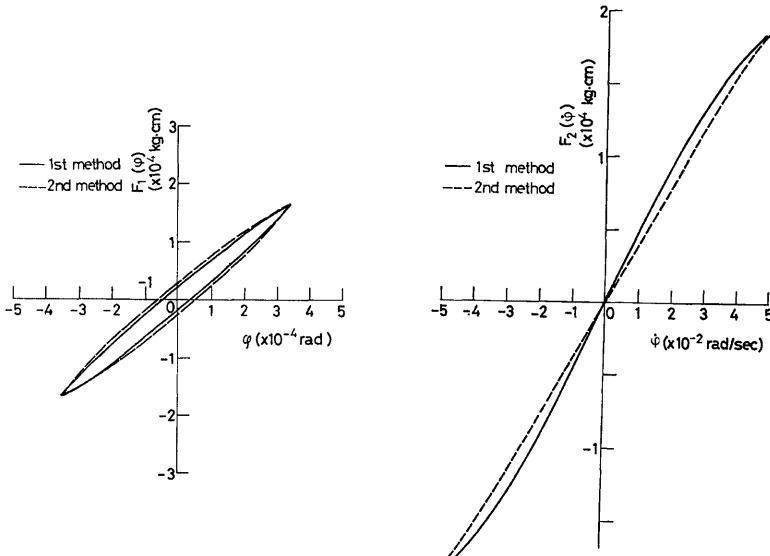


Fig. 13. Hysteretic restoring force curves and damping force curves, 200kg, 21Hz.
 (a) Hysteretic restoring force curves. (b) Damping force curves.

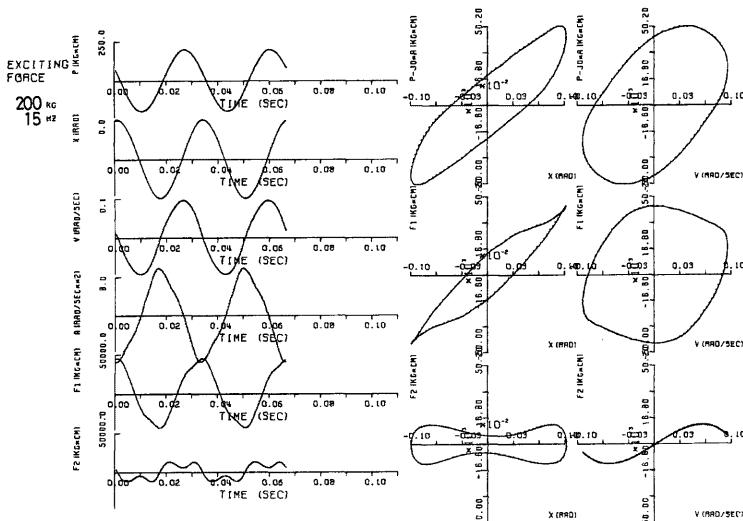


Fig. 14. Analyses by the first method, 200kg, 15Hz.

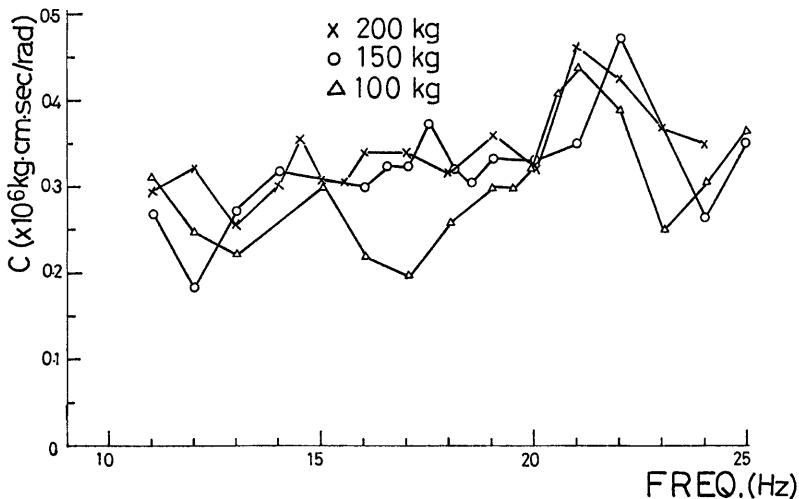
が手法Ⅰ、破線が手法Ⅱに対するものである。この場合には復元力曲線、減衰力曲線とともに手法ⅠとⅡによる結果が非常に似かよっている。復元力曲線はともにやや摩擦型に近い形状を示しており、減衰力曲線はともに軟化型(S字型)を呈している。

Fig. 14 には手法Ⅰによって得られた計算結果の一例を図示してある。同図の左半分には起振力 P 、模型の応答変位 X (ϕ に対応する)、速度 $V(\phi)$ 、加速度 $A(\phi)$ 、復元力 F_1 、減衰力 F_2 の時間的変化が示してあり、右半分には Fig. 10 の(i)から(vi)に対応する図が示してある。同図は起振力 200kg、加振振動数 15Hz に対するものである。Fig. 13 と同様復元力曲線(同図 ⅲ)は摩擦型、減衰力曲線(同図 ⅷ)は軟化型の傾向を有していることがわかる。ここには図示していない他の起振力、加振振動数に対する結果からもこれらのことと指摘しうる。従って減衰力は非線形性を有している場合のあることが明らかとなつた。

式(7)における初期減衰係数 C 、すなわち Fig. 10 (vi) なる減衰力曲線において速度の絶対値が小さい領域での曲線の傾きの加振振動数 f による変化を図示したものが Fig. 15 である。グラフはほぼ右上りの傾向を示すが、かなりのばらつきがある。この C は手法Ⅱにおいても共通のものを用いる。

なお静的交番載荷実験の結果から推測すれば、復元力曲線は十分非線形領域に入り、履歴を描いているはずであるのに、手法Ⅰによる解析では線形復元力に近い形状しか得られない場合がある。たとえば Fig. 16 は起振力 150kg、加振振動数 18 Hz に対する復元力曲線に減衰力曲線を示したものであるが、復元力は線形と言える。手法Ⅰは 2 つの加振振動数における履歴エネルギーの差が最小となるように ϵ を選ぶ方法である(手順(4))ために、場合によっては履歴ループの面積を 0 とするようにを選定するという欠点があり、これが原因となって線形復元力が求まつたのであろうと考えられる。

このことに関連するが、本来は復元力項として評価すべき履歴減衰を減衰力項に含んでいることが、減

Fig. 15. Initial damping coefficient C .

衰力曲線に非線形性をもたらしているのではないかという恐れがある。これについて検討する。Fig. 10 の (v) に相当する Fig. 16 の (v) $\varphi - F_2$ 曲線はダ円を上下から押しつけたような形 ($\varphi = 0$ 付近での曲率半径が大) をしている。これはすなわち $\varphi - F_2$ 関係（減衰力曲線）において曲線が軟化型であることを意味している。なぜなら速度が最大となる F_2 が変位 0 における F_2 となり、速度 0 の F_2 が変位最大における F_2 に対応するからである。すなわち $\varphi - F_2$ における偏平さが減衰力の非線形性を表す指標になる。ところでもし解析の結果復元力曲線 ($\varphi - F_1$ 曲線) が履歴ループを描くとすれば、履歴ループは変位が 0 に近いところほど厚みが大きいから、 $\varphi - F$ から復元力曲線 $\varphi - F_1$ を減じたところの $\varphi - F_2$ 関係はさらに偏平さを増すであろう。すなわち減衰力の非線形性はさらに増加することになる。従って復元力曲線を線形あるいは非線形弹性と評価することは、減衰力の非線形性を増加するようには作用しないことが明らかになったと言えよう。

4.3 手法 II による解析結果および考察

4.2 で手法 I では履歴特性が十分分離できない場合のあることが明らかとなった。ここでは履歴曲線を仮定する手法 II による結果を考察する。

Fig. 17 は手法 II によって得られた計算結果の一例を図示したもので、起振力 200kg、加振振動数 15Hz に対するものである。復元力曲線は摩擦型、減衰力曲線は軟化型の傾向を有しており、この場合に手法 I による結果 (Fig. 14) と比較的よい対応を示している。図示していない場合の結果

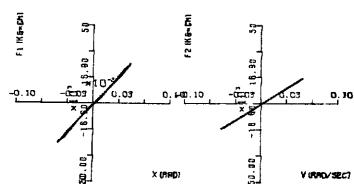


Fig. 16. Hysteretic restoring force curve and damping force curve analysed by the first method, 150kg, 18Hz.
 (a) Hysteretic restoring force curve.
 (b) Damping force curve.

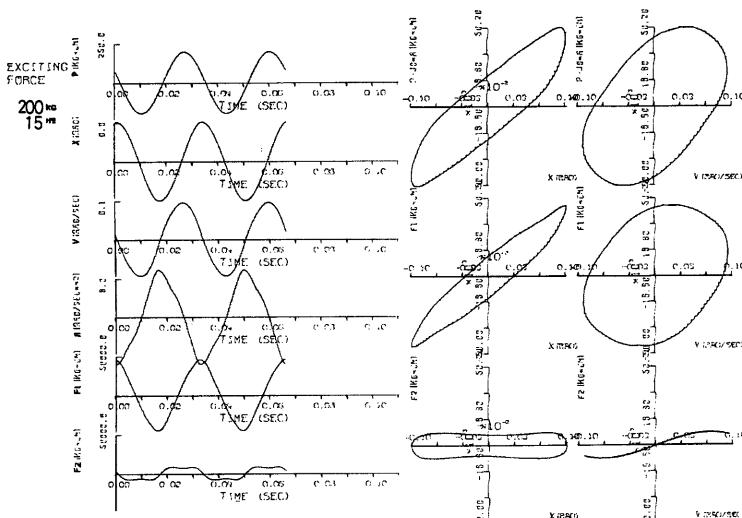


Fig. 17 Analyses by the second method, 200kg, 15Hz.

も含めて言えることであるが、減衰力曲線において速度の絶対値の大なる領域で速度の絶対値の増加とともに減衰力の絶対値が減少している。これは仮定(3)から生ずることであるが、手法Ⅰにおけるよりも減衰力曲線におけるこの欠点の程度が少ないということと、復元力曲線が静的実験より得られる曲線と質的によく似ており、履歴を描くということは、手法Ⅱによる解析の方が手法Ⅰよりもより妥当な分離法であることを意味しているものと考えられる。

なお手法Ⅰ、Ⅱの結果から共通に言えることであるが、非線形減衰が多くの場合軟化型となることは、速度の増加とともに線形減衰力から予想される値よりも小さな減衰力しか作用しないことであり、耐震設計の点からは危険側にあることに注意を要する。

以下手法Ⅱによって得られた結果をまとめ直した図を示す。初期減衰係数 C は手法Ⅰと同じである。Fig. 18 は復元力曲線の割線ばね係数を示したものである。3.3 で求めた等価ばね係数 (Fig. 7) と比較すると低振動数域では本手法による結果の方がやや大きいが、その他の領域における挙動や、起振レベルによる傾向はよく一致している。

Fig. 19 は減衰力曲線に非線形性を導入するためのパラメータ ϵ を手法Ⅱによって求め、図示したものである。図において起振力 100kg の場合に ϵ の変動が激しいのは、この場合に観測された加速度時間記録におけるノイズが非常に大きかったために、初期減衰係数 C (Fig. 15) の算定に誤差が生じ、 ϵ に影響を及ぼしたのであろうと考えられる。従ってこの変動は本解析法の不安定性を示すものではないと考えられる。このような観点から、以下の図においては 100kg 起振力における結果は除外して考察する。図より 100kg の場合を除くと ϵ は負となること（減衰力は軟化型であること）、低振動数域において $|\epsilon|$ は非常に大きく、15Hz 以上では ϵ の変化が小さいこと、同一振動数においては低い起振レベルのものほど $|\epsilon|$ は大きいことがわかる。

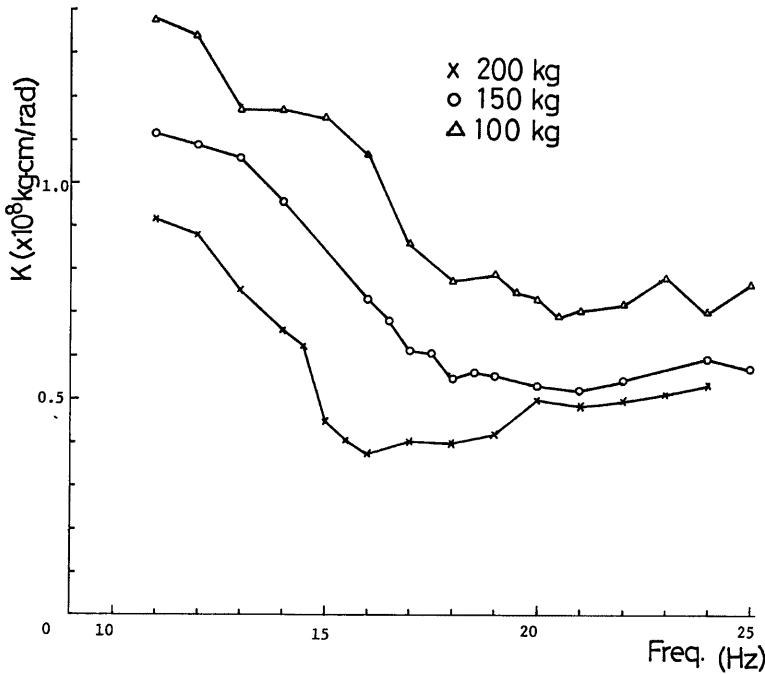


Fig. 18. Secant spring coefficient K .

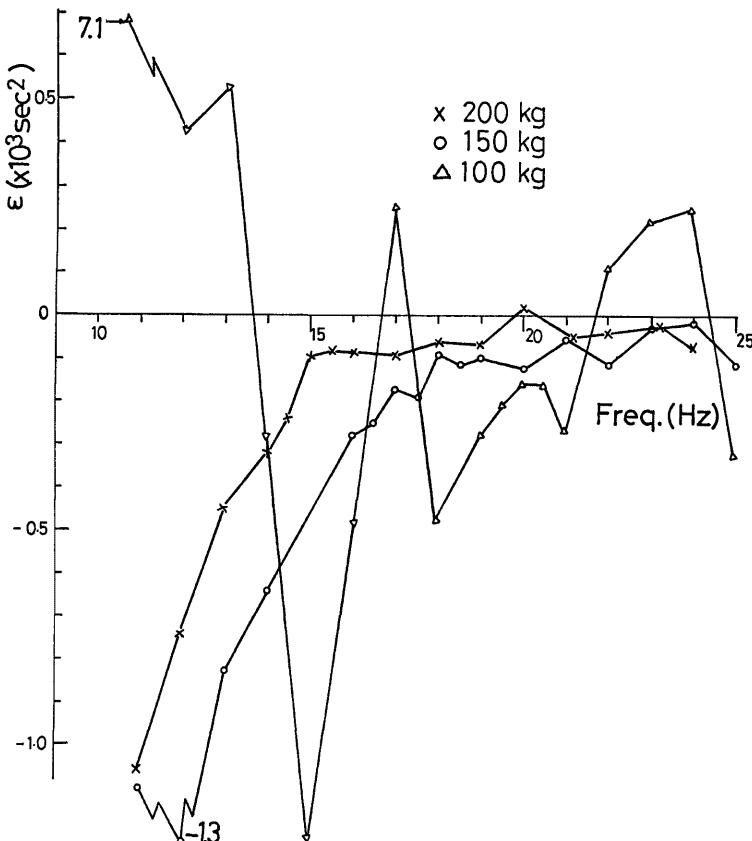
ところで以上に見たことは、必ずしも低振動数および低起振レベルで減衰力の非線形性が大きいということを意味しているわけではない。減衰力 F_2 は式 (7) で表わしているために、応答速度の最大値 $\dot{\phi}_{max}$ が同じであれば ϵ が大きいほど減衰力の非線形性が大きいとは言える。しかし ϵ が同一の値であっても、 $\dot{\phi}_{max}$ が大きくなるほど減衰力の線形からのずれは大きくなる。そこで減衰力の非線形性の程度を表わす量として $\epsilon \cdot \dot{\phi}_{max}^2$ を導入する。この量は、式 (7) からもわかるように最大速度における線形減衰力 ($F_2 = C \cdot \dot{\phi}_{max}$) を 1 とした場合、減衰力がいくらずれているかを表わす量である。また $\epsilon \cdot \dot{\phi}_{max}^2$ は次のようにも解釈できる。すなわち式 (7)において、 $\dot{\phi}_{max}$ において F_2 が丁度 0 となる ϵ を ϵ_C とすると、 ϵ_C は

より求められる。ところで、

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_C} = \frac{\epsilon \dot{\varphi}_{max}^2}{\epsilon_C * \dot{r}_c^2} = -\epsilon * \dot{\varphi}_{max}^2 \quad (19)$$

なる関係から、 $\varepsilon\phi_{max}^2$ は ε_C と ε の比の符号を変えたものに相当する。

Fig. 20 は減衰率の非線形度を表わす $\epsilon \cdot \phi_{max}^2$ を図示したものである。先に述べたように 100kg 起振に対する結果は除外して考へる。18Hz 以下の振動域では起振レベルによる差が大きいが、18Hz 以上では起振

Fig. 19. ϵ given by eq.(7).

振レベルによる差は小さく、かつ減衰力の非線形性も低下している。 $|\epsilon \cdot \dot{\phi}_{max}^2|$ のピークは起振力 200kg では約 14.5Hz, 150kg では 17Hz にある。これらの振動数は各起振レベルにおける構造物基礎一地盤系の共振振動数に近い値であり、応答変位レベルが大きいほど速度に依存する項である減衰力の非線形性も大きくなっている。このことは地盤抵抗力を分離するに際して設けた仮定、すなわち地盤抵抗力は系の応答変位のみに依存する復元力と速度のみに依存する減衰力より成るとした仮定が十分には実現象に合致したものでなく、実際は復元力と減衰力が相互に関連し合っていると考えるべきであると言える。

次に ϵ が初期減衰係数 C (Fig. 15) をどの程度減じたと同じ効果をもたらすのか、を表わす指標として等価減衰係数 C_{eq} を以下のように定義する。減衰による 1 周期間の損失エネルギーが非線形減衰力 F_2 (式(7)で与えられる) の場合と、等価な線形減衰力 $F'_2 = C_{eq}\dot{\phi}$ の場合とで同じ値となるように置く。すなわ

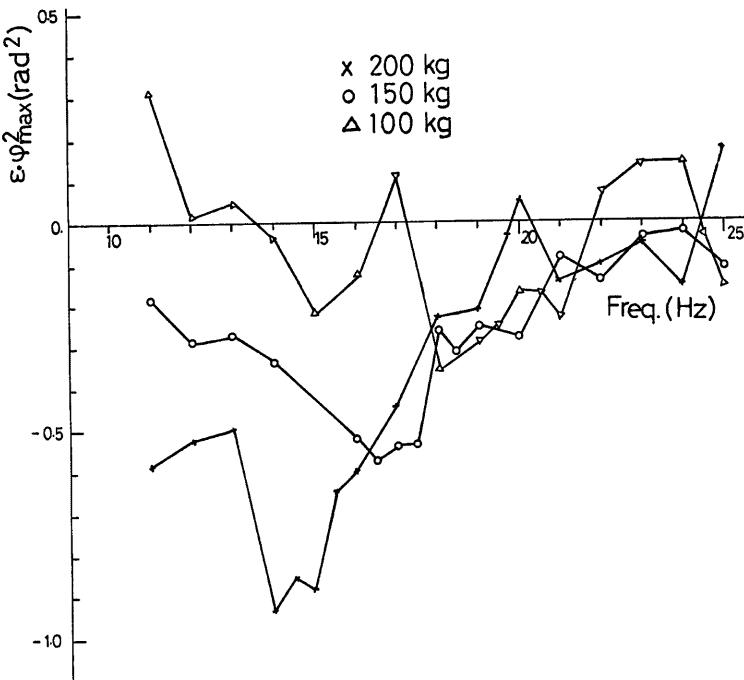


Fig. 20. $\varepsilon \cdot \dot{\phi}_{max}^2$ given by eq.(19).

ち

より、

$$C_{eq} = \frac{\int \{C\dot{\phi}(1+\epsilon\dot{\phi}^2)\} d\varphi}{\int \dot{\phi} d\varphi} = \frac{\int \{C\dot{\phi}^2(1+\epsilon\dot{\phi}^2)\} dt}{\int \dot{\phi}^2 dt} \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

として求められる。 C_{eq} を Fig. 21 に示す。初期の減衰係数を示す Fig. 15 に比して低振動数域において C_{eq} には極小値があり、極値をとる振動数より高くかつ約 22Hz より低い振動数域では C_{eq} はほぼ単調に増加している。 C_{eq} が C に比して小さい程度、すなわち減衰の非線形性の程度を表すために、 $(C_{eq}-C)/C$ を図示したものが Fig. 22 である。この図は同じく非線形性の程度を表す $\epsilon \cdot \phi_{max}^2$ の図 (Fig. 20) と傾向的にはよく一致している。起振力 200kg、加振振動数 15Hz に対する C_{eq} の低下の割合は 6 割にも達しているが、約 18Hz 以上の高振動数域では低下の割合は小さい。このように高振動数域において減衰の非線形性が小さいこと、(1) 周辺地盤の固有振動数は 18Hz 付近にあるが、周辺地盤の固有振動数より高い振動数域では線形性の高い逸散減衰が卓越すること、(2) 高振動数ほど地盤のひずみレベルが低下するこ

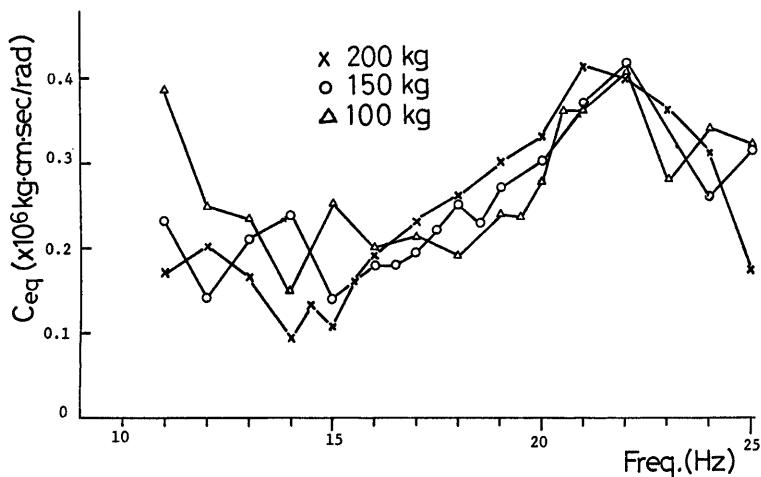
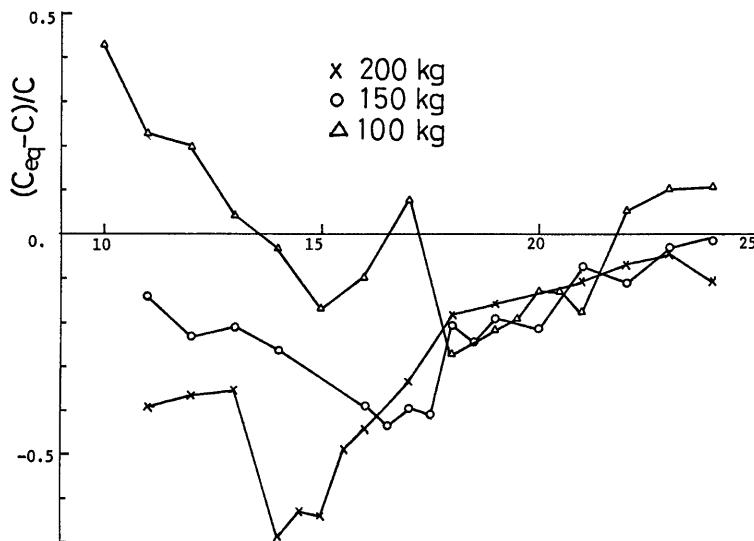
Fig. 21. Equivalent damping coefficient C_{eq} .

Fig. 22. The rate of decrease in initial damping coefficient.

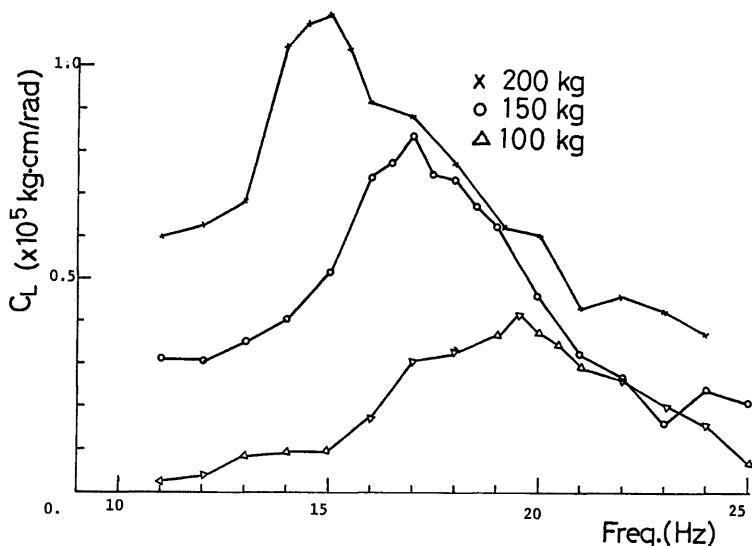


Fig. 23. Hysteretic damping coefficient C_L .

と、の2点から説明できるものと考えられる。

復元力の履歴特性による減衰を等価な減衰係数 C_L に直すには一般に、

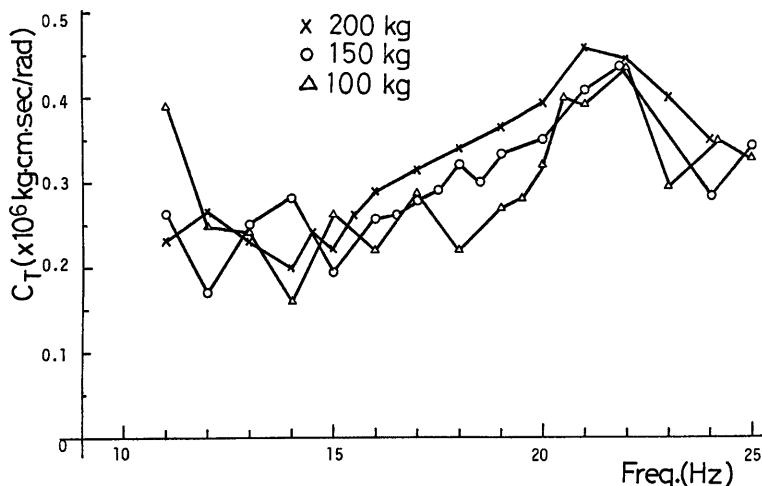
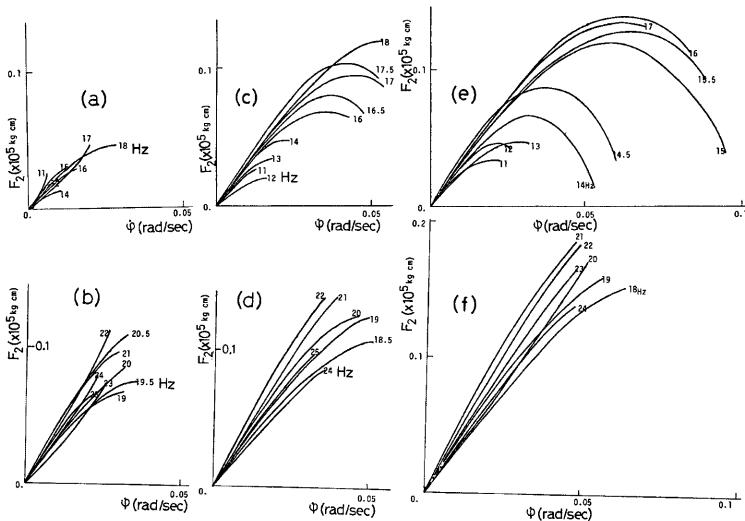
なる関係が用いられる。ここに、 h ：減衰定数、 ΔW ：1周期間の履歴損失エネルギー、 W ：1周期間に蓄積されるエネルギー、 ω_0 ：構造物基礎-地盤系の固有円振動数、 K ：系のばね係数、 J_0 ：回転中心軸まわりの系の慣性モーメント、である。上式を用いて求められた C_L が Fig. 23 である。また等価な線形減衰力に対応する等価減衰係数 C_{eq} と履歴復元力に対応する減衰係数 C_L の和、すなわち、

$$C_T = C_{\text{eff}} + C_L \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

として定義される全減衰係数 C_T を示したものが Fig. 24 である。これらの図から全減衰に占める履歴減衰の割合は全般的には小さいと言える。

Fig. 18~24 より総体的に次のことが言えよう。すなわち起振レベルの増加とともに同一振動数では割線ばね係数 K は小さくなる傾向があること、またこのとき特に低振動数域で減衰の非線形性を表わすパラメータ ($|leg_{max}|, (C_{eq} - C)/C$) は大きくなること、履歴減衰をも考慮した全減衰係数 C_T は初期減衰係数 C よりも小さいこと、がわかる。これらのこととは応答レベルが大きくなるにつれて K も C も低下すること、従って耐震設計において低い入力レベルの K, C を用いたのでは危険側になることを示していると言えよう。

Fig. 24 の C_T は土岐の方法によって求められた等価減衰係数 $C(f)$ (**Fig. 8**) に対応し、**Fig. 18** の割線ばね係数 K が土岐の方法によって得られる等価ばね係数 $K(f)$ (**Fig. 7**) に対応している。2つの異

Fig. 24. Total damping coefficient C_T .

なる解析法による結果を比較してわかることは、約 14Hz 以上の振動数域で K は $K(f)$ より大きく、 C_T は $C(f)$ より小さくなっていることである。

以上の結果から減衰力曲線、すなわち応答速度 $\dot{\phi}$ と減衰力 F_2 との関係のみを取り出してまとめたものが Fig. 25 である。図は第 1 象限のみを示している。図より低振動数では曲線の曲がり方が大きいが、高振動数では線形に近い。しかしこれらの曲線の挙動には地盤の抵抗力を分離する際に設けた仮定が少なからず影響しているものと推測される。すなわち減衰力の非線形性の大きさは、線形の場合の直線 $F_2 = C\dot{\phi}$ と非線形の場合の曲線 $F_2 = C\dot{\phi}(1 + \epsilon\dot{\phi}^2)$ とに挟まれた部分の面積の大きさで表わされると言えるが、3 次関数 $C\dot{\phi}^3$ は $\dot{\phi}$ が大きくなるほどその変化率が大きいために、図のような形状にならざるを得ないのであろうと考えられる。実現象においては最大応答速度付近における減衰力の低下はこれほど大きくなく、減衰力がある程度まで大きくなれば横ばいとなるような現象が生じているのではないかと思われる。従って本研究で用いた非線形減衰力の表現法は非線形性が大きい場合には必ずしも適当ではないと言えよう。

5. 結論

本研究は、1 自由度構造物基礎模型を実地盤中に根入れさせ、起振機実験による結果の解析を通じて、地盤の抵抗力を応答変位に依存する履歴復元力と応答速度に依存する減衰力とに分離するとともに、復元力と対応させつつ減衰力、特にその非線形性について検討を加えたものである。得られた結果を要約して述べると以下のようである。

(1) 構造物基礎一地盤系に作用する抵抗力を履歴復元力と減衰力とに分離する手法を 2 つ提案し、この手法を用いて減衰力は系の応答速度と非線形の関係にあることを見出した。またその関係は速度の増加とともに減衰力の増加率が減少する軟化型であることがわかった。

(2) 減衰力の非線形性は地盤のひずみレベルが大きいほど大きく、また周辺地盤の固有振動数より低い振動数域で顕著である。このことは、(i) 加振振動数と系の固有振動数との相対関係と関わり合っている系の応答変位振幅（地盤のひずみレベルと関連する）、(ii) 加振振動数と周辺地盤の固有振動数との相対関係と関わり合っている逸散減衰という 2 者の挙動から説明できるものと考えられる。

(3) 復元力曲線は摩擦型の形状を示すが、同一振動数で起振レベルの異なる各履歴ループの最大値を結んだ最大点曲線は軟化ばね型の傾向を持つ。(1) で見たように減衰力も軟化型であるから、ばね係数、減衰係数とともに応答レベルの増加とともに減少するという危険側にすることになり、耐震設計上注意が必要である。

(4) 本実験の範囲内では、履歴減衰の全減衰に占める割合は全般的には大きくない。

(5) 復元力曲線および減衰力曲線ともに加振振動数、地盤のひずみレベルによって異なった形状を示す。従って地盤の抵抗力を系の応答変位のみに依存する項（復元力）と速度のみに依存する項（減衰力）とに完全には分離できず、両項には変位と速度とが微妙に関わり合っている。

以上のような成果が得られたが、(5) で述べた点に関する処理の仕方や、大きな非線形減衰をうまく表わしうる模式表示法、たとえば bi-linear などを採用して解析することなど、改良していくべき点も多い。また減衰に非線形性がある場合の地震応答の特徴を明らかにすることも今後解明されるべき課題として残されている。これらについてさらに研究を進めていく予定である。

最後に本研究実施にあたり、貴重な助言と御協力をいただいた本学防災研究所の土岐憲三教授、実験遂行時にお世話いただいた同研究所の佐藤忠信助手、コンクリートマット作成時にお教えいただいた工学部の矢村潔助手らに心からの感謝の意を表する次第である。なお本研究の一部は文部省科学研究費補助金（試験研究(2)）の援助を受けたことを付記する。また数値計算は京都大学大型計算機センターの FACOM M-190 によって行なった。

参考文献

- 1) 後藤尚男, 北浦 勝, 宮脇幸治郎: 砂層中に根入れされた構造物基礎の動的挙動に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第219号, 1973, pp. 15-25.
- 2) 防災研究協会: 基礎体一地盤系の振動, 地震応答, 耐震設計に関する研究, 本州四国連絡橋公団委託研究 昭和46年度報告書 (代表者後藤尚男), 1972.
- 3) 後藤尚男, 北浦 勝: 構造物基礎一地盤系の非定常履歴復元力特性に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第245号, 1976, pp. 39-50.
- 4) 土岐憲三, 山本和義: 構造物基礎の動的ばね係数と減衰定数, 関東地震50周年地震工学シンポジウム, 1973, pp. 301-308.
- 5) 吉原 進, 後藤尚男: 地盤一構造物基礎の相互作用に関する考察, 関東地震50周年記念地震工学シンポジウム, 1973, pp. 269-276.
- 6) たとえば, 田治見 宏: 深い基礎を有する構造物の地震応答について, 日本地震工学シンポジウム (1966) 講演集, 1966, pp. 255-274.