

大口径柱体に作用する波力に関する研究 (2)

——波圧・波力に及ぼす波の非線型性の影響について——

山 口 正 隆・土 屋 義 人

STUDIES ON WAVE FORCES ACTING ON LARGE CYLINDRICAL PILES (2)

——Nonlinear Effect of Waves on Wave Pressure and Wave Force——

By *Masataka* YAMAGUCHI and *Yoshito* TSUCHIYA

Synopsis

This paper deals with the investigation of nonlinear effect of waves on wave pressure and wave force on a large cylindrical pile. Based on the numerical computation of the second order approximate solution of nonlinear diffraction theory by the authors, it is clarified that nonlinear effect of waves on the maximum total wave force is of less importance except for the case of small value of the ratio of water depth to wave length. In the next, from the comparison between the theoretical curves and the experimental results for wave pressure and total wave force, the validity of the theory is confirmed. Especially, it is found that the nonlinear effect of waves on the pressure appears remarkably in front of a pile and that the time variation becomes more asymmetrical toward the side of a pile.

1. 緒 言

第1報¹⁾では、大口径柱体に作用する波力を解明するための第1段階として、大口径円柱に作用する波圧および水位変動についての実験を行ない、円柱による波の線型回折波理論と実験結果を比較検討した。その結果、とくに、波圧については、 h/H_0 の値が大きい場合には、無次元波圧強度 $p/\rho g H_0$ は h/H_0 の値にかかわらず、ほぼ一定値をとり、理論との対応が比較的よいが、 h/H_0 の値が減少するにつれて、円柱前面付近では $p/\rho g H_0$ の値が減少し、理論とのへだたりが大きくなることや波圧の時間波形は線型理論で与えられるものとは異なり、とくに、円柱側面付近において、非対称となり、 h/H_0 の値が小さいときほど、この傾向が著しいことを見出した。ここに、 h : 水深、 H_0 : 入射波高、 p : 波圧強度、 ρ : 流体の密度および g : 重力の加速度である。これらは従来の回折波理論の展開において無視されている波の非線型性に起因すると考えられるので、その解明には非線型回折波理論の展開が必要である。

こうした波の非線型性を回折波理論に導入しようとする試みは最近 Chakrabarti²⁾によって行なわれた。これは入射波を有限振幅波理論である Stokes 波の第5次近似解で表示し、それぞれの周波数成分に対して、線型回折波理論を適用して円柱壁での境界条件を満足する解を誘導した。しかし、この近似理論は水面における非線型境界条件である運動学および力学的条件を微小振幅波理論に相当する1次項以外は全く満足しておらず、理論の適合性についてはかなりの問題があるといわねばならない。

そこで、本研究では著者らが導いた非線型回折波理論の第2次近似解³⁾による波圧、水位変動および全波力式と実験結果との比較よりこの理論の妥当性を検討するとともに、波の非線型性がこれらに及ぼす影響を明らかにしようとするものである。なお、波圧および水位変動の実験結果は第1報で述べたものである。

2. 非線型回折波理論の第2次近似解³⁾

いま、非粘性非回転の流体運動とし、Fig. 1 のような極座標 (r, θ, z) を用いれば、連続方程式、水底および円柱壁面での境界条件および radiation condition を満たし、しかも水面における運動学的および力学的条件を円柱壁面でのみ波形こう配に相当する微小パラメータ λ の自乗まで満足する非線型回折波理論の第2次近似解は、円柱壁面での波圧および水位変動に対してそれぞれ次式で与えられる。

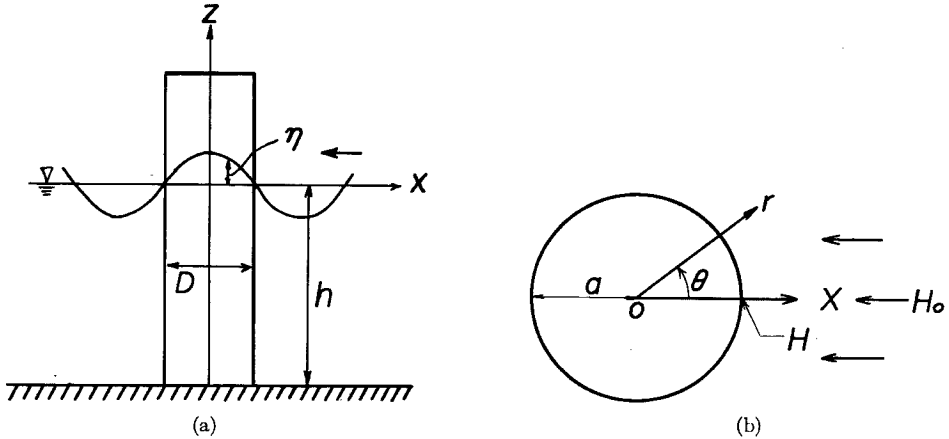


Fig. 1 Definition sketch of co-ordinate system

まず、波圧は、

$$\begin{aligned}
 \frac{p}{\rho g H_0} = & \frac{\cosh k(h+z)}{\pi k a \cosh k h} \left(- \sum_{m=0}^{\infty} a_m \cos m\theta \sin \sigma t - \sum_{m=0}^{\infty} b_m \cos m\theta \cos \sigma t \right) + \frac{1}{2} \frac{k h \tanh k h}{(h/H_0)} \\
 & \left\{ \left[\frac{\cosh 2k(h+z)}{\pi k a} \sum_{m=0}^{\infty} d_m \cos m\theta + \frac{1}{4(\pi k a)^2 \sinh^2 k h} \left(\frac{\cosh^2 k(h+z)}{(k a)^2} \left[\sum_{n=0}^{\infty} n^2 \right. \right. \right. \right. \\
 & (b_n^2 - a_n^2) + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ - \sum_{\substack{i+j=m \\ i, j \geq 1}} i j (b_i b_j - a_i a_j) + \frac{m^2}{4} (b_m^2 - a_m^2) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} n(n+m) \right. \\
 & (b_n b_{n+m} - a_n a_{n+m}) \} \cos m\theta \left. \right] + \sinh^2 k(h+z) \left[(b_0^2 - a_0^2) + \sum_{n=0}^{\infty} (b_n^2 - a_n^2) \right. \\
 & \left. \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \sum_{\substack{i+j=m \\ i, j \geq 0}} (b_i b_j - a_i a_j) - (b_m^2 - a_m^2) + 2 \sum_{n=0}^{\infty} (b_n b_{n+m} + a_n a_{n+m}) \right\} \cos m\theta \right] \right\} \\
 & \cos 2\sigma t + \left\{ - \frac{\cosh 2k(h+z)}{\pi k a} \sum_{m=0}^{\infty} c_m \cos m\theta + \frac{1}{2(\pi k a)^2 \sinh^2 k h} \left(\frac{\cosh^2 k(h+z)}{(k a)^2} \right. \right. \\
 & \left. \left[- \sum_{\substack{i+j=m \\ i, j \geq 1}} i j a_i b_j + \frac{m^2}{4} a_m^2 b_m^2 + \sum_{n=1}^{\infty} n(n+m) (a_n b_{n+m} + a_{n+m} b_n) \right] \cos m\theta \right] \right\} \sin 2\sigma t \\
 & + \left\{ - \frac{1}{4(\pi k a)^2 \sinh^2 k h} \left(\frac{\cosh^2 k(h+z)}{(k a)^2} \left[\sum_{n=1}^{\infty} n^2 (b_n^2 + a_n^2) + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ - \sum_{\substack{i+j=m \\ i, j \geq 1}} i j (b_i b_j \right. \right. \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + a_i a_j) + \frac{m^2}{4} (b_m^2 + a_m^2) + \sum_{n=1}^{\infty} n(n+m) (b_n b_{n+m} + a_n a_{n+m}) \right\} \cos m\theta \right] \right\}
 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 & + \sinh^2 k(h+z) [(b_0^2 - a_0^2) + \sum_{n=1}^{\infty} (b_n^2 + a_n^2) + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \sum_{\substack{i+j=m \\ i,j \geq 0}} (b_i b_j + a_i a_j) - (b_m)^2 \right. \\
 & \left. + a_m)^2 \right\} + 2 \sum_{n=0}^{\infty} (b_n b_{n+m} + a_n a_{n+m}) \cos m\theta] + \frac{1}{8 \sinh^2 kh} \left. \right] - \frac{z}{H_0}
 \end{aligned}$$

で表わされ、また水位変動は次式になる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\eta}{H_0} = & \frac{1}{\pi k a} \left(- \sum_{m=0}^{\infty} a_m \cos m\theta \sin \sigma t - \sum_{m=0}^{\infty} b_m \cos m\theta \cos \sigma t \right) + \frac{1}{2} \frac{kh \tanh kh}{(h/H_0)} \\
 & \left[\left\{ \frac{\cosh 2kh}{\pi k a} \sum_{m=0}^{\infty} d_m \cos m\theta + \frac{1}{4(\pi k a)^2} \left(\frac{\cosh^2 kh}{\sinh^2 kh} \left[\sum_{n=1}^{\infty} n^2 (b_n^2 - a_n^2) \right. \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ - \sum_{\substack{i+j=m \\ i,j \geq 1}} ij (b_i b_j - a_i a_j) + \frac{m^2}{4} (b_m)^2 - a_m)^2 \right\} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} n(n+m) (b_n b_{n+m} \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. - a_n a_{n+m}) \right\} \cos m\theta \right] + 3[(b_0^2 - a_0^2) + \sum_{n=0}^{\infty} (b_n^2 - a_n^2) + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \sum_{\substack{i+j=m \\ i,j \geq 0}} (b_i b_j - a_i a_j) \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. - (b_m)^2 - a_m)^2 \right\} + 2 \sum_{n=0}^{\infty} (b_n b_{n+m} - a_n a_{n+m}) \right\} \cos m\theta \right] \cos 2\sigma t + \left\{ - \frac{\cosh 2kh}{\pi k a} \right. \\
 & \sum_{m=0}^{\infty} c_m \cos m\theta + \frac{\cosh^2 kh}{2(k a)^2 \sinh^2 kh} \left[\sum_{n=1}^{\infty} n^2 a_n b_n + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ - \sum_{\substack{i+j=m \\ i,j \geq 1}} i j a_i b_j + \frac{m^2}{4} a_m b_m \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sum_{n=1}^{\infty} n(n+m) (a_n b_{n+m} + a_{n+m} b_n) \right\} \cos m\theta \right] + \frac{3}{2} \left[a_0 b_0 + \sum_{n=0}^{\infty} a_n b_n + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \sum_{\substack{i+j=m \\ i,j \geq 0}} \right. \right. \\
 & \left. \left. a_i b_j - a_m b_m \right\} + \sum_{n=0}^{\infty} (a_n b_{n+m} + a_{n+m} b_n) \right] \cos m\theta \right] \sin 2\sigma t + \left\{ - \frac{1}{4(\pi k a)^2} \right. \\
 & \left(\frac{\cosh^2 kh}{(k a)^2 \sinh^2 kh} \left[\sum_{n=1}^{\infty} n^2 (b_n^2 + a_n^2) + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ - \sum_{\substack{i+j=m \\ i,j \geq 1}} ij (b_i b_j + a_i a_j) + \frac{m^2}{4} (b_m)^2 \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + a_m)^2 \right\} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} n(n+m) (b_n b_{n+m} + a_n a_{n+m}) \right\} \cos m\theta \right] - [(b_0^2 + a_0^2) + \sum_{n=0}^{\infty} (b_n^2 \\
 & \left. + a_n^2) + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \sum_{\substack{i+j=m \\ i,j \geq 0}} (b_i b_j + a_i a_j) - (b_m)^2 + a_m)^2 \right\} + 2 \sum_{n=0}^{\infty} (b_n b_{n+m} + a_n a_{n+m}) \right\} \\
 & \left. \cos m\theta \right] + \frac{1}{8 \sinh^2 kh} \left. \right] \Bigg\} \quad (2)
 \end{aligned}$$

ここに、 a_n および b_n は、それぞれ

$$\begin{aligned}
 a_{2m} &= \frac{(-1)^{m+2} \delta_{2m} J_{2m}'(ka)}{J_{2m}^2(ka) + Y_{2m}^2(ka)}, & a_{2m+1} &= \frac{(-1)^{m+1} \delta_{2m+1} Y_{2m+1}'(ka)}{J_{2m+1}^2(ka) + Y_{2m+1}^2(ka)} \\
 b_{2m} &= \frac{(-1)^{m+2} \delta_{2m} Y_{2m}'(ka)}{J_{2m}^2(ka) + Y_{2m}^2(ka)}, & b_{2m+1} &= \frac{(-1)^{m+2} \delta_{2m+1} J_{2m+1}'(ka)}{J_{2m+1}^2(ka) + Y_{2m+1}^2(ka)} \\
 m &= 0, 1, 2, \dots
 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

であり、 c_m および d_m は kh および ka の関数である。また $k=2\pi/L$: 波数、 L : 波長、 η : 静水面からの水位変動、 $\sigma=2\pi/T$: 角振動数、 T : 周期、 a : 円柱の半径、 z : 静水面より鉛直上方にとった座標、 t : 時間、 δ_n : Neumann 数 ($n=0$ なら $\delta_n=1$, $n \geq 1$ なら $\delta_n=2$)、 J_n : 第 1 種 Bessel 関数、 Y_n : 第 2 種 Bessel 関数および ' $\cdot$ ' kr に関する微分を表わす。さらに、分散を表わす関係式は第 1 次近似解と同様に次式である。

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \dots\dots\dots(4)$$

式(1)および(2)において第1項は第1次近似解に相当し、第2項以下が波の非線型性を表わす項であり、これらの式から明らかなように、波の非線型性を考慮した場合、波圧および水位変動は ka および kh のみでなく、 h/H_0 によっても変化し、またその時間波形が非対称になる。

つぎに、上述の理論結果を用いて、円柱に作用する全波力を求めてみよう。

円柱に作用する全波力 F は流体の粘性を無視すれば、一般に次式で与えられる。

$$F = \int_{-h}^{\eta} \int_0^{2\pi} p a \cos \theta d\theta dz \dots\dots\dots(5)$$

式(5)に式(1)および(2)を代入し、波形こう配の自乗の項まで考慮すれば、非線型回折波理論の第2次近似解による全波力式は、つぎのように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{F}{\rho g H_0 D^2} = & \frac{1}{4} \frac{\tanh kh}{(ka)^2} (-a_1 \sin \sigma t - b_1 \cos \sigma t) + \frac{1}{32} \frac{kh}{\pi(ka)^3(h/H_0)} \left\{ \left(2 \{ (b_0 b_1 \right. \right. \\ & - a_0 a_1) + \sum_{n=0}^{\infty} (b_n b_{n+1} - a_n a_{n+1}) \} - \frac{4}{\sinh^2 kh} \left[\frac{\cosh^2 kh}{(ka)^2} \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) (b_n b_{n+1} \right. \\ & - a_n a_{n+1}) + \frac{1}{2} (2 \cosh^2 kh - 3) \{ (b_0 b_1 - a_0 a_1) + \sum_{n=0}^{\infty} (b_n b_{n+1} - a_n a_{n+1}) \} \} \\ & + \left[\left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \left(\frac{1}{ka} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) (b_n b_{n+1} - a_n a_{n+1}) + \left(1 - \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \right. \\ & \left. \left. \{ (b_0 b_1 - a_0 a_1) + \sum_{n=0}^{\infty} (b_n b_{n+1} - a_n a_{n+1}) \} \right] \cos 2\sigma t + \left(2 \{ (a_0 b_1 + a_1 b_0) \right. \right. \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} (a_n b_{n+1} + a_{n+1} b_n) \} - \frac{4}{\sinh^2 kh} \left[\frac{\cosh^2 kh}{(ka)^2} \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) (a_n b_{n+1} + a_{n+1} b_n) \right. \\ & + \frac{1}{2} (2 \cosh^2 kh - 3) \{ (a_0 b_1 + a_1 b_0) + \sum_{n=0}^{\infty} (a_n b_{n+1} + a_{n+1} b_n) \} \} + \left[\left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{1}{ka} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) (a_n b_{n+1} + a_{n+1} b_n) + \left(1 - \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \{ (a_0 b_1 + a_1 b_0) + \sum_{n=0}^{\infty} \right. \right. \\ & \left. \left. (a_n b_{n+1} + a_{n+1} b_n) \} \right] \sin 2\sigma t + \left(2 \{ (b_0 b_1 + a_0 a_1) + \sum_{n=0}^{\infty} (b_n b_{n+1} + a_n a_{n+1}) \} \right. \right. \\ & \left. \left. - \left[\left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \left(\frac{1}{ka} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) (b_n b_{n+1} + a_n a_{n+1}) + \left(1 - \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \{ (b_0 b_1 + a_0 a_1) + \sum_{n=0}^{\infty} (b_n b_{n+1} + a_n a_{n+1}) \} \right] \right\} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 D : 円柱の直径である。

式(6)の第1項はもちろん第1次近似解であり、また、第2項以下が波の非線型効果に対応するもので、とくに第4項は時間に関係しないいわゆる *steady wave force* を表わしている。第4項のうち、前半分は水面の存在によって生じた波力であり、後半分は速度項から生じたものである。また、式(6)から無次元全波力 $F/\rho g H_0 D^2$ は水位変動および波圧と同様に ka および kh のみでなく、波の非線型効果を表わす h/H_0 の関数となり、その時間波形も非対称になることがわかる。

3. 全波力および質量係数の理論結果に関する考察

Fig. 2 は全波力に及ぼす波の非線型効果を検討するために、非線型回折波理論の第2次近似解による無次元全波力の最大値 $F_{max}/\rho g H_0 D^2$ および最小値 $F_{min}/\rho g H_0 D^2$ と D/L との関係を h/L および h/H_0 をパラメ

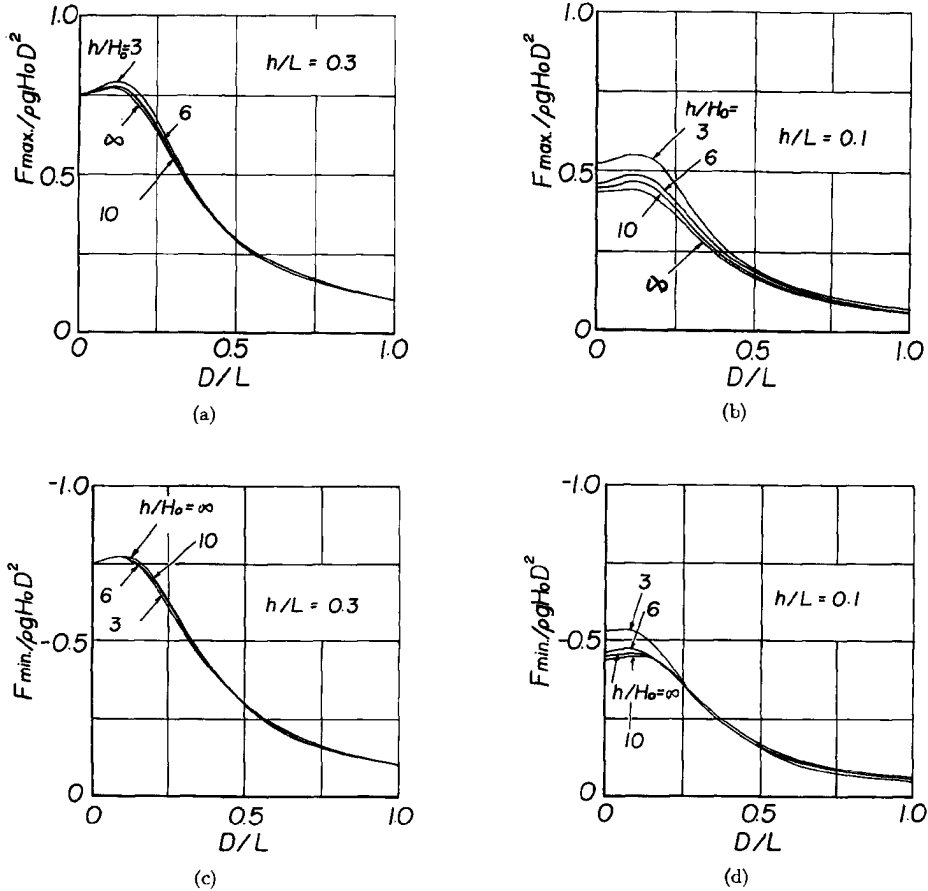


Fig. 2 Relation between maximum and minimum total wave force and ratio of pile diameter to wave length

ーターにして示したものであり、 $h/H_0 = \infty$ が第1次近似解に相当する。これらの図によれば、 F_{max}/pgH_0D^2 および F_{min}/pgH_0D^2 のいずれも D/L の増加とともに、いったん増加して極大値をとったのち、急激に減少することおよび波の非線型性が F_{max}/pgH_0D^2 および F_{min}/pgH_0D^2 に及ぼす影響は h/L の値が大きい場合にはそれほど顕著でないが、 h/L の値の小さい場合にはかなり大きく、しかも前者の方がより著しいことがわかる。したがって、浅海域における大口径円柱の波力の推定には、波の非線型性の影響を考慮する必要があるといわねばならない。

つぎに、非線型回折波理論の第2次近似解による全波力式を用いて円柱の質量係数を算出し、質量係数に及ぼす波の非線型性の影響を検討する。この場合、質量係数の算出方法には基本的な問題も少なくないが、いま、Reid にならって抗力を無視した Morison らの微小振幅波理論に基づく波力算定式における慣性力の表示式と線型回折波理論による全波力式を等置し、位相の相違を無視すれば、線型理論による円柱の質量係数は周知のように、

$$C_M = \frac{4}{\pi(ka)^2 \sqrt{J_1'^2(ka) + Y_1'^2(ka)}} \dots\dots\dots (7)$$

で与えられる。これは Reid の求めた結果であり、このような方法で決定された微小振幅波理論による円柱の質量係数は ka すなわち円柱径と波長との比 D/L のみに依存することがわかる。一方、波の非線型性を考慮した場合にも、前述した Reid の方法と同様に Stokes 波の第2次近似解を用いた Morison らの波力算定式中の慣性力の表示式と非線型回折波理論の第2次近似解による全波力式のそれぞれの最大値を等置すれば、全波力の最大値の位相における質量係数が求められる。この場合の質量係数は解析的に求められないが、式(6)から明らかなように、 D/L のみでなく、 h/L および h/H_0 の関数となる。Fig. 3 は全波力の最大値の位相における質量係数の D/L による変化を h/L および h/H_0 をパラメーターにして示したものである。図から明らかなように質量係数は、一般に第1次近似解による結果より小さくなり、その傾向は h/H_0 の値が小さく、 h/L の値が大きいときほど著しい。これは波の非線型性を示す h/H_0 や h/L の Morison らの慣性力の表示式に及ぼす影響が式(6)のそれに比べて大きいためである。

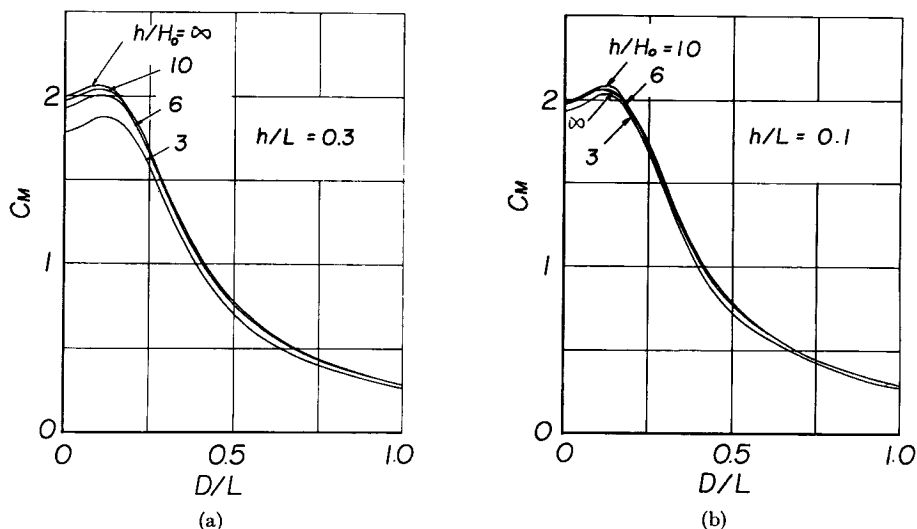


Fig. 3 Relation between inertia coefficient and ratio of pile diameter to wave length

また、Morison らの慣性力の表示式では円柱中心での波の位相における水位変動を用いているために、 D/L の値が大きい場合や h/H_0 の値が小さい場合には、円柱の水没体積を過大にあるいは過小に評価していると考えられる。そこで円柱の水没体積を計算して質量係数の補正を試みたが、その影響はせいぜい1%程度であった。

4. 円柱に作用する波圧および水位変動の特性

4.1 実験装置および実験方法

波圧および水位変動に関する実験装置および実験方法は、すでに第1報で述べたので省略する。なお、入射波高の測定位置が実験装置の制約上あまり造波機に近すぎ、円柱設置位置での入射波高と若干異なっていたので、あらかじめ求めておいた入射波高測定位置での波高と円柱設置位置での波高との関係から入射波高の補正を行なった。

4.2 波圧に関する実験結果および考察

Fig. 4(a), (b) および (c) は $\theta=0^\circ$ に波の峯がきたときの $\theta=0^\circ$ での無次元波圧強度 $p/\rho g H_0$ の h/H_0 による変化を示したもので、図中の実線および点線はそれぞれ非線型回折波理論の第1次近似解および第2次近

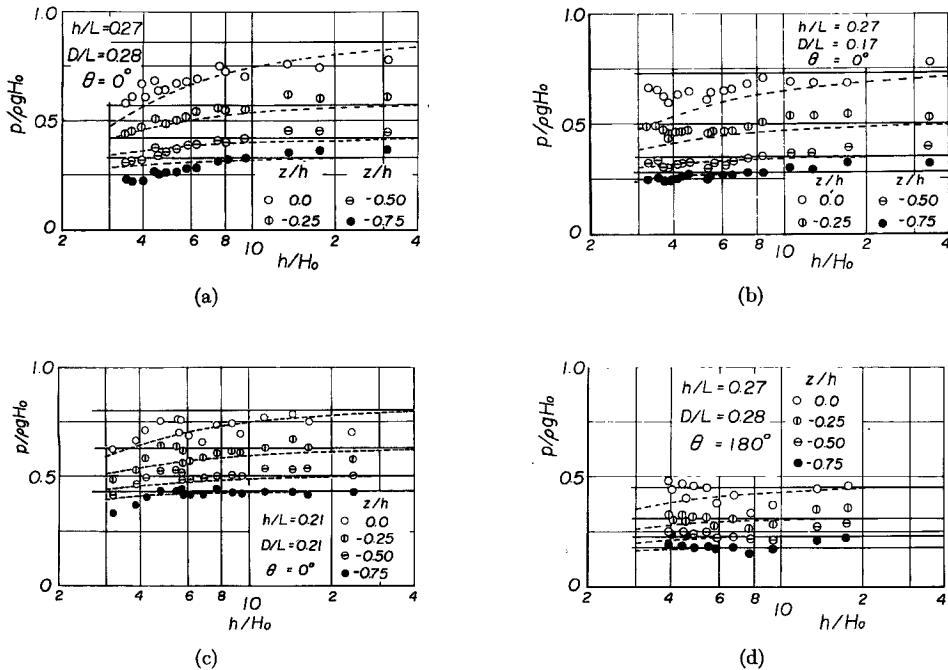


Fig. 4 Comparison between theoretical curves of wave pressure on cylindrical pile at phase of wave crest and experimental results

似解を表わす。これらの図をみると、 h/H_0 の値の大きいところでは実験結果はほぼ一定値をとり、第1次近似解と比較的よく対応しているが、 h/H_0 の値が小さくなるにつれて、 p/pgH_0 の値が減少し、その傾向は第1次近似解を離れて第2次近似解と一致するようになる。Fig. 4(d) は $\theta=180^\circ$ におけるものであるが、同一の波の特性に対して p/pgH_0 の実験結果の h/H_0 による変化特性は $\theta=0^\circ$ の場合に比べて小さく、円柱後面では円柱前面より波の非線型効果が小さいことがわかる。

また、 $\theta=0^\circ$ および 90° での波の峯の位相における波圧の鉛直分布を示したものが Fig. 5 である。この図では、静水面上の波圧分布に対して水位変動の最大値と $z/h=0$ における p/pgH_0 との値を結ぶことによって得られる三角形の波圧分布が作用するものとして細い実線で示している。これらの図によれば、 $\theta=0^\circ$ での実験結果は第1次近似解による理論曲線より小さく、第2次近似解と比較的よく一致しているといえる。しかし $\theta=90^\circ$ では実験および理論によるいずれの結果も、 h/H_0 によってほとんど変化しない。

Fig. 6(a) および (b) は $\theta=0^\circ$ での波圧の時間的変化を示したものである。 $\theta=0^\circ$ では波圧波形の非対称性はほとんど現われないが、実験結果は最大値付近で第1次近似解より小さくなり、最小値付近では逆に大きくなって第2次近似解とよく一致している。また (c) は波圧波形に非対称性がもっとも顕著に現われる $\theta=90^\circ$ の場合を示したものである。第1次近似解は波圧波形の非対称性を全く説明できないが、一方、第2次近似解は水面に近いほど、波圧波形の非対称性が著しくなるという実験結果の傾向をよく説明している。ただし、 h/H_0 の値が小さい場合には2倍周波数成分の補正がききすぎて、実験結果より波圧波形の非対称性が著しくなる。また、第2次近似解によれば、 h/L の値が大きく、 h/H_0 の値が小さい深海波に近く高波高の波の場合に $\theta=0^\circ$ 近傍において出現する双峯型の波圧波形も説明できるが、解の近似度が低いために、第2次近似解ではこの現象を十分説明するまでには至っていない。

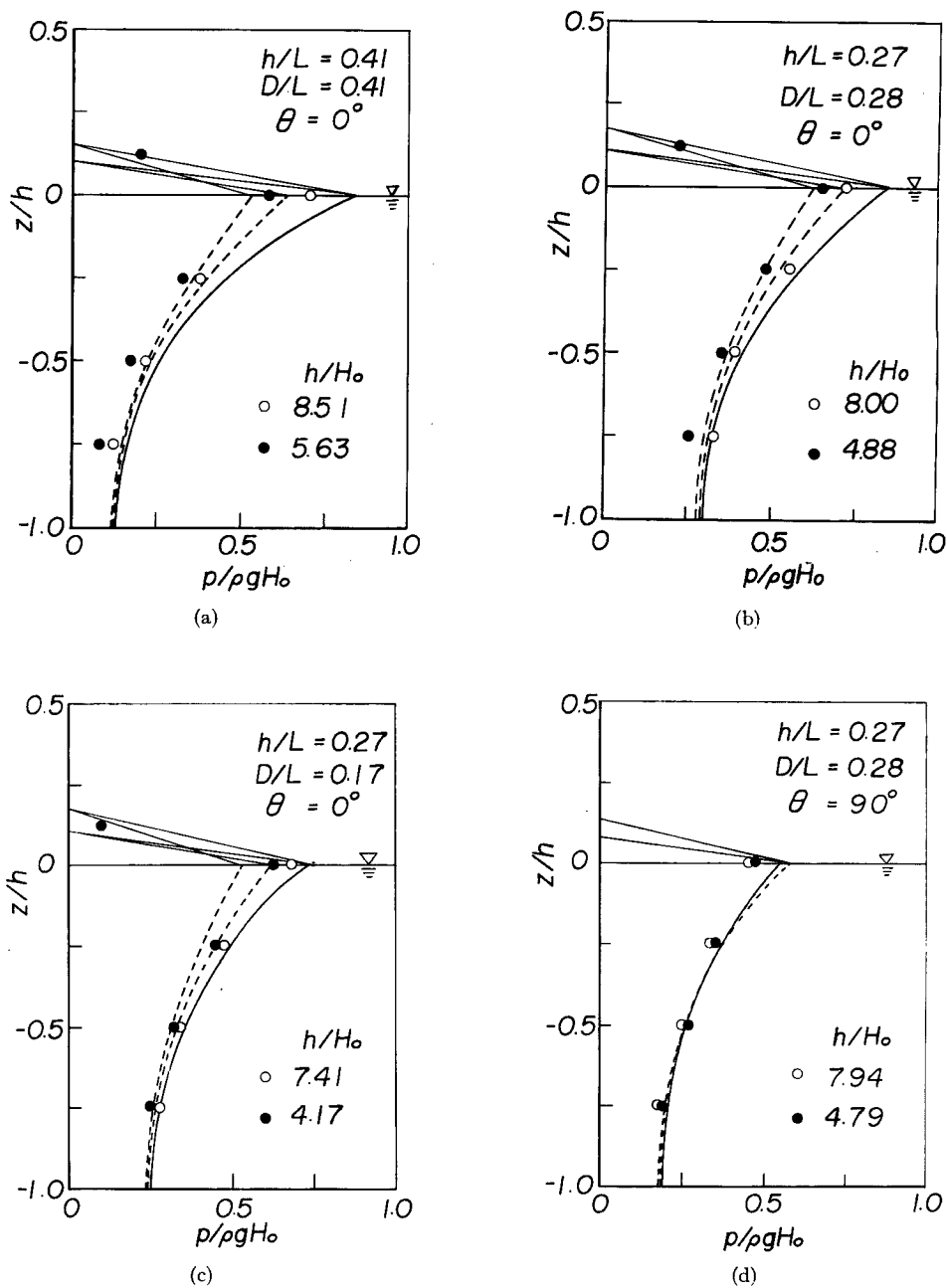


Fig. 5 Comparison between theoretical curves of vertical wave pressure distribution on cylindrical pile at phase of wave crest and experimental results

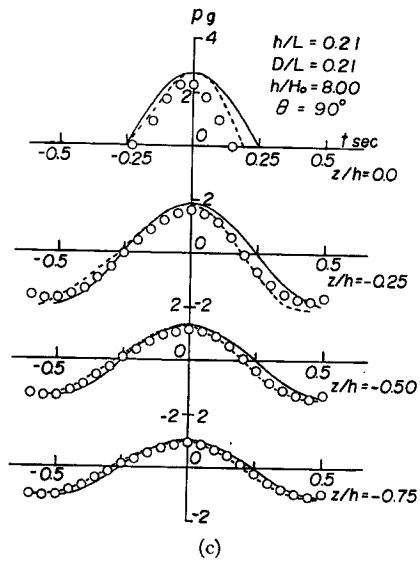
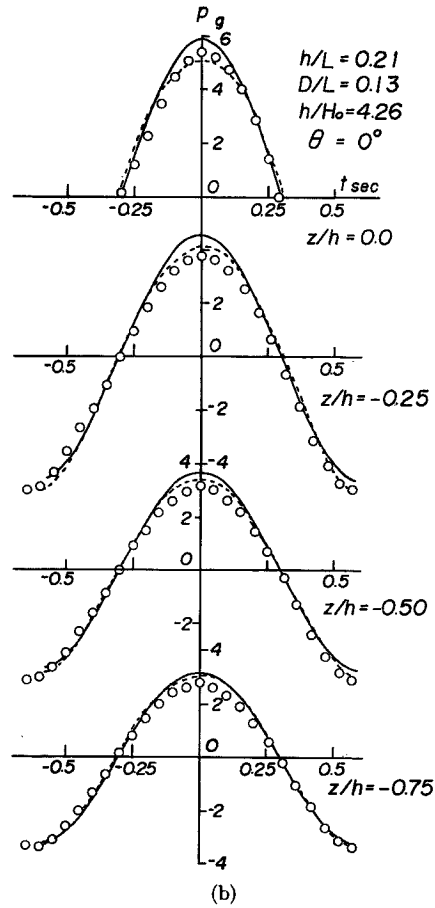
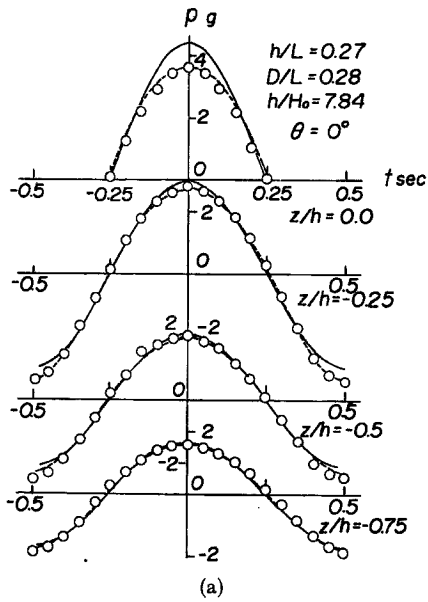


Fig. 6 Comparison between theoretical curves of time variation of vertical wave pressure on cylindrical pile and experimental results

つぎに、円柱壁面に沿う波圧の水平分布について考察しよう。**Fig. 7** は波圧の水平分布を示したものであり、このうち、(a) および (b) は $\theta=0^\circ$ の位置に波の峯がきたときの水平同時波圧 $p_c/\rho g H_0$ の θ による変化を示し、また (c) および (d) はそれぞれの θ の位置に波の峯がきたときの水平波圧 $p_{cp}/\rho g H_0$ の θ による変化を表わす。 θ が 90° より大きい円柱後面では h/H_0 の影響が小さいので、いずれの理論解と一致するかは明確でないが、円柱前面付近では h/H_0 の値の減少とともに、 $p_c/\rho g H_0$ および $p_{cp}/\rho g H_0$ の両方の実験結果とも第1次近似解より小さく、全体的には第2次近似解と比較的よく一致している。

Fig. 8 は $\theta=0^\circ$ に波の峯がきたときの水平波圧分布の時間的变化を示したものであり、実験結果は波形の非対称性を含めて第2次近似解による理論曲線とよく一致している。とくに、(b) から明らかなように、第2次近似解によれば、波圧波形の非対称性は $\theta=90^\circ$ 付近でもっとも著しく、 $\theta=90^\circ$ で波圧の最大値をとる位相

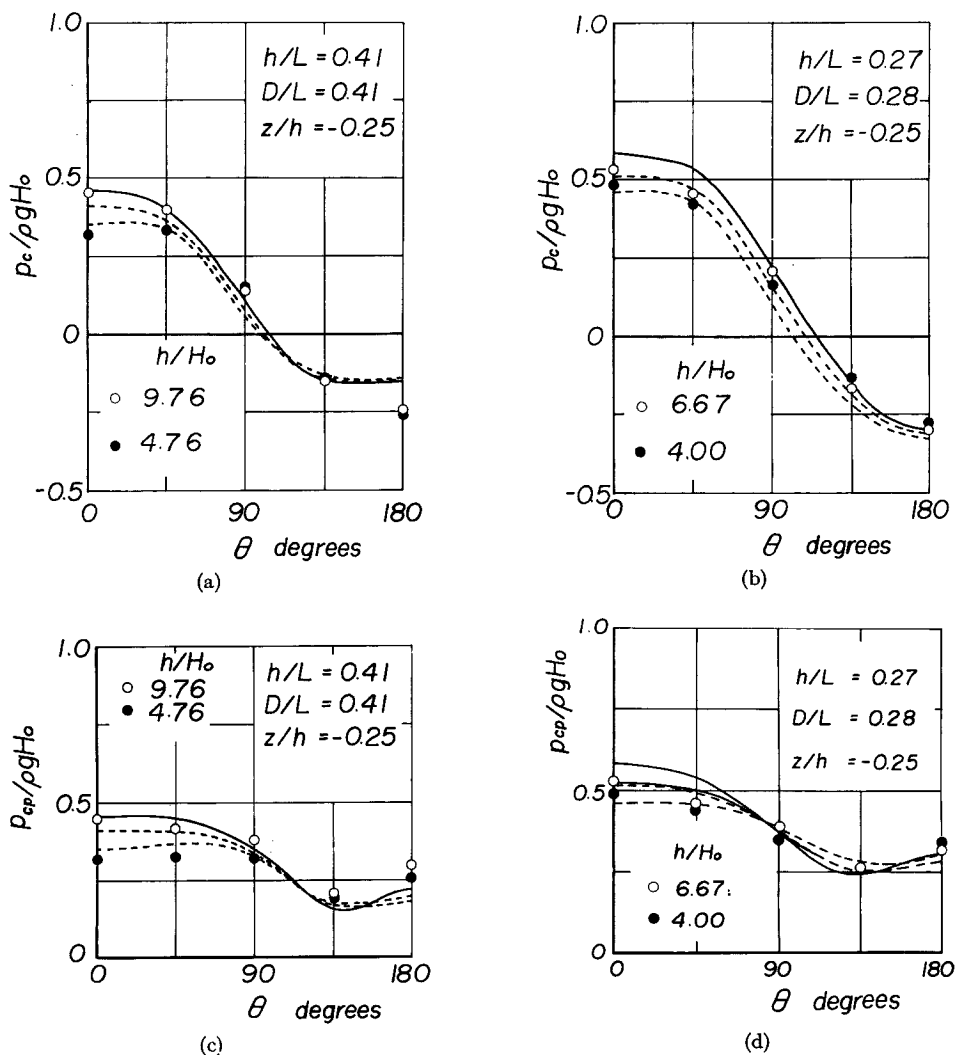


Fig. 7 Comparison between theoretical curves of horizontal wave pressure distribution on cylindrical pile at phase of wave crest and experimental results

が第1次近似解によるものよりずれることや、波圧波形の非対称性の程度が $\theta=90^\circ$ を中心として、円柱前面および後面に近づくにつれて小さくなることを定性的に説明することができる。ただし、この場合の h/H_0 の値がかなり小さいために、第2次近似解による $\theta=90^\circ$ および 135° の理論結果と実験結果の対応は若干悪い。

以上のように、大口径円柱に作用する波圧に及ぼす波の非線型効果はかなり大きく、 $\theta=0^\circ$ での波圧の最大値の実験結果は第1次近似解より小さい。また、非対称な波圧波形が出現するが、これらは波の非線型性を考慮した非線型回折波理論の第2次近似解によって比較的良好に説明できる。したがって、大口径円柱に作用する

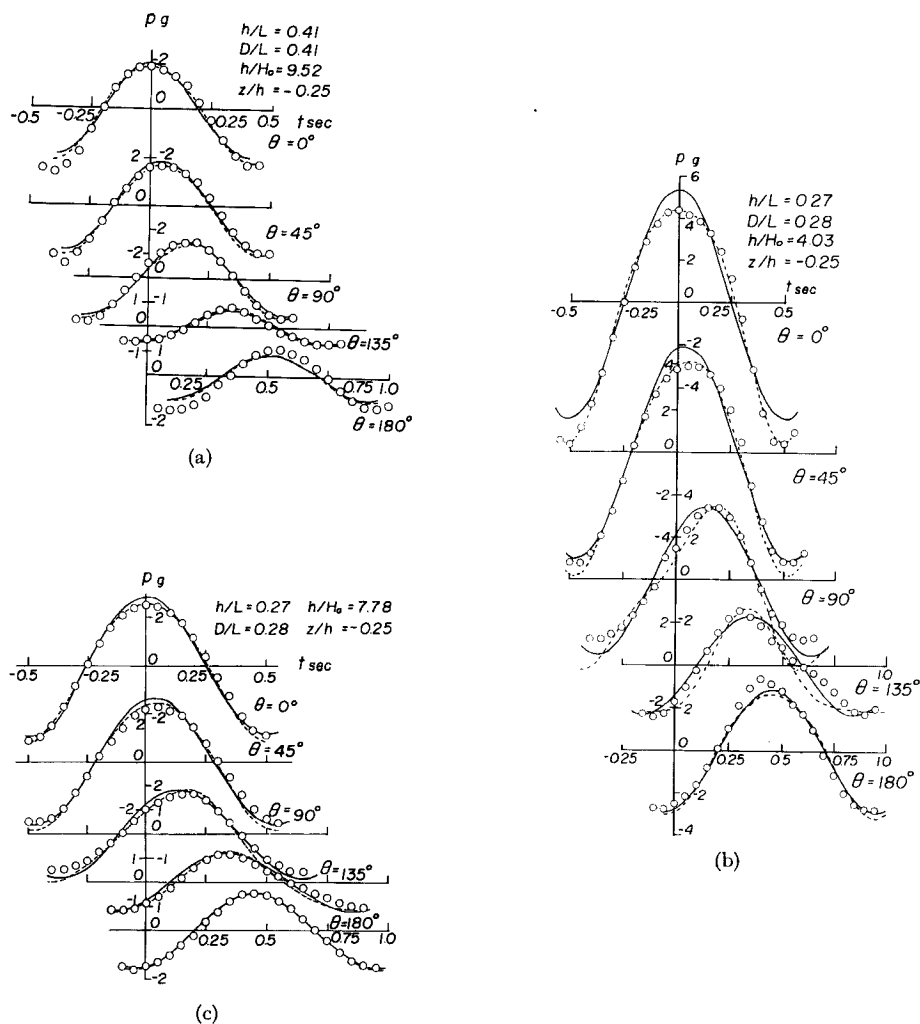


Fig. 8 Comparison between theoretical curves of time variation of horizontal wave pressure on cylindrical pile and experimental results

波圧のより適確な推定には本研究で述べたような非線型回折波理論を用いる必要がある。なお、入射波高がきわめて大きい場合には、円柱前面および後面においては円柱に沿う波が重なり合って跳波状態になるが、大口径円柱を用いた構造物の計画設計にはこの現象を考慮しなければならない。

4.3 水位変動に関する実験結果および考察

ここでは円柱壁面に沿う水位変動の実験結果と理論結果との比較検討について簡単に述べることにする。

Fig. 9 は $\theta=0^\circ$ の位置における水位変動の時間的変化を示したものである。この図によれば、水位変動の場合には波圧と異なり、波の非線型効果はそれほど顕著に現われないが、時間波形については、水位が正側にある時間が長くなるのがわかる。つぎに、 $\theta=0^\circ$ に波の峯および谷がきたときの円柱壁面に沿う水位変動の実験結果と理論曲線との比較の1例を示したものが Fig. 10 である。実験結果はいずれの理論曲線とも比較

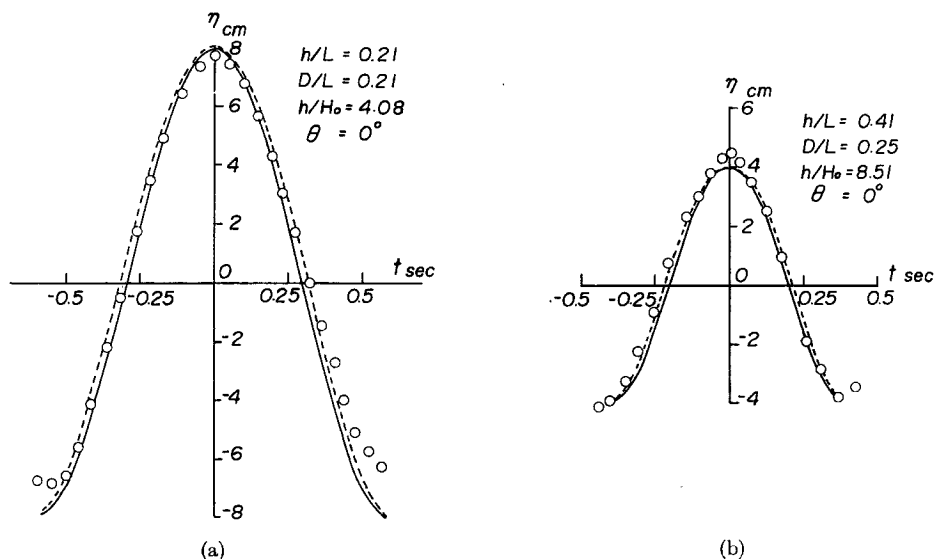


Fig. 9 Comparison between theoretical curves of time variation in water level at $\theta=0^\circ$ on cylindrical pile and experimental results

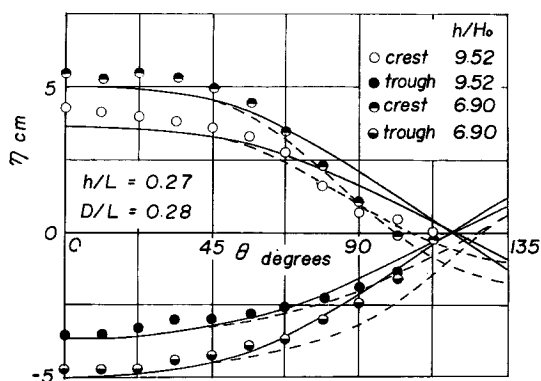


Fig. 10 Comparison between theoretical curves of spacial variation in water level along cylindrical pile at phase of wave crest at $\theta=0^\circ$ and experimental results

的よく一致しているが、 $\theta=90^\circ$ 付近では理論曲線の傾向が相互に異なっている。すなわち、 $\theta=0^\circ$ に波の峯がきたときの第2次近似解による水位変動は第1次近似解によるものに比べて変化の度合がより著しく、また波の谷がきたときには逆の傾向を示し、実験結果の傾向に近くなる。しかし、さらに高波高の場合には $\theta=90^\circ$ 付近におけるこの傾向が著しくなり、かえって実験結果との対応が悪くなる場合が見られた。これは第2次近似解の適用範囲と関連するものであろう。

5. 円柱に作用する全波力の特性

5.1 実験装置および実験方法

実験には、第1報で述べた長さ 20 m、幅 3 m、深さ 70 cm のプランジャー式造波機を備えた波圧実験用水槽を用いた。

また、全波力の測定はストレインゲイジ各2枚を約 30 cm 離して接着し、両者のひずみの差を取り出すようにブリッジ回路を構成した波力測定装置に直径 50 cm および 30 cm の円柱を取り付けて行なった。この場合、波力測定系の固有振動数は 5.0 cps であった。入射波高は4.で述べた方法により補正を行なった。**Table 1** は実験条件および実験波の特性を一括して示したものである。

Table 1 Wave characteristics and water depth used in the experiments

Wave period T sec	Water depth h cm	Pile diameter D cm	D/L	Wave height of incident waves H_0 cm
0.6	30.0	50.0	0.89	0.6~3.0
0.7	40.0	50.0	0.66	0.7~7.6
0.8	40.0	50.0	0.51	1.2~12.3
1.0	40.0	50.0	0.34	1.4~14.6
1.2	40.0	50.0	0.26	0.9~10.1
1.2	40.0	30.0	0.16	0.9~10.0

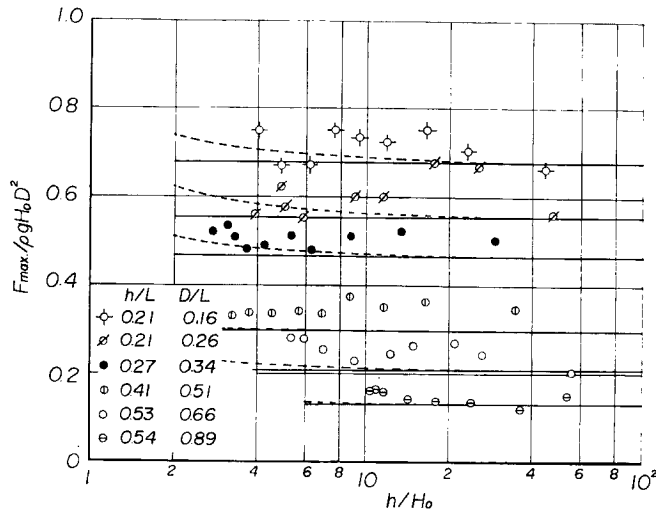


Fig. 11 Comparison between theoretical curves of maximum total wave force on cylindrical pile and experimental results (1)

5.2 全波力に関する実験結果および考察

Fig. 11 は全波力に及ぼす波の非線型効果を検討するために、全波力の最大値 $F_{max}/\rho g H_0 D^2$ の h/H_0 による変化を示したものであり、図中の実線および点線はそれぞれ非線型回折波理論の第1次近似解および第2次近似解を表わす。実験結果の D/L の範囲は $0.16 > D/L > 0.89$ で、かなり広範囲にわたっている。図によれば、ばらつきは大きい、いずれの実験結果も h/H_0 によってそれほど変化せず、理論結果の傾向とよく一致している。しかし実験結果の方が理論結果より全体的に若干大きい。この原因の1つとして、波力測定系の固有周期が入射波の周期に比べてそれほど小さくないことが考えられる。そこで、ここでは静水中での自由振動の詳細な測定から得られた波力測定装置の固有振動数 5.0 cps および対数減衰率 0.016 を用いて1自由度の

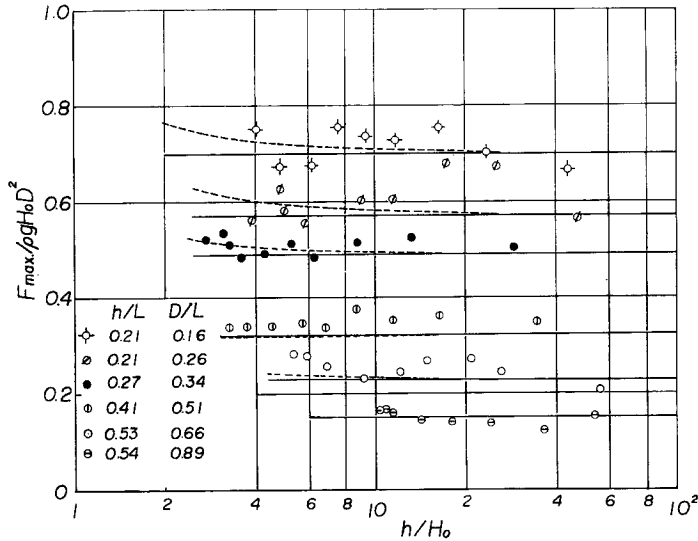


Fig. 12 Comparison between theoretical curves of maximum total wave force on cylindrical pile and experimental results (2)

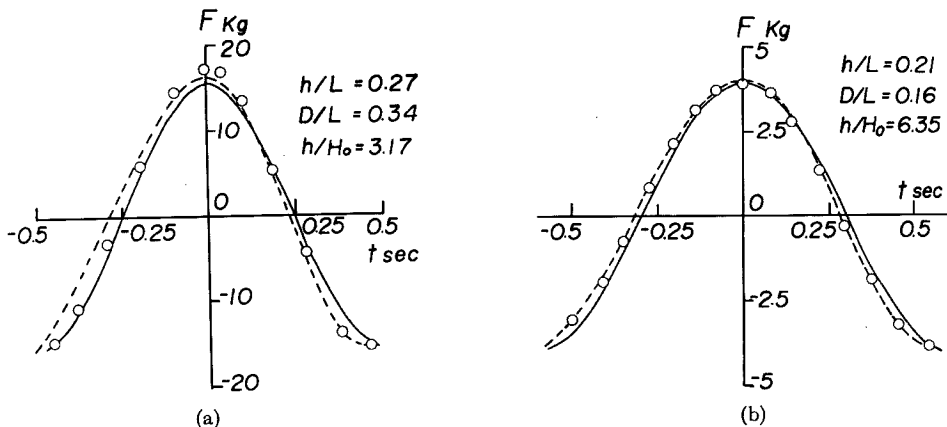


Fig. 13 Comparison between theoretical curves of time variation of total wave force on cylindrical pile and experimental results

振動系として計算される変位から全波力を求め、静的に計算した全波力と比較した結果、その差は3～12%であった。したがって、以下では、波力測定装置の変位から求められる全波力の実験結果と前述した振動系の外力に対して回折波理論を適用して得られた変位から計算される全波力の理論結果とを比較検討する。

Fig. 12 は Fig. 11 の結果を補正したものであり、理論結果は Fig. 11 に比べて実験結果と比較的によく一致している。つぎに、全波力の時間的変化を示したのが Fig. 13 である。第2次近似解によれば、全波力の時間波形が非対称になるが、Fig. 13 の実験結果にはこうした傾向が現われていることがわかる。

以上の考察より、全波力に及ぼす波の非線型効果は小さいという非線型回折波理論の第2次近似解による結果がある程度確かめられたといえよう。

5.3 質量係数に関する実験結果および考察

Fig. 14 は全波力の最大値および最小値から Stokes 波の第1次近似解を用いて求めた質量係数 C_M の直径・波長比 D/L による変化を示したものであり、図中の実線は式(7)によるものである。実験結果のばらつき

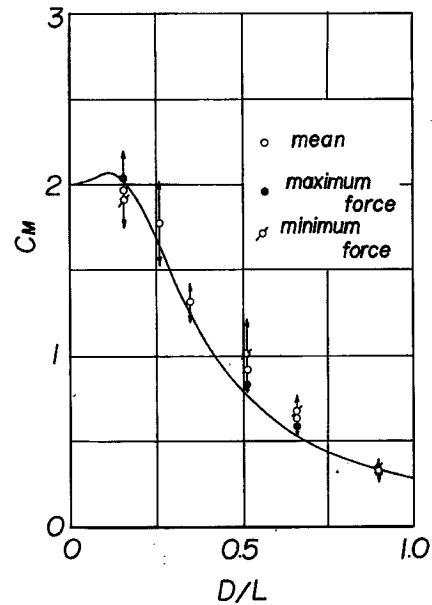


Fig. 14 Comparison between theoretical curves of inertia coefficient of cylindrical pile and experimental results (1)

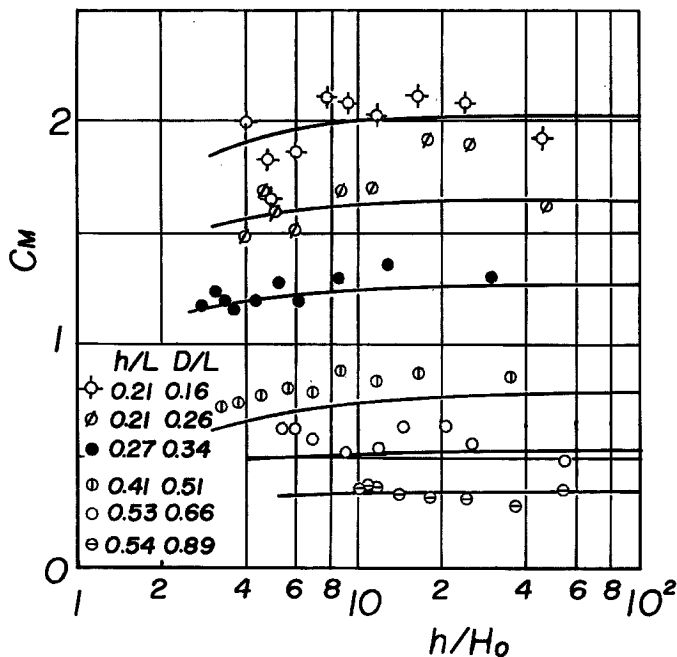


Fig. 15 Comparison between theoretical curves of inertia coefficient of cylindrical pile and experimental results (2)

きの幅は大きい、 C_M は D/L の値の増加とともに急激な減少を示し、理論曲線とその傾向がよく一致している。**Fig. 15** は質量係数に及ぼす波の非線型効果を検討するために、全波力の最大値より Stokes 波の第 2 次近似解を用いて求めた C_M の h/H_0 による変化を示したものであり、図中の実線は非線型回折波理論の第 2 次近似解より算出した質量係数の理論曲線を表わす。この図より C_M の実験結果は理論によって与えられるように、 h/H_0 の値の減少とともに減少していることがわかる。

6. 結 語

以上、本研究では、大口径円柱に作用する波力を適確に評価するための基礎研究を波圧・波力に及ぼす波の非線型効果の解明という観点から実施したが、得られた結果はつぎのように要約される。すなわち、まず著者らが導いた非線型回折波理論の第 2 次近似解に基づく波圧および水位変動の表示式と全波力式の概要を示すとともに、全波力の最大値および最小値を数値計算によって求め、全波力に及ぼす波の非線型効果を検討した結果、比水深の小さい場合を除いて、全波力の最大値および最小値に及ぼす波の非線型効果は小さいことを明らかにした。また、第 2 次近似解による全波力の最大値から求めた質量係数は直径・波長比ばかりでなく、比水深および水深・波高比にも関係し、同一の直径・波長比に対して比水深の値が大きく水深・波高比の小さいほど、その値が小さくなることを示した。

つぎに、波圧および水位変動に関する実験結果と理論曲線との比較から、円柱前面 ($\theta=0^\circ$) では波の非線型性の影響が強く現われて、波の峯の位相における波圧は水深・波高比の減少とともに減少し、その傾向は第 2 次近似解による理論曲線とよく一致することや波圧の鉛直および水平分布の実験結果と第 2 次近似解による理論結果との対応がよいことを見出した。また波の非線型効果である波圧の時間波形の非対称性は円柱側面 ($\theta=90^\circ$) でもっとも顕著に現われ、円柱前面および後面に近づくにつれてその影響が小さくなり、この結果は第 2 次近似解によってよく説明されることを明らかにした。さらに、円柱壁面に沿う水位変動の分布の実験結果は理論曲線と比較的よく一致するが、水深・波高比の小さい場合には、円柱側面での両者の対応が悪くなることを指摘した。さらに、直径・波長比の広範囲な領域における全波力の実験結果の考察から、時間波形は非対称になるが、全波力の最大値に及ぼす波の非線型効果が小さいことおよび質量係数は水深・波高比の減少とともに減少するという非線型回折波理論による結果を確かめることができた。したがって、波の非線型性の影響は波圧については比較的大きいが、波圧の円周および水深方向についての積分である全波力については、時間波形の非対称性を除いてあまり大きくないといえる。

最後に、本研究の一部は文部省科学研究費によるものであることを明記するとともに、図面の作成に助力いただいた芝野照夫助手に深く感謝する次第である。なお、本研究の数値計算はすべて防災資料センターの電子計算機 FACOM 230-25 によるものであることを明記する。

参 考 文 献

- 1) 土屋義人・山口正隆：大口径柱体に作用する波力に関する研究 (1)―波圧分布と水位変動特性について―、京大防災研年報，第14号 B, 1971, pp. 373-390.
- 2) Chakrabarti, S. K.: Nonlinear Wave Forces on Vertical Cylinder, Proc. ASCE, Vol. 98, No. HY11, 1972, pp. 1895-1909.
- 3) 山口正隆・土屋義人：大口径円柱に作用する波圧・波力に及ぼす波の非線型性の影響，土木学会論文報告集，No. 229, 1974, pp. 41-53.