

# ダムの治水操作に関する研究

——降雨量が予測される場合——

石 原 安 雄・友 杉 邦 雄

## A STUDY ON FLOOD CONTROL BY RESERVOIR

——Reservoir Operation Based on Forecasted Rainfall Depth——

By *Yasuo* ISHIHARA and *Kunio* TOMOSUGI

### Synopsis

For a storage reservoir constructed on mountainous small river, where flood runoff is very rapid, forecasted storm rainfall depth must be valuable information to do better flood control. But, practically, it is difficult to make the best use of the information, except such a way as preliminary release, because it is impossible to predict flood hydrograph only from rainfall depth.

This paper treats with a method to make the best use of storm rainfall depth forecasted just before flood. The method is based on the conditional distribution of peak discharge to rainfall depth and on the assumption of shape of hydrograph for given peak discharge and rainfall depth. Computational examples are also shown.

The method discussed here will be applied also to design problem of flood control.

### 1. ま え が き

ダムの理想的な治水操作にとって洪水ハイドログラフ全体の適確な予測は不可欠の前提であるが、わが国のようにダムが出水の急な山間中小流域に築かれている場合、それには降雨の時間的、地域的な分布の十分な予測が適確になされる必要がある。しかしそのような予測は現在不可能であって、ただ、比較的短期間（数時間～1日程度）の面積平均的降雨量の予測ならば、降雨原因によっては可能であり、現になされている。したがって、現在のところ、理想的なダム操作を望むのは無理としても、できるだけ効果的なダム操作を目指すためには、この不十分ながら予測される雨量をできるだけ効果的にダム操作に反映させる方法を考えることが重要な課題の1つといえよう。

この課題には大きく分けて2つの問題が含まれている。1つはその予測の精度の評価の問題であり、いま1つはその予測が正しいとしたとき、具体的にダム操作をどのようにすればよいかという問題である。これらは共にむずかしい問題であり、ことに前者は重要ではあるが非常にむずかしいので、ここではその精度が将来十分に向上することを前提として、あるいは別の問題として取扱い得るとして、後者の問題について考えることにする。

なお、一口に予測雨量といっても、その予測のなされた時点の状況によって自らダムの具体的な操作方針は異なってくるはずである。たとえば、洪水の起る相当前になされた予測なら、その予測雨量に見合った予備放流をすればよく、この場合問題なのは予測の精度のみであろう。問題は洪水の直前または初期、最盛期および末期等に新たに相当の降雨量が予測された場合であり、ここではそのうち比較的取扱いの容易な、洪水の直前あるいは初期に降雨量予測がなされた場合についてその時点でダムの治水操作方針をいかにするかの問題にさらにしぼることにする。

すなわち、ここで問題とする点をもう少し具体的にいうとつぎのようである。洪水の直前あるいは初期に、ある適当な期間の降雨量が予測されても、その期間内の雨量の時間分布は不明であるため、洪水ハイドログラフは予測できない。したがって、その予測雨量が正しいとしても、現在のところその値にほとんど無関係に固定的な（あるいは規定の）一定率あるいは一定量調節方式をとることとなり、こうした場合の予測雨量の価値がダム操作にほとんど反映されていないという点である。

本研究はこの問題を解決するための一つの方法論を示すものであり、その内容の概略はつぎのようである。まず、ある一定期間の雨量に対して生じ得るピーク流量の確率分布を評価する方法とその具体例を示す。これは、われわれが行なって来た雨量の時間配分に関する研究の成果と特性曲線理論による成果を組み合わせたものである。つぎに雨量とピーク流量が与えられた場合の洪水ハイドログラフの代表的な形として簡単な三角形分布を想定し、そのハイドログラフに一定率調節方式を適用した場合について、先の結果を利用して、予測雨量と調節率の関係等をダムの治水容量をパラメータとして確率的に評価しうることを示し、予測雨量をダム操作に反映させる方法について論じる。

## 2. 雨量とピーク流量の確率的関係の評価法

ここでは、次章における議論を可能にするものとして、ある一定期間の降雨量に対して起り得るピーク流量の確率分布等を評価する方法について述べる。それは特性曲線法により導びかれたピーク流量とその到達時間の関係とわれわれが最近研究している連続最大雨量配分率と称するものの確率分布とを組み合わせたものに基づいており、まずそれらの概要を示しておく。

### 2.1 本方法の基礎となる従来成果の概要

#### A) 特性曲線法による成果<sup>1)</sup>

流出の遅れに関する河道の効果が斜面のそれに比して小さく、かつ雨量の地域分布の影響を無視してもよいような流域（このような流域の面積は数 100 km<sup>2</sup> 以下といわれており、本研究で対象とするダム流域もほぼこの程度であることが多い）について、つぎのような関係式が成り立つことが知られている。すなわち、流域面積を  $A(\text{km}^2)$ 、直接流出のピーク流量を  $Q_p(\text{m}^3/\text{sec})$ 、代表的斜面上端から観測点までの雨水の微小擾乱の伝播時間の最小値（ピーク流量の到達時間） $t_{pc}(\text{hr})$  内の平均置換有効降雨強度を  $r_{mp}(\text{mm/hr})$  とすると、

$$Q_p = \frac{1}{3.6} r_{mp} \cdot A \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$t_{pc} = B \cdot r_{mp}^{p-1} \quad \dots\dots\dots (2)$$

なる関係がある。ここに、 $B = KL^p$  で、 $K$  は粗度と斜面こう配に関するもの、 $L$  は代表的斜面長、 $p$  は  $0 < p \leq 1$  なる指数で、マニングの抵抗則が成立する場合は  $p = 0.6$  であつて、それぞれ流域固有の定数とみなされる。

#### B) 連続最大雨量配分率の定義とその確率分布<sup>2)</sup>

$T$  時間雨量  $R_T$  が与えられたとき、 $t$  時間連続最大雨量配分率  $y$  は次式で定義される。

$$y = R_{tm} / R_T \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $R_{tm}$  は  $T$  時間雨量が  $R_T$  となる任意の 1 つのハイトグラフにおけるすべての  $t$  時間連続雨量  $R_t$  のうちの最大値である。ハイトグラフがあらゆる形状をとり得るとするとき、この  $y$  の分布範囲は  $t/T$  の値域によって異なり、一般につぎのようになる。

$$1 \geq y \geq \frac{1}{n} \quad \left( \text{for } \frac{1}{n-1} > t/T \geq \frac{1}{n} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに  $n$  は自然数である。

この  $y$  の確率分布については、雨量の時間配分過程の純ランダム性の仮定のもとに理論分布を求めてみた

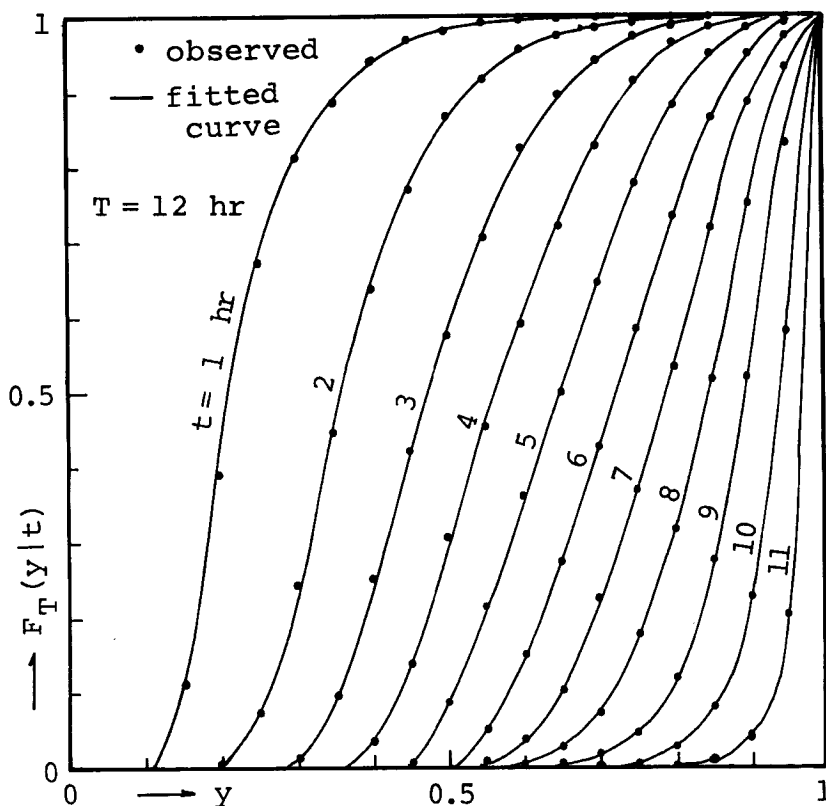


Fig. 1 Examples of empirical distribution of  $y$  defined by Eq. (3), based on 12-hour-rainfall data obtained at the upper Tone River.

が、実測資料による経験分布との適合性はあまり良好ではない。また、その理論分布式も完全ではなく、かつ複雑な形をしているため、ここでは経験分布を用いることになる。**Fig. 1** は利根川八斗島上流域内の約100地点における昭和11～34年の38洪水時の時間雨量記録<sup>3)</sup>より、1748 case の12時間降雨を選び、1つの標本集合として解析して得た  $y$  の累積分布  $F_T(y|t)$  を、 $T=12$  (hr),  $t=1, 2, \dots, 11$  (hr) について示した例である。図中、黒丸が実測値のプロットであり、曲線はそれらができるだけのように滑らかに描いたものである。

なお、この経験分布は、1時間単位の高エトグラフの解析に基づいているため、(3)式で定義したものの分布とは厳密には異なるが、ほぼ近似していると仮定してこれをそのまま用いることにする。また、このような滑らかな分布を得るためにはデータ数を多くする必要があったので、地点の区別をしない標本の選び方をしたわけであるが、この点の問題については、雨量ではなく、降雨の時間分布形状に関するものは地域的な差はほとんどないと推定されるので、まず許されると考えている。いずれにしろ若干問題が残されているが、これらは将来解決される可能性が十分にある。

## 2.2 雨量とピーク流量の条件付分布範囲

ここでは、以上に示した成果を組み合わせることによって、ある一定期間の雨量が与えられたときのピーク流量の分布範囲、および逆にあるピーク流量をもたらすある一定期間の雨量の分布範囲等を明らかにする。これは、雨量とピーク流量の確率的関係を評価する方法を考察する基礎となるものである。

本研究で対象とするのは、洪水を引き起すような大きな降雨のしかも最盛期付近であるから、置換有効降雨

と観測降雨との差はほとんどないと考えられる。また、問題の性質上それほど厳密な精度は要求されない。したがって、ここでいうピーク流量とは(1)式の  $Q_p$  のこととする。同式の示すように、この  $Q_p$  は  $r_{mp}$  と 1 対 1 の関係にあるから、 $Q_p$  より一般性のある  $r_{mp}$  について以下の議論を進めることにする。

さて、ピーク流量の発生条件を考えれば明らかなように、 $t_{pc} \times r_{mp}$  なる雨量は  $t_{pc}$  時間連続最大雨量となっているはずである。したがって、 $T > t_{pc}$  なる  $R_T$  が与えられた場合、それは  $R_{tm}(\text{for } t=t_{pc})$  のことであり、(3)式より、

$$y = t_{pc} \cdot r_{mp} / R_T \dots\dots\dots (5)$$

と表わせることになる。これに(2)式の関係代入すれば、 $r_{mp}$  と  $T$  時間雨量  $R_T$  との関係が、連続最大雨量配分率  $y$  を媒介変数として、

$$r_{mp} = (y R_T / B)^{\frac{1}{p}} \dots\dots\dots (6)$$

と表わせることになる。この式において、 $t=t_{pc}$  に対する  $y$  の分布範囲が(4)式で表わされることを考慮すれば、 $R_T$  と  $r_{mp}$  の条件付分布範囲および  $R_T-r_{mp}$  平面上の点が、 $y-t$  平面上の点にどのように対応するかを明らかにする共軸図、Fig. 2 が得られる。ただし、これは由良川大野ダム上流域 ( $A=350 \text{ km}^2$ ) における解析結果<sup>4)</sup>を参考として、 $p=0.6$ ,  $B=17.7 (\text{mm}^{-0.4} \text{ hr}^{0.6})$  を選び、 $T=12 (\text{hr})$  とした場合の例である。図中、 $R_T-r_{mp}$  平面に示した  $r_{mp}$  軸に平行な線分  $\overline{ab}$  はそのときの  $R_T$  の値に対する  $r_{mp}$  の分布範囲を示し、 $R_T$  軸に平行な線分  $\overline{cd}$  はその  $r_{mp}$  に対する  $R_T$  の分布範囲を示す。そしてこれらの線分は、 $y-t$  平面上では、それぞれ弧  $\widehat{a'b'}$  および線分  $\overline{c'd'}$  に対応する。したがって、交点  $e$  は  $e'$  に対応するわけである。なお、 $R_T$  が与えられたときの  $r_{mp}$  の上限  $r_{mpu}$ 、および下限  $r_{mpl}$  の一般式はそれぞれつぎのようである。

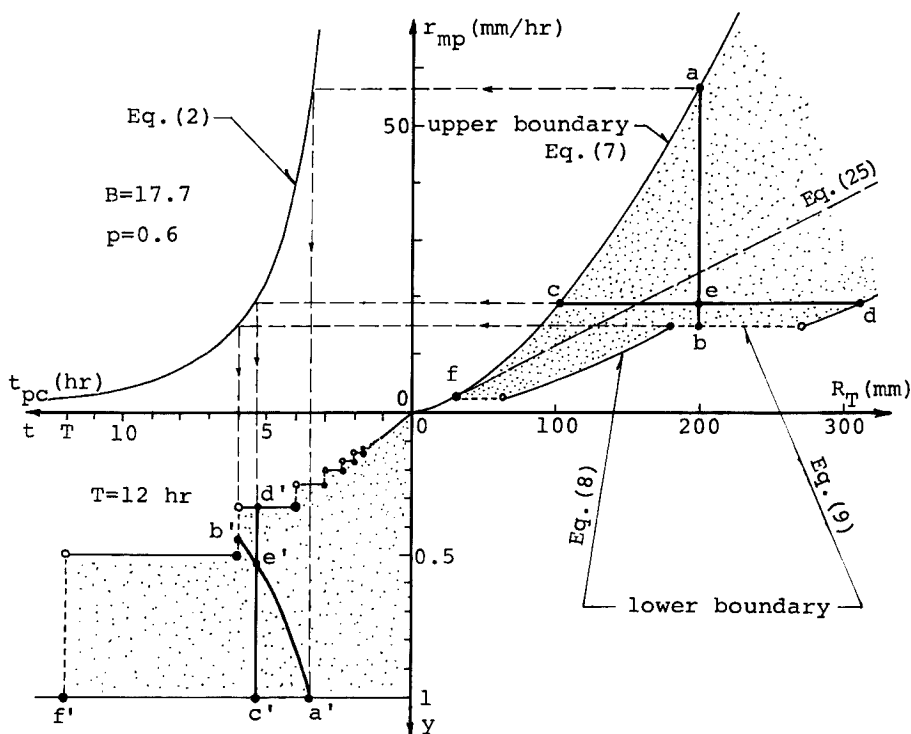


Fig. 2 Illustration of the distribution range of points  $(R_T, r_{mp})$  and  $(y, t)$  and the relation between them.

$$r_{mpu} = (R_T/B)^{\frac{1}{p}} \dots\dots\dots (7)$$

$$r_{mpl} = (R_T/nB)^{\frac{1}{p}}, \left( \text{for } nB \left\{ \frac{(n-1)B}{T} \right\}^{\frac{p}{1-p}} \leq R_T < nB \left( \frac{nB}{T} \right)^{\frac{p}{1-p}} \right) \dots\dots\dots (8)$$

$$= (nB/T)^{\frac{1}{1-p}}, \left( \text{for } nB \left( \frac{nB}{T} \right)^{\frac{p}{1-p}} \leq R_T < (n+1)B \left( \frac{nB}{T} \right)^{\frac{p}{1-p}} \right) \dots\dots\dots (9)$$

ここに  $n$  は(4)式における  $n$  に対応する。

### 2.3 $R_T$ と $r_{mp}$ の確率的関係の評価法

ここでいう確率的関係とは、同時分布および条件付分布のことであり、そのうち本研究の目的から最も重要なのは、 $r_{mp}$  の条件付確率分布である。

さて、いま  $R_T$  と  $r_{mp}$  の同時確率密度関数を  $g(R_T, r_{mp})$ 、条件付確率密度関数をそれぞれ、 $h_1(R_T|r_{mp})$ 、 $h_2(r_{mp}|R_T)$  とすると、これらを従来の統計解析法によって直接評価するには、現在あまりにも資料数が少なすぎる。一般に現在の資料数でも十分評価できるのは  $R_T$  の周辺分布密度関数  $g_1(R_T)$  と  $r_{mp}$  の周辺分布密度関数  $g_2(r_{mp})$  である（ただし、比較的新しいダム流域にとっては  $g_2$  の評価もむずかしい）。そこで考えられるのは、この  $g_1$  および  $g_2$  と前述の  $\gamma$  の確率分布とから、 $g$ 、 $h_1$  および  $h_2$  がなんらかの方法で評価できないかということであり、つぎにその方法を述べる。

まず、Fig. 2 を参照すれば明らかなように  $R_T$ - $r_{mp}$  平面の線分  $\bar{cd}$  上の点は、 $\gamma$ - $t$  平面の線分  $\bar{c'd'}$  上の点に1対1に対応している。したがって、 $\bar{c'd'}$  上の点の確率密度すなわち  $t(=t_{pe})$  が与えられたときの  $\gamma$  の

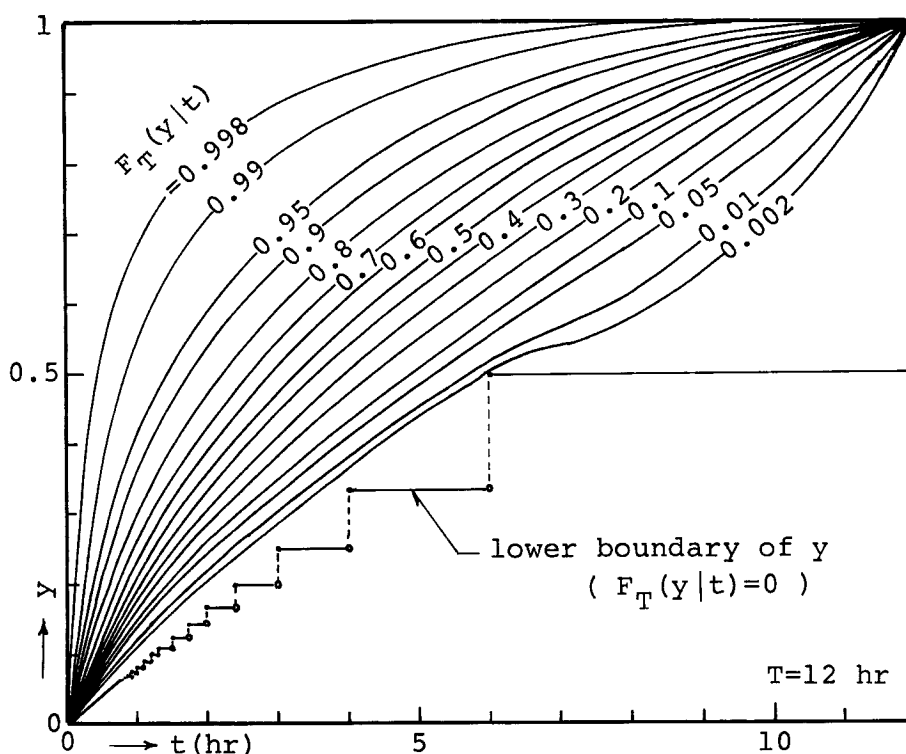


Fig. 3 Iso-probability Lines obtained from Fig. 1. This diagram is useful for interpolation of  $F_T(\gamma|t)$ .

確率密度を  $f_T(y|t)$  とすれば, cd 上の点の確率密度すなわち  $h_1(R_T|r_{mp})$  は, 確率論の示す関係により,

$$h_1(R_T|r_{mp}) = f_T(y|t) \cdot \left| \frac{\partial y}{\partial R_T} \right| = f_T(y|t) \cdot \frac{R \cdot r_{mp}^p}{R_T^2} \quad \dots\dots\dots(11)$$

と表わせる。この  $f_T(y|t)$  は **Fig. 1** に示した  $y$  の確率分布  $F_T(y|t)$  から評価できるから,  $h_1$  は上式によって評価できることになる。ただし, この  $F_T(y|t)$  は,  $t$  の1時間単位ごとの値しか得られていないので, 任意の  $t$  に対する値をなんらかの方法で内挿しなければならない。**Fig. 3** はその内挿を行なうために描いたものである。すなわち, これは **Fig. 1** から  $t=1, 2, \dots, 11$  それぞれに対して,  $F_T(y|t)$  が等しい  $y$  の値を読みとって  $y-t$  平面上にプロットした点を滑らかに連らねたものであり, この図から逆に任意の  $t$  に対する  $F_T(y|t)$  を推定することができる。

以上のように  $h_1$  すなわち, 任意の  $r_{mp}$  に対する  $R_T$  の確率分布は評価できることがわかったが, 前述のように, 本研究で重要なのは  $h_2$  すなわち任意の  $R_T$  に対する  $r_{mp}$  の確率分布である。しかし, これは, **Fig. 2** から明らかなように,  $\overline{ab}$  の  $y-t$  平面への射影が  $y$  軸に平行でないため,  $h_1$  の場合のようには評価できない。そこで,  $g_1$  および  $g_2$  が既知の場合は, つぎに示すよく知られた関係式が役立つ。

$$g_1(R_T) \cdot h_2(r_{mp}|R_T) = g_2(r_{mp}) \cdot h_1(R_T|r_{mp}) = g(R_T, r_{mp}) \quad \dots\dots\dots(12)$$

すなわち, この式から得られる

$$h_2(r_{mp}|R_T) = g_2(r_{mp}) \cdot h_1(R_T|r_{mp}) / g_1(R_T) \quad \dots\dots\dots(13)$$

に(11)式で得られる  $h_1$  を代入して,  $h_2$  を評価できることになり, また同時に  $g$  も評価できることは明らかである。

では, 前述のただし書のように  $g_2$  の評価が無理な場合はどうであろうか。現実にはこのような場合は多く, また, 降雨量に比して流量は統計量として不安定であることを考えると, このような場合の方法を考えておく必要があり, つぎにその方法について述べる。

まず, このような場合, すなわち(12)式において,  $g_1$  と  $h_1$  のみが既知である場合に  $h_2$  を求めるということの数学的意味を明確にしておこう。明らかに(12)式の関係のみからでは  $h_2$  を求めるのは不可能であり, もう1つの関係式,

$$g_1(R_T) = \int_{r_{mpl}}^{r_{mpu}} g(R_T, r_{mp}) dr_{mp} \quad \dots\dots\dots(14)$$

が必要である。ここに  $r_{mpu}$  は(7)式,  $r_{mpl}$  は(8)および(9)式で表わされる  $r_{mp}$  の上限および下限である。この(14)式に(12)式の関係式を代入すると,

$$g_1(R_T) = \int_{r_{mpl}}^{r_{mpu}} h_1(R_T|r_{mp}) \cdot g_2(r_{mp}) \cdot dr_{mp} \quad \dots\dots\dots(15)$$

となる。この式はいわゆる Fredholm 型第1種の積分方程式にはかならず, 問題はこの積分方程式を解くことに帰着する。

ところで一般に積分方程式を解析的に解くことはむずかしく, 通常は数値解法によるわけであるが, とくにこの Fredholm 型第1種の場合は数値解法でも解けないことが多いとされている<sup>5)</sup>。ここでいう数値解法とは離散的な表現によって得られる多次元連立1次方程式を解く方法である。すなわち, (15)式の場合,  $g_1, g_2$  および  $h_1$  の離散値を, それぞれ  $\Delta g_{1i}, \Delta g_{2j}$  および  $\Delta h_{1ij}$  ( $i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, m$ ) とすれば,

$$\Delta g_{1i} = \sum_{j=1}^m \Delta h_{1ij} \cdot \Delta g_{2j}, \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots\dots(16)$$

なる  $\Delta g_{2j}$  に関する  $m$  元連立一次方程式を解けばよいわけである。そこでこの方法を次節で述べる計算条件で試してみたわけであるが, 一応解は得られても, それは確率分布として全く不適当なものであった。この原因は(15)式が Fredholm 型第1種であるためと考えられ, この場合別の方法によらざるを得ない。つぎにわれわれの行なった方法を具体的な数値例によって示す。これは  $g_2$  を適当に仮定して行なう試算的方法である。

## 2.4 試算法による数値例

ここに示すのは、(16)式によって解くために準備した計算条件および離散区間のとり方等に準拠して行なったものであり、まずそれらの概略を述べる。

### 1) 計算条件と離散区間のとり方

まず、計算の対象として、これまでに例示してきたもの、すなわち、 $p=0.6$ ,  $B=17.7$  ( $\text{mm}^{-0.4} \cdot \text{hr}^{0.6}$ ),  $T=12$  (hr) の場合を選んだ。また、既知とする12時間雨量  $R_{12}$  の周辺分布としては、利根川上流の前橋地点における毎年最大値<sup>6)</sup>が適合した Gumbel 分布、

$$G_1(R_{12}) = \exp\{-\exp(-0.0245 R_{12} + 1.6852)\} \dots\dots\dots(17)$$

を用いることにした。

つぎに、求めようとする  $R_{12}$ ,  $r_{mp}$  の範囲とそれらの離散区間のとり方であるが、まず  $R_{12}$  については、Fig. 2 の  $f$  点 ( $R_{12}=31.8$  mm) を始点として、最初の区間 ( $i=1$ ) を 35 mm までとし、以後等間隔  $\Delta R_{12}=5$  mm として、280 mm までをとり、 $i=2, 3, \dots, 50$  と番号をつけた。 $r_{mp}$  については、等間隔にとると、 $\Delta h_{1ij}$  を評価する際に必要な  $\Delta t_j$  の大きさが、 $r_{mp}$  の小さいところと大きいところで、大きく違い、また逆に  $\Delta t_j$  を等間隔にとれば  $\Delta r_{mpj}$  の差が大きくなり過ぎるため (Fig. 2 参照)、その中庸として  $r_{mp}$  のかわりに  $R_{tm}$  ( $=r_{mp} \cdot t_{pc} = B r_{mp}^p$ ) を考え、これを等間隔にとることにした。このようにすると、 $\Delta r_{mpj}$  は  $r_{mp}$  の小さいところほど小さく、 $r_{mp}$  が大きくなるにつれて徐々に大きくなるが、その差は顕著ではなく、上記の問題がある程度緩和される。求める範囲は、やはり  $f$  点 ( $R_{tm}=31.8$  mm, すなわち  $r_{mp}=2.69$  mm/hr) を始点とし、最初の区間 ( $j=1$ ) を  $R_{tm}=32.5$  mm までとし、以後  $R_{tm}=155$  mm ( $r_{mp}=37.5$  mm/hr) まで  $\Delta R_{tm}=2.5$  mm の等間隔として、各区間に  $j=2, 3, \dots, 50$  と番号をつけた。

なお、このように  $r_{mp}$  のかわりに  $R_{tm}$  を用いると、 $R_T$  に対する  $R_{tm}$  の上限  $R_{tmu}$  および下限  $R_{tmi}$  は、それぞれ(7), (8), (9)式に対応して、

$$R_{tmu} = R_T \dots\dots\dots(7')$$

$$R_{tmi} = R_T / n \dots\dots\dots(8')$$

$$= B^{1/p} (n/T)^{1/p} \dots\dots\dots(9')$$

となり、 $R_T - R_{tm}$  平面ですべて直線である。ここに、(8')および(9')の成立する範囲はそれぞれ(8), (9)式のそれと同じである。また、(2)式に対応する  $t(=t_{pc})$  と  $R_{tm}$  の関係は、

$$t = B^{1/p} \cdot R_{tm}^{p-1} \dots\dots\dots(2')$$

である。

### II) $g_1$ と $h_1$ の離散値の評価

まず、 $g_1(R_{12})$  の離散値  $\Delta g_{1i}(i=1, 2, \dots, 50)$  は(17)式の  $G_1(R_{12})$  より、

$$\Delta g_{1i} = G_1(R_{12}^{(i)}) - G_1(R_{12}^{(i-1)}) \dots\dots\dots(18)$$

として計算する。ここに、 $R_{12}^{(i)}$  は  $R_{12}$  の第  $i$  区間の上限の値である。

つぎに、 $h_1(R_{12}|r_{mp}) = h_1(R_{12}|R_{tm})$  の離散値  $\Delta h_{1ij}$  はつぎのようにして求めた。まず、 $R_{tm}$  の第  $j$  区間の中点の値  $R_{tmj}$  に対応する  $t$  を(2')式で計算し、それを  $t$  の第  $j$  区間の代表値  $t_j$  として Fig. 3 によって  $F_T(y_i|t_j)$  と  $y$  の関係図を滑らかに描く。つぎに  $R_{tmj}$  および  $R_{12}^{(i)}$  に対する  $y$  である  $y_i$  を、 $i=1, 2, \dots, 50$  に対して、(3)式によって計算し、上記の図から  $F_T(y_i|t_j)$  を読みとり、次式によって  $\Delta h_{1ij}$  を求める。

$$\Delta h_{1ij} = F_T(y_{i-1}|t_j) - F_T(y_i|t_j) \dots\dots\dots(19)$$

この手順を  $j=1, 2, \dots, 50$  に対して行なえばよい。

Fig. 4 はこのようにして得た  $\Delta h_{1ij}$  すなわち、 $h_1(R_{12}|r_{mp}) \Delta R_{12}$  のうち、 $j=15, 20, 25, 30$  および35に対

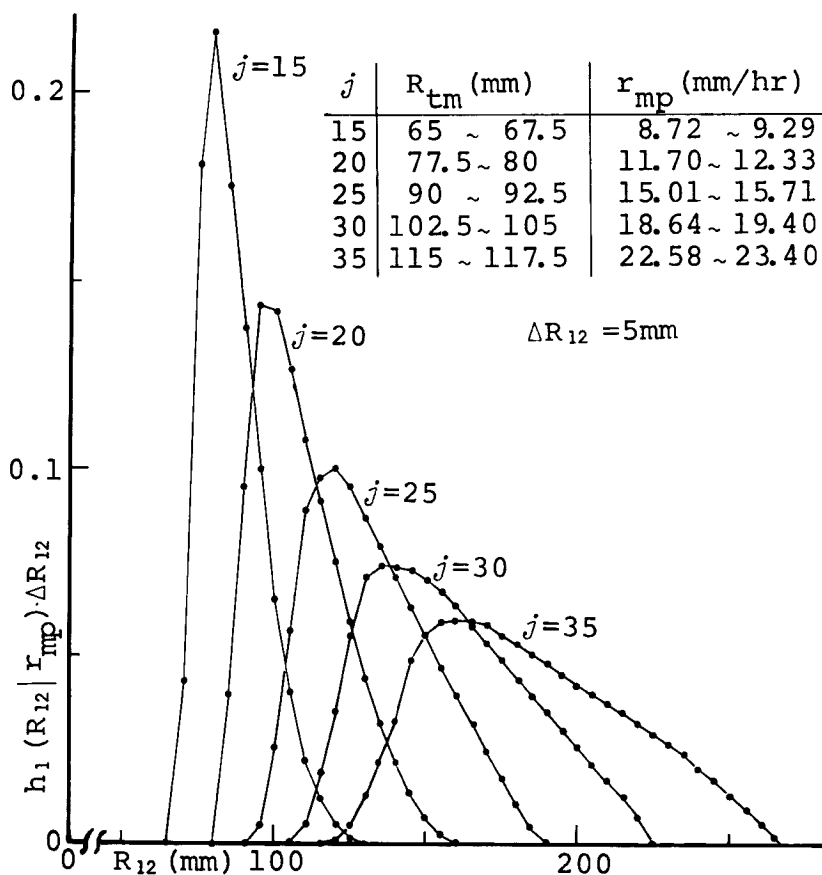


Fig. 4 Examples of discrete expression of conditional probability function of  $R_{12}$  to  $r_{mp}$ . These were obtained from Fig. 3 and Eq. (2).

する結果を  $R_{12}$  の第  $i$  区間の上限のところにプロットし、直線で結んで例示したものである。

ここで、もし  $g_2(r_{mp})$  が既知であれば、その離散値を  $\Delta g_{2i}$  として、所要の  $h_2(r_{mp}|R_T)$  の離散値  $\Delta h_{2ji}$  は (13) 式の関係から、

$$\Delta h_{2ji} = \Delta g_{2j} \cdot \Delta h_{1ij} / \Delta g_{1i} \quad \dots\dots\dots (20)$$

として、簡単に求められるわけである。

### Ⅲ) 試算法の概要

(15) 式の解、 $g_2(r_{mp})$  を試算的に求めるためにここで行なった方法の概要はつぎのようである。

まず、一般にピーク流量の毎年最大値の経験的確率分布は降雨量に関するものと同様に、Gumbel 分布あるいは対数正規分布等にはば適合することが知られているため、ここでは、まず Gumbel 分布に従うであろうと想定し、 $r_{mp}$  の年最大値の分布関数を、

$$G_2(r_{mp}) = \exp\{-\exp(\alpha \cdot r_{mp} + \beta)\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

とおく。この分布の形状を決定する未知の定数は  $\alpha$  と  $\beta$  の 2 つであるが、Fig. 2 を参照すればわかるように、 $f$  点に対応する  $G_1(R_{12})$  と  $G_2(r_{mp})$  は等しくなるべきである。すると、自由度が 1 つ減り、決定すべき定数は結局 1 つということになる。この決定を行なう判定の基準としていろいろ考えられるが、ここでは、つぎに



示す一種の分散  $\sigma_a^2$  を最小とする仮定値を最良の推定値とすることにした。

$$\sigma_a^2 = \sum_{i=1}^N \left( 1 - \sum_{j=l_i}^{u_i} \Delta \tilde{h}_{2ji} \right)^2 / N \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 $\Delta \tilde{h}_{2ji}$  は、 $\Delta g_{2j}$  の仮定値を(20)式に用いて計算される  $\Delta h_{2ji}$  の仮定値であり、 $l_i$  および  $u_i$  はそれぞれ、各  $i$  ( $R_{12}$  の大きさに対応) に対する  $j$  ( $r_{mp}$  の大きさに対応) の下限および上限であり、 $N$  は計算の対象とした  $j$  の上限 (この例では  $m=50$ ) に対応する  $r_{mp}$  が、(7)式で表わされる  $r_{mpu}$  となる  $R_{12}$  の値に対応する  $i$  の値で、この例では  $N=25$  である。要するにこの判定条件は確率分布としての特性、

$$\int_{r_{mpi}}^{r_{mpu}} h_2(r_{mp}|R_T) dr_{mp} = 1 \quad \dots\dots\dots (23)$$

なる関係の離散的表現、

$$\sum_{j=l_i}^{u_i} \Delta h_{2ji} = 1 \quad \dots\dots\dots (23')$$

に基づいているわけである。

#### IV) 計算結果

以上の方法によって得られた  $G_2(r_{mp})$  の最良の推定値はつぎのようになった。

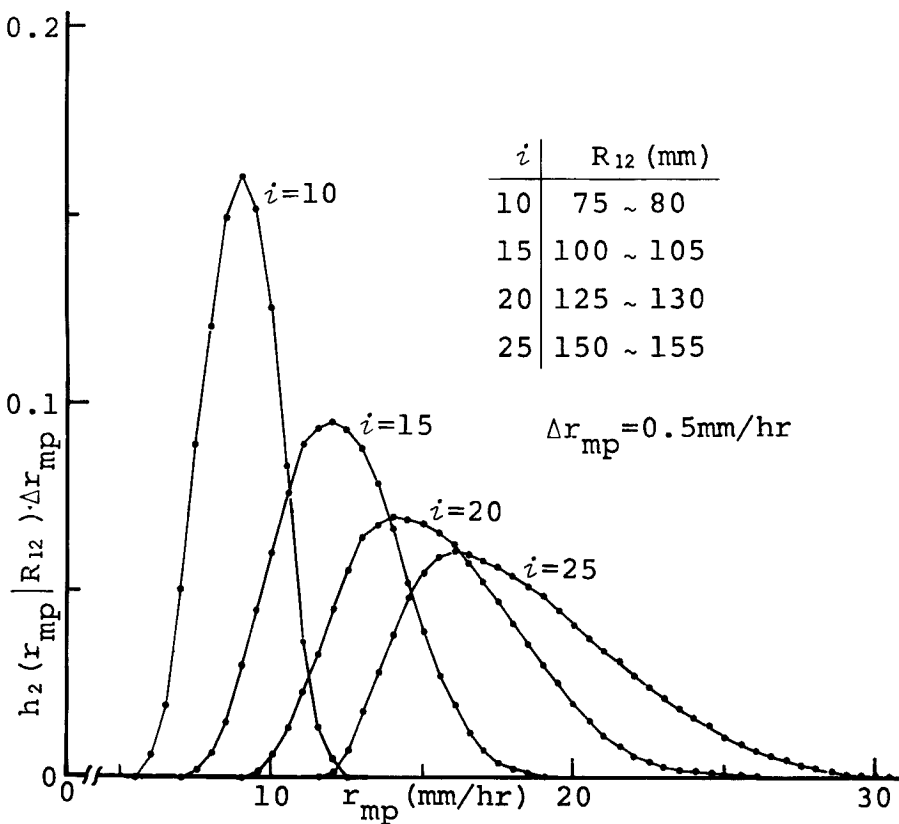


Fig. 5 Examples of discrete expression of conditional probability function of  $r_{mp}$  to  $R_{12}$ . These were obtained by trial computation.

$$G_2(r_{mp}) = \exp\{-\exp(-0.1916 r_{mp} + 1.4138)\} \dots\dots\dots(24)$$

このときの  $\sigma_a^2$  は 0.0021 であって、1 よりの偏差が平均的に 5% 弱ということであり、まず良好といえる。また実際に  $G_2$  として Gumbel 分布以外の分布形を 2, 3 想定して同様なことを行なったが、これほど良好な結果は得られなかった。

なお、これは本研究の目的にとっては付加的なことではあるが、(24)式の値と(17)式の値とが等しくなる、すなわち流量と雨量の年確率が等しくなる点 ( $R_{12}, r_{mp}$ ) の軌跡は次式のような直線となるが、この軌跡は治水計画に重要な意味のあるものといえる。

$$r_{mp} = 0.128 R_{12} - 1.418 \dots\dots\dots(25)$$

つぎに、本研究で最も必要とする、 $h_2(r_{mp}|R_T)$  の評価結果であるが、ここで示した方法によると、その離散的表現の最良値は最小の  $\sigma_a^2$  を与えた  $\Delta \tilde{h}_{2ji}$  に他ならない。ただし、これの  $j$  に関する和  $\sum_{j=1}^{u_i} \Delta \tilde{h}_{2ji} = S_i$  は、前述のようにかならずしも 1 にならないため、確率分布として不適当であるので、つぎのような補正を行なう。すなわち、

$$\Delta h'_{2ji} = \Delta \tilde{h}_{2ji} / S_i \dots\dots\dots(26)$$

を、 $\Delta h_{2ji}$  の推定値とする。さらに、こうして得られたものは、1) で述べたように、 $\Delta r_{mp}$  が不等間隔に対するものであるため取扱い上不便であるので、これをまず、累積分布の形にプロットし、滑らかな曲線をあてはめ、そのグラフから  $\Delta r_{mp}$  を等間隔とする  $h_2$  の離散的表示、 $h_2(r_{mp}|R_T)\Delta r_{mp}$  を求めておく方がよい。

**Fig. 5** はこのようにして得られたもののうち、 $i=10, 15, 20$  および 25 に対するものを、 $\Delta r_{mp}=0.5$  mm/hr の等間隔区間の上限の方にプロットし、直線で結んで示した例である。

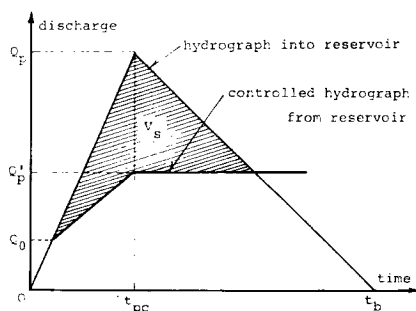
以上にある適当な一定の期間の降雨量によって生じるピーク流量の確率分布を評価する方法論とその具体的な計算例を示したわけであるが、つぎにこの結果を用いて、降雨量が予測される場合のダムの治水操作方針について論じることとする。

### 3. 予測雨量に基づくダムの治水操作方針

ここでは、まえがきにも述べたように、ある適当な期間の降雨量が、洪水の直前または初期に予測された場合、その予測値が正しいものとして、その時点で、ダムの治水操作方針をいかにすればよいかについて論じるわけであるが、この場合の問題は、ある一定期間の降雨量だけからでは、それによる洪水のハイドログラフの形状が全く予測できない点にある。しかし、さらにピーク流量が与えられれば、洪水ハイドログラフのおよその形状を推定できるはずであり、このことから、2. で述べたある一定期間の降雨量によって生じるピーク流量の確率分布は、同時に洪水ハイドログラフの確率的評価に結びつけられ、予測雨量の規模に応じたダムの治水操作方針について、確率という定量的なパラメータを媒介として論じることができるようである。以下にその一つの方法論を述べ、数値例を示す。

#### 3.1 洪水ハイドログラフの形状の仮定

まず、ある適当な長さ (流域特性値  $p$  および  $B$  に関係する) の  $T$ (hr) の雨量  $R_T$ (mm) とそれによるピーク流量  $Q_p$ (m<sup>3</sup>/sec) が与えられた場合に予想される洪水ハイドログラフの概略の形状として、つぎのような簡単な三角形分布を仮定する。すなわち、**Fig. 6** に示すように、洪水ハイドログラフの立ち上り点 (O 点) から  $Q_p$  の生起するまでの時間を  $t_{pc}$  とし、洪水ハイドログラフの基底長を  $t_b$  とするものである。



**Fig. 6** Definition sketch of the assumed flood hydrograph and the control rule for it.

ここに、 $t_{pc}(\text{hr})$  は(2)式と(1)式から、

$$t_{pc} = B \left( \frac{3.6 Q_p}{A} \right)^{p-1} = B r_{mp}^{p-1} \quad \dots\dots\dots (27)$$

また  $t_b(\text{hr})$  は、この三角形ハイドログラフの洪水量が面積雨量  $R_T \cdot A$  に等しいと仮定すれば、

$$t_b = \frac{2 R_T \cdot A}{3.6 Q_p} = \frac{2 R_T}{r_{mp}} \quad \dots\dots\dots (28)$$

となり、それぞれ  $Q_p$  (あるいは  $r_{mp}$ ) と  $R_T$  のみの関数として表わせる。すなわち、このように仮定した洪水ハイドログラフは、 $R_T$  および  $Q_p$  が与えられるとただ1つ定まることになる。

つぎに、このハイドログラフにいわゆる一定率調節方式を適用した場合、予測雨量の規模とそれに応じた具体的な操作方針、すなわちこの場合、調節率等のとり方を判定する規準について述べる。

### 3.2 一定率調節方式における操作方針の判定基準

現在広く行なわれている一定率調節方式を、上記のハイドログラフに適用すると Fig. 6 の太い実線のようにになる。ここに、 $Q_p'$  は調節後のピーク流量であり、 $Q_0$  は調節を開始する流量である。そして、この場合、いわゆる調節率  $c$  は、

$$c = \frac{Q_p' - Q_0}{Q_p - Q_0} \quad \dots\dots\dots (29)$$

と表わせる。また、このときダムに貯留される洪水量  $V_s(\text{m}^3)$  は、(27)および(28)式を考慮すれば、

$$V_s = 1800(1-c) \left\{ \left(1 - \frac{Q_0}{Q_p}\right)^2 \left\{ \frac{2(1-c) R_T \cdot A}{3.6} + C \cdot B \left( \frac{A}{3.6} \right)^{1-p} \cdot Q_p^p \right\} \right\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

と表わせることになり、これは以下の議論の基礎となる関係式である。

すなわち、いまあるダムにおいて、洪水の直前あるいは初期に  $T$  時間雨量  $R_T$  が予測された場合を考える。そのとき洪水を貯留することのできる空容量が  $V_a(\text{m}^3)$  であったとすれば、Fig. 6 に示すような所期の一定率調節ができるためには、 $V_a \geq V_s$  でなければならず、その限界条件は、

$$V_a = V_s(c, Q_0, Q_p, R_T) \quad \dots\dots\dots (31)$$

と表わせる。この式で  $c, Q_0$  を現行のように規定の定数であるとするならば、この限界線は  $R_T - Q_p$  平面上に  $V_a$  をパラメータとして描くことができる。そして当然、 $c$  または  $Q_0$  を変えるとこれらの限界線は異なってくる。

また、ダム下流の許容限界流量を  $Q_{per}$  とすれば、この一定率調節によって洪水を安全に流下させるには、 $Q_p' \leq Q_{per}$  でなければならず、その限界条件  $Q_p' = Q_{per}$  を(29)式を考慮して(31)式に代入すると、

$$V_a = V_s(Q_0, Q_p, R_T) \quad \dots\dots\dots (32)$$

なる関数関係が得られ、 $Q_0$  を定数とするならば、先と同様に、 $R_T - Q_p$  平面上に  $V_a$  をパラメータとして、この限界線を描くことができる。ただしこの限界線の意味は、(31)式に基づいていることから、 $V_a$  を無駄なく使って Fig. 6 のような一定率調節を行なった場合に、 $Q_p' = Q_{per}$  となる限界線ということであり、この場合、調節率  $c$  は  $Q_p$  と  $Q_0$  の関数となっているため explicit には現れない。

われわれは、2.において、 $R_T$  が与えられた場合の  $Q_p$  の確率分布を評価できることを示した。したがって、任意の予測雨量  $R_T$  に対して、 $Q_p$  が上記のような限界線を越える確率が評価でき、そのときの  $V_a$  に応じて、 $c$  または  $Q_0$  を変更する際の定量的な判定の基準を与えることになる。

つぎに、雨量の予測精度の現状に鑑み、予測雨量がある幅をもって確率分布している場合について、上記の限界線等の具体的な数値例を示し若干の考察を加える。

### 3.3 数値例と考察

まず、計算条件であるが、流域特性については、これまでに例示してきた  $p=0.6, B=17.7 (\text{mm}^{-0.4} \cdot \text{hr}^{0.6})$

に,  $A=360$  (km<sup>2</sup>) を加える。ダムの有効貯水容量は  $20 \times 10^6$  (m<sup>3</sup>) 程度とする。また予測雨量は12時間雨量  $R_{12}$  とし,  $R_{12}=100 \sim 150$  mm と予測され, その範囲内で一様な確率分布をすると仮定する。また, ダム下流許容限界流量は  $Q_{pcr}=1200$  (m<sup>3</sup>/sec) とし, 調節開始流量  $Q_0$  は, ここでは繁雑さを避けるため  $Q_0=0$  とし, 調節率  $c$  および洪水直前の空容量  $V_a$  のみを考慮する。

以上の計算条件によって,  $R_{12}-Q_p$  平面に前述の限界線の例を示したものが Fig. 7 である。まず, 細い破線群は,  $V_a=15 \times 10^6$  m<sup>3</sup> のときの調節率  $c$  の変化による(31)式の限界線, 細い2点鎖線は  $c=0.5$  として  $V_a$  が変化した場合の(31)式の限界線であり, 3本の太い実線は,  $V_a$  の変化による(32)式の限界線を表わしている。なお, 太い1点鎖線は  $V_a=20 \times 10^6$  m<sup>3</sup> のとき, 理想的なピークカット ( $c=0, Q_0=Q'_p$ ) をして  $Q'_p=Q_{pcr}$  となる限界線であり, 参考のために示した。

つぎに,  $R_{12}=100 \sim 150$  mm と予測されたとき, 洪水がこれらの限界線を越える確率の評価であるが, そのためには, 予測される洪水群 (図中のこまかい点をほどこした部分) の同時分布を評価する必要がある。これは2.4で得た  $h_2(r_{mp}|R_{12})\Delta r_{mp}$  と予測雨量の確率  $g_f(R_{12})\Delta R_{12}$  を用いて, (12)式によって計算される。この同時分布を限界線より上の部分について積分したものが, その限界線を越える洪水群が起る確率である。たとえば, (31)式の限界線について  $V_a=15 \times 10^6$  m<sup>3</sup> のときに  $c=0.50$  という調節率をとれば, その確率は,  $c=0.54$  なら 0.18,  $c=0.56$  なら 0.03 と算定された。また, (32)式の限界線すなわち, 無駄のない一定率調節

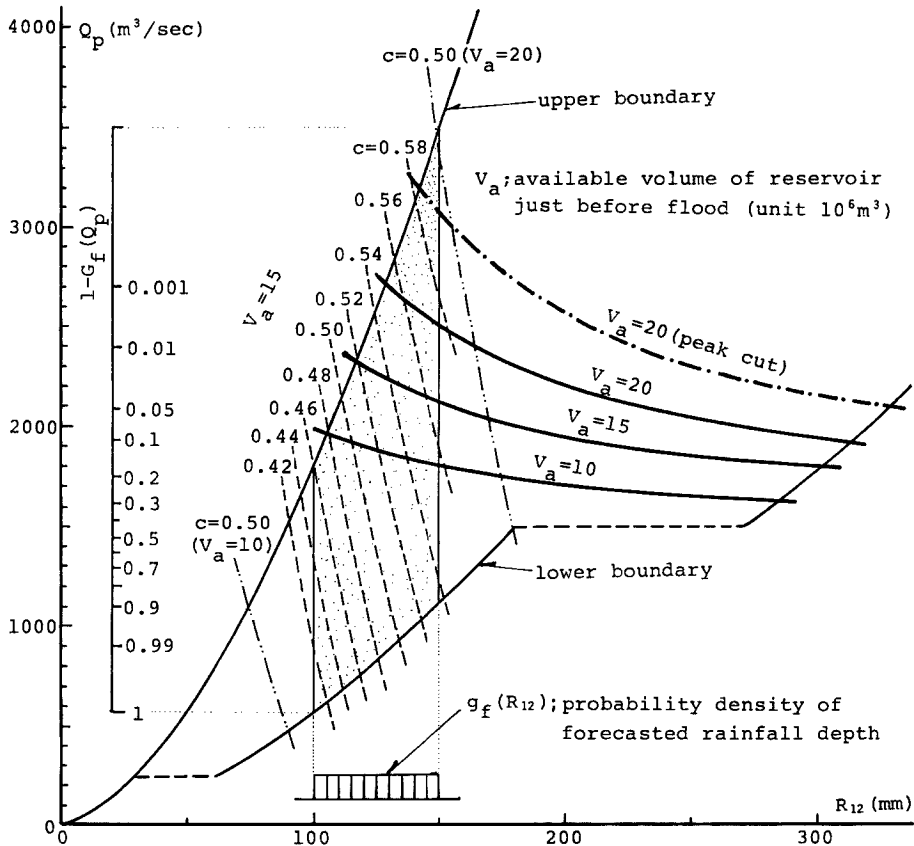


Fig. 7 Examples of the critical lines to be used for estimation of risk probability in reservoir operation based on forecasted rainfall depth.

を行なって  $Q_p' = Q_{per}$  となる線を越える洪水群の起る確率は、 $V_a = 10, 15, 20 (10^6 \text{m}^3)$  に対してそれぞれ 0.143, 0.034, 0.004 と算定された。なお、理想的なピークカットの場合は  $V_a = 20 \times 10^6 \text{m}^3$  に対して  $10^{-4}$  以下の order である。

また、同図には参考のために、予測雨量  $R_{12}$  が 100～150 mm の間で一様分布をする場合の予測ピーク流量の周辺分布  $G_f(Q_p)$  を上記の同時分布から求め、超過確率  $1 - G_f(Q_p)$  として示しておいた。

このように、上記のような限界線を越える確率が評価できることを示したわけであるが、このとき、当然つぎのような問題が生じる。すなわち、限界線を越える確率が具体的にいくら以下なら可とし、いくら以上なら不可とするかという問題である。この種の問題はいわば次元の異なる問題であり、むずかしい問題であるのでここでは論じず、別の問題として残しておくことにする。

#### 4. あ と が き

洪水の直前あるいは初期に降雨量が予測されてもその時間分布は不明であるため洪水のハイドログラフが予測できず、現行のダムの治水操作は予測雨量の規模に無関係に固定的なものとなっており、予測雨量の価値が生かされていない。

本研究は、この点を問題とし、問題の本質が降雨の時間分布が不明であることに着目してつぎのようなことを行なった。まず、降雨の時間分布に関する統計的な知識の 1 つである連続最大雨量配分率の確率分布と、特性曲線法による到達時間とピーク流量の関係を組み合わせて、ある一定期間の任意の雨量により生じるピーク流量の確率分布を評価する方法を明らかにし、その具体的な数値例を示した。ついで、雨量とピーク流量が与えられた場合の洪水ハイドログラフの代表的な形として三角形分布を想定し、それに一定率調節方式を適用した場合について、治水容量、調節率等をパラメータとして、一定率調節が正常に行なわれる限界、およびその調節によって洪水を安全に流下させ得る限界が雨量とピーク流量の関数として表わせることを示し、先の結果の適用によって、任意の予測雨量に対し生じる洪水群がその限界線を越える確率が評価できることを示し、予測雨量の規模とそのときの治水容量とに応じて調節率等の変更を合理的に行ない得る可能性を示した。

なお、ここに示したのは一つの方法論であり、その基礎となっている事項、すなわち、連続雨量最大配分率の確率分布、特性曲線法による成果および洪水ハイドログラフの形状の仮定等については、それぞれ検討の余地があることはいうまでもない。また、ここでは予測雨量が正しいものとして論じたが、予測精度の評価がならんかの形でなされた場合、それをこの方法に組み入れることは比較的簡単であると考えられる。さらに、ここに示した方法論は、ダムによる治水計画等の治水計画問題にも応用されることはいうまでもない。

最後に本研究における数値計算は主として京都大学大型計算機センターで行なわれたことを記しておく。

#### 参 考 文 献

- 1) 石原藤次郎・石原安雄・高榎琢馬・頼 千元：由良川の出水特性に関する研究，京都大学防災研究所年報，第 5 号 A，昭 37。
- 2) 石原安雄・友杉邦雄・佐藤 基：連続最大降雨に関する確率論的研究，土木学会第 27 回年次学術講演会講演概要集，第 2 部，昭 47，pp. 321-324。
- 3) 建設省関東地方建設局利根川ダム統合管理事務所編：利根川上流洪水調節計画解析検討報告書，雨量資料編 I，昭 42。
- 4) 前出 1)。
- 5) たとえば近藤次郎：積分程式とその応用，応用数学講座，第 2 巻，コロナ社，昭 36，pp. 64-90。
- 6) 前出 3)。