

流域の地形形態に関する定量的研究

岩佐義朗・小林信久・棚橋通雄

QUANTITATIVE PROPERTIES OF BASIN GEOMORPHOLOGY

By Yoshiaki IWASA, Nobuhisa KOBAYASHI and Michio TANAHASHI

Synopsis

The statistical laws of geomorphologic properties in river basins, using the stream magnitude, are shown, postulating the topological randomness and the randomness of link lengths and their associated areas. The relations of various methods concerning channel classifications suggested in the past, are statistically disclosed with the use of topological randomness and a new method in terms of stream link order is proposed. The empirical laws of drainage composition based on the stream order are theoretically obtained from the laws using the stream magnitude that are proposed in this paper.

1. 序 論

1.1 基礎概念と定義

複雑な流域地形を定量的に把握、表現するため、河道を線、そして合流点を点で表わせば、流域における河道網は河道ネットワークを構成する。本研究では、理想化された河道ネットワークのみを対象とし、3つ以上の河道が合流することはなく、さらに河道が分流したり、途中で湖や池に流入することはないとしている。現実の河川では、平野部において農業用の人工水路が発達していることが多いので、山地部のみに解析の範囲を限定すれば、ほぼ理想化された河道ネットワークになっている。

地形学の分野において河道ネットワークに関する用語は標準化されていないが、以後の記述を正確にするため以下に、河道ネットワークに関する主な用語について定義および説明を加える¹⁾。

ソース：河道ネットワーク最上流端の点。

合流点：2つの河道が合流する点のことである。

シンク：河道ネットワーク最下流端の点のことであり、理想化された河道ネットワークに対しては、シンクは1つだけである。

節点（ノード）：ソース、合流点としてシンクを併せたものである。つまり、河道ネットワークにおいて点を構成するものの集合である。

リンク：連続する2つの節点を結ぶ河道部分で、途中に別の合流点を含まないもの。

セグメント：河道ネットワークが特別の規則に従って分割された場合の河道部分であり、連続する1つ以上のリンクからなる。

外部リンク：ソースとその下流最初の合流点を結ぶリンクのことである。

内部リンク：合流点間のリンク、および最下流の合流点とシンク間のリンクのことである。

パス：ソースおよび合流点よりシンクへ至る互いに隣接しているリンクの一連の結びがりで、その途中において同一の合流点を2度含まないもの。

外部パス：ソースよりシンクへ至るパス。

内部パス：合流点よりシンクへ至るパス。

n 個のソースを持つ河道ネットワークは、 n 個の外部リンクおよび外部パス、そして $n-1$ 個の内部リンク、内部パスおよび合流点を持つ。

1.2 河道分類法

現在までに提案されている河道ネットワーク構造の定量的分類法は、その河道配列のトポロジ的側面のみを考えてなされている。これら河道分類法の中で、河道ネットワークの階層的構造 (hierarchy) を記述する分類法にのみ限って、以下述べることにする。

河道ネットワークに対する定量的研究は、Horton が河道位数によって河道を分類する方法を考え、そして河道数、河道長等に関する経験的地形則を提案したことに端を発した。Horton の位数化では主観的判断が入り複雑であるので、Strahler はこれを改良した。現在では、Strahler の位数化が広く用いられており、以後、特にことわらない限り単に位数と言えば Strahler 位数を表わすものとする。ところが、Strahler の位数化においても、位数 u の河道とそれ以下の位数の河道の合流点が位数化に際し無視されている。しかし、これらの合流点においても河川形態および水理、水文的挙動は変化する。また、河道の合流に対して結合則が成立しないため、同じ位数の河道でもその河道長、集水面積等に非常なばらつきがある。

Shreve はこれらの欠点を改良するため、河道ネットワークを構成する最小単位をリンクとし、リンクに対するマグニチュードによる河道分類法を提案した²⁾。ここで、リンクのマグニチュードとは、そのリンクより上流にあるソースの総数と定義される。よって、外部リンクのマグニチュードは1であり、マグニチュード i_1 と i_2 の2つのリンクが合流してできるリンクのマグニチュードは i_1+i_2 となる。

Shreve より前に、Scheidegger³⁾ は consistent order による河道分類法を提案しているが、consistent order とマグニチュードの間には 1:1 の関係が成立する。つまり、マグニチュード i リンクの consistent order u_c はつぎの式で与えられる。

$$u_c = \log_2(2i) \quad \dots\dots\dots(1-1)$$

よって、これら2つの概念は同一とみなすことができるが、マグニチュードの方がそのトポロジ的意味が明確であり、また取り扱いが簡単であるので、以下マグニチュードについてのみ考えることにする。

Strahler の方法では、位数は整数値しか取り得ないので上述のような欠点が生じることになる。その欠点を補うため、Stall と Fok は比例河道位数 (proportional stream order) u_p を提案し、位数 u の河道セグメントに含まれるリンクに対して、そのリンクの比例河道位数 u_p をつぎのように定義した⁴⁾。

$$u_p = u + u_x \quad \dots\dots\dots(1-2)$$

$$u_x = (i-i_1)/(i_2-i_1) \quad \dots\dots\dots(1-3)$$

ここに、 i は対象リンクのマグニチュード、 u はそのリンクを含むセグメントの位数、そして i_1, i_2 はそれぞれこのセグメント最上流端および最下流端リンクのマグニチュードである。ただし、 $i_1=i_2$ のときは $u_x=0$ 、そして $i=i_2$ のときは $u_x=0.99$ とする。

一方、Woldenberg は水系を開いたシステム (open system) と考え、このシステムの対比成長 (allometric growth) モデルにより流域の平衡状態においては、流域の諸特性量は互いにべき乗の関数関係があることを示した⁵⁾。そして、位数に対してつぎの式で定義される絶対河道位数 (absolute stream order) が存在することを述べている。

$$u_a = R_b^{u-1} \quad \dots\dots\dots(1-4)$$

ここに、 R_b は分岐比である。

Jarvis は節点に対して高さ (height) という新しい概念を提案している⁶⁾。節点高さは、節点に対するパスに含まれるリンク数と定義される。ソース高さ、合流点高さはそれぞれ外部パスおよび内部パスに含まれるリンク数を表わす。Werner と Smart⁷⁾ は、節点高さ、ソース高さ、合流点高さをそれぞれ、パス長

(path length), 外部パス長, 内部パス長と名づけたが, パスに沿う実際の河道長と混合しやすいので, 本論文では高さを用いることにする。高さの概念から得られる河道ネットワークのトポロジーの特性を示す重要な指標としては, 河道ネットワークに含まれるすべてのソースに対するソース高さの最大値と定義される最大ソース高さ (maximum source height) そしてこれらソースに対する高さの算術平均と定義される平均ソース高さ (mean source height) がある。最大ソース高さは, 直径 (diameter) あるいはトポロジーの本川長 (topological mainstream length) とも呼ばれる。

現在までに提案されているこれらの定量的河道分類法の相互関係は3章において明らかにすることにする。

Fig. 1 にソース数10の河道ネットワークを示す。

この河道ネットワークの最大ソース高さ, 平均ソース高さはそれぞれ6および5.1である。

1.3 河道ネットワークのグラフ理論的表示

グラフ理論を適用すれば, 理想化された河道ネットワークは向きのついた枝 (リンク) の集合と節点の集合のつくる有向グラフとみなすことができ, また, 得られる有向グラフの幾何学的連結構造はループを含まないトリーとなる⁹⁾。いま, 有向枝の向きを流水の流下方にとり, そして節点および有向枝の番号を決定する際, 節点とその節点から出る有向枝の番号が対応するように決めるものとする。また, シンクより各節点に向う仮想の有向枝をトリーに加えると, この仮想の有向枝によって成る部分グラフはもとのトリーの補木となる⁹⁾。

いま, ソース数 n の河道ネットワークを考えれば, トリーに関する有向接続行列 A_T と有向原始ループ行列 B_T の間にはつぎの関係が成立する⁹⁾。

$${}^tB_T = A_T^{-1}, \quad B_T = {}^t(A_T^{-1}) \cdots \cdots (1-5)$$

ここで, t は転置行列, -1 は逆行列を示す。 A_T , B_T はともに $(2n-1) \times (2n-1)$ 正方行列である。

河道ネットワークを行列表示したとき, トポロジー的に異なる河道ネットワーク, つまり TDCN (topologically distinct channel networks) に対しては, それを表示した行列が異なるようにすることが必要である。そのためには, 節点番号をつける際, シンクより出発し上流方向へ, そして各合流点では左へ進み, ソースに達すれば向きを変え, 最終的にシンクへ戻ってくるように各節点番号をつければよい。この方法により, トポロジー的に異なる河道ネットワークに対しては, 一義的にそれに対応する有向接続行列および有向原始ループ行列が決まることになる。**Fig. 1** のソース数10の河道ネットワークに対して, 上述の方法で節点および有向枝に番号をつけた場合の例を **Fig. 2** に示す。

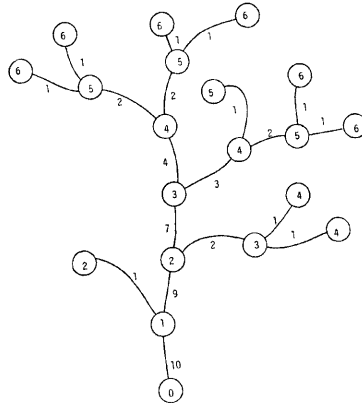


Fig. 1. A channel network with 10 sources. Numbers indicate the link magnitudes and the node heights.

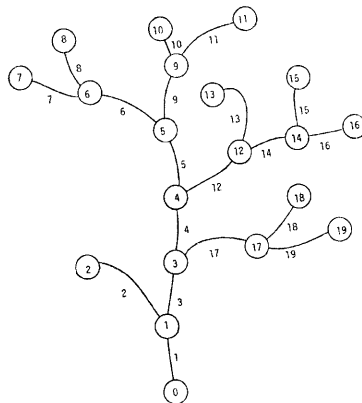


Fig. 2. A channel network with 10 sources. Numbers indicate the node number and the branch number.

つぎに、有向原始ループ行列 B_T より、距離ベクトル f および重複度ベクトル M がつぎのように定義される¹⁰⁾。

$$f = B_T I \quad \dots\dots\dots(1-6)$$

$$M = {}^t B_T I \quad \dots\dots\dots(1-7)$$

ここに、 I は単位ベクトルである。距離ベクトル f の j 番目の要素は節点番号 j の節点高さを、そして重複度ベクトル M の k 番目の要素は有向枝番号 k の枝より上流の節点数を表わす。ここで、重複度ベクトル M の k 番目の要素を m_k で表わすと、その k 番目の要素 i_k がつぎの式で表わされるベクトル i を定義することができる。

$$i_k = (m_k + 1)/2 \quad \dots\dots\dots(1-8)$$

このベクトル i の k 番目の要素は i_k は有向枝番号 k の有向枝のマグニチュードを表わすので、ベクトル i をマグニチュードベクトルと名づけることにする。

以上のことより、河道ネットワークのつながり、その構造をグラフ理論を用い行列表示した場合、マグニチュードベクトル、距離ベクトルはそれぞれリンクに対するマグニチュード、節点に対する高さに関係する概念であることがわかる。

2. マグニチュードと河川流域の地形則

2.1 河道リンク数の統計則

Shreve²⁾ および高埕¹¹⁾ は、「地形的影響が強く作用しない場合には、自然の河道ネットワークはトポロジ的にランダムである。」という仮定 (I) より、位数に対する河道数則を統計的に証明した。この同じ仮定 (I) を用いれば、ソース数 n の河道ネットワークにおけるマグニチュード i ($i=1, 2, \dots, n$) のリンク数の期待値 m_i^n 、標準偏差 σ_i^n はそれぞれつぎのように表わされる¹²⁾。

$$m_i^n = (n-i+1)z_i \cdot z_{n-i+1}/z_n \quad \dots\dots\dots(2-1)$$

$$(\sigma_i^n)^2 = 2(z_i)^2 \cdot z_{n-2(i-1)} \cdot z_n / z_n + m_i^n - (m_i^n)^2 \quad \dots\dots\dots(2-2)$$

ここに、 z_n はソース数 n の場合の TDCN の総数を表わし、つぎの式で与えられる。

$$z_n = 2n - 2c_{n-1}/n \quad \dots\dots\dots(2-3)$$

式 (2-1) を河道リンク数則と名づけることにする。

ソース数 n の実際の河道ネットワークにおけるマグニチュード i のリンク数を M_i^n で表わせば、チェビシェフの不等式より

$$m_i^n - 2\sigma_i^n < M_i^n < m_i^n + 2\sigma_i^n \quad \dots\dots\dots(2-4)$$

の範囲に M_i^n が入る確率は $3/4$ 以上となる。また、河道リンク数の期待値 m_i^n 、標準偏差 σ_i^n は、地形的影響が強く作用しない場合に対して、ランダム性の仮定 (I) を用い統計的に求められたものであるから、いま対象としている実際の河道ネットワークに対する地形的影響の強弱を表わす指標 δ をつぎのように定義することができる。

$$\delta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{|M_i^n - m_i^n|/\sigma_i^n\} \quad \dots\dots\dots(2-5)$$

ソース数が同じ河道ネットワークに対しては (2-5) で定義される δ によって、流域の地形がその流域の河道ネットワークのトポロジーの特性に与える影響の大小を比較することができる。しかし、ソース数が異なる河道ネットワークに対しては、式 (2-5) で定義される δ で十分であるか検討を要する。

2.2 平均ソース高さと最大ソース高さ

ある河道ネットワークのトポロジー的特徴を表現するのに、各位数に対する河道セグメント数、その河道ネットワークの平均ソース高さ、そして最大ソース高さのそれぞれで表わした場合、その河道ネットワークのトポロジー的特徴に関する情報量が多いのは、平均ソース高さ、最大ソース高さ、そして各位数に対す

る河道セグメント数の順になっている¹³⁾。これは、河道セグメント数が主に河道の分岐状況を示すのに対し、平均ソース高さは、河道の分岐状況ならびに河道の密集度 (compactness) をも示すからである。これらのことより、平均ソース高さおよび最大ソース高さは河道ネットワークのトポロジックな特徴を表わす重要な指標であることがわかる。

トポロジックなランダム性の仮定 (I) を用いれば、ソース数 n の河道ネットワークの平均ソース高さの期待値 e_n はつぎのように表わせる¹⁴⁾。

$$e_n = 4^{n-1}/n \cdot z_n \quad \dots\dots\dots(2-6)$$

n が大きい場合、(2-6) はスターリングの公式を用いつぎのように近似できる。

$$e_n \approx 1.78\sqrt{n-1} \quad \dots\dots\dots(2-7)$$

ソース数 n の河道ネットワークの最大ソース高さの期待値 d_n は、 n が大きい場合、ほぼつぎの式で近迎できる¹⁴⁾。

$$d_n \approx 3.56\sqrt{n-1} - u_n \quad \dots\dots\dots(2-8)$$

ここに、 u_n はソース数 n の河道ネットワークの最大位数の期待値である。

つぎに、ソース数 n 、最大位数 k の実際の河道ネットワークについて考えることにする。この河道ネットワークに含まれるマグニチュード i リンクより上流の小河道ネットワークに対する平均ソース高さおよび最大ソース高きの平均値をそれぞれ $\bar{e}_i$ 、 $\bar{d}_i$ で表わせば、 $\bar{e}_i$ は (2-7) より近似的につぎのように表わせる¹⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} \bar{e}_i &= 1 && (i=1 \text{ の場合}) \\ &= 2 && (i=2 \text{ の場合}) \\ &= 1.78\sqrt{i-1} && (i=3, 4, \dots, n \text{ の場合}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2-9)$$

(2-8) より、 $\bar{d}_i$ は近似的につぎの式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{d}_i &= 1 && (i=1 \text{ の場合}) \\ &= 2 && (i=2 \text{ の場合}) \\ &= 3.56\sqrt{i-1} - (1 + \log i / \log R_b) && (i=3, 4, \dots, n \text{ の場合}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2-10)$$

ここで、 R_b はソース数 n 、最大位数 k の河道ネットワークにおける各位数に対する分岐比の幾何学的平均としての分岐比で、次式で表わせる。

$$R_b = \left\{ \prod_{u=2}^k (N_{u-1}/N_u) \right\}^{1/k-1} = n^{1/k-1} \quad \dots\dots\dots(2-11)$$

ただし、 N_u は位数 u の河道数を表わす。また、 $N_1 = n$ である。河道数 $N_1, N_2, \dots, N_k$ より分岐比を決定する方法としては種々の方法が提案されている¹⁵⁾。新宮川、北山川、十津川、大井川、揖斐川および安曇川に対する測定結果によれば、分岐比はどの方法によってもそれほど大きな相違はなかった¹⁶⁾。

(2-9)、(2-10) はそれぞれ、ソース数 n 、最大位数 k の河道ネットワークに対する $\bar{e}_i$ および $\bar{d}_i$ の理論値を与える式である。特に $\bar{e}_i$ は、マグニチュード i の小河道ネットワークに対しランダム性の仮定 (I) を適用し求められたものである。ところが、 $\bar{e}_i$ はこの河道ネットワークのトポロジックな特徴を示す n, k の影響を受けるはずである。このことから逆に、マグニチュード i の小河道ネットワークに対する実際の平均ソース高さと、(2-9) で表わされる理論値 $\bar{e}_i$ を比較することにより、このマグニチュード i の小流域が同じマグニチュード i の平均的な流域より細長いかどうか、および、地形的影響を強く受けているかどうかを知ることができる。

2.3 河道長と統計則

河道長と関係する地形量としては、対象流域内のマグニチュード i リンクより上流の小流域内の i 個の外部パスに沿う河道長の最大のものと定義される本川長 L_i 、 i 個の外部パスに沿う河道長の算術平均と定義される平均流域長 EL_i 、およびこの小流域に含まれる全リンク長 $\mathcal{L}_i$ がある。

Smart¹⁷⁾ が提案した「気候および地質条件が一樣な流域においては、内部リンク長および外部リンク長

はそれぞれ、別個の統計的分布を持ち位置に然関係である。」という仮定(Ⅱ)を仮定(Ⅰ)と併せて用いれば、 L_i , EL_i および $\bar{L}_i$ の平均的な値 L_i , $\bar{EL}_i$, $\bar{L}_i$ はそれぞれつぎのように表わせる。

$$L_i = l_e + l_i(\bar{d}_i - 1) \quad \dots\dots\dots(2-12)$$

$$\bar{EL}_i = l_e + l_i(\bar{e}_i - 1) \quad \dots\dots\dots(2-13)$$

$$\bar{L}_i = l_e + l_i(i - 1) \quad \dots\dots\dots(2-14)$$

ここに、 l_e , l_i はそれぞれ対象流域内に含まれるすべての外部リンクおよび内部リンクの平均値である。対象流域のソース数が n の場合、 l_e , l_i はそれぞれ n 個の外部リンクおよび $n-1$ 個の内部リンクの平均長である。外部リンクはそれに付随する山腹斜面から流出する雨水を集める機能を有するが、内部リンクには上流端からの流入が河道に加わるので、その流入水を下流端まで流下させる機能を有することになる。よって、外部リンクと内部リンクとでは、その河道として果す機能も異なるので区別して考えるのが適当と思える。

(2-12), (2-13), (2-14) からわかるように、仮定(Ⅱ)が成立する場合には、河道長と関係する地形量とトポロジックの特徴を表す指標とは密接な関係がある。対象流域が大きくなるにつれて、気候および地質条件の一樣性が満足されにくくなるが、ここでは、仮定(Ⅱ)がほぼ満足される場合についてののみ考えることにする。

(2-10) で与えられる $\bar{d}_i$ を (2-12) に、そして (2-9) で与えられる $\bar{e}_i$ を (2-13) に代入すれば、 $\bar{EL}_i$ は、はそれぞれつぎのように表わせる。

$$\begin{aligned} L_i &= l_e & (i=1 \text{ の場合}) \\ &= l_e + l_i & (i=2 \text{ の場合}) \\ &= l_e + l_i(3.56\sqrt{i-1} - 2 - \log i / \log R_b) & (i=3, 4, \dots, n \text{ の場合}) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(2-15)$$

$$\begin{aligned} \bar{EL}_i &= l_e & (i=1 \text{ の場合}) \\ &= l_e + l_i & (i=2 \text{ の場合}) \\ &= l_e + l_i(1.78\sqrt{i-1} - 1) & (i=3, 4, \dots, n \text{ の場合}) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(2-16)$$

2.4 流域の二次元的特性

流域の二次元的特性とは、面積の測定を必要とする地形量の特徴である。いま、気候および地質条件が一樣な、ソース数 n 、最大位数 k の流域に対して、その内部リンクおよび外部リンクに付随する流域面積に関して仮定(Ⅱ)が成立するものとする、その流域内のマグニチュード i より上流の小流域の集水面積 A_i の平均的な値 $\bar{A}_i$ はつぎのように表わせる。

$$\bar{A}_i = a_e + a_i(i - 1) \quad \dots\dots\dots(2-17)$$

ここに、 a_e , a_i はそれぞれ、 n 個の外部リンクおよび $n-1$ 個の内部リンクに付随する流域面積の平均値である。

このマグニチュード i の小流域に対する河川密度 D_i の平均値 $\bar{D}_i$ をつぎのように定義する。

$$\bar{D}_i = \bar{L}_i / \bar{A}_i \quad \dots\dots\dots(2-18)$$

(2-14), (2-17) を (2-18) に代入すると、

$$\bar{D}_i = \{(l_e + l_i)i - l_i\} / \{(a_e + a_i)i - a_i\} \quad \dots\dots\dots(2-19)$$

となる。 i が大きい場合、 $\bar{D}_i$ は $(l_e + l_i) / (a_e + a_i)$ に近づき一定となる。

マグニチュード i の小流域に対する単位面積あたりのリンク数を表わす河道リンク頻度 (channel link frequency) F_i の平均値 $\bar{F}_i$ をつぎのように定義する。

$$\bar{F}_i = (2i - 1) / \bar{A}_i \quad \dots\dots\dots(2-20)$$

(2-17) を (2-20) に代入すると、

$$\bar{F}_i = (2i - 1) / \{(a_e + a_i)i - a_i\} \quad \dots\dots\dots(2-21)$$

となる。 i が大きい場合、 $\bar{F}_i$ は $2 / (a_e + a_i)$ に近づき一定となる。

つぎに、流域の形状を示す地形量である単一形状係数 (unity shape factor) B_i の平均値 $\bar{B}_i$ をつぎのように定義する。

$$\bar{B}_i = L_i / \sqrt{\bar{A}_i} \quad \dots\dots\dots(2-22)$$

(2-15), (2-17) を (2-22) に代入すると, i が十分大きい場合, $\bar{B}_i$ は $3.56l_i / \sqrt{a_e + a_i}$ に近づき一定となる。これはまた, i が十分大きい場合はつぎの関係が成立することを表わしている。

$$\bar{L}_i \propto (\bar{A}_i)^{0.5} \quad \dots\dots\dots(2-23)$$

平均流域長と集水面積の関係は, (2-16), (2-17) より, i が大きい場合つぎようになる。

$$\bar{EL}_i = 1.78l_i / \sqrt{\bar{A}_i / \sqrt{a_e + a_i}} \quad \dots\dots\dots(2-24)$$

このことより, 流域の代表長として平均流域長を選べば, 流域の幾何学的相似性がほぼ成立することがわかる。

2.5 流域の三次元的特性

流域の三次元的特性とは, 高低差の測定を必要とする地形量の特徴である。流域の三次元的特徴を示す重要な地形量としては, マグニチュード i リンクの高低差 h_i とその勾配 S_i , そしてこのマグニチュード i リンクより上流の小流域に対する本川の高低差 H_i とその勾配 BS_i , およびこの小流域に含まれるすべての外部バスの高低差の算術平均と定義される平均流域高低差 EH_i とそれに対応する勾配 ES_i がある。

Flint は集水面積 A と河道勾配 S の関係を経験的につぎのように表わした¹⁷⁾。

$$S = \alpha A^\beta \quad \dots\dots\dots(2-25)$$

ここに, α, β は定数である。

(2-25) において, S としてマグニチュード i リンクの勾配の平均的な値 $\bar{S}_i$ として, A としては, (2-17) で与えられる $\bar{A}_i$ を用いれば, (2-25) はつぎようになる。

$$\bar{S}_i = \bar{S}_1 \{(1+r_a)i - r_a\}^{SF} \quad \dots\dots\dots(2-26)$$

ただし, $r_a = a_i/a_e$ (2-27)

ここで, $\bar{S}_1$ は外部リンクの平均的な勾配, そして r_a は内部リンクと外部リンクに付随した流域面積の平均値の比で, リンク面積比と名づけることにする。 SF は, 個々の流域に対して決まる定数で, 河道リンク勾配係数と呼ぶことにする。

同様に, 本川勾配 BS_i , 平均流域勾配 ES_i の平均的な値 $\bar{BS}_i$ および $\bar{ES}_i$ はそれぞれつぎのように表わせる。

$$\bar{BS}_i = \bar{S}_1 \{(1+r_a)i - r_a\}^{SB} \quad \dots\dots\dots(2-28)$$

$$\bar{ES}_i = \bar{S}_1 \{(1+r_a)i - r_a\}^{SE} \quad \dots\dots\dots(2-29)$$

ここで, 定数 SB, SE をそれぞれ本川勾配係数, 平均流域勾配係数と名づけることにする。

SF, SB, SE はそれぞれ個々の流域の三次元的特徴によって決まる定数である。これらの係数を実測値の $\bar{S}_i, \bar{BS}_i$, そして $\bar{ES}_i$ を用い, 回帰分析により決定すると, ソース数 n の流域に対してはそれぞれつぎのように表わせる。

$$SF = \left\{ \sum_{i=1}^n W_i \log(\bar{S}_i / \bar{S}_1) \right\} / \sum_{i=1}^n (W_i^2) \quad \dots\dots\dots(2-30)$$

$$SB = \left\{ \sum_{i=1}^n W_i \log(\bar{BS}_i / \bar{S}_1) \right\} / \sum_{i=1}^n (W_i^2) \quad \dots\dots\dots(2-31)$$

$$SE = \left\{ \sum_{i=1}^n W_i \log(\bar{ES}_i / \bar{S}_1) \right\} / \sum_{i=1}^n (W_i^2) \quad \dots\dots\dots(2-32)$$

ただし, $W_i = \log\{(1+r_a)i - r_a\}$

つぎに, リンク高低差 h_i , 本川高低差 H_i および平均流域高低差 EH_i の平均値 $\bar{h}_i, \bar{H}_i, \bar{EH}_i$ はそれぞれ $\bar{S}_i, \bar{BS}_i, \bar{ES}_i$ の定義よりつぎのように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{h}_i &= l_i \cdot \bar{S}_1 && (i=1 \text{ の場合}) \\ &= l_i \cdot \bar{S}_i && (i=2, 3, \dots, n \text{ の場合}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2-33)$$

$$\bar{H}_i = \bar{L}_i \cdot \bar{B}\bar{S}_i \dots\dots\dots(2-34)$$

$$\bar{E}\bar{H}_i = \bar{E}\bar{L}_i \cdot \bar{E}\bar{S}_i \dots\dots\dots(2-35)$$

$\bar{S}_i$, $\bar{L}_i$, $\bar{B}\bar{S}_i$, $\bar{E}\bar{L}_i$ そして $\bar{E}\bar{S}_i$ はそれぞれ (2-26), (2-15), (2-28), (2-16) そして (2-29) で与えられる式を代入すればよいが, ここではそれらを代入して得られる式は省略する。

以上で, 流域の三次元的特徴を示す地形量をマグニチュードの関数として表わしたが, 経験的に得られた (2-25) を基礎として用いているので, その理論的根拠があいまいであり, また, 3 つの係数の相互関係が明らかでない。

3. 位数と河川流域の地形則

3.1 マグニチュードと位数の関係

マグニチュードに対する理論的地形則より, 位数に対する地形則を誘導するためには, マグニチュードと位数の関係を明確にする必要がある。

ソース数 n , 最大位数 k の河道ネットワークにおいて, 位数 u の河道より上流の小流域に含まれるソース数の平均値を $\bar{i}_u$ で表わせば, $\bar{i}_u$ はほぼつぎのように表わすことができる¹⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} \bar{i}_u &= R_m^{n-1} \\ R_m &\triangleq \bar{i}_u / \bar{i}_{u-1} \quad (u=2, 3, \dots, k) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3-1)$$

ここに, R_m は定数で, ソース数比と名づけることにする。(3-1) より, $\bar{i}_u$ に対しても河道数則と同様の地形則が成立することがわかる。実測値の $\bar{i}_u$ から R_m を決定する場合, 各位数に対するソース数比の幾何学的平均として, ソース数比 R_m を決めるとすれば, R_m は次式で与えられる。

$$R_m = \left\{ \prod_{u=2}^k (\bar{i}_u / \bar{i}_{u-1}) \right\}^{1/k-1} = n^{1/k-1} \dots\dots\dots(3-2)$$

ただし, $\bar{i}_1=1$, $\bar{i}_k=n$ である。(2-11), (3-2) より, ソース数比 R_m は幾何学的平均としての分岐比 R_b に等しいことがわかる。

$$R_m = R_b \dots\dots\dots(3-3)$$

(3-3) を (3-1) に代入すると,

$$\bar{i}_u = R_b^{n-1} \dots\dots\dots(3-4)$$

となり, マグニチュードが, 式 (1-4) で定義される絶対河道位数 u_a にほぼ対応する概念であることがわかる。

対比成長モデルによると, ある地形量 V_i はマグニチュード i の関数として次式で与えられる。

$$\log V_i = a + b \log i \dots\dots\dots(3-5)$$

ここに, a , b は定数である。これは, 2章で得られたマグニチュードに対する地形則の関数形とほぼ一致している。しかし, 個々の地形量は厳密には対比成長モデルに従わない。

3.2 位数に対する地形則の誘導

Horton 等が位数の概念を基礎として経験的に得た地形則を, 式 (3-4) で与えられるマグニチュードと位数の関係をを用い, マグニチュードに対する地形則より理論的に誘導することにする。

まず, 位数に対する河道長と関係する地形量としては, 位数 u の河道より上流の流域に含まれる全河道 L_u , 位数 u の河道セグメント長 L_m , そして位数 u に対する本川長 L'_u がある。ここで, 位数 u に対する本川長 L'_u は, 位数 u の河道セグメントより上流に, 各合流点においては位数の大きい方の河道に沿って, もし位数が同じであれば本川の長い方に沿って, ソースまでたどる経路に対する河道長と定義した。 L'_u は Horton 位数に対する河道長とほぼ対応するものである。また, L'_u は必ずしも位数 u の河道より上

流の小流域に対する本川長，つまり外部バスに沿う最大河道長と一致するとは限らないが，ほぼ等しいものと思われる。

全河道長 L_u ，本川長 L'_u の平均値 $\bar{L}_u$ ， $\bar{L}'_u$ はそれぞれ，(3-4) で表わされる位数 u の河道セグメント最下流端リンクのマグニチュードの平均値 $\bar{l}_u$ を (2-14)，(2-15) に代入してつぎのように表わせる。

$$\bar{L}_u = l_e \{ (1+r_l) R_b^{u-1} - r_l \} \quad \dots\dots\dots (3-6)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{L}'_u &= l_e & (u=1 \text{ の場合}) \\ &= l_e \{ r_l (3.56 \sqrt{R_b^{u-1}} - 1 - u - 1) + 1 \} & (u=2, 3, \dots, k \text{ の場合}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-7)$$

ただし， $r_l = l_i / l_e \quad \dots\dots\dots (3-8)$

ここに， r_l は内部リンク長と外部リンク長の比で，リンク長比と名づけることにする。

(3-6)，(3-7) よりほぼ近似的につぎの地形則が成立することがわかる。

$$\text{全河道長則：} \bar{L}_u = \bar{L}_1 R_b^{u-1} \quad \dots\dots\dots (3-9)$$

$$\bar{L}_1 = l_e, \quad R_b = R_b (1+r_l)^{1/k-1} \quad \dots\dots\dots (3-10)$$

$$\text{本川長則：} \bar{L}'_u = \bar{L}'_1 (R'_l)^{u-1} \quad \dots\dots\dots (3-11)$$

$$\bar{L}'_1 = l_e, \quad R'_l = \sqrt{R_b} (3.56)^{1/k-1} \quad \dots\dots\dots (3-12)$$

R_b ， R'_l はそれぞれ全河道比，本川長比と呼ばれる。

位数 u の河道セグメント長 L_u の平均値 $\bar{L}_u$ は， $\bar{L}'_u$ によってほぼつぎのように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{L}_u &= l_e & (u=1 \text{ の場合}) \\ &= \bar{L}'_u - \bar{L}'_{u-1} & (u=2, 3, \dots, k \text{ の場合}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-13)$$

(3-13) (3-13) に (3-7) を代入して得られた式より，つぎの地形則が近似的に成り立つ。

$$\text{河道長則：} \bar{L}_u = \bar{L}_1 R_b^{u-1} \quad \dots\dots\dots (3-14)$$

$$\bar{L}_1 = l_e, \quad R_l = R'_l \left(1 - \frac{1}{\sqrt{R_b}} \right)^{1/k-1} \quad \dots\dots\dots (3-15)$$

ここに， R_l は河道長比と呼ばれる定数である。

本川長則は Horton 位数に対する河道長則にほぼ対応するものである。誘導の過程より明らかなように，本川長則の方が河道則に比べてよく成立するものと思われる。よって，Horton 位数に対する河道長則の方が，Strahler 位数に対する河道長則よりよく満足されることが推測される。

つぎに，位数に対する流域の二次元的特徴を表わす重要な地形量としては，位数 u の河道より上流の小流域の集水面積 A_u ，この小流域の河川密度 D_u ，そして単位面積あたりの河道セグメント数を表わす河道セグメント頻度 F_u がある。

集水面積 A_u の平均値 $\bar{A}_u$ は，(3-4) を (2-17) に代入してつぎのように表わせる。

$$\bar{A}_u = a_e \{ (1+r_a) R_b^{u-1} - r_a \} \quad \dots\dots\dots (3-16)$$

(3-16) より，つぎの地形則がほぼ成り立つ。

$$\text{集水面積則：} \bar{A}_u = \bar{A}_1 R_b^{u-1} \quad \dots\dots\dots (3-17)$$

$$\bar{A}_1 = a_e, \quad R_a = R_b (1+r_a)^{1/k-1} \quad \dots\dots\dots (3-18)$$

ここに， R_a は集水面積比と呼ばれる定数である。

河川密度 D_u ，河道セグメント頻度 F_u の平均的な値 $\bar{D}_u$ ， $\bar{F}_u$ をそれぞれつぎのように定義する。

$$\bar{D}_u = \bar{L}_u / \bar{A}_u \quad \dots\dots\dots (3-19)$$

$$F_u = \left\{ \sum_{j=1}^u N_j / N_u \right\} / \bar{A}_u \quad \dots\dots\dots (3-20)$$

(3-6)，(3-16) を (3-19) に代入した式より， u がある程度大きいと $\bar{D}_u$ は $(l_e + l_i) / (a_e + a_i)$ に近づき一定となる。 F_u は河道数則 $N_u = R_b^{u-1}$ が成立するとして，(3-16) を (3-20) に代入した式より， u がある程度大きい場合， $R_b / (R_b - 1) (a_e + a_i)$ となり一定となることがわかる。

最後に，位数に対する流域の三次元的特徴を表わす重要な地形量としては，位数 u の河道セグメントの

高低差 H_u とその勾配 S_u 、そして位数に対する本川の高低差 H'_u とその勾配 S'_u がある。 H'_u 、 S'_u はそれぞれ Horton 位数に対する河道高低差および河道勾配にほぼ対応するものである。

河道セグメントの勾配 S_u 、本川勾配 S'_u の平均的な値 $\bar{S}_u$ 、 $\bar{S}'_u$ はそれぞれ、(3-4) を (2-26)、(2-28) に代入してつぎのように表わせる。

$$\bar{S}_u = \bar{S}_1 \{(1+r_a)R_h^{u-1} - r_a\}^{\delta F} \quad \dots\dots\dots(3-21)$$

$$\bar{S}'_u = \bar{S}'_1 \{(1+r_a)R_h^{u-1} - r_a\}^{\delta B} \quad \dots\dots\dots(3-22)$$

これらの式より、つぎの地形則がほぼ成立する。

$$\text{河道勾配則: } \bar{S}_u = \bar{S}_1 R_h^{1-u} \quad \dots\dots\dots(3-23)$$

$$R_h = R_h^{-\delta F} \quad \dots\dots\dots(3-24)$$

$$\text{本川勾配則: } \bar{S}'_u = \bar{S}'_1 (R'_h)^{1-u} \quad \dots\dots\dots(3-25)$$

$$\bar{S}'_1 = \bar{S}_1, \quad R'_h = R_h^{-\delta B} \quad \dots\dots\dots(3-26)$$

ここで、 R_h は Strahler 位数に対する河道的勾配比である。 R'_h は Horton 位数に対する河道勾配比にほぼ対応するものであるが、ここでは、本川勾配比と名づけることにする。

河道セグメント 高低差 H_u 、本川高低差 H'_u の平均値 $\bar{H}_u$ 、 $\bar{H}'_u$ はそれぞれ、河道長則 (3-14) と河道勾配則 (3-23)、そして本川長則 (3-11) と本川勾配 (3-25) が成立するならば、つぎのように表わせる。

$$\text{河道高低差則: } \bar{H}_u = \bar{H}_1 R_h^{u-1} \quad \dots\dots\dots(3-27)$$

$$\bar{H}_1 = l_e \cdot \bar{S}_1, \quad R_h = R_l / R_s \quad \dots\dots\dots(3-28)$$

$$\text{本川高低差則: } \bar{H}'_u = \bar{H}'_1 (R'_h)^{u-1} \quad \dots\dots\dots(3-29)$$

$$\bar{H}'_1 = l_e \cdot \bar{S}'_1, \quad R'_h = R'_l / R'_s \quad \dots\dots\dots(3-30)$$

ここに、定数 R_h 、 R'_h をそれぞれ、河道高低差比、本川高低差比と名づけることにする。河道高低差則および本川高低差則の普遍性については確かではない。Yang の法則によれば、河道の動的平衡状態においては、 R_h は 1 となる¹⁹⁾。

3.3 河道リンク位数

Stall と Fok が提案した比例河道位数 u_p では、 u_x を一種の比例配分によって経験的に与えているので、その理論的根拠はあいまいである。よってつぎに、トポロジ的ランダム性の仮定 (I) を用いて得られたマグニチュードと位数の関係を考慮して、位数 u の河道セグメントに含まれるリンクの河道リンク位数 (stream link order) u_l をつぎのように定義する¹⁸⁾。

$$u_l = u - u_Y \quad \dots\dots\dots(3-31)$$

$$u_Y = \log(i/i_d) / \log(i_0/i_d) \quad \dots\dots\dots(3-32)$$

ここに、 u は対象としているマグニチュード i リンクを含む河道セグメントの位数、 i_d はこの河道セグメント最下流端リンクのマグニチュード、そして i_0 はこの河道セグメント上流端で合流する 2 つの位数 $u-1$ の河道セグメント最下流端リンクのマグニチュードの平均値である。河道リンク位数と名づけたのは、各リンクに対して実数域まで拡張された位数が一義的に決まるからである。

流域内のある地点、あるいはその地点より上流の小流域に対するある地形量 V_l は、その地点のマグニチュードの関数として、ほぼ一般的に式 (3-5) で与えられる。また、この地形量の位数に対する地形則は、一般的につぎの式で与えられる。

$$V_u = V_1 R_h^{u-1} \quad \dots\dots\dots(3-33)$$

ここで、マグニチュードに対する地形則 (3-5)、そして位数に対する地形則 (3-33) が成立するならば、(3-31)、(3-32) で定義された河道リンク位数 u_l に対しても (3-33) で表わされる地形則が成立することが証明される¹⁴⁾。よって、河道リンク位数に対する地形則は、一般的につぎのように表わせる。

$$V_{u_l} = V_1 R_h^{u_l-1} \quad \dots\dots\dots(3-34)$$

ソース数 n , 最大位数 k の河道ネットワークにおけるマグニチュード i リンクの河道リンク位数の平均値 $(u_i)_i$ は, i_0, i_d に対して (3-4) が成立するとすると, より近似的につぎのように表わせる。

$$(\overline{u_i})_i = 1 + \log i / \log R_0 \quad \dots\dots\dots (3-35)$$

4. 8水系に対する実測値と理論値の比較, 検討

本研究では, 河川流域の地形量に対して成立する法則性, および地形特性を表わす指標の相互関係の明確化を目的としている。これら理論の検証を新宮川, 大井川, 揖斐川, 安曇川, 木津川, 桂川, 野洲川, 愛知川の各水系について行なった。特に新宮川については, 支川である北山川と十津川をもそれぞれ1つの水系として, 実測値と理論値の比較, 検討を加えた。計測には, 国土地理院発行の縮尺5万分の1の地形図を用い, 河道およびソースは地形図上の青線そして青線最上流端とした。

Table 1, 2 にこれら10水系に対する種々の地形量の理論値を計算するのに必要なパラメーターを示す。リンク長比 r_l はほぼ1に近い値を取るが, リンク面積比 r_a は1より小さくなる傾向がある。また, 十津川に比べて北山川の方が l_e, l_i, a_e, a_i の値すべてが小さくなっており, これら2つの流域の地形特性も異なるものと思われる。よって, 新宮川全体を1つの流域と考えた場合には, 仮定(Ⅱ)はあまり満足されないことが推測できる。

Table 1. Number of sources, order of basin, mean link lengths, mean associated link areas and mean slope of exterior links for 10 rivers.

River	n	k	l_e (km)	l_i (km)	r_l	a_e (km ²)	a_i (km ²)	r_a	$\bar{S}_1$
Shingu	607	6	1.62	1.70	1.05	2.17	1.80	0.83	0.156
Kitayama	243	5	1.27	1.47	1.16	1.73	1.78	1.03	0.196
Tozu	251	5	2.03	2.06	1.01	2.91	2.02	0.69	0.126
Öi	223	5	1.62	2.08	1.28	2.89	2.88	1.00	0.198
Ibi	111	5	2.33	1.78	0.76	4.34	2.42	0.56	0.110
Ado	95	5	1.58	1.67	1.13	1.25	1.41	1.06	0.115
Kizu	369	6	1.93	1.62	0.84	2.49	2.05	0.83	0.048
Katsura	293	5	1.38	1.28	0.93	1.43	1.27	0.89	0.099
Yasu	71	4	2.42	1.72	0.71	3.09	2.39	0.73	0.045
Echi	38	4	1.91	1.96	1.03	2.57	2.27	0.89	0.107

Table 2. Three slope factors for 4 rivers.

River	SF	SB	SE
Kizu	-0.51	-0.22	-0.29
Katsura	-0.62	-0.39	-0.41
Yasu	-0.66	-0.24	-0.36
Echi	-0.71	-0.39	-0.36

Fig. 3 に河道リンク数とマグニチュードの関係を示す。実測値はほぼ $m_i^* \pm 2\sigma_i^*$ の範囲に入っており, トポロジックのランダム性の仮定(Ⅰ)がほぼ満足されていることがわかる。また, $m_i^* \geq 1$ の範囲では理論曲線はほぼ直線となっている。**Fig. 4** より, 野洲川は中流域と最下流域において, 平均より少し細長いことがわかる。**Fig. 5** に桂川に対する $\bar{d}_i$ と i の関係を示す。桂川は流域全体がほぼ秩父古生層で, 地質構造

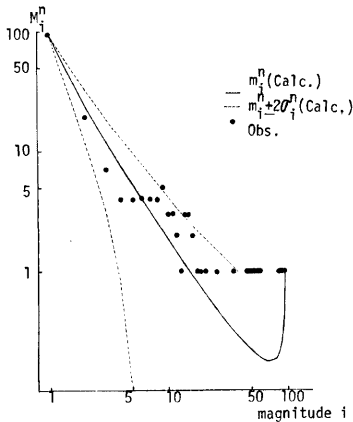


Fig. 3. Observed and calculated number of links M_i^n versus magnitude i for Ado River.

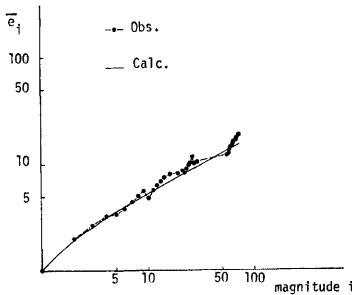


Fig. 4. Observed and calculated average mean source height $\bar{e}_i$ versus magnitude i for Yasu River.

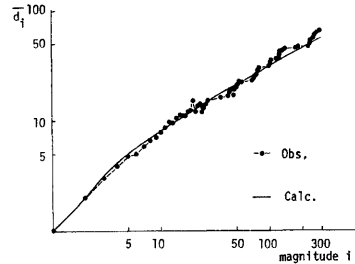


Fig. 5. Observed and calculated average maximum source height $\bar{d}_i$ versus magnitude i for katsura River.

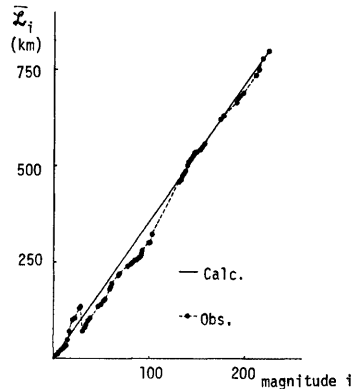


Fig. 6. Observed and calculated average total link length $\bar{L}_i$ versus magnitude i for Ōi River.

がほぼ一様な流域である。よって、理論値と実測値の適合性がよい。**Fig. 6**より、大井川に対しては、仮定(II)がほぼ成立するものと思われる。**Fig. 7**に示す木津川の本川長とマグニチュードの関係より、木津川は下流域においてマグニチュードの割に本川長が短くなっている。これは、木津川が下流付近でマグニチュード129の伊賀川と160の名張川の2つの大きな支川が合流してできる河川であるためと思われる。**Fig. 8**より、桂川は下流域において平均流域長が長くなっている。これは、桂川が大きな支川を持たないためと考えられる。**Fig. 9**に新宮川の集水面積とマグニチュードの関係を示す。北山川および十津川をそれぞれ1つの流域と考えた場合、実測値と理論値の適合性はよいが、新宮川全体を1つの流域とみなすとその適合性は悪い。よって、新宮川に対しては、北山川、十津川流域およびこれら2支川合流点より下流域と3流域に区分して地形的特徴を考えるのが適当と思える。**Fig. 10**に河川密度とマグニチュードの関係を示す。河川密度は上流域で少し大きくなっているが、中・下流域ではほぼ一定となっている。**Fig. 11**より、河道リンク頻度も上流域で少し大きくなっていることがわかる。これらのことより、上流域ではリンクに付

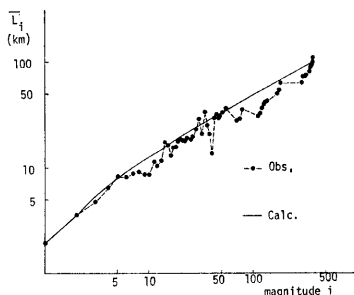


Fig. 7. Observed and calculated average mainstream length versus magnitude i for Kizu River.

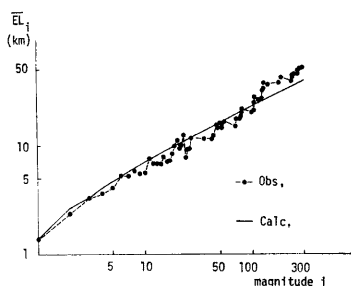


Fig. 8. Observed and calculated average mean basin length $\overline{EL}_i$ versus magnitude i for Katsura River.

随する斜面の長さが少し短かく、またその流域面積が少し小さくなっていることがわかる。**Fig. 12**に河道リンク勾配とマグニチュードの関係を示す。マグニチュードが大きくなるにつれて変動が大きくなるのは、計測に用いた縮尺5万分の1の地形図では等高線間隔が20mであるので測定精度がよくないためと思われる。**Fig. 13**に本川勾配とマグニチュード、そして**Fig. 14**に平均流域勾配とマグニチュードの関係を示す。変動はあるが、本川勾配、平均流域勾配に関しては、それぞれ(2-28)、(2-29)で表わされる関係がほぼ成り立っている。また、木津川と桂川の最下流域において、本川勾配および平均流域勾配の実測値が理論値より小さくなる傾向がある。これは、木津川、桂川の河床勾配が淀川への河床勾配へと滑らかに変化しようとするためと考えられる。**Table 1, 2**の木津川、桂川、野洲川および愛知川の $\bar{S}_i$, SF , SB , SE の値を比較すれば、桂川と愛知川は流域全体において河道勾配が急であり、また、木津川が一番ならかであることがわかる。

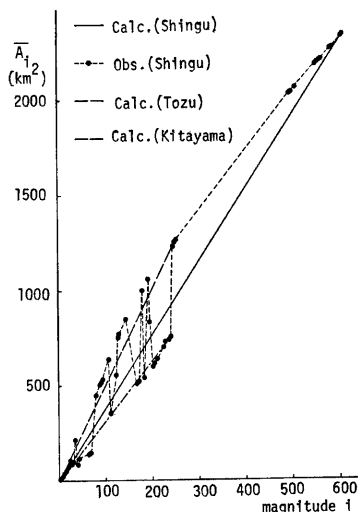


Fig. 9. Observed and calculated average basin area $\bar{A}_i$ versus magnitude i for Shingu River.

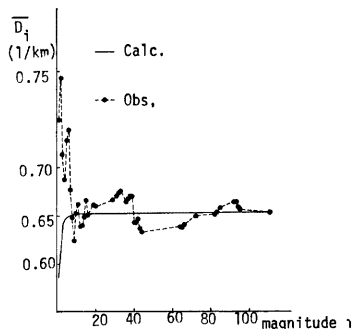


Fig. 10. Observed and calculated average drainage density $\bar{D}_i$ versus magnitude i for Ibi River.

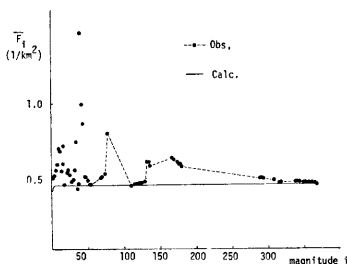


Fig. 11. Observed and calculated average channel link frequency F_i versus magnitude i for Kizu River.

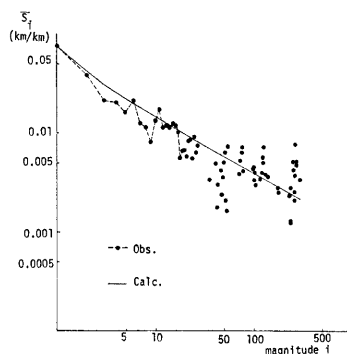


Fig. 12. Observed and calculated average stream link slope S_i versus magnitude i for Katsura River.

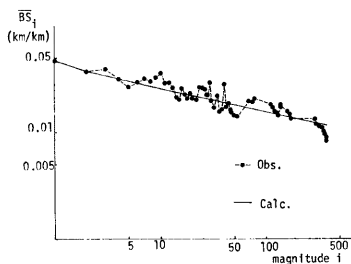


Fig. 13. Observed and calculated average mainstream slope BS_i versus magnitude i for Kizu River.

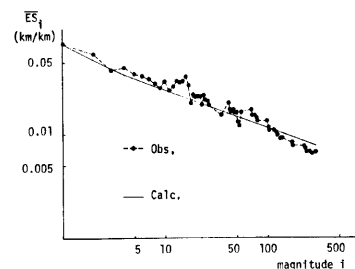


Fig. 14. Observed and calculated average mean basin slope ES_i versus magnitude i for Katsura River.

以上、マグニチュードと流域地形量の関係に対する理論値と実測値の比較、検討した結果の一部を示したが、マグニチュードに対する地形則はほぼ成立することが実証された。つぎに、位数と流域地形量の関係に対する理論値と実測値の比較、検討した結果を示すことにする。

Table 3 に各水系に対する実測値の i_n と、各水系に対して与えられた n , k の値から (2-11) より計算した分岐比の理論値 R_b を用い、式 (3-4) より求めた i_n を理論値として示してある。全般的に、理論値の i_2 は実測値の i_2 に比べて少し大きくなっているが、式 (3-4) で表わされる関係はほぼ成り立つものと思われる。**Table 4** にマグニチュードに対する地形則より、マグニチュードと位数の関係 (3-4) を用い理論的に得られたそれぞれの地形量に対する比と、実測値の各位数に対する比の算術平均および回帰分析によって得られた値を併せて示してある。これ

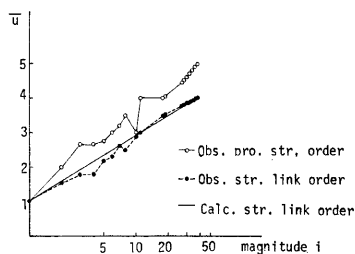


Fig. 15. Observed and calculated average proportional order u_p and stream link order u_i versus magnitude i for Echi River.

Table 3. Observed and calculated values of mean total number of sources per subnetwork of order n ; $\bar{i}_n$

River		$\bar{i}_2$	$\bar{i}_3$	$\bar{i}_4$	$\bar{i}_5$	$\bar{i}_6$
Shingu	Obs.	3.16	13.7	41.6	247	607
	Calc.	3.60	13.0	46.8	168	607
Kitayama	Obs.	3.18	14.0	58.5	243	
	Calc.	3.95	15.6	61.5	243	
Tozu	Obs.	3.24	13.2	38.3	251	
	Calc.	3.98	15.8	63.0	251	
Öi	Obs.	2.94	9.73	64.5	223	
	Calc.	3.86	14.9	57.7	223	
Ibi	Obs.	3.00	11.0	32.0	111	
	Calc.	3.25	10.5	34.2	111	
Ado	Obs.	3.00	14.8	43.0	95	
	Calc.	3.12	9.75	30.4	95	
Kizu	Obs.	2.90	12.1	39.5	145	369
	Calc.	3.26	10.6	34.7	113	369
Katsura	Obs.	3.14	12.5	62.3	293	
	Calc.	4.14	17.1	70.8	293	
Echi	Obs.	4.71	8.67	38.0		
	Calc.	3.36	11.3	38.0		
Yasu	Obs.	2.53	16.0	71.0		
	Calc.	4.14	17.2	71.0		

Table 4. Theoretical ratios, arithmetic mean values of observed successive individual ratios and ratios calculated by regression analysis of observed values of each order for Kizu, Katsura, Yasu and Echi River.

River		R_b	$R_{\mathcal{L}}$	R_t	R'_t	R_a	R_s	R'_s	R_h	R'_h
Kizu	theo.	3.26	3.68	1.91	2.25	3.68	1.93	1.32	0.99	1.70
	ari.	3.40	3.74	1.96	2.28	3.73	2.04	1.42	1.00	1.61
	reg.	3.33	3.74	1.92	2.23	3.74	1.94	1.40	0.99	1.60
Katsura	theo.	4.14	4.88	2.32	2.74	4.85	2.64	1.84	0.94	1.62
	ari.	4.14	4.88	2.28	2.89	4.87	2.32	1.81	1.03	1.61
	reg.	4.12	4.86	2.30	2.88	4.82	2.30	1.79	1.01	1.60
Yasu	theo.	4.14	4.95	2.21	2.77	5.01	2.90	1.48	0.85	2.07
	ari.	4.28	5.17	2.63	2.87	5.33	2.12	1.42	1.28	2.02
	reg.	4.27	5.14	2.44	2.89	5.23	2.10	1.43	1.16	2.02
Echi	theo.	3.36	4.25	2.17	2.82	4.15	2.73	1.75	0.85	1.75
	ari.	3.59	4.34	2.28	2.70	4.29	2.42	1.69	0.96	1.61
	reg.	3.24	4.10	2.13	2.68	4.00	2.26	1.71	0.95	1.57

によって、マグニチュードに対する地形則より位数に対する地形則がほぼ証明されることがわかる。また、これらの水系における位数に対する地形則の適合性については、全河道長則、本川長則、集水面積則、河道勾配則、本川高低差則はほぼ成立するものと思われるが、河道長則、河道高低差則の普遍性には問題がある。マグニチュードの地形則に、実測値の $\bar{i}_n$ を代入して求めた各位数に対する地形量の計算値は、実測値と非常によく一致した²⁰⁾。

Fig. 15 に河道リンク位数、比例河道位数とマグニチュードの関係を示す。河道リンク位数は、マグニチュードと位数の理論的關係を基礎としているので、理論値と実測値はほぼ一致する。比例河道位数は経験的に提案されたものであるが、マグニチュード3以上では、河道リンク位数の実測値とほぼ同様の変動を示す。

5. 結 語

河川流域の地形的特徴を定量的に把握、表現するため、地形量とマグニチュードの間に成立する法則性を仮定 (I), (II) を用い統計的に求めるとともに、個々の流域地形のマクロ的特徴を表現するにはどのような指標を選べばよいか検討を加えた。その結果、個々の流域のトポロジ的特性を示すソース数および最大位数、河道長の特性を示す外部リンクおよび内部リンクの平均長、二次元的特性を示す外部リンクおよび内部リンクの平均流域面積、そして三次元的特性を表わす外部リンクの平均勾配および3種の勾配係数を独立な指標として与えれば、マグニチュードに対する地形則より、流域内の任意のリンクおよびそれより上流の流域に対する重要な地形量がほぼ求められることがわかった。また、マグニチュードと位数の関係を理論的に求めるとともに、これまでに提案されている定量的河道分類法の相互関係を明らかにし体系化を行なった。それと同時に、マグニチュードに対する地形則より、位数に対する地形則が誘導できることをも示した。

これら明らかになったことより、現在まで単に河道ネットワークのトポロジ的側面のみに注目してなされてきた流域区分をさらに、河道の幾何学的特性、流域の形状および構造をも考慮して流域区分を行なうことが可能となった。河川流域の上流域では、自然的要素が卓越するためこの方法は有効であると思われる。下流域においては、人文的要素が卓越する場合が多いので、人文、社会および経済現象を基準とした地域区分が必要となる。

今後、流域地形量と降水量および流量などの水文諸量の関係を明らかにすることにより、個々の流域の流出現象、土砂流出過程を定量的により厳密に把握、表現できるものと思われる。

参 考 文 献

- 1) Shreve, R.L.: Variation of Mainstream Length with Basin Area in River Networks, W.R.R. Vol. 10, No. 6, 1974, pp. 1167-1177.
- 2) Shreve, R.L.: Statistical Law of Stream Numbers, J. Geol., 74 (1), 1966, pp. 17-37.
- 3) Scheidegger, A.E.: the Algebra of Stream Order Numbers, U.S. Geol. Surv. Prof. Paper 525B, 1965, pp. 187-189.
- 4) Stall, J.B. and Y.S. Fok: Hydraulic Geometry of Illinois Streams, Uni. of Illinois W.R.C. Res. Report, No. 15, 1968, pp. 14-15.
- 5) Woldenberg, M.J.: Horton's Laws Justified in Terms of Allometric Growth and Steady State in Open Systems, Bull. Geol. Soc. Am., Vol. 77, 1966, pp. 431-437.
- 6) Jarvis, R.S.: New Measure of the Topologic Structure of Dendritic Drainage Networks, W.R.R. Vol. 8, No. 5, 1972, pp. 1265-1271.
- 7) Werner, C. and J.S. Smart: Some New Methods of Topologic Classification of Channel Networks, Geogr. Anal., 5, 1973, pp. 271-275.
- 8) 小野寺力男: グラフ理論の基礎. 森北出版, 1971.
- 9) 小林信久: ダム群による水配分システムの研究. 京都大学卒業論文, 1974, pp. 3-6.
- 10) 藤田睦博: 流域地形構造とその統計則に関する基礎的研究. 土木学会論文報告集, 第234号, 1975, pp. 73-82.
- 11) Ishihara, T., Y. Iwasa and T. Takasao: Stochastic Study of Channel Distribution in River Basins, Proc. Int. Hydrol. Symp., Vol. 1, 1967, pp. 361-369.
- 12) 岩佐義朗, 小林信久, 棚橋通雄: 流域の地形学的特性について. 土木学会関西支部年次講演会集, 1975, II-37.
- 13) Jarvis, R.S. and A. Wetty: Some Comments on Testing Random Topology Stream Network

Models, W.R.R. Vol. 11, No. 2, 1975, pp. 309-317.

- 14) 小林信久：流域の地形形態に関する河川工学的研究．京都大学大学院修士論文，1976，pp. 29-40.
- 15) Smart, J.S.: Channel Networks, *Advan. Hydrosoci.*, 8, 1972, pp. 305-346.
- 16) 棚橋通雄：Channel Networks とその地形特性量に関する基礎的研究．京都大学卒業論文，1975，pp. 6-7.
- 17) Flint, J.J.: Stream Gradient as a Function of Order, Magnitude and Discharge, W.R.R. Vol. 10, No. 5, 1974, pp. 969-973.
- 18) 岩佐義朗，小林信久，棚橋通雄：河道ネットワークに関する基礎的研究．土木学会年次講演会集，1975，pp. 364-365.
- 19) Stall, J.B. and C.T. Yang: Hydraulic Geometry of 12 Selected Stream Systems of the United States, Uni. of Illinois W.R.C. Res. Report, No. 32, 1970, pp. 19-20.
- 20) 岩佐義朗，小林信久：河川形態の地域的特性と災害について．第12回 自然災害科学総合シンポジウム，1975，pp. 189-190.