

びわ湖の内部波の研究 (IV)

金成 誠一・今里 哲久・国司 秀明

ON THE STUDIES OF INTERNAL WAVES IN LAKE BIWA (IV)

By *Seiichi KANARI, Norihisa IMASATO and Hideaki KUNISHI*

Synopsis

In this paper, some behaviours of the longest period internal seiches in Lake Biwa are treated by means of the numerical model experiments of two layer Lake Biwa which has a constant depth with 25×62 square meshes of 1 km intervals, providing the initial wind of duration time of 450 minutes (NW-1) and 1200 minutes (NW-2) for NW-wind, 450 minutes for SW-wind and ESE-wind respectively.

The rotating internal seiches which progress along the lake shore in anticlockwise with the period the same as that in the case of no rotation of the earth, are derived from the result of Fourier analysis of the calculated time series of the internal elevation and velocity at various sampling positions in the model lake.

It is also shown that the phase distribution of the internal elevation which was analytically derived from a rotating two layered rectangular model lake, coincides with those obtained from the numerical model experiments.

1. ま え が き

びわ湖 (Fig. 1) は春から秋にかけて著しい水温成層を形成することは古くから良く知られている。このような水温躍層の形成によって、湖表面下10数メートルまでの水は、成層期には比較密密度が小さくなり、特に8月から11月までの湖水密度の鉛直分布は近似的に2層構造と考えることができる。その境界面では数10時間におよぶ周期の自由振動 (内部静振) が発達することは最近、多くの観測から見出されている。このような長周期の運動に対して、地球の自転が如何なる効果をおよぼすかという点については、これまでのところ十分に説明されてはいなかったが、最近、金成によって行なわれた成層期の水温変動の連続記録の解析から、このような長周期内部自由振動が、従来考えられていたような (地球自転の効果が無いと考えた場合の) 単純な長軸方向の定常振動ではないことを裏づけるような結果が得られている¹⁾。著者らは、これまでびわ湖の湖水の振動運動ならびに流動を明らかにする目的で、びわ湖の数値実験を試み、非成層期の湖水の運動については、すでに多くの成果が公表されている^{2)~4)}。

びわ湖を2層湖と考えた場合の数値実験結果の一部については、文献 5) に示されているが、その中の解析は、時系列のための標本点の数が少なかったために不十分な結果に終わっている。その後、標本点の数を追加し、より詳細な解析を行なった。その結果、長周期内部自由振動にコリオリ力が働いていること、また、振動がコリオリ力のために、見かけ上、反時計まわりの回転性波動となること、慣性周期以下の振動では、見かけ上、回転の性格が失われること、また、表面の静振にはコリオリ力の効果がほとんど効かないことなどが見出された。このような特性は、びわ湖を単純な回転性矩形2層湖と考えた時の近似的な解析解からも導びかれる。以下は、長周期内部振動を対象とした数値実験結果のうちの最長周期の振動の挙動ならびに矩形モデルによる近似解析解に関する結果である。

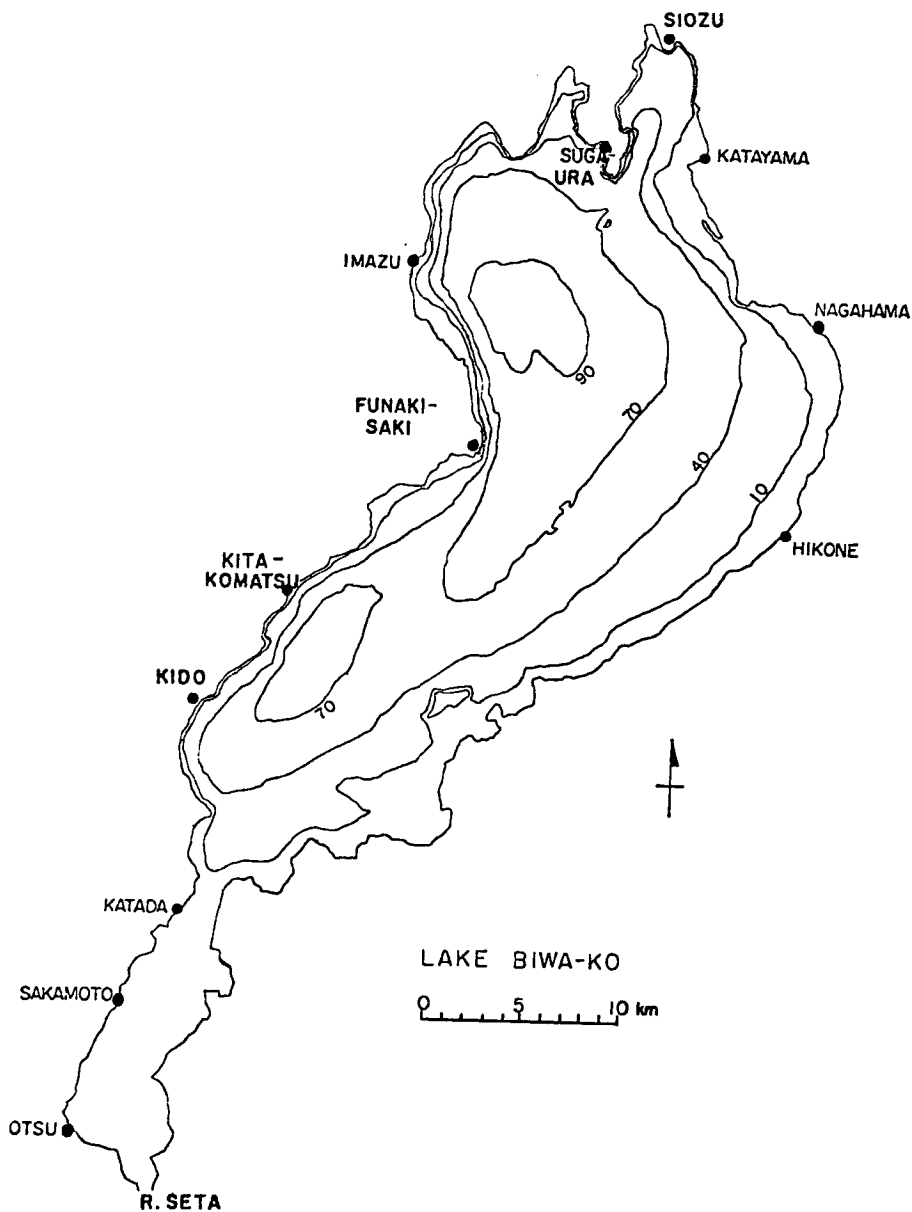


Fig. 1 Bathymetric map of Lake Biwa.

2. 数値計算の方法

数値計算方法の詳細については、文献 5) に示す通りであるので、ここではその概略のみにとどめる。

今、厚さ h_1, h_2 の上下各層の運動が、barotropic 並びに baroclinic な運動の重ね合わせによって表現できると仮定すると、barotropic 並びに baroclinic mode の Volume transport rate vector を V_m^* ($m=1$ の時

barotropic, $m=2$ の時 baroclinic), それに対応した elevation を ζ_m^* とするとき, 各 mode の運動並びに連続の方程式は (1) のように書くことができる。

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{V}_m^*}{\partial t} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_m^* = -C_m^2 \nabla_h \cdot \zeta_m^* + \mathbf{F}_m^* \\ \frac{\partial \zeta_m^*}{\partial t} + \nabla_h \cdot \mathbf{V}_m^* = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

但し, $\boldsymbol{\Omega}$ は地球自転の角速度ベクトル, C_m は波速, $\mathbf{F}_m^*$ は wind stress および bottom stress 等を含む等価外力である。

計算は (1) 式の差分化によって得られる $\mathbf{V}_m^*$, ζ_m^* に関する予報方程式を数値的に積分することによって行なわれる。

具体的には, x 軸を E 26° 30' S, y 軸を N 26° 30' E にそれぞれ東及び北向きにとり, びわ湖 (flat bottom) の全領域を辺長 1 km の正格子で 25×62 の領域に分割し, 各正格子内での流量収支から表面及び境界面の elevation を求め, その結果に基づいて次の time step における流量を求める操作を交互に繰り返して計算を進める。ただし, 湖岸に直角な流れは無いという境界条件を設ける。

湖水は最初静止していると仮定し, その湖面上に $t=0$ から, $t=t_w$ の間だけ風速 W , 風向 θ の一様風にもとづく wind stress を与え, $t>t_w$ では no wind の条件を与えて計算を行なった。取り扱った 4 種のモデルの各種パラメータは Table 1 に示す通りである。なお, 各モデル共, 北湖の平均水深を 50 m, 南湖の平均水深を 5 m に選んである。

Table 1 Parameters for the model lake.

case	wind speed, W m/sec.	wind direction, θ	wind duration time t_w	thickness of upper layer, h_1	fractional density difference, $\Delta\rho/\rho$	depth of south basin	depth of north basin
NW-(I)	5.0	−71°30′	450 min.	17.5 m	2.5×10^{-3}	5.0 m	50.0 m
NW-(II)	5.0	−71°30′	1200 min.	17.5 m	2.5×10^{-3}	5.0 m	50.0 m
SW	5.0	18°30′	450 min.	17.5 m	2.5×10^{-3}	5.0 m	50.0 m
ESE	5.0	−49°00′	450 min.	17.5 m	2.5×10^{-3}	5.0 m	50.0 m

3. 計算結果の解析

計算機内部においては, 各格子点に対応する各層の流向, 流速ならびに表面, 境界面の変位が各 time step 毎に計算されるが, このうち, 29点の標本格子点における15分毎の時系列を抽出し, これについて調和分析を行ない, 各振動周期毎の振巾ならびに位相の空間分布を求めた。特に, no wind の条件下にある時系列のみが分析の対象にされた。

4. 境界面の振動

調和分析は表面並びに境界面の変位の両者に対して行なわれたが, このうち表面静振に関しては, homogeneous model について行なった今里の結果に類似 (ただし周期は今回のモデルの方が若干長い) しており, この点に関しては今里の報告に詳しいので, ここでは内部振動の結果だけを述べる。

湖内の代表点の境界面変位時系列から調和分析によって求めた振巾, 位相の分布のうち, 周期 66.1 hr の振動のパターンを Fig. 2 に示す。実線は high water の位相, 破線は振巾の分布を示し, 矢印のついた楕円は high water の伝播方向を模式的に示したものである。回転方向は風向の如何にかかわらず, いずれも反時計まわりであり, 湖心部には 1 個の amphidromic point が形成される。振巾は湖周部で大きく, amphidromic point

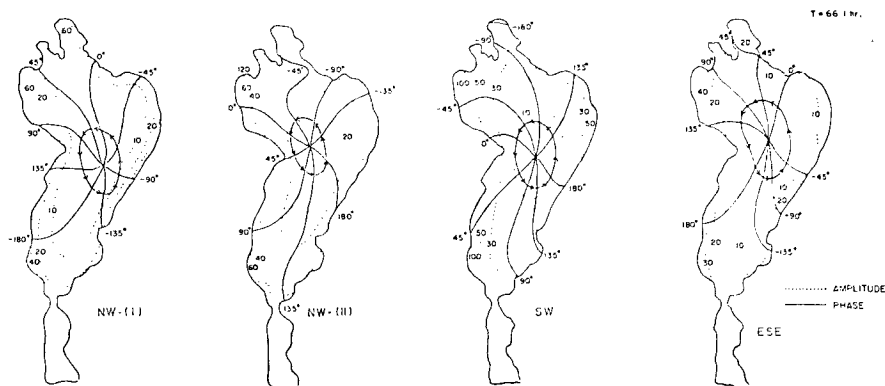


Fig. 2 Interface structure for the rotating internal seiche with the period of 66.1 hours.

に向かって急激に減少している。このような位相，振幅分布は，地球自転のえいきょうがない湖では起り得ないものである。

この4つの case の位相分布を，菅浦に対する相対位相に換算し，湖周沿いに展開すると **Fig. 3** に示すような結果が得られる。**Fig. 3** には，地球自転の効果が無視できると仮定した場合の長軸方向の基本振動の位相も比較のために太い実線で示してあるが，両者間の位相分布の差違は明瞭である。すなわち，地球自転の影響がない場合は，ほぼ舟木崎と彦根南部を結ぶ線がひとつの節線を形成し，節線の南部と北部では必ず 180° の位相差を示すが，地球自転のえいきょう下では，このようなきまった節線が現われず，位相は湖周沿いに反時計方向にほぼ直線的に増加する。したがって，例えば，菅浦—木戸間の内部振動の位相差は，地球自転のえ

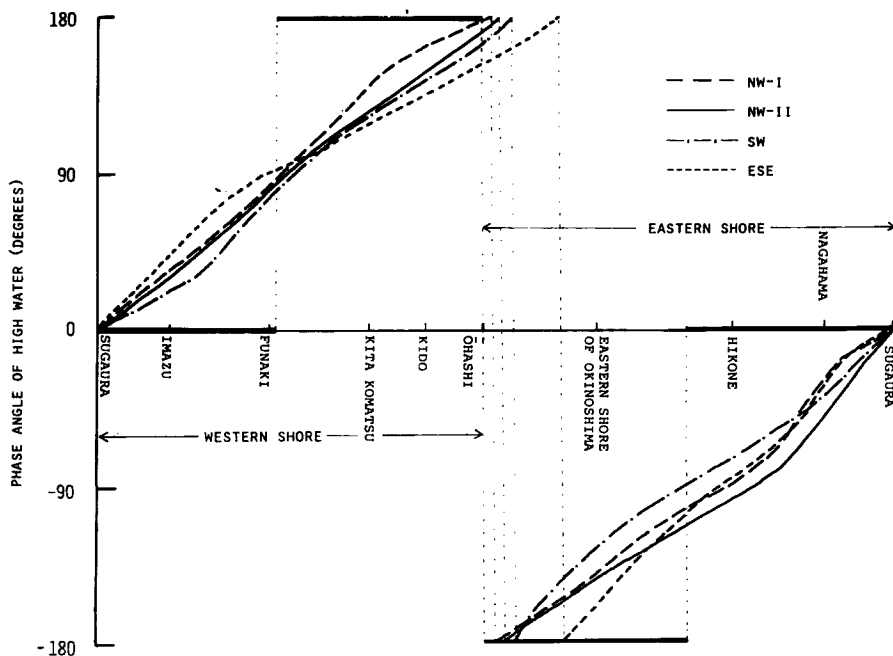


Fig. 3 Distribution of the high water phase of the rotating internal seiche of the period of 66.1 hours.

いきょうがない場合には 180° となるべきであるのが、実際は地球自転のえいきょうのために $140 \sim 150^\circ$ の位相差となっている。このことは、すでに観測からも見出されていることである。更に、このような回転性の境界面変位の実測も、すでに高速艇による周航観測により実測されている³⁾。

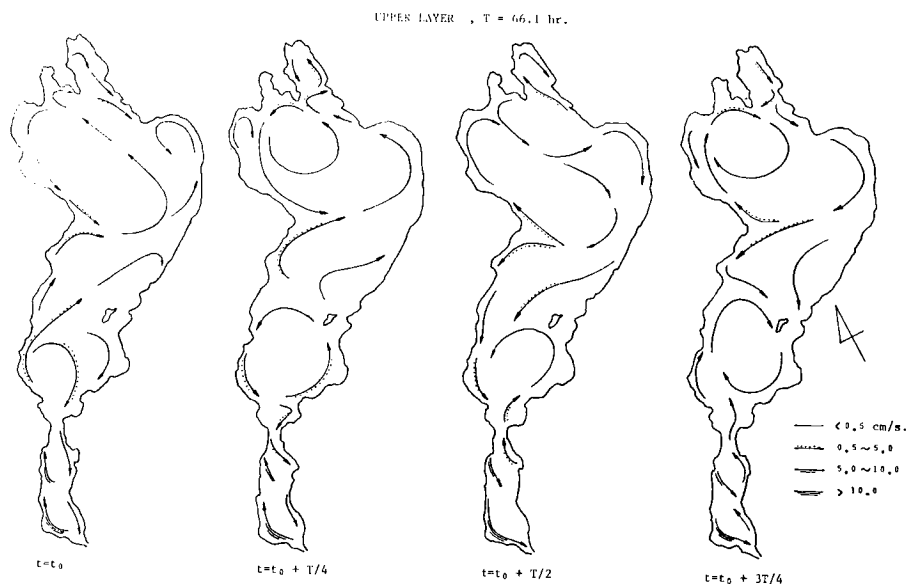


Fig. 4 Flow pattern of the upper layer at $t=t_0$, $t_0+T/4$, $t_0+T/2$, and $t_0+3T/4$ in a cycle of the longest period rotating internal seiches.

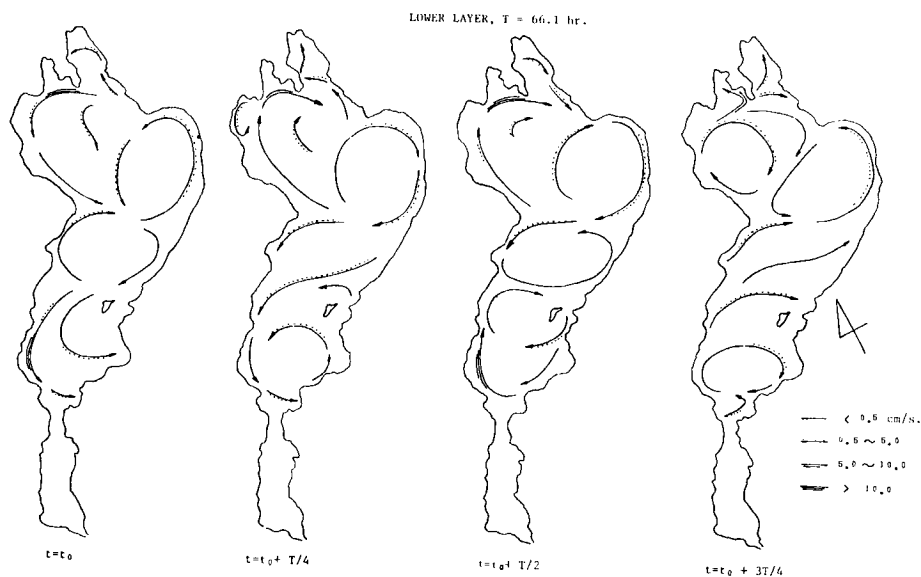


Fig. 5 Flow pattern of the lower layer at $t=t_0$, $t_0+T/4$, $t_0+T/2$, and $t_0+3T/4$ in a cycle of the longest period rotating internal seiche.

以上のように、びわ湖の内部静振の特徴は、単純な長軸方向の振動ではなく、振動に伴う流れにコリオリ力が働くために、high water 領域（したがって、low water 領域も）が、66.1 hr 周期（成層状態により異なる）で反時計方向に回転することであるが、このような振動に結びついた流れはどのようなものになるであろうか。湖内代表点の流れの x, y 成分の時系列分析から得た流れの合成によって、周期 66.1 hr の振動に基づく流れの概略を、各層共4分の1周期毎に示したのが、Fig. 4 および Fig. 5 である。このような流れは、いわゆる一般湖流ではないが、現実に観測されている湖流には、このような内部静振による流れが、かなりの割合で含まれているものと考えられる。

5. Csanady の円形モデル

1967年に G. T. Csanady⁶⁾ は円形二層モデルの運動を理論的に研究し、長周期の回転性内部波の問題も扱った。その結果、自球自転のえいきょうがない場合の振動と同じ周期で反時計方向に回転する最も周期の長い内部ケルビン波の存在を見出すと共に、その様な波の存在条件を導びいている。特に、この様な波は慣性周期よりも長い周期を持つことが要請される。Csanady によると、この様な波の存在条件は

$$\left(\frac{r_e}{R}\right)^2 > \kappa(\kappa+1) \quad \dots\dots\dots(2)$$

で与えられる。ここに、 r_e は湖の等価半径、 R は Rossby の「ひずみ半径」と呼ばれ、波速 C とコリオリのパラメータの比、すなわち

$$R = C/f \quad \dots\dots\dots(3)$$

で与えられる。ただし、 κ は azimuthal wave number である。

次に、この条件をびわ湖に適用してみよう。びわ湖の長軸方向の内部定常振動の波速（地球自軸の影響がないと考えた場合）は約 50 hr の周期の振動に対して

$$R = 6.5 \text{ km}$$

また、湖表面積（湖北のみの）を円形湖面とみなしたときの等価半径を求めると

$$r_e = 14.4 \text{ km.}$$

故に、条件 (2) から、

$$\left(\frac{r_e}{R}\right)^2 = 4.9 > \kappa(\kappa+1)$$

となり、上式を満足する κ は $\kappa=1$ のみとなる。依って、Csanady の謂う最長周期内部ケルビン波が、びわ湖でも、すくなくともひとつは存在し得ることが示された。

謂うまでもなく、内部定常振動の波速は、湖の成層状態によって変化するから、Rossby の「ひずみ半径」にもそれが反映される。すなわち、波速は、内部境界面までの深さと、上下層間の密度差によって決まるから、7～8月と10～11月期の成層状態の違いに応じ、波速 C_2 は

$$C_2 = 39.6 \text{ cm/sec} \sim 69.5 \text{ cm/sec}$$

の範囲で変化する。したがって、条件 (2) は

$$\left(\frac{r_e}{R}\right)^2 = 2.75 \sim 8.46 > \kappa(\kappa+1)$$

となり、季節に依っては $\kappa=2$ が可能になる場合もあるが、現実のびわ湖の形状が円形ではないために、 $\kappa \geq 2$ の mode は円形湖の場合とは異なった振動パターンを形成する。

6. 矩形2層湖による近似解析解

前節までで述べたような回転性内部静振は、びわ湖を矩形で置き換えた場合の近似解析解によってもその主要な性格が示される。

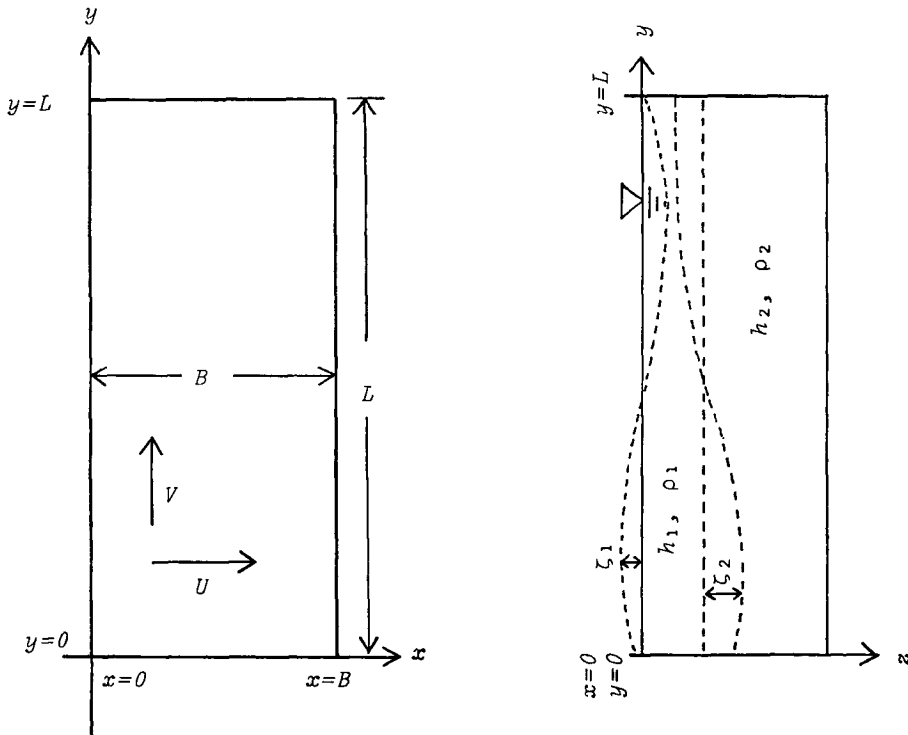


Fig. 6 Schematic presentation of the two layered rectangular Lake Biwa.

びわ湖を Fig. 6 に示すような長さ L , 巾 B の一様断面の矩形湖と考え, 上層および下層の厚さ並びに水の密度をそれぞれ h_1, h_2 および ρ_1, ρ_2 とする。この湖に対して, (1) で表わされる運動を考えるのであるが, 簡単のために stress 等の外力はすべて無視する。したがって, (1) 式は, 次の様に書くことができる。

$$\frac{\partial U_m^*}{\partial t} - fV_m^* = -C_m^2 \frac{\partial \zeta_m^*}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial V_m^*}{\partial t} + fU_m^* = -C_m^2 \frac{\partial \zeta_m^*}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial \zeta_m^*}{\partial t} + \frac{\partial U_m^*}{\partial x} + \frac{\partial V_m^*}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし, U_m^*, V_m^* は V_m^* の x, y 成分を表わす。

ここで, 等価 elevation, ζ_m^* が geostrophic elevation, ζ_g^* および non-geostrophic elevation, ζ^* の和から成ると仮定し, 更に x 方向では geostrophic balance が成立ち, y 方向では non-geostrophic motion が卓越すると仮定すると, (4), (5) 式は次の様に書くことができる。

$$-fV_m^* = -C_m^2 \frac{\partial \zeta_g^*}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial V_m^*}{\partial t} = -C_m^2 \frac{\partial \zeta^*}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (8)$$

同様に, (6) は

$$\frac{\partial \zeta_m^*}{\partial t} = \frac{\partial \zeta_g^*}{\partial t} + \frac{\partial \zeta^*}{\partial t} = -\left(\frac{\partial U_m^*}{\partial x} + \frac{\partial V_m^*}{\partial y}\right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。

境界条件は通常行なわれるように、岸に直角的な流れはないという条件を用いるが、この外に、付加的な条件として

$$\zeta_{\theta}^* \Big|_{x=\frac{B}{2}} = 0 \quad \dots\dots\dots(10)$$

を与える。

(7), (8), (9), (10) を満足する解は

$$U_m^* = -\frac{K_m \pi f}{2L} \zeta_0 x(x-B) \sin \frac{K_m \pi y}{L} \cdot \cos \omega_m t \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$V_m^* = \frac{K_m \pi C_m^2}{\omega_m L} \zeta_0 \sin \frac{K_m \pi y}{L} \cdot \sin \omega_m t \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$\zeta_m^* = \frac{K_m \pi f}{\omega_m L} \zeta_0 \left(x - \frac{B}{2}\right) \sin \frac{K_m \pi y}{L} \sin \omega_m t + \zeta_0 \cos \frac{K_m \pi y}{L} \cos \omega_m t \quad \dots\dots\dots(13)$$

で与えられる。ここに K_m は長軸方向の波数, ω_m は

$$\omega_m = \frac{K_m \pi C_m}{L} \quad \dots\dots\dots(14)$$

である。 $m=1,2$ の各 mode の解をそれぞれ上下各層の量に変換するには,

$$U_1 = \frac{h_1}{H} (U_1^* - U_2^*), \quad V_1 = \frac{h_1}{H} (V_1^* - V_2^*), \quad \zeta_1 = \zeta_1^* - \left(\frac{C_2}{C_1}\right)^2 \zeta_2^* \quad \dots\dots\dots(15)$$

および

$$U_2 = \frac{1}{H} (h_1 U_2^* + h_2 U_1^*), \quad V_2 = \frac{1}{H} (h_1 V_2^* + h_2 V_1^*), \quad \zeta_2 = \frac{1}{H} (h_1 \zeta_2^* + h_2 \zeta_1^*) \quad \dots\dots\dots(16)$$

を用いるが、びわ湖の場合 $(C_2/C_1) \sim 10^{-3}(0)$, $\zeta_1^*/\zeta_2^* \sim 10^{-2}(0)$ であるから, ζ_1, ζ_2 は各々次の様に近似される。

$$\zeta_1 \cong \zeta_1^*, \quad \zeta_2 = \frac{h_1}{H} \zeta_2^* \quad \dots\dots\dots(17)$$

同様な近似によって, U_1 は殆んど negligible となり, 結局, 表面静振は通常の長軸方向の運動のみとなり, コリオリ力の効果は表面静振に関する運動には殆んど影響を与えないことが判る。

解(11)~(13)を(16)によって変換すると, 内部静振の解として

$$\zeta_2(x, y, t) = \frac{h_1}{H} \zeta_{02} \left\{ \frac{f}{C_2} \left(x - \frac{B}{2}\right) \sin \frac{M \pi y}{L} \sin \frac{2M \pi}{T_{M0}} t + \cos \frac{M \pi y}{L} \cos \frac{2M \pi}{T_{M0}} t \right\} \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$U_2(x, y, t) = -\frac{M \pi f h_1}{2LH} \zeta_{02} x(x-B) \sin \frac{M \pi y}{L} \cos \frac{2M \pi}{T_{M0}} t \\ - \frac{N \pi f h_2}{2LH} \zeta_{01} x(x-B) \sin \frac{N \pi y}{L} \cos \frac{2N \pi}{T_{N0}} t \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$V_2(x, y, t) = \frac{1}{H} C_2 h_1 \zeta_{02} \sin \frac{M \pi y}{L} \sin \frac{2M \pi}{T_{M0}} t + C_1 h_2 \zeta_{01} \sin \frac{N \pi y}{L} \sin \frac{2N \pi}{T_{N0}} t \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$C_1^2 = gH, \quad C_2^2 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho} g \cdot \frac{h_1 h_2}{H} \quad \dots\dots\dots(21)$$

を得る。ただし, N, M および ζ_{01}, ζ_{02} はそれぞれ上下層の長軸方向波数ならびに基準 elevation を表わし, また, T_{N0}, T_{M0} は, 表面および境界面の長軸方向 (地球自転の影響がない場合の) の基本振動周期を表わす。

ここで, 下層の運動に関しては周期 T_{M0} の運動のみに注目すれば充分であるから, (19), (20)の第2項目は無視できる。解(18)によって与えられる elevation の型を更に整理すると,

$$\zeta_2(x, y, t) = \frac{h_1}{H} \zeta_{02} \sqrt{\left[\frac{f}{C_2} \left(x - \frac{B}{2}\right) \sin \frac{M \pi y}{L} \right]^2 + \cos^2 \frac{M \pi y}{L}} \cdot \cos \left[\frac{2M \pi}{T_{M0}} t - \psi(x, y) \right] \quad \dots\dots\dots(24)$$

ここに,

$$\psi(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{\frac{f}{C_2} \left(x - \frac{B}{2}\right) \sin \frac{M \pi y}{L}}{\cos \frac{M \pi y}{L}} \right] \quad \dots\dots\dots(25)$$

で、 $\psi(x, y)$ は high water region の位相を与える。これに似た解は、Rao が五大湖の表面静振の問題を扱う際に導びいている⁷⁾。

(25)式を計算するために、 $L=50$ km, $B=14$ km, $f=8 \times 10^{-5}/\text{sec}$, $h_1=17.5$ m, $H=50$ m, $M=1$, $\Delta\rho=2.5 \times 10^{-3}$ g/cm³ とすると、 $C_2=1.6$ km/hr. が得られ、したがって、 $T_{M0}=62.5$ hr. となる。以上の数値を用いて(25)を計算し、得られた位相分布を湖周沿いに展開した結果を Fig. 7 に示す。

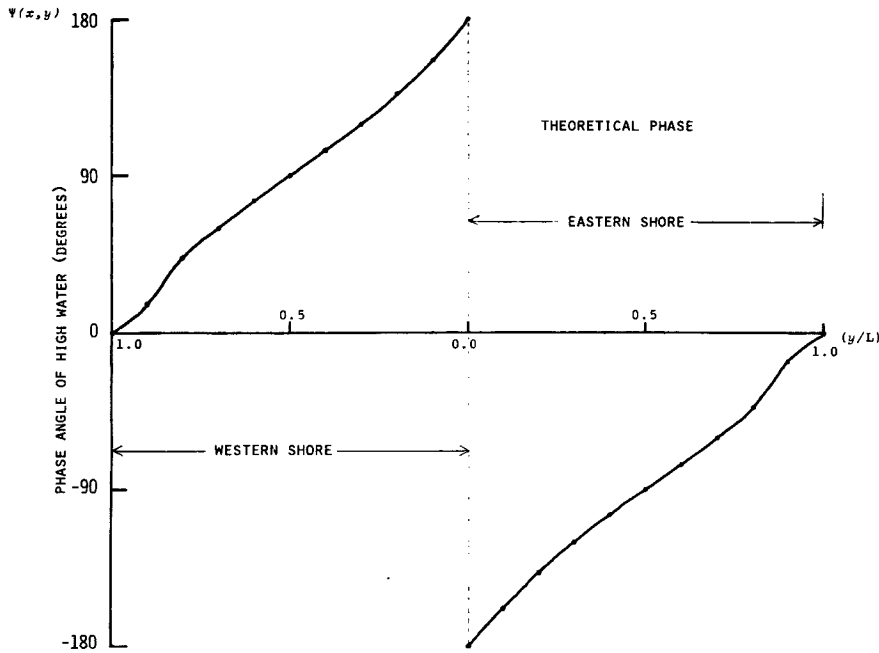


Fig. 7 Analytical distribution of the high water phase of the rotating internal seiche with the longest period.

この位相分布は、前節で示した数値実験結果と極めて良く一致している。すなわち、びわ湖と等価な矩形モデルにおいても、内部境界面の high water 領域が、周期 62.5 hr. で湖周沿いに反時計方向に伝播することが簡単な解析解によって示された訳である。図には示されていないが、矩形湖の場合の内部振動の振巾分布も数値実験結果と同様に湖周部で大きく、湖心部で minimum になることが計算されている。しかしながら、(24)式から明らかなように、internal elevation の x 方向の振巾は湖心からの距離に比例した分布になっている。この点は、数値実験結果の指数関数的な振巾分布と異なるが、矩形モデルにおける運動が極端な単純化に基づく近似に依っていることを考えるならば、上記の差違は許容し得るものと考えられよう。

7. む す び

今回行ったびわ湖の数値実験における 2 層、平坦湖底モデルは、現実の湖の条件からはほど遠いという不満な点があるとは言え、この実験によって、びわ湖の内部静振にコリオリ力が重要な役割を果たしているという結果を導き得たことは、今後の湖沼の流動現象の解明に重要な示唆を与えるものと思われる。

一般に、米大陸における五大湖のような大規模な湖はともかく、最大長 100 km にも満たないようなびわ湖の静振現象に地球自転の影響があるとはつい最近まで何人も考え得なかった。謂うまでもなく、びわ湖にお

る内部静振波速は表面のそれに比較して非常に小さく、したがって、波速と湖の size の比は、大規模な湖の表面静振の波速と size の比に充分匹敵し得る程度になり、このことがコリオリ力を効果的にする要素となっている。

今回の報告ではびわ湖の内部静振の基本振動のみを論じ、より高周波側の振動並びに、矩形湖の流れについては紙面の都合で触れ得なかったが、この問題については、いずれ別紙上で報告するつもりである。

参 考 文 献

- 1) Kanari, S.: Results of Observations of the Long Period Internal Seiches in Lake Biwa, J. Jr. Limnol., Vol. 35, No. 4, 1974, (be in the press).
- 2) Imasato, N.: Study of Seiche in Lake Biwa-Ko (I)-On the Numerical Calculation by Defant's Method-, Special Contr. Geophys. Inst. Kyoto Univ., No. 10, 1970, pp. 93-103.
- 3) Imasato, N.: Study of Seiche in Lake Biwa-Ko (II)-On a Numerical Experiment by Nonlinear Two-Dimensional Model-, Contr. Geophys. Inst. Kyoto Univ., No. 11, 1971, pp. 77-90.
- 4) Imasato, N.: Study of Seiche in Lake Biwa-Ko (III):-Some Results of Numerical Experiments by Nonlinear Two-Dimensional Model-, Contr. Geophys. Inst. Kyoto Univ., No. 12, 1972, pp. 63-75.
- 5) Kanari, S.: Internal Waves in Lake Biwa (II)-Numerical Experiments with a Two Layer Model-, Bulletin of the Disas. Prevent. Res. Inst. Kyoto Univ., Vol. 22, 1973, pp. 69-96.
- 6) Csanady, S. T.: Large-Scale Motion in the Great Lakes, J. Geophys. Res. Vol. 72, No. 16, 1967, pp. 4151-4162.
- 7) Rao, D. B.: Free Gravitational Oscillations in Rotating Rectangular Basins, J. Fluid Mech, Vol. 25, No. 3, 1966, pp. 523-555.