

細長い合成柱の設計式(その1)

若 林 實, 吉 田 望

DESIGN FORMULAS OF COMPOSITE COLUMNS AND BEAM-COLUMNS PART I

By Minoru WAKABAYASHI, Nozomu YOSHIDA

Synopsis

The strength of short composite columns are described and design methods for them are reviewed. Then researches on the strength of long composite columns and design formulas are reviewed. Finally new design formulas for long columns and beam-columns applying superposition method are proposed. It is shown that the errors involved are reasonably small, in addition to the simplicity and the advantage that two independent design formulas for steel part and reinforced concrete part can be used.

1. 緒 言

合成柱とは無筋または鉄筋コンクリート柱と、形鋼やパイプでできた鉄骨柱とを合成した柱をいう。すなわち日本で鉄骨鉄筋コンクリート柱といっているもので、形鋼を鉄筋コンクリート柱の中に入れた柱や、鋼管の中にコンクリートを充てんした柱が含まれる。コンクリートと鉄骨のどちらを重視するかによって鉄筋コンクリートの柱としてみる方法と、鉄骨柱をコンクリートで補強したと考える見方と、両方を対等に見る見方とがある。直圧を受ける短柱、圧縮と曲げを受ける短柱などでは、鉄骨は主筋のような役目をし、柱は鉄筋コンクリートの柱のような性状が強い。一方、短柱がせん断破壊を生ずるときなどは、充てん形の鉄骨をもつ合成柱の性状は鉄筋コンクリートの柱と大きく異なる。また非常に厚肉の鉄骨を使った合成柱はむしろ鉄骨柱に性状が近いと言えよう。通常は鉄骨と鉄筋コンクリートの相互作用は余り大きくないが相互作用が重要な場合もある。たとえば鋼管コンクリート柱で3軸応力のためにコンクリートはconfineされ、逆に鋼管は余分な応力を受ける場合、また鉄骨コンクリート柱で鉄骨フランジの局部座屈がコンクリートによって止められる場合などがその例である。設計法についても鉄筋コンクリート式、鉄骨式、ならびに両者の耐力の累加式とがあるが、合成柱は別々の成立ちを持った二つの構造を一緒にしたものであるため、それぞれの部分で安全率の考え方や不完全性の考え方などが異なり、設計式としてまとめる場合に難しい問題を含んでいる。

大きな地震の無い地域では細長い柱が使われる場合が多く、合成柱の安定問題に関して多くの研究がなされている。これに対し日本では太短い柱に大きいせん断力加わることが多く、研究の主力もこの方面に注がれてきた。日本における研究のレビューは鉄骨鉄筋コンクリート構造に対し若林¹⁾が、鋼管コンクリート構造に関し富井・松井・崎野²⁾が行なっている。また設計式については仲³⁾が述べている。

この論文では先ず1960年頃からの細長い合成柱の性状に関する研究、設計規準および設計法の提案に関するレビューを行なう。レビューについては米国土木学会の合成構造委員会の現況概説⁴⁾の柱の部、lyengerの合成柱に関する現況概説⁵⁾が非常に役にたった。

次に長柱の設計法に関し新しい方法を提案する。この方法は短柱やはりの曲げの問題に関し日本で広く用

いられている累加強度式の方法を中心圧縮をうける長柱や曲げと圧縮を受ける長柱の設計式に適用しようという試みである。

2. 長柱の耐力に関する過去の研究

2.1 中心圧縮を受ける Encased Long Column

1960年頃から英国で多くの研究が行なわれ、当時の BS Code (英国設計規準) が安全すぎる事が指摘された。英国では Jones と Rizk⁶⁾, Stevens⁷⁾, Bondale⁸⁾, Procter⁹⁾, オーストラリアでは Roderick と Rogers¹⁰⁾ が実験を行なっている。中でも Stevens は細長比の広い範囲をカバーする実験を行ない、鉄骨コンクリート柱の座屈性状および座屈耐力が鉄筋コンクリート柱に似た性状をもち、むしろ耐力が鉄筋コンクリートの柱より少し大きいことを示した。Jones と Rizk は BS 449 (1959) の規準式は小さすぎる耐力を与え、reduction factor を用いた CP114 (1957), UAR (1960), ACI 318 (1958) が良いことを示した。

中心圧縮柱の座屈耐力を求めるには、鉄骨柱の場合と同様に、tangent modulus 理論が適し、このような方法で理論値を求めているものが多い。tangent modulus 耐力を求める場合コンクリートの応力-歪関係をどのように仮定するかが問題となる。Bondale⁸⁾ や Anslijn と Janss¹¹⁾ は2次のパラボラを用いている。また軽量コンクリートに対して Pirapres と Janss¹²⁾ は2次のパラボラのほか、直線と2次のパラボラとからなる $\sigma-\epsilon$ 関係をも用いている。なお、これら Janss らの研究では、鋼材の tangent modulus を ECCS (European Convention for Constructional Steelwork) の柱の座屈耐力曲線から求めており、実験耐力と理論耐力とはかなり良く一致している。

2.2 Encased Beam Column

偏心圧縮を受ける encased long column に関する実験的研究は Jones と Rizk⁶⁾, Stevens⁷⁾, Bondale⁸⁾, Procter⁹⁾, Roderick と Rogers¹⁰⁾, Janss et. al.¹¹⁾¹²⁾ らによって行なわれた。このうち Stevens, Procter, Janss は軸力と曲げモーメントの相関関係式として直線式を用いているが、いずれも実験値と一致としている。しかし直線式は細長比が小さければ安全すぎ、細長比が大きいと危険側の誤差を与える傾向にあるので、曲げモーメントの項に拡大係数をかける必要がある。

このような相関関係の簡単な式を使うのではなく、理論的に正確な解を求めようとする場合には、偏心圧縮を受ける鋼柱の耐力を求めた Kármán の方法、すなわち材のすべての部分で内力と外力との釣合い条件を満足させる精解法を使うか、たわみ曲線を cosine 曲線や円弧形等に仮定し材の中央点のみで釣合いを考える略算法の手法をそのまま細長い合成柱に適用することができる。

Bondale⁸⁾ は cosine 曲線と円弧形を仮定した略算法によって耐力を求め、Basu¹³⁾ もこれと同じ方法で耐力を求めて、他の研究者の行った実験値と比べた結果、理論値は実験値と比較的に良く一致することを示した。Basu と Hill¹⁴⁾ や、Roderick と Rogers¹⁵⁾ は撓みを仮定しない方法で解析を行っているが、最大耐力時までは実際のたわみは cosine 曲線に近いことが示されている。したがって耐力を求める目的であれば、略算で充分であろうと思われる。

若林ら¹⁶⁾ は細長い鉄筋コンクリートおよび合成柱の中心ならびに偏心荷重の実験を行なっているが、tangent modulus 理論値、cosine 曲線を仮定した略算式による理論値と比べたところ、鉄筋コンクリート柱では理論と良く一致しているのに対し、合成柱では実験による耐力がやや低目にてている。森野、Huang, Lee¹⁶⁾ はコンクリートと鋼材の $\sigma-\epsilon$ 関係を完全弾塑性に仮定して断面の $M-N-\phi$ 関係を求め Horne の安定限界判定を利用して曲げと圧縮を受ける長柱の耐力を求めている。

2.3 中心圧縮を受けるコンクリート充てん鋼管柱

コンクリート充てん鋼管柱については、鉄骨コンクリート柱よりかなり多くの論文が発表されている。Klöppel と Goder¹⁷⁾, 加藤と金谷¹⁸⁾, Gardner¹⁹⁾, Furlong²⁰⁾, Roderick²¹⁾, Knowels と Park²²⁾, Janss²³⁾ らが実験的研究を行なっている。

充てん鋼管柱にも tangent modulus 理論を適用するのが普通である。この場合、Salani と Sims²⁴⁾,

Gardner¹⁹⁾ のように非常に短い柱の実験資料から求めた tangent modulus を用いれば長柱の理論耐力が正しく求められるが、一般性をもたせるためにはコンクリートの $\sigma-\epsilon$ 関係の式を用いる必要がある。Klöppel と Goder¹⁷⁾, Nnowles と Park²⁵⁾, Virdi と Dowling²⁵⁾ らが用いているように2次のパラボラが簡単に便利である。もともとこの式は断面の曲げ耐力を求める問題に用いられる stress block の面積や重心を求めるには充分正確であるが、最大応力度と最大応力時のひずみ度で規準化した応力-ひずみ曲線の形はコンクリート強度、比重等で異なるので、3次式にするとか、前述の Janss¹¹⁾¹²⁾ らがやっているように直線と2次のパラボラにするなどの工夫が精度をあげるためには必要であろう。なお ACI, FIP-CEB などの規準にコンクリートのヤング係数が圧縮強度と比重の函数として与えられているのでこれを用いる場合もある。Knowles と Park²⁵⁾ はコンクリートの $\sigma-\epsilon$ を2次のパラボラとして、コンクリート部分の tangent modulus 荷重の式を次のように導いている。

$$rN_{cr} = 2qF_c'' A_c (\sqrt{q^2 - 1} - q) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに

$$q = \frac{\pi^2 E_c}{2F_c''} \frac{L^2}{i_c^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

また鉄骨部分の座屈耐力曲線として下式のような AISC の式

$$L/i_s < \sqrt{2\pi^2 E_s / \sigma_y} \text{ のとき} \\ sN_{cr} = \sigma_y A_s \left[1 - \sigma_y \left(\frac{L}{4\pi^2 E_s} \right)^2 \right] \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$L/i_s > \sqrt{2\pi^2 E_s / \sigma_y} \text{ のとき} \\ sN_{cr} = \frac{A_s \pi^2 E_s}{\left(\frac{L}{i_s} \right)^2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

を用いることにし、合成柱の耐力 N_{cr} を与える累加強さ式

$$N_{cr} = rN_{cr} + sN_{cr} \quad \dots\dots\dots (5)$$

を用いることにすれば、細長い合成柱の理論耐力が求められる。彼等はこうにして求めた耐力を Salani と Sims²⁴⁾, Gardner と Jacobson²⁷⁾, Furlong²⁰⁾, Neogi, Sen と Chapman²⁸⁾ の実験結果と比較すると両者はとく一致することを示している。また彼等は3軸応力状態によって耐力が上昇する細長比の限界を求めた。ここでは柱の鉄骨部分には ASCE の式を用い、前述の鉄骨コンクリート柱では Pirapres と Janss¹²⁾ が ECCS の柱の座屈耐力曲線を用いており、いずれも不完全性の入った式を用いているが、双方ともコンクリート部分に対しては全く不完全性を考えていない。しかしコンクリート部分にも不完全性を考えるのが妥当であろうと思われる。

2.4 曲げと圧縮を受ける細長いコンクリート充てん鋼管

Stevens⁷⁾, Bondale⁸⁾, 加藤と金谷¹⁸⁾, Furlong²⁰⁾²⁹⁾, Neogi と Sen²⁸⁾, Janss ら²³⁾ が実験的研究を行っている。

簡単な相関関係の式として Furlong²⁹⁾ は隋円の式を適用してみたが、実験値は理論値よりかなり大きくなった。Knowles と Park は直線の相関関係式は長柱で危険側、短柱で安全側の誤差が大きいといっている。Neogi と Sen²⁸⁾ は Kármán 流の精解と cosine 曲線を仮定した略算式で自身の実験結果のほか加藤と金谷¹⁸⁾, Janss²³⁾ の実験結果と比較して充分な精度で一致することを示している。

このような計算でコンクリートの $\sigma-\epsilon$ 曲線を2次のパラボラと直線等 $M-N$ をうける鉄筋コンクリートの断面耐力を求めるときに用いられる仮定が使われることが多いが、tri-linear¹⁰⁾ や bi-linear¹⁵⁾ の $\sigma-\epsilon$

関係を用いることもある。断面性能を求めるときに精確な値を求めるのが重要か、たわみ曲線を正確に求めた方がよいのかは議論のあるところであろう。

電縫鋼管やスパイラル鋼管は、大きな残留応力をもっており、またH形鋼でも残留応力があるので、これらの残留応力は合成柱の座屈耐力に影響を及ぼすが、これらの影響について検討した例は見当らない。

W. F. Chen と C. H. Chen³⁰⁾は円形および角形の充てん管の柱が曲げと圧縮を受ける場合の問題を柱曲率曲線法³¹⁾を用いて解いた。コンクリートの性状に対する3軸応力状態による影響を見るため、コンクリートの $\sigma-\epsilon$ 関係に関し1軸応力状態の場合、拘束によりじん性だけが上った場合、じん性と強度が上った場合の3種類を仮定して耐力を計算し、Knowles と Park²²⁾ の実験と比較し、円形鋼管の場合でも長さ ϕ と径 ϕ の比が15以上では3軸応力による影響が小さいこと、角形鋼管の場合はさらに影響が小さいことを示した。またChen と Rentschler³²⁾は円形および角形鋼管コンクリートの beam-column の耐力計算を計算機なしで行なえる方法を示した。この方法ではモーメント-曲率-軸力関係を bi-linear の形に理想化している。またACI 318-71の方法が安全側で適切な方法であることを示した。

3. 長柱に関する既往の設計式

3.1 概 説

合成柱の設計式は鉄骨を主に考える方法、RC 柱に準じた考えに基づく計算法、S と RC の和を考える方法の3種に分けられる。鉄骨と鉄筋コンクリートとの複合構造をどのような人によって扱われるかによってこのような方式が分かれたものと考えられる。同構造を鉄骨構造の一種とすべきか鉄筋コンクリート構造の中に入れるべきかについては、どの国でも意見の分かれるところであろう。

3.2 英国系およびドイツの設計式とその提案

(1) 鉄骨コンクリート柱

BS 449では、もともと鉄骨コンクリート柱は鉄骨柱で、コンクリートが多少補強に役立っているという考えによっており、BS 449 (1959) でも中心圧縮柱に関しコンクリートの応力が低くおさえられており、さらにコンクリートによる耐力の増加にも限度を与えている。この規準ではコンクリートの存在によって長柱の耐力が大きくなる要素としてコンクリートによって鉄骨の回転半径が大きくなるという形をとっている。

Jones と Rizk⁵⁾は中心圧縮柱の許容耐力式として、CP114 (1957) の reduction factor α を用いた次式を提案している。

$$N_a = \frac{\alpha}{L F} (A_g F_c + A_s \sigma_y) \dots \dots \dots (6)$$

Bondale は曲げと圧縮を受ける長柱に対する2種類の相関関係式を提案したが、そのうちの一つはモーメント拡大係数を用いた次式である。

$$\frac{N}{N_y} + \mu \frac{M}{M_p} \leq 1 \dots \dots \dots (7)$$

Basu³³⁾は長方形断面を持つ鉄骨コンクリートならびに鋼管コンクリートの長柱に関し、曲げと圧縮を受ける長柱に適用する電算機プログラムを使って実際設計に用いられる範囲でパラメトリックの計算を行い、次のような二次式の形の実験式を作った。

$$\frac{N}{N_y} = K_1 - (K_1 - K_2 - 4K_3) \frac{N_e}{M_p} - 4K_3 \left(\frac{N_e}{M_p} \right)^2 \dots \dots \dots (8)$$

ここに K_1 , K_2 , K_3 は鋼材比、細長比、材の両端の偏心率比に関係するパラメーターである。この計算には不完全性やクリープなどを考慮している⁵⁾。

Virdi と Dawling²⁸⁾は中心圧縮をうける鉄骨コンクリート長柱の設計法を提案した。この方法の特徴は鋼柱に対する ECCS の曲線を合成柱座屈耐力曲線の基本にしていることと、柱の実長と合成柱の圧壊荷重がオイラー荷重に等しくなるような柱の長さの比を、柱の細長比とし、これを用いていることである。すな

わち(9)(10)式で示される $\bar{N}$ と $\bar{\lambda}$ の間に ECCS の曲線の関係があるとしている。

$$\bar{N} = N_{cr}/N_y \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\bar{\lambda} = L/L_e \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$N_y = \sum A_s \sigma_y + A_c \sigma_u \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$L_e = \pi \sqrt{\frac{\sum E_s I_s + E_c I_c}{N_y}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

E_c に対しては CEB あるいは CP114 に与えられている初期勾配をとる。彼は多くの実験結果ならびに $L/1000$ の元湾曲を仮定した厳密な理論値と比較して良い一致を見た。

Dowling らは³⁴⁾ ECCS の座屈委員会の作業班の報告の中で中心圧縮柱に対しては上記の考え、曲げと圧縮を受ける材については(8)式によって設計することを提案している。

Iyenger³⁵⁾ によると英国における最近の設計式の改訂の努力は Basu の研究にもとづいて行われつつある。ACI 318-71 のような最小偏心を考えず、すべての不完全性をまとめて Perry-Robertson の不完全性係数 $(0.0006/D_s)$ を用い、さらに長期荷重に対してはコンクリートの終局ひずみを2倍した $\sigma-\epsilon$ 関係を用いた扱いをしようとしている。

Roik³⁶⁾ らも中心圧縮柱の耐力を前述の Viridi と Dowling²⁶⁾ と全く同じ考えで求めるよう提案している。すなわち細長比 $\bar{\lambda}$ を

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_y}{N_E}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに

$$N_E = \frac{\pi^2}{L^2} (E_s I_s + E_c I_c) \quad \dots\dots\dots (14)$$

で定義し(この $\bar{\lambda}$ の定義は(10)~(12)式による定義と全く同じものである)、 $\bar{\lambda}$ に応じて ECCS から耐力減少係数 R_N を求め次式で座屈耐力を求める。

$$N_{cr} = R_N N_y \quad \dots\dots\dots (15)$$

さらに曲げモーメントと軸力を受ける長柱に対しては、断面の曲げ耐力を軸力に比例して減少させたモーメントにひずみ限界を考慮して0.9を乗じたものを用いている。すなわち

$$M \leq 0.9 \left(M_{p,N} - M_H \frac{N}{N_{cr}} \right) \quad \dots\dots\dots (16)$$

Fig. 1 について説明すれば、曲線は断面の相関関係で、ある細長比の柱の座屈耐力が N_{cr} であるとする、A点での断面の曲げ耐力 M_H は不完全さと長柱の2次のモーメントのために使われ、外部からのモーメントには耐えない。軸力が CDE のレベルの場合、ED が2次のモーメントに使われ、CD だけの外部からのモーメントに耐えるものとしている。したがって、長柱は与えられた軸力に応じて平行線をほどこした部分のモーメントに耐えることになる。

(2) コンクリート充てん鋼管柱

Klöppel と Goder¹⁷⁾ は中心圧縮をうける柱の設計公式として、鋼柱に対する DIN 4114 と同じ考えに基づいた式を示した。すなわち細長比の大きい範囲では理想中心圧縮柱の座屈荷重、小さい範囲では不完全性

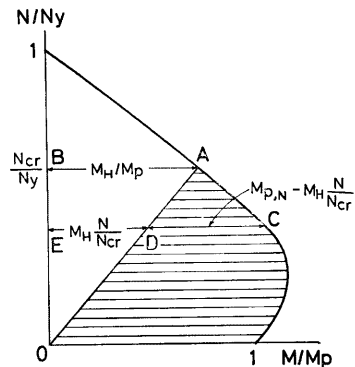


Fig. 1.

を考えた耐力をそれぞれの安全率で割って許容耐力としている。前者については tangent modulus 理論を用い、後者については cosine 曲線を仮定した略算式で計算している。なおクリープに関連する荷重がある場合はその荷重を増加するようにしている。

Iyenger⁶⁾によると鋼管構造開発に関する国際委員会 (CIDECT) は英国における研究にもとずき、鋼管コンクリートの長柱が曲げと軸力を受ける場合のデザインマニュアルを作った。これは ACI 318—71の規定と非常によく似た考えによっており、モーメント拡大係数 δ を用いている。

Knowles と Park²²⁾²⁵⁾ は(1)～(5)式を中心圧縮柱の耐力式として提案している。

Virdi と Dowling²⁶⁾ は鉄骨コンクリート柱で述べた方法が充てん鋼柱にも適用できるとしている。ただし柱の長さとし直径の比が25以下の場合は3軸応力状態を考慮しコンクリートの圧縮強度を高く見積り、代わりに鋼材の降伏点を低くすることとしている。

Roik ら⁶⁾ は細長いコンクリート充てん鋼管が曲げと圧縮を受ける場合の設計式として次式を提案している。

$$\frac{1+\epsilon \cdot R_N}{R_N^2} \left(\frac{N}{N_y} \right)^2 - C \frac{N}{N_y} + \frac{M_m}{M_p} \leq 1 \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに

$$C = \frac{e N_y}{s N_y} \quad \dots\dots\dots (18)$$

3.3 北米における設計式とその提案

(1) 鉄骨コンクリート

ACI 318—63 では、中心圧縮を受ける長柱の耐力式として、ヤング係数比を100とした次式を与えている。

$$N_a = A_s f_s \left(1 + \frac{A_g}{100 A_s} \right) \quad \dots\dots\dots (19)$$

ACI 318—71 では最小の偏心を考え、すべての柱を曲げと圧縮を受ける長柱として扱うことにしている。この最小偏心量はコンクリート充てん鋼管柱でせいり5%、鉄骨コンクリート柱で10%となっている。

曲げと圧縮を受ける長柱の座屈耐力を求めるには、次式で示されるモーメント拡大係数 δ を用いる。

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{N}{\phi N_B}} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに

$$N_B = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad \dots\dots\dots (21)$$

で EI は

$$EI = \frac{E_c I_g}{1 + \beta_d} \quad \dots\dots\dots (22)$$

を用いてもよく、また次式を用いてもよい。

$$EI = \frac{E_c I_g}{5} + E_s I_s \quad \dots\dots\dots (23)$$

(2) コンクリート充てん鋼管柱

ACI 318—63 では、次式で許容軸荷重を与えている。

$$N_a = 0.25 F_c \left(1 - 0.00025 \frac{L^2}{r_c^2} \right) A_c \quad \dots\dots\dots (24)$$

Gardner²⁷⁾ は ACI 318—63 の(24)式の鋼管部分の項が空の鋼管の値に一致しないことから修正式を提案した。この式ではコンクリート部分、鋼管部分それぞれについて長柱作用による耐力減少を考慮して、両耐力を累加している。

ACI 318—71 では充てん管の柱も鉄骨コンクリート柱と統一された。

3.4 日本建築学会の設計式

日本では大きい地震力のために柱が通常太短かく、細長比の影響が余り問題にならないことが多く、日本建築学会の設計式でもモーメント、軸力の双方に拡大係数 μ を用いる古い形式がとられている。すなわち $H_h/i > 50$ の場合に次式による μ を設計用曲げモーメントおよび軸力に乘ずる。

$$\mu = \frac{100}{150 - H_h/i} \dots\dots\dots (25)$$

ここに断面2次半径 i は、鉄骨コンクリートの場合コンクリート断面の2次半径とし、コンクリート充てん鋼管では、鋼管外径の $\sqrt{2}$ とする。細長比は100以下に制限されているが、細長比による耐力の減少率は CP 114 (1964) の値とほとんど同じである。

4. 設計式の提案

4.1 提案の基本的考え方

提案式を採用するに当たって次のような考えによった。

- 1° 鉄骨コンクリート柱もコンクリート充てん鋼管柱も基本的には同じ性質をもっているものであるから、統一した設計式とする。
- 2° 中心圧縮柱と、曲げと圧縮を受ける長柱の設計式とが統一した考えで組立てられているべきである。
- 3° 鉄骨部分、鉄筋コンクリート部分の両方がもっている不完全性を、そのまま設計式に反映させる。
- 4° 短柱の設計式とのつながりが良いことが望ましい。

上記のうち3°について説明が加えられれば次のようである。ACI 318—71 の場合、鉄筋コンクリート柱としての最小偏心量の考えを合成柱に適用しているため、鉄骨部分の耐力減少が大き過ぎ、コンクリートの存在による裸鉄骨より耐力が減少するような矛盾がでる。AIJ 75 の方法でも同じである。Knowles と Park²²⁾²⁵⁾、Janss¹¹⁾¹²⁾ らは鉄骨の耐力に対しては AISC や ECCS の長柱の耐力線を用いているが、コンクリートには不完全性を考えていない。また Virdi と Dowling²⁶⁾ は鉄骨とコンクリートの両方に対して ECCS の長柱の耐力線を適用している。結果的にはほぼ妥当な値が得られているが、本来鉄筋コンクリート部分は鉄骨部分とは別の不完全性を考えるべきものである。日本の鉄骨鉄筋コンクリート規準では短柱で累加式を使用しているので、4°であげているように、長柱でもこれに近いものが望ましい。以上の基本的要求を満足する方法として、累加強度式を採用する。累加強度式を用いる場合、鉄骨部分と鉄筋コンクリート部分とを全く別の設計式によって設計できる利点がある。すなわち鉄骨部分は米国式、鉄筋コンクリート部分はヨーロッパ連合式によるということも可能である。さらに両部分の設計式が改訂になっても、累加式はそのままでよく変える必要がないという利点がある。

4.2 提案する終局耐力式

(1) 中心圧縮柱

中心圧縮柱の終局耐力は鉄骨コンクリート柱、コンクリート充てん鋼管柱にかかわらず、次式によって求める。

$$N_{cr} = sN_{cr} + rN_{cr} \dots\dots\dots (26)$$

ここに sN_{cr} は不完全性をもった鉄骨柱の座屈耐力であり、 rN_{cr} は不完全性を持った鉄筋コンクリート柱の座屈耐力である。終局耐力型の設計式の場合は設計荷重に荷重係数を乗じた値が N_{cr} より大きくないことを検証すればよい。 sN_{cr} としてたとえば ECCS の柱の耐力曲線、ASCE の柱の耐力曲線などを用いる。 eN_{cr} として、たとえば最小偏心量を考えた ACI の座屈耐力、あるいは CEB の方法などを用いる。ただ

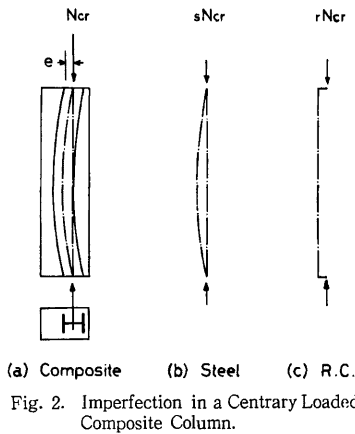


Fig. 2. Imperfection in a Centrally Loaded Composite Column.

$M_m \geq sM_p, N \leq rN_{cr}$ の場合

$$\left. \begin{aligned} N &= rN \\ M_m &= rM + sM_p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

$M_m < sM_p, N > rN_{cr}$ の場合

$$\left. \begin{aligned} N &= rN_{cr} + sN \\ M_m &= sM \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

Fig. 3 の QJGDP は(27)(28)式を表わし、これは点線で示される鉄筋コンクリート長柱の相関曲線、破線で示される鉄骨長柱の相関曲線の単なる累加で得られるものである。これらの两部分の相関曲線では、細長比の影響、すなわちたわみによる付加曲げモーメントはそれぞれに考慮がされている。しかし累加するときに生ずる軸力の影響が正しく考慮されていないので、この累加耐力はそのまま終局耐力とすることはできない。すなわちモーメントの耐力をこれより低減する必要がある。たとえば曲線 QJGDP 上の G 点で表わされる点についてみると、この点は中心圧縮をうける鉄筋コンクリート柱の圧縮耐力を表すベクトル $\vec{OE}$ と、純曲げモーメントをうける鉄骨柱の曲げ耐力を表すベクトル $\vec{OL}$ との和で表わされる。鉄骨柱が曲げ耐力を発揮するためには、鉄骨柱は曲率が生じなければならない。したがって鉄骨と一体になっている鉄筋コンクリート柱の方も曲がらなければならない。鉄筋コンクリート柱には軸力が働いているから、付加曲げモーメントが生ずる。したがって合成柱の真の曲げ耐力は低減して G 点から F 点へ移さなければならない。F 点における曲げモーメントは sM_p から $sM_p \cdot rN_{cr}/N_B$ を差引くことによって得られる。ここに N_B は合成柱のオイラー荷重である。同様な考えから、C 点は D 点のモーメントから $M \cdot rN/N_B$ を差引くことによって求められる。J 点はベクトル $\vec{OH}$ と $\vec{HJ}$ の和で与えられるから、ベクトル $\vec{EH}$ によって与えられる軸力の 2 次の影響は鉄骨柱の相関曲線を求めるときにすでに考慮してある。しかし $\vec{OE}$ によって与えられる軸荷重の曲げ耐力に及ぼす影響は再び考える必要がある。したがって J 点のモーメントを $sM \cdot rN_{cr}/N_B$ だけ低減する必要がある。このようにして Fig. 3 の曲線 QJGDP を QIFCP まで低減してやれば真の耐力線が得られることになる。モーメントの低減を式で示せば次のようになる。

$M_m \geq sM_p, N \leq rN_{cr}$ の場合

$$M = M_m - sM_p \frac{rN}{N_B} \dots\dots\dots (29)$$

$M_m < sM_p, N > rN_{cr}$ の場合

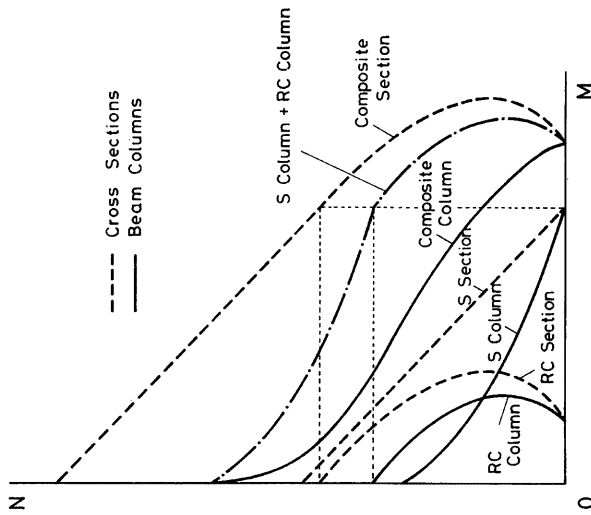


Fig. 4. Superposed Strength of Composite Section and Beam-Column

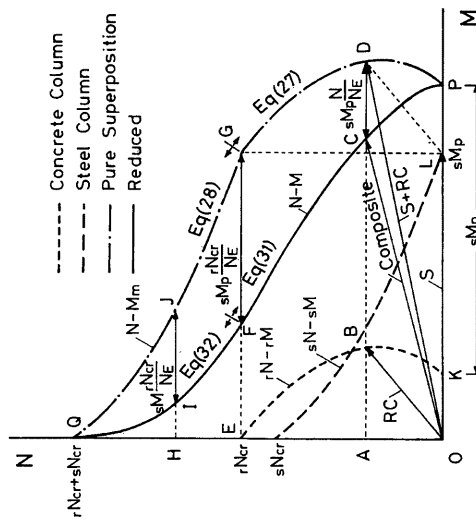


Fig. 3. Approximation of the Superposed Strength of a Composite Beam-Column

$$M = M_m - sM \frac{rN_{cr}}{N_B} \dots\dots\dots (30)$$

(29) (30)式を(27) (28)式に代入することによって正しい累加耐力線 QIFCP を表わす次式が得られる。

$$\begin{aligned} M \geq sM_p \left(1 - \frac{rN_{cr}}{N_B}\right) \text{ または } N \leq rN_{cr} \text{ のとき} \\ \left. \begin{aligned} N &= rN \\ M &= rM + sM_p \left(1 - \frac{rN}{N_B}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M < sM_p \left(1 - \frac{rN_{cr}}{N_B}\right) \text{ または } N > rN_{cr} \text{ のとき} \\ \left. \begin{aligned} N &= rN_{cr} + sN \\ M &= sM \left(1 - \frac{rN_{cr}}{N_B}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

ここに N_B は合成柱のオイラー荷重で

$$N_B = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \dots\dots\dots (33)$$

合成柱の曲げ剛性は鉄骨、鉄筋およびコンクリートの曲げ合成の和となるが、コンクリートの曲げ剛性は直圧柱では $E_c I_c$ であるが、(31), (32)式の N_B の場合は、コンクリート部分は曲げと軸力を受けているため、コンクリートの剛性は $E_c I_c$ より低いと考えられ、純曲げで最も低く、偏心率が小さくなるに従い増加して、偏心率が0で $E_c I_c$ となるはずである。ここでは簡単のため ACI の設計規準にならい、偏心率にかかわらず $\frac{1}{5} E_c I_c$ をとることとする。

(31) (32)式中の sN , sM すなわち曲げと軸力を受ける純鉄骨の柱の耐力はどのようにして求めてもよいが、たとえば AISC の式を用いれば、

$$\frac{sN}{sN_{cr}} + \frac{sM}{sM_p \left(1 - \frac{sN}{sN_B}\right)} = 1 \dots\dots\dots (34)$$

で与えられる。ここに中心圧縮耐力 sN_{cr} は(26)式におけると同様にたとえば ECCS や AISC の柱の座屈耐力曲線によって求める。

鉄筋コンクリート部分の耐力の計算にも種々の方法が考えられる。たとえば ACI の方法に従うならば、次式によって与えられる rM_m を求め

$$rM_m = \frac{rM}{1 - \frac{rN}{rN_B}} \dots\dots\dots (35)$$

鉄筋コンクリート柱の断面が rN と rM_m を受けるものとして設計する。ただし ACI 規準のように最小限の偏心を与えるか、 rN が(26)式で用いている rN_{cr} をこえないという条件を設ける。

Fig. 4 は鉄骨柱、鉄筋コンクリート柱の断面の耐力および曲げと圧縮をうける長柱の耐力、断面耐力の和、長柱耐力の単純和、およびこれを低減させて求めた合成柱の耐力の関係を示す。

4.3 累加強度による終局耐力式の誤差

(1) 中心圧縮柱

提案式は中心圧縮柱に不完全性を考えているので、設計上中心圧縮を受ける柱の耐力は曲げと圧縮を受ける長柱の耐力として求めることになるが、先ず理想的中心圧縮柱の耐力を tangent modulus 理論で求め、これと鉄骨柱、鉄筋コンクリート柱の tangent modulus 荷重の和と比較することによって、累加式を座屈問題に適用した場合の誤差について検討する。

tangent modulus 理論値を求めるに当たって、次の仮定と数値を採用した。鋼材の $\sigma - \epsilon$ 関係は **Fig. 5 (a)**

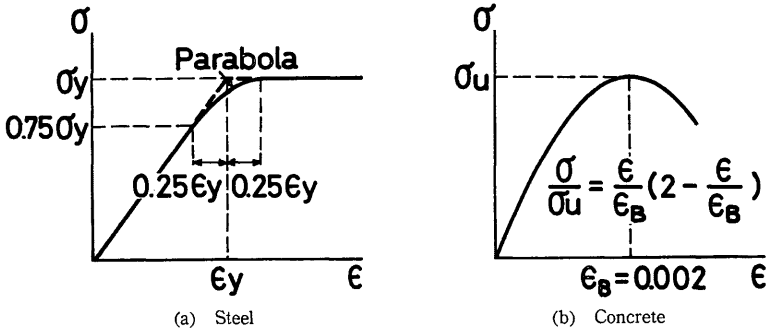


Fig. 5. Stress-Strain Curve for Tangent Modulus Theory

に示すように比例限度を $0.75\sigma_y$ とし、以後を2次のパラボラとした。降伏点は $\sigma_y = 2.4, 4.1, 6.0 \text{ t/cm}^2$ の3種とする。コンクリートについては Fig. 5(b) に示すように2次のパラボラとした。最大耐力以後そのまま耐力が低下するようにしてあるので、鋼材の降伏ひずみが多い場合など、合成柱の耐力が実際より低めに計算される。コンクリートの圧縮強度は $\sigma_u = 300 \text{ kg/cm}^2$ とする。鋼材比 A_s/A_c 1%, 3%, 10%, 20% とし、断面は Fig. 6 に示す3種とする。H形鋼の強軸に関し座屈する場合、ウェブのない理想断面とし $h/D = 0.4, 0.6, 0.8$ とする。

H形鋼の弱軸まわりに座屈する場合、 $h/D = 0.4, 0.6$ とする。

鋼管コンクリート柱では前述した σ_y と A_s/A_c が変数となる。

Fig. 7(a)～(h) は強軸曲げ座屈を生ずる鉄骨コンクリート柱の細長比と座屈耐力との関係の計算結果の一部を示す。縦軸は座屈耐力と合成柱の降伏軸力の比(9)式、横軸は(10)式による無次元量をとってある。図中破線は鉄骨柱の耐力、点線はコンクリート柱の耐力、鎖線は両者の累加すなわち提案式を示し、実際は一体としたときの精密解を表わす。強軸座屈の場合、各パラメータと誤差の関係は次のようである。

- 1° 誤差は全般的にきわめて少ない。
- 2° 鋼材比が大きい程差が大きくなる。
- 3° 降伏点が 2.4 t/cm^2 の場合と 4.1 t/cm^2 の場合とでは変らないが、 6 t/cm^2 では短柱で危険側の誤差が生ずる。コンクリートの最大応力時のひずみより鋼材の降伏ひずみが多いためである。
- 4° 鉄骨の断面2次半径 i_s がコンクリートの2次半径 i_c とほぼ等しい場合 ($h/D = 0.6$) が最も誤差が少く、 $i_s < i_c$ の場合 λ の大きいところで安全側の誤差、 $i_s > i_c$ の場合中程度の λ で安全側、 λ の大きいところで危険側の誤差がでる傾向がある。

Fig. 8(a)～(h) は弱軸曲げ座屈を生ずる鉄骨コンクリート柱の耐力曲線を示す。この場合、強軸座屈に關する性状の1°, 2°, 3° はそのままあてはまる。弱軸座屈の場合は常に $i_s < i_c$ なので、 h/D が大きい程一致

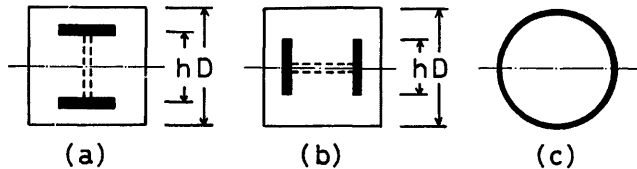


Fig. 6. Cross Sections Considered

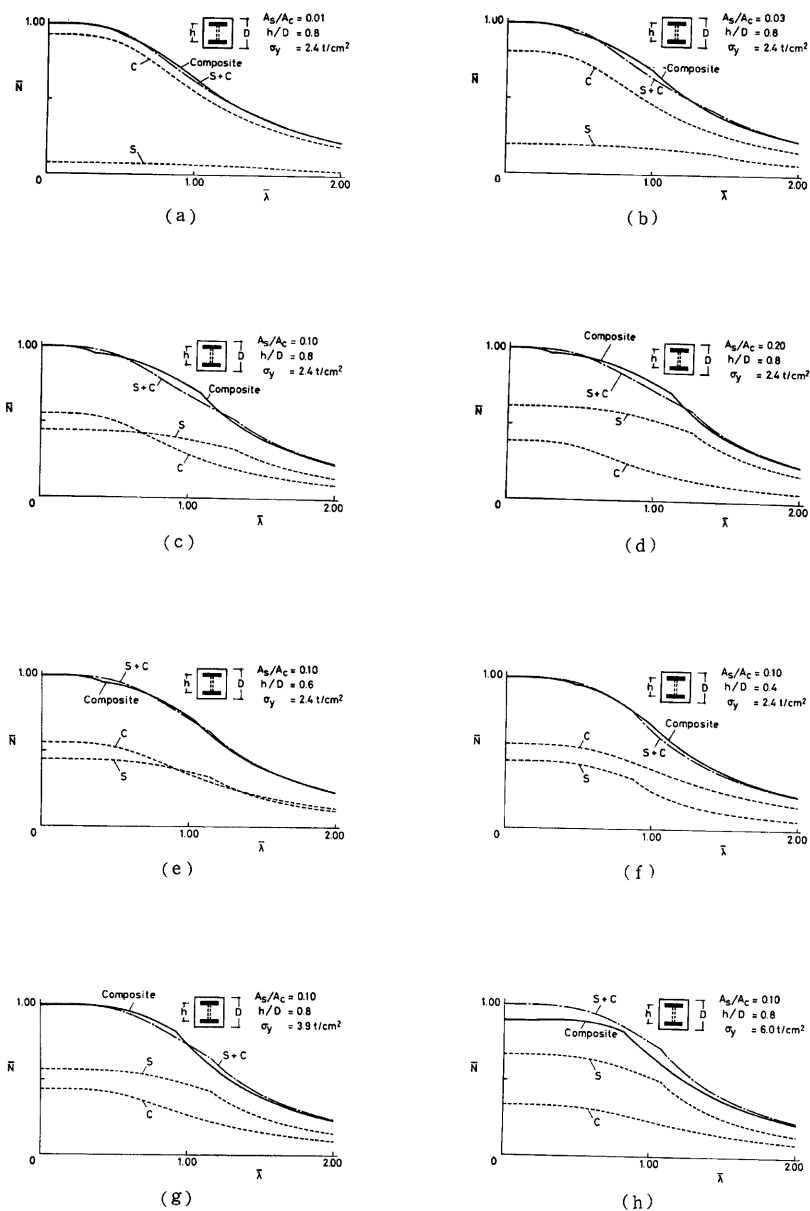


Fig. 7. Encased Column Curves: Strong-Axis Buckling

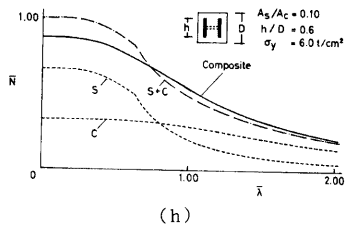
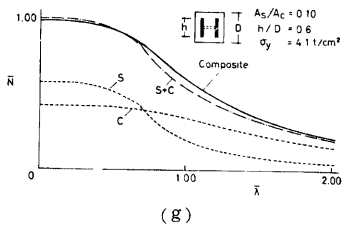
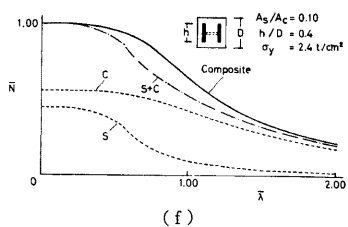
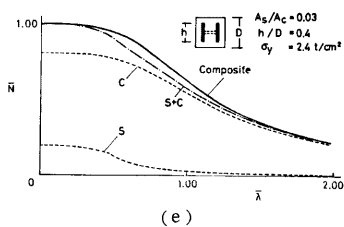
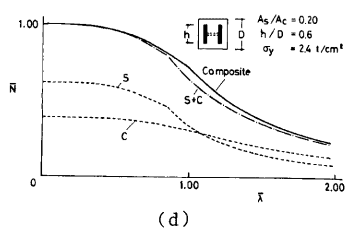
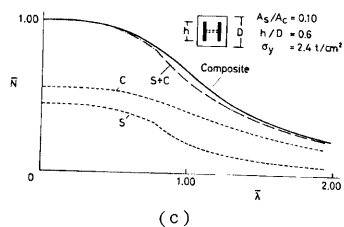
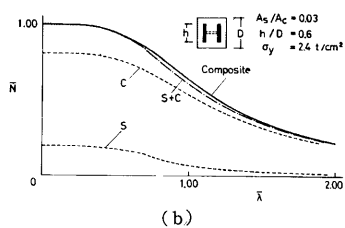
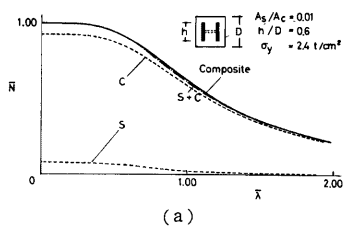


Fig. 8. Encased Column Curves: Weak-Axis Buckling.

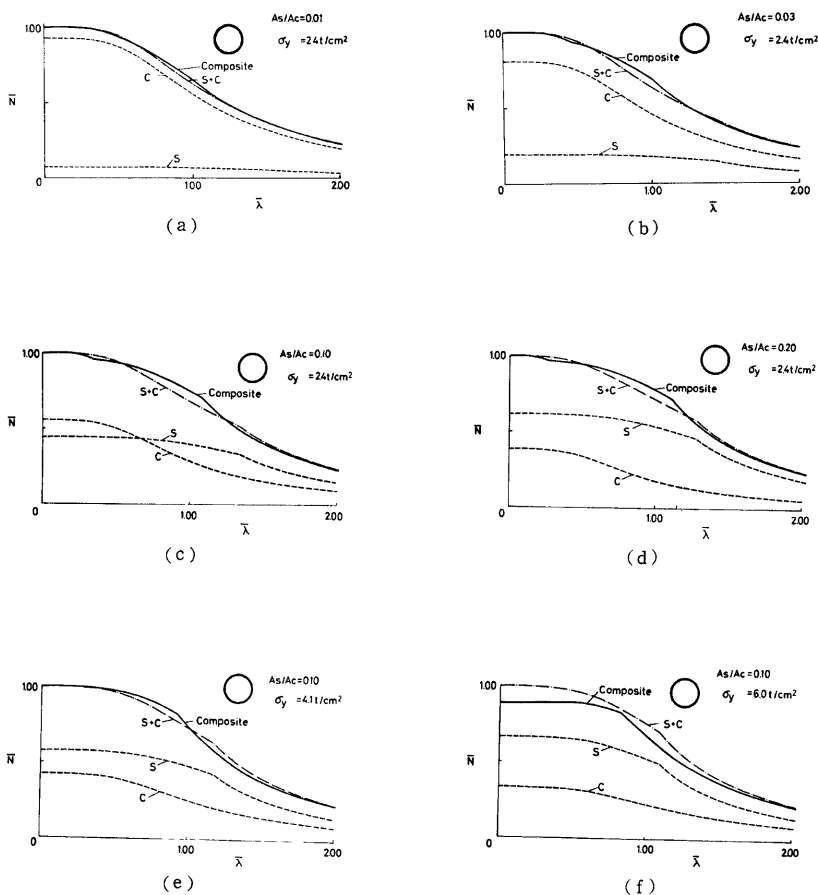


Fig. 9. Column Curves of Concrete Filled Steel Tubular Columns.

し、 h/D が小さくなると短柱域を除き安全側の誤差が大きくなる。

Fig. 9(a)~(f) は鋼管コンクリートの耐力線を示す。強軸座屈の場合の性状 1° , 2° , 3° はそのままではまる。鋼管の場合は $i_s \approx 1.4i_c$ なので 4° の $i_s > i_c$ のときと同様、 $\bar{\lambda}$ の中程のところで安全側、 $\bar{\lambda}$ の大きいところで危険側の誤差がでている。

(2) 曲げと圧縮を受ける柱

曲げと圧縮を受ける細長い合成柱の耐力の精算値と前述の累加式との比較を行なった。精算値としては、たわみ形を cosine 曲線と仮定し、材の中央点でのみ力の釣合を満足させる方法によった。鋼材とコンクリートの応力ひずみ曲線は **Fig. 10** に示すように仮定した。採用した材は理想H形断面をもつ鉄骨コンクリート柱が強軸曲げを受ける場合と、弱軸曲げを受ける場合、ならびにコンクリート充てん鋼管柱であり、中心圧縮柱の **Fig. 6** と同じである。鋼材の降伏点 $\sigma_y = 2.4 \text{ t/cm}^2$ 。コンクリートの圧縮強度 $\sigma_u = 300 \text{ kg/cm}^2$ 。

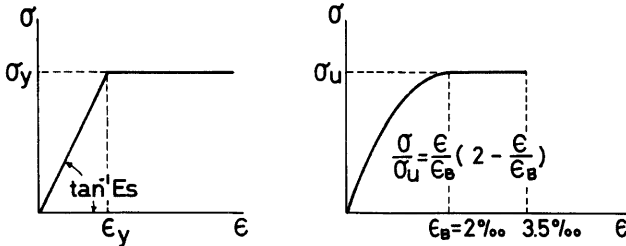


Fig. 10. Stress-Strain Curve for Beam Column Analysis

鋼材比 $A_s/A_c=10\%$, 3% 。鉄骨コンクリート断面の、鉄骨せいとコンクリートせいの比 $h/D=0.8$ (強軸曲げを受ける場合), 0.6 (弱軸曲げを受ける場合)。合成柱の材長 $L/D=20, 30, 40, 50$ の4種類。さらにコンクリート充てん鋼管柱に関する Roik の計算結果と比較するため、2種類の断面についての比較計算を行った。

なお、オイラー荷重を計算する際の EI のうちコンクリートの曲げ剛性として $0.2E_cI_c$ をとることにしたが、参考のため E_cI_c を用いた場合の値も示した。

Fig. 11 は理想 H 形断面を持つ柱が強軸曲げを受ける場合の相関関係を示す。実線は前述の方法による精算値、破線は累加式でコンクリートの曲げ剛性として E_cI_c を用いた場合、鎖線は $0.2E_cI_c$ を用いた場合の累加式、すなわち提案式である。 $A_s/A_c=0.10$ の場合、提案式はわずかな安全側の誤差を伴うだけで充分正確な値を示している。 $A_s/A_c=0.3$ では細長比が大きくなると相関曲線の精算値は折れ曲った形になってくるために E_cI_c を用いた累加式は危険側の誤差をもつようになるが、本論文で提案するように $0.2E_cI_c$ を用いた場合は安全側の誤差に止まっている。ただし中心圧縮耐力が tangent modulus 理論による中心圧縮耐力と一致しないところがでてくる。

Fig. 12 は弱軸曲げを受ける場合である。 $A_s/A_c=0.10$ の場合、曲げ軸に近いところでは累加式は精算値に比べて大きい安全側の誤差をもっているが、これは累加式として一般化した式でなく簡単な式を用いているためである。曲げと軸力とを同時に受ける場合、相関曲線の精算値は内側に向って折れ曲がる傾向があるのに対し、累加式は外側に凸の形をしているため曲げ剛性を E_cI_c とした場合はかなりの危険側の誤差を生じている。しかし本論文で提案するように $0.2E_cI_c$ を用いればすべて安全側の評価としていることになる。 $A_s/A_c=0.03$ の場合についてもほぼ同様のことがいえる。

Fig. 13 にはコンクリート充てん鋼管柱の場合の精算値と累加式による相関曲線が比較してある。曲げ軸に近いところでは、前述の弱軸曲げの場合と同様の理由で累加式による値が精密解より小さくなっている。その他は全般的に累加式に非常に良い近似を与えている。 $A_s/A_c=0.03$ の場合で、 λ が1.5以上では弱軸曲げの場合と同様相関曲線の精密解が折れ曲がるため、曲げ剛性として E_cI_c をとると危険側の誤差を生ずるが、 $0.2E_cI_c$ をとった場合は妥当な値を与えている。

Fig. 14 には Roik⁽³⁵⁾が計算した例について、たわみ曲線を仮定しない Roik の精解と、今回行った cosine 曲線を仮定した精解と、累加式とが比較してある。cosine 曲線を仮定した解と Roik の厳少解とはほとんど完全に一致しており、理論値としては本論文で用いたもので良いことがわかる。さらに累加式が十分に良い近似であることも示されている。

4.3 提案する許容耐力式

わが国のように許容応力度型の設計法を用いている場合には、前述の終局耐力の累加式を修正する必要がある。合成柱、鉄骨柱、鉄筋コンクリート柱に対する安全率をそれぞれ ν , ν_b , ν_r とし、鉄骨断面の形状係数を f とすれば、終局耐力の累加強度式(31)(32)式は許容耐力を求める次式のように変形できる。

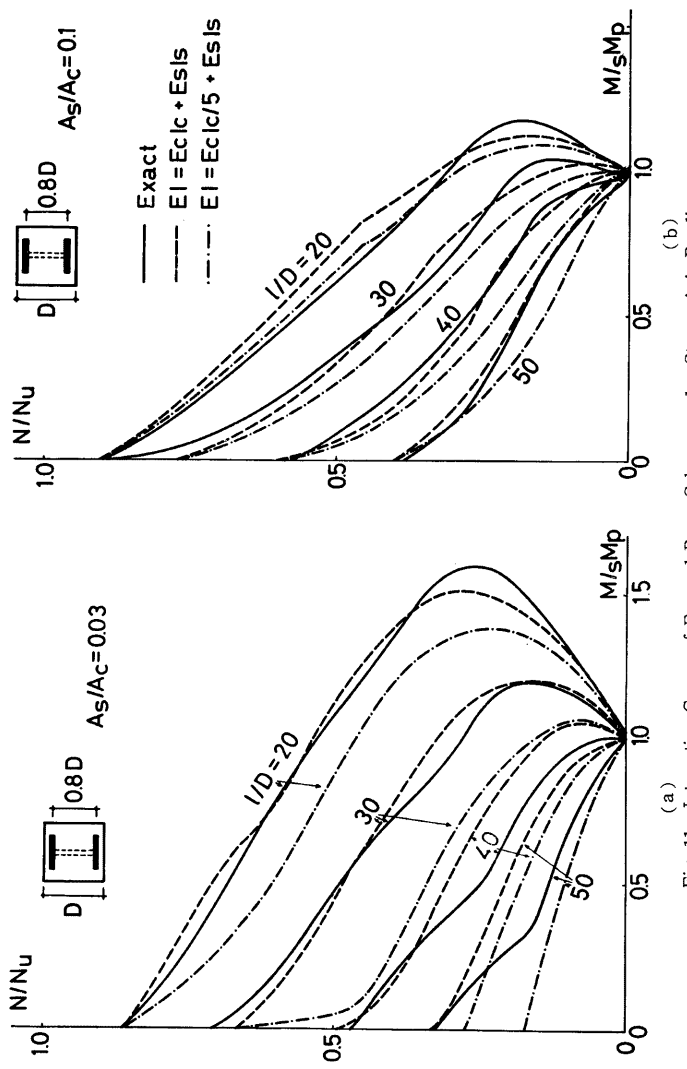


Fig. 11. Interaction Curves of Encased Beam-Columns under Strong-Axis Bending

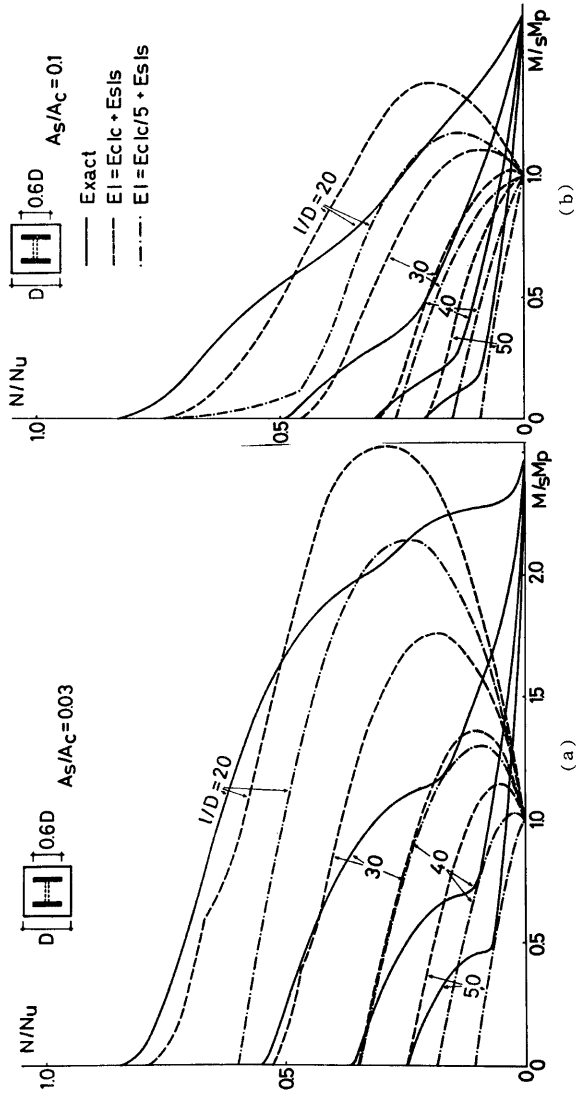


Fig. 12. Interaction Curves of Encased Beam-Columns under Weak-Axis Bending

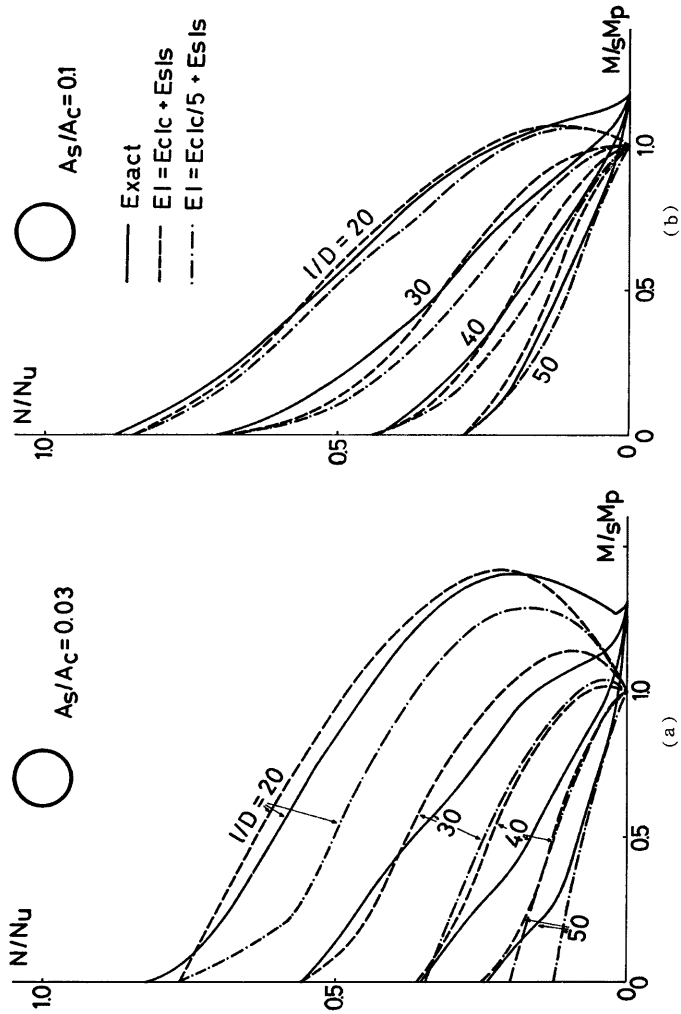


Fig. 13. Interaction Curves of Concrete Filled Steel Tubular Columns

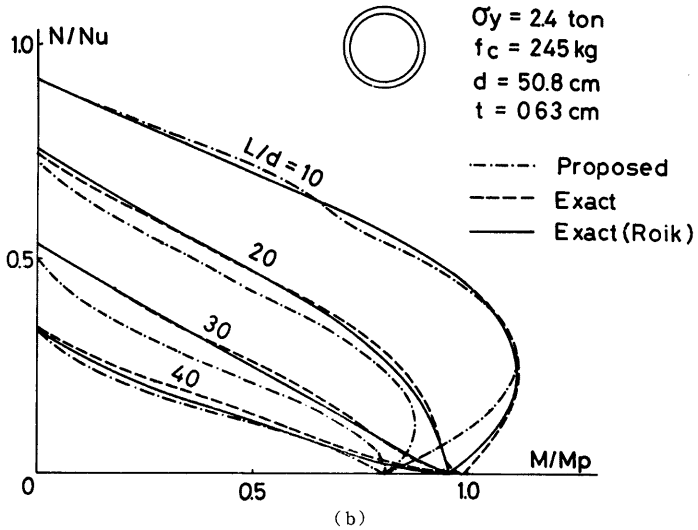
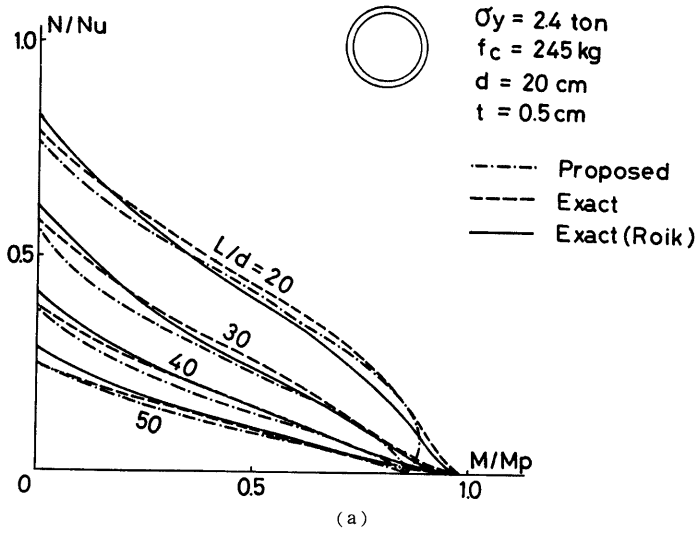


Fig. 14. Interaction Curves of Concrete Filled Steel Tubular Columns

$$M \geq \frac{s\nu}{\nu} \cdot f \cdot s M_0 \left(1 - \frac{r\nu_r N_0}{N}\right) \text{ のとき}$$

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{r\nu}{\nu} r N \\ M &= \frac{r\nu}{\nu} r M + \frac{s\nu}{\nu} \cdot f \cdot s M_0 \left(1 - \frac{r\nu_r N_0}{N}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

$$N < \frac{s\nu}{\nu} \cdot f \cdot s M_0 \left(1 - \frac{r\nu_r N_0}{N}\right) \text{ のとき}$$

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{r\nu}{\nu} r N_0 + \frac{s\nu}{\nu} s N \\ M &= \frac{s\nu}{\nu} s M_a \left(1 - \frac{r\nu_r N_0}{N}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (37)$$

ここで、 $s\nu/\nu \cdot f = 1$, $r\nu/\nu = 1$ とすれば(35)(36)式は次式のように表わされる。

$$M \geq s M_0 \left(1 - \frac{r\nu_r N_0}{N}\right) \text{ のとき}$$

$$\left. \begin{aligned} N &= r N \\ M &= r M + s M_0 \left(1 - \frac{r\nu_r N_0}{N}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (38)$$

$$N < s M_0 \left(1 - \frac{r\nu_r N_0}{N}\right) \text{ のとき}$$

$$\left. \begin{aligned} N &= r N_0 + s N \\ M &= s M \left(1 - \frac{r\nu_r N_0}{N}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

すなわちこれらの式は終局耐力の累加式(31)(32)式とほぼ同じ形であるが、モーメントを修正する項の分子が中心圧縮を受ける鉄筋コンクリート柱の許容軸力 rN_0 でなく、 $r\nu_r N_0$ を用いるだけが違っている。

なお、設計上中心圧縮を受ける場合は、(39)式で $sM = 0$ とおけばよく、中心圧縮耐力は鉄筋コンクリート柱と鉄骨柱の中心圧縮耐力の和となる。

5. 結 論

中心圧縮または曲げと圧縮を受ける細長い合成柱の耐力を鉄筋コンクリートの長柱の耐力の和であるとする設計法を提案した。ただし曲げと圧縮を受ける長柱の場合単純に累加して求めたモーメントを低減する必要がある。

この方法によれば鉄筋コンクリート柱および鉄骨柱のもっている不完全性や施工の誤差による低減係数をそのまま採用することができること、両部分を全く別々の設計規準で設計することができること、計算式が簡単であること、物理的意味が明確であることなどの利点をもっている。

提案した終局強度に関する累加式を、中心圧縮を受ける合成柱の tangent modulus 理論値について適用したところ、誤差は全般的に非常に小さく、鉄骨量が小さい程、両者の細長比が近い程誤差が小さくなることがわかった。

曲げと圧縮を受ける合成柱に関し、たわみ曲線の形を cosine 曲線と仮定して求めた理論耐力と、累加式による耐力と比較した。オイラー荷重を求めるときのコンクリートの曲げ剛性として $E_c I_c$ をとった場合、H形断面が弱軸曲げを受ける場合のほか、強軸曲げおよびコンクリート充てん鋼管で鋼材比が小さく、しかも細長比の大きいところで危険側の誤差を伴う。しかし本論文で提案しているように $0.2 E_c I_c$ をとる場合、すべて小さい安全側の誤差に留まっている。

記 号

A_c = コンクリート柱の断面積

- A_g = 柱の全断面積
 A_s = 鉄骨柱の断面積
 C_m = 材端モーメントによる係数
 C = コンクリートコアの最大耐力と鋼管の降伏耐力との比
 D = 合成柱のせい
 D_s = 形鋼のせい
 E = ヤング係数
 E_c = コンクリートのヤング係数
 E_s = 鋼材のヤング係数
 F_c = 標準シリンダーによるコンクリート圧縮強度
 F_c'' = 柱のコンクリートの圧縮強度
 f = 形状係数
 f_c = コンクリートの許容圧縮応力度
 f_c' = 柱のコンクリートの許容圧縮応力度
 f_s = 鋼材の許容圧縮応力度
 h = 鉄骨のせい
 H_h = 柱の最大補強点間距離
 I = 柱断面の2次モーメント
 I_c = コンクリート断面の2次モーメント
 I_g = 全断面の2次モーメント
 I_s = 鉄骨断面の2次モーメント
 i = 合成柱またはコンクリート充てん鋼管の2次半径
 i_c = コンクリートコアの2次半径
 i_s = 中空管の2次半径
 K_1, K_2, K_3 = 曲げと圧縮を受ける長柱の耐力を計算するときのパラメーター
 L = 柱の長さ, 柱の有効長さ
 L_c = 柱の等価長さ
 LF = 荷重係数
 M = 曲げモーメント
 M_m = 合成柱の拡大した曲げモーメント
 M_p = 合成柱の全塑性モーメント
 rM = 鉄筋コンクリート部分で分担される曲げモーメント
 rM_m = 鉄筋コンクリート部分で分担される拡大した曲げモーメント
 sM = 鉄骨部分で分担される曲げモーメント
 sM_0 = 鉄骨部分が単純曲げを受ける場合の許容曲げモーメント
 sM_p = 鉄骨断面の全塑性モーメント
 N = 軸力
 $\bar{N}$ = 無次元化した軸力
 N_a = 柱の許容軸荷重
 N_{cr} = 柱の座屈荷重
 N_B = 柱のオイラー荷重
 N_y = 柱の降伏荷重
 N_u = 短柱の最大軸荷重

- eN_y = 鋼管コンクリートのコンクリート部分の短柱強度
 rN = 鉄筋コンクリート部分で分担される軸荷重
 rN_c = 鉄筋コンクリート部分が純圧縮を受けるときの許容軸力
 rN_{cr} = 無筋コンクリート柱あるいは鉄筋コンクリート柱の座屈荷重
 sN = 鉄骨部分で分担される軸荷重
 sN_{cr} = 不完全性のある鉄骨性の座屈荷重
 sN_y = 鉄骨柱の降伏軸荷重
 sp_c = 圧縮側鉄骨断面積の全断面積に対する比
 q = (2)式で与えられるパラメーター
 R_N = 低減係数
 W = コンクリートの単位重量 (ポンド/立方フィート)
 α = 長柱の耐力減少係数
 β_d = コンクリートのクリープ係数
 δ = 拡大係数
 ϵ_{cu} = コンクリートの最大圧縮ひずみ
 λ = 細長比
 $\bar{\lambda}$ = 細長さを表わす係数
 μ = 拡大係数
 ν, ν_s, ν_r = それぞれ合成柱, 鉄骨柱, 鉄筋コンクリート柱に対する安全率
 σ_y = 鋼材の限伏点
 σ_u = 柱のコンクリートが達しうる最大圧縮応力点
 ϕ = 耐力低減係数

参 考 文 献

- 1) Wakabayashi, M.: Steel Reinforced Concrete-Elastic Plastic Behavior of Members, Connections and Frames, Proceedings of the National Conference on Tall Buildings, ASCE-IABSE Joint Committee, Tokyo, 1973, Part III pp. 23—36.
- 2) Tomii, M., Matsui, C. and Sakino, K: Concrete Filled Steel Tube Structures, Proceedings of the National Conference on Tall Buildings, ASCE-IABSE Joint Committee, Tokyo, 1973, Part III pp. 55—72.
- 3) Naka, T: Steel Reinforced Concrete-Structural System and Design Specification,” Proceedings of the National Conference on Tall Buildings, ASCE-IABSE Joint Committee, Tokyo, 1973, Part III pp. 9—22.
- 4) Task Committee on Composite Construction of the Committee on Metals of the Structural Division, “Composite Steel-Concrete Construction”, Journal of the Structural Division, Proceedings of ASCE, ST 5, May 1974, pp. 1085—1139.
- 5) Iyenger, S. H: Chapter 19, Composite Columns, Draft for the Column Research Council Guide to Stability Design Criteria for Metal Compression Members, Third Edition (from the personal correspondence).
- 6) Jones, R., and Rizk, A. A., “An Investigation of the Behavior of Encased Steel Columns under Load”, The Structural Engineer (London), Vol. 41, No. 1, Jan. 1963, pp. 21—33.
- 7) Stevens, R. F: Encased Stanchions, The Structural Engineer (London), Vol. 43, No. 2, Feb. 1965, pp. 59—66.
- 8) Bondale, D. S: Column Theory with Special Reference to Composite Columns, The Consulting Engineer (London); Vol. 30, No. 7, July 1966 pp. 72—77; Vol. 30, No. 8, Aug., 1966, pp. 43—

- 48, Vol. 30, No. 9, Sept., 1966, pp. 68—70.
- 9) Procter, A. : N. 'Full Size Tests Facilitate Derivation of Reliable Design Methods', Consulting Engineer, London, Vol. 31, No. 8, August 1967, pp. 54—55, 57—58, 60.
 - 10) Roderick, J. W., and Rogers, D. F. : 'Load Carrying Capacity of Simple Composite Columns', Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 95, No. ST 2, Feb. 1969, pp. 209—228.
 - 11) Anslijn, R. and Janss J. : 'Le Calcul des Charges Ultimes des Colonnes Mititlliques Enrobees de Beton', Report Published by the Center of Scientific Research and Industrial Techniques of Metal Fabrication (CRIF), Brussels, April 1974.
 - 12) Pirapres, E. and Janss, J. : 'Le Calcul des Charges Ultimes des Colonnes Matalliques Enrobees de Beton Leger', Report published by the Center of Scientific Research and Industrial Techniques of Metal Fabrication (CRIF), Brussels, October 1974.
 - 13) Basu, A. K. : 'Computation of Failure Loads of Composite Colmns', Proceedings, Institution of Civil Engineers, Vo. 36, March 1967, pp. 557—558.
 - 14) Basu, A. K. and Hill, W. F. : 'More Exact Computation of Failure Loads of Composite Columns', Proceedings, Institution of Civi Engineers, May 1968, pp. 37—60.
 - 15) Wakabayashi, v., Minami, K., Shibata, M and Chuta, K. : 'Experimental Study on the Elastic Plastic Behavior of Concrete Encased and Reinforced Concrete Long Column under Concentric Thrust, Abstracts of the Annual Convention of AIJ, October 1975, pp. 1207—1208 (in Japanese).
 - 16) Morino, S., Huang, C., Y and Lee. L. S. : 'Inelastic Stability of Composite Steel Reinforced Concrete Columns', Trans of AIJ, No. 242, April 1976, pp. 23—32.
 - 17) Klöppel, K., and Goder, W. : 'Traglast versuche mit Ausbetonierten Stahlrohren und Aufstellung einer Bemessungsformel', Der Stahlbau, Berlin, Vol. 26, Part 1, January, pp. 1—10 ; Part 2, February 1957, pp. 44—50.
 - 18) Kato, B. and Kanetani, H. : 'Experimental Studies on Concrete Filled Steel Tubular Columns', Steel Structures Laboratory Report, October 1966, Department of Architecture, Faculty of Engineering, Tokyo University.
 - 19) Gardner, N. J. : 'Use of Spiral Welded Steel Tubes in Pipe Columns', Journal American Concrete Institute, Vol. 65, No. 11, Nov. 1968, pp. 937—942.
 - 20) Furlong, Richard W. : 'Design of Steel-Encased Concrete Beam-Columns', Proc. of ASCE, Journal of the Structural Division, Vol. 94, No. ST 1. Proc. Paper 5761. Jan. 1968. pp. 267—281.
 - 21) Roderick, J. W. : 'Further Studies of Composite Steel and Concrete Structures', 9th IABSE Amsterdam Congress, Preliminary Report, May, 1972, pp. 157—164.
 - 22) Knowles, R. B. and Park, R. : 'Strength of Concrete Filled Steel Tubular Columns', Proc. of ASCE, Journal of the Structural Division, Vol. 95, No. ST 12, Proc. Paper 6936, Dec. 1969, pp. 2565—2587.
 - 23) Janss, J. : 'Composite Steel-Concrete Construction', Part 3. Tests on Concrete Filled Tubular Columns", Report Published by the Center of Scientific Research and Industrial Techniques of Metal Fabrication (CRIF), Brussels.
 - 24) Salani, H. J. and Sims, J. R. : 'Behavior of Mortar Filled Tubes in Compression', Journal, American Institute, Vol. 61, No. 10, October 1964, pp. 1271—1283.
 - 25) Knowles, R. B., and Park, R. : 'Axial Load Design for Concrete Filled Steel Tubes', Proceedings of ASCE, Journal of the Structural Division, Vol. 96, No. ST 10. Oct. 1970.
 - 26) Virdi, K. S. and Dowling, P. : J. 'Composite Columns' A Unified Design Method for Composite Columns, Engineering Structures Laboratories, Civil Engineering Department, Imperial College, London, CESLIC Report CC8, July 1975.
 - 27) Gardner, N. J. and Jacobson, E. R. : 'Structural Behavior of Concrete Filled Steel Tubes', Journal of the American Concrete Institute, Vol. 64, No. 7, Jul. 1967, pp. 404—413.

- 28) Neogi, P. K., Sen, H. K., and Chapman, J. C. : 'Concrete Filled Tubular Steel Columns under Eccentric Loading', The Structural Engineer, Vol. 47, No. 5, 1969, pp. 187—195.
- 29) Furlong, R. W. : 'Strength of Steel-Encased Concrete Beam-Columns', Journal of the Structural Division, Vol. 93, No. ST 5, Proc. Paper 5492, Oct. 1967, pp. 113—124.
- 30) Chen, W. F. and Chen C. H. : 'Analysis of Concrete-Filled Steel Tubular Beam Columns', IABSE Publications 33—II, 1973, pp. 37—52.
- 31) Atsuta, T. and Chen, W. F. : 'Column Curvature Curve Method for Analysis of Beam-Columns', The Structural Engineer, London, Vol. 50, No. 6, June 1972, pp. 233—240.
- 32) Chen, W. F. and Rentschler, G. P. : 'Ultimate Strength of Concrete-Filled Steel Tubular Beam-Columns', Preprints, Regional Conference on Tall Buildings, Madrid, Sept. 1973, pp. 79—98.
- 33) Basu, A. K., and Sommerville, W. : 'Derivation of Formulate for the Design of Rectangular Composite Columns', Proceedings, Institution of Civil Engineers, Supplementary Volume 1969, Paper 7206s, pp. 233—280.
- 34) Dowling, J., Janss, J. and Viridi, K. S. : 'The Design of Composite Steel-Concrete columns', European Conventon for Constructional Steel work, Second International Colloquium on Stalbiity, Introductory Report, pp.309—327.
- 35) Roik, K., Bergmann, R., Bode, H. and Wagenknecht, G. : 'Tragfähigkeit von einbetonierten Stahlstützen', Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, Mitteilung Nr. 76—4, Mai, 1976.
- 36) Roik, K., Bergmann, R., Bode, H. and Wagenknecht, C. : 'Tragfähigkeit von ausbetonierten Hohlprofil stützen aus Baustahl', Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau Ruhr-Universität Bochum Mitteilung Nr. 75—4, Mai, 1975.