

長大吊橋の不規則な耐風応答特性に関する研究

白石成人・松本 勝・谷口栄一・岸本良孝

INVESTIGATIONS ON THE AEROELASTIC RESPONSE OF LONG-SPANNED SUSPENSION BRIDGES DUE TO RANDOM GUST

By *Naruhito SHIRAISHI, Masaru MATSUMOTO, Eiichi TANIGUCHI,
Yoshitaka KISHIMOTO*

Synopsis

On the aeroelastic response of long-spanned suspension bridges due to the random gust, a few kinds of model tests are performed in turbulent shear flow generated in the wind tunnel. In turbulent flow comparatively large oscillations are observed for low wind speed region below the critical flutter velocity. The power spectrum of this response is in good agreement with the theoretical predictions, obtained by the modified quasi-steady theory in which the dynamic effects of structures are considered. Besides, as its applications to real structures, some numerical evaluations are made for estimating the aerodynamic random response of Honshu-Shikoku connecting suspension Bridge (Akashi Strait Bridge) due to the random gust.

1. まえがき

1940年に当時世界第3位の長径間吊橋であったタコマナローズ橋がわずか 19 m/sec の風によって落橋して以来、長大橋梁特に長大吊橋の耐風性に関して数多くの研究がなされてきた。その結果今日では、50~60 m/sec の風に対しても不安定なフリッター振動を生じない長大吊橋の補剛桁断面が採用されるようになった。このようなフリッター限界風速の向上に伴って、以前にはフリッター振動が問題とされた強風領域においてフリッターフリードムは生じなくなった反面、それにかわって風の乱れ成分による強制振動現象が橋梁の長大化に伴って重要な問題となってきた。本研究では、風の乱れ成分による不規則強制振動の問題に関して、風洞における模型実験および数値計算結果を述べ、若干の考察を加える。

まず 2においては、前半で風速と空気力の関係を表わす空力増幅関数 (Aerodynamic Admittance) について述べ、後半では不規則振動に対するスペクトル解析の手法について述べる。3では風洞内に発生させた自然風をシミュレートした乱流境界層中の模型実験に関して、フリッター現象に及ぼす乱れの影響および乱れに起因する強制振動振幅の計算値と実験値との比較等について検討を加える。4では自然風に対する長大吊橋の動的応答に関して、2で述べた方法を実橋に適用し、数値計算を行ないその結果について述べる。

2. 不規則応答解析

吊橋補剛桁の風の乱れによる強制振動の問題を取り扱う場合には、一般に不規則振動論による統計的解析法が用いられる。(そのフローチャートを Fig. 1 に示す) 以下にその具体的な内容および問題点について述べる。

2.1 空力増幅関数 (Aerodynamic Admittance)

構造物が風の作用を受けたときにある流体力が生ずることはよく知られているが、構造物の断面形状によってその発生機構およびその特性は大きく異なることが従来の研究によって指摘されている。従ってある断面特有の、風速から空気力へ変換する関数を正確に把握することが長大吊橋の耐風応答を論ずる上で不可欠の要素

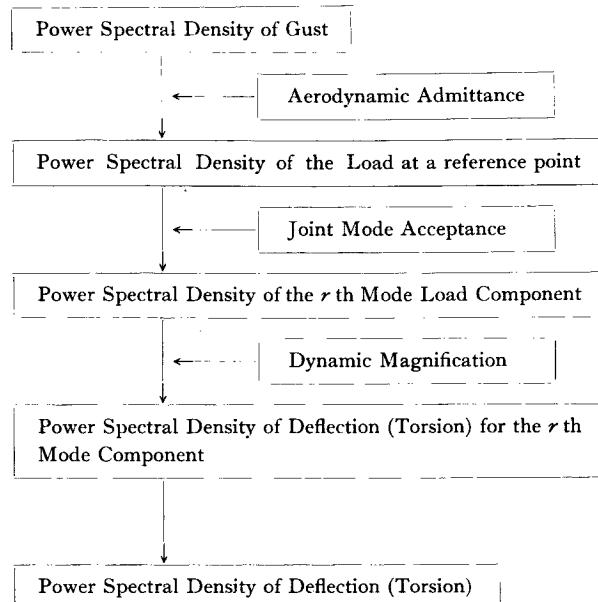


Fig. 1 Statistical Analysis of the Response of Structures due to Random Gust

となる。一般にこの風速と空気力の関係を表わす関数は、空力増幅関数 (Aerodynamic Admittance) と呼ばれている。本節では平板ならびにトラス補剛断面の風の乱れに起因する空力増幅関数に関して、擬定常空気力理論 (Quasi-steady Theory) を用いた解析法について述べる。

ある構造断面が乱れを含む流れの中に置かれて振動する場合に、この断面が流体より受ける流体力は、擬定常空気力理論によれば、静的空気力に相対迎え角を導入することにより得られる。

いま主流は水平方向に流れているものとし、主流平均風速を \bar{U} 、主流方向の変動風速を $u(t)$ 、鉛直方向の変動風速を $v(t)$ とし、座標軸は Fig. 2 に示されるように、橋梁スパン方向に x 軸、コード方向に y 軸、鉛直方向に z 軸とするものとする。このときスパン方向の単位長さ当たりに作用する揚力は、次式のように表わされる。

$$\Delta L(y, t) = \frac{1}{2} \rho [(\bar{U} + u(y, t))^2 + v^2(y, t)] \cdot C_F \cdot \Delta y \quad (2-1)$$

ただし ρ : 空気密度 C_F : 空気力係数 Δy : y 方向の微小長さ t : 時間

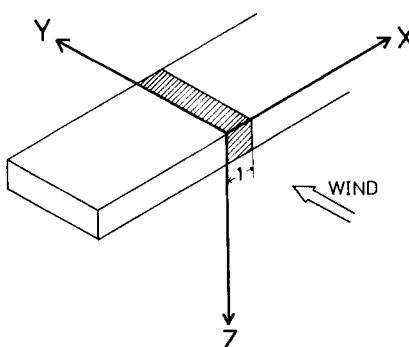


Fig. 2

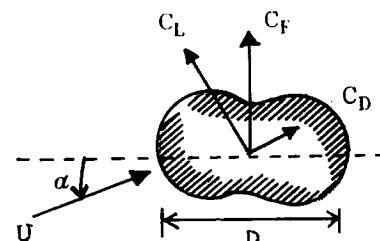


Fig. 3

またこの断面の抗力係数を C_D 、揚力係数を C_L (Fig. 3 参照) とするとき、迎え角 α が小さい場合には C_F は、

$$C_F = \frac{dC_L}{da} \cdot a + C_D \cdot a \quad \dots \dots \dots \quad (2-2)$$

と表わされる。いまこの構造断面が振動状態にあり、その主流と直角方向の変位を $z(t)$ とするとき、断面が主流となす相対迎え角 α は、

$$\alpha = \arctan \left[\frac{v(t) + \dot{z}(t)}{\dot{U} + u(t)} \right] \quad \dots \dots \dots \quad (2-3)$$

となる。ここで断面の応答は小さく、かつ各変動風速成分は主流平均風速に比べて十分小さいものと仮定すれば式(2-3)は近似的に次式のように表わされる。

$$a = \frac{v(t) + \dot{x}(t)}{U + u(t)} \quad \dots \dots \dots \quad (2-4)$$

式(2-2)(2-4)を式(2-1)に代入して2次以上の微小項を無視すると、

$$\Delta L(y, t) = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{dC_L}{da} + C_D \right)_{a=0} \cdot \Delta y \cdot \bar{U} \{v(t) + \dot{z}(t)\} \quad \dots \dots \dots \quad (2-5)$$

上式を γ について 0 から D (Deck の幅員) まで積分すると、単位長さ当たりの断面に作用する揚力 $L(t)$ は

$$L(t) = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{dC_L}{da} + C_D \right)_{a=0} \bar{U} \dot{z}(t) D + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{dC_L}{da} + C_D \right)_{a=0} \bar{U} \int_0^D v(y, t) dy \quad \dots \quad (2-6)$$

と表わされる。式(2-6)において右辺第1項は平均流によって生ずる揚力であり、第2項は風速変動成分により生ずる揚力を表わす。

(a) 周期的變動流 (Sinusoidal Gust)

風の乱れが周期的に変動するものと仮定すれば、この乱れに起因する揚力は、式(2-6)の右辺第2項より次のように表わされる。

$$L_T(t) = \frac{1}{2} \rho \bar{U} \left(\frac{dC_L}{da} + C_D \right)_{a=0} \int_0^D v \left(t - \frac{y}{\bar{U}} \right) dy \dots \quad (2-7)$$

風の鉛直変動成分を

$$v(t) = v_D \exp(i\omega t) \dots \quad (2-8)$$

と表わし、これを式(2-7)に代入すると

$$L_T(t) = \frac{1}{2} \rho \bar{U} v_0 \exp(i\omega t) D \frac{i}{k} \{ \exp(-ik) - 1 \} \left(\frac{dC_L}{da} + C_D \right)_{a=0} \quad \dots \quad (2-9)$$

ただし $k = D\omega / \bar{U}$ (換算振動数)

以上の各式において用いられている空気力係数 $\left(\frac{dC_L}{da} + C_D\right)_{a=0}$ は擬定常空気力理論によれば、風洞実験によって得られるある構造断面特有の静的空気力係数で置き換えられるが、断面が振動している場合にはその応答を考慮したフィードバック系における動的空気力係数として評価されなければならない。この空気力係数の動的效果を表わすものとして、換算振動数 k の関数 $\xi(k)$ を導入して式(2-9)を書き直せば

$$L_T(t) = \frac{1}{2} \rho \bar{U} v_0 \exp(i\omega t) D \frac{i}{k} \{\exp(-ik) - 1\} \xi(k) \left(\frac{dC_L}{da} + C_D \right)_{\substack{a=0 \\ \text{static}}} \dots \dots \dots \quad (2-10)$$

となる。いま構造断面として平板を考えると、静的空気力係数 $(dC_L/d\alpha)_{\alpha=0}$ は 2π であり、空気力係数の動的な補正係数 $\delta(k)$ は Theodorsen 関数 $C(k)$ で表わされる。従って周期的変動流中に置かれた平板に作用する乱れに起因する揚力は次式のようになる。

$$L_T(t) = \pi \rho D v_0 \exp(i\omega t) |Q(k) \cdot C(k)| U \quad \dots \dots \dots \quad (2-11)$$

ただし $Q(k) = \frac{i}{k} \{\exp(-ik) - 1\}$: 周期的変動流における乱れの空間分布特性を表わす関数

一方 W. R. Sears の研究^{1,2)}によれば、周期的鉛直ガストの作用によって薄翼あるいは平板に生ずる揚力は、

$$L(t) = \pi \rho D v_0 \exp(i\omega t) |\phi(k)| U \quad \dots \dots \dots \quad (2-12)$$

として与えられる。

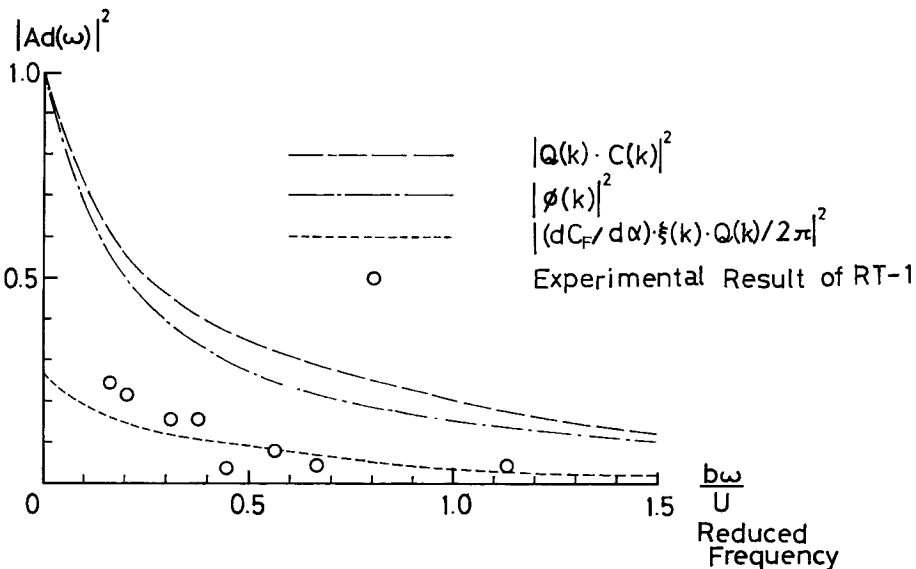


Fig. 4 Aerodynamic Admittance of RT-1 model

Fig. 4 に $|Q(k) \cdot C(k)|^2$ と $|\phi(k)|^2$ の曲線が描かれているが、両者は比較的よく一致している。また図中の○印は本州四国連絡橋の一案断面であるトラス補剛断面模型（以下これを RT-1 模型と呼ぶ）に関して、周期的変動流中における風洞実験*より求められた Aerodynamic Admittance を表わしている。（*この実験の詳細については参考文献³⁾ 参照）点線は、擬定常空気力理論に空気力係数の動的補正係数 $\xi(k)$ を考慮した場合の RT-1 模型に関する Aerodynamic Admittance であるが、実験値とかなりよく一致している。従って擬定常空気力理論に空気力係数の動的な効果を導入する上記の方法によって、乱れに起因する Aerodynamic Admittance をある程度の精度で推定することが可能であるものと考えられる。

(b) 不規則乱れ (Random Gust)

自然風の乱れは、時々刻々不規則に風速の変化するいわゆるランダムな量であるために、構造物の Aerodynamic Admittance を評価する際に、当然不規則過程に対する統計的手法が導入されなければならない。

風の乱れに起因する変動揚力は、式(2-6)の右辺に上記の動的係数 $\xi(k)$ を導入して次式のように表わされる。

$$L_T(t) = \frac{1}{2} \rho \bar{U} \left(\frac{dC_L}{da} + C_D \right)_{\substack{\alpha=0 \\ \text{static}}} \cdot \xi(k) \int_0^D v(y, t) dy \quad \dots \dots \dots \quad (2-13)$$

ここに

$$\xi(k) = \left(\frac{dC_L}{da} + C_D \right)_{\substack{\alpha=0 \\ \text{static}}} / \left(\frac{dC_L}{da} + C_D \right)_{\substack{\alpha=0 \\ \text{static}}}$$

式(2-13)の関係を用いると、変動揚力のパワースペクトル密度 $S_L(n)$ とある基準点における変動風速のパワースペクトル密度 $S_{v_0}(n)$ の関係は次のようになる。

$$S_L(n) = \left\{ \frac{1}{2} \rho \bar{U} D \left(\frac{dC_L}{da} + C_D \right)_{\substack{\alpha=0 \\ \text{dynamic}}} \xi(k) \right\}^2 S_{v_0}(n) \cdot G(k) \quad \dots \dots \dots \quad (2-14)$$

$$\text{ただし } G(k) = \int_0^D \int_0^D R(x, x'; n) dx dx'$$

ここで $R(x, x'; n)$ は風速変動の空間相関係数であり、 $|R(x, x'; n)|^2$ はコヒーレンスである。 $R(x, x'; n)$ の虚数部分を小さいとして無視し、近似的に

$$R(x, x'; n) = \exp\left\{-\frac{|x-x'|}{L(U/n)}\right\} \quad \dots \quad (2-15)$$

ここで $L\left(\frac{\bar{U}}{k}\right) = \frac{U}{\lambda n}$: 乱れのスケール

とおくと、この場合の Aerodynamic Admittance は

$$G(k) = \frac{8\pi^2}{\lambda^2 k^2} \left\{ -1 + \frac{\lambda k}{2\pi} + \exp\left(-\frac{\lambda k}{2\pi}\right) \right\} \dots \quad (2-16)$$

と表わされる。上式の λ はある定数であるが、A. G. Davenport は自然風観測より $\lambda=7$ とし、また抗力に関して動的効果は考えなくてもよいとしてそれを揚力にも準用している⁴⁾。(すなわち $\xi(k)=1$) 対象断面を平板として、Sears 関数 $|\phi(k)|^2$ 、前記の $|Q(k) \cdot C(k)|^2$ 、 $\lambda=7$ とした場合の $G(k)$ 、および動的補正係数として Theodorsen 関数を用いた $G(k)|C(k)|^2$ の値を比較したのが Fig. 5 である。この図において $\lambda=7$ とした場合の $G(k) \cdot |C(k)|^2$ の値が Sears 関数 $|\phi(k)|^2$ に比較的よく一致しているが、 $G(k)$ 中の $\lambda=7$ という値は自然風観測より得られたものとされているので、観測点のまわりの地形等によって λ が 7 以外の値をとることも考えられる。

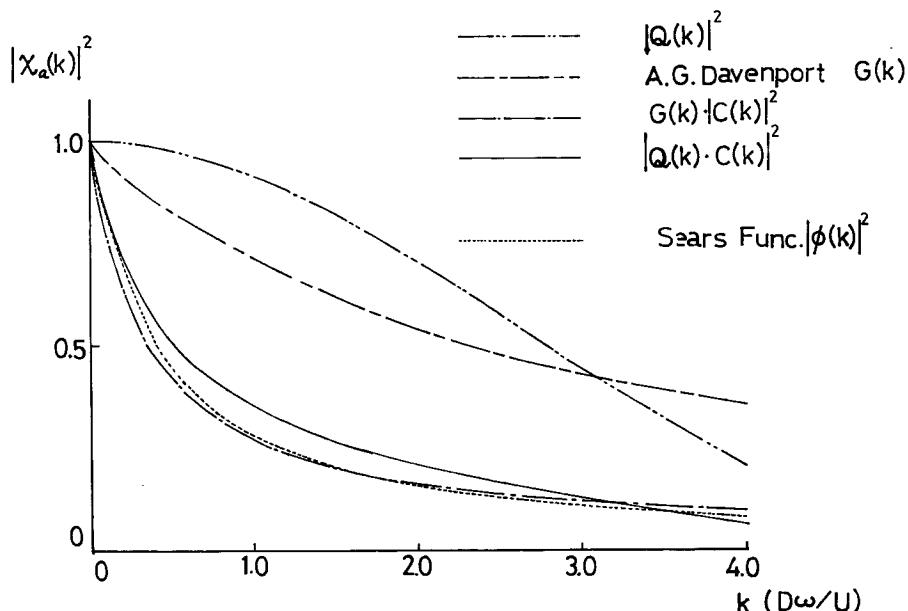


Fig. 5 Aerodynamic Admittance of Thin Plate

2.2 モード解析

前節においては風の乱れによって構造断面に生ずる空気力の算定に関して Aerodynamic Admittance を中心として述べてきた。つぎに本節においては吊橋補剛桁の不規則外力に対する応答に関して、モード解析の手法を用いた統計的解析法について述べる。

吊橋補剛桁のたわみ、ねじれの変位をそれぞれ次のように仮定する。

ただし、 q_{nr} : たわみの r 次の一般座標 Φ_{nr} : たわみの r 次の振動モード

$q_{\theta r}$: ねじれの r 次の一般座標 $\Phi_{\theta r}$: ねじれの r 次の振動モード

Lagrange の運動方程式に式(2-17)(2-18)を代入すると運動方程式は

$$\ddot{q}_{\eta r}(t) + 2\zeta_{\eta r}\omega_{\eta r}\dot{q}_{\eta r}(t) + \omega_{\eta r}^2 q_{\eta r}(t) = -\frac{Q_{\eta r}}{\int_L m \Phi_{\eta r}^2(x) dx} \quad \dots \dots \dots \quad (2-19)$$

$$\ddot{q}_{\varphi r}(t) + 2\zeta_{\varphi r}\omega_{\varphi r}\dot{q}_{\varphi r}(t) + \omega_{\varphi r}^2 q_{\varphi r}(t) = -\frac{Q_{\varphi r}}{\int_L I \Phi_{\varphi r}^2(x) dx} \quad \dots \dots \dots \quad (2-20)$$

となる。ここに ω_{nr} , ω_{pr} はたわみ・ねじれの r 次モードの固有振動数, ζ_{nr} , ζ_{pr} はたわみ・ねじれの r 次モードの減衰比, m は単位長さ当りの補剛性の質量, I は単位長さ当りの補剛性の質量慣性モーメントを表わす。また積分は全径間にわたって行なうことを示す。

一方、平板状構造物がたわみ・ねじれの2自由度の振動状態にある場合に作用する空気力は、Scanlan, Sabzebari の方法⁵⁾を応用して次のように表わすことができる。

$$\tilde{L}(x, t) = H_1 \dot{\eta} + H_2 \dot{\varphi} + H_3 \varphi - L(x, t) \quad \dots \dots \dots \quad (2-21)$$

ただし H_i , A_i ($i=1, 2, 3$) は空気力係数であり, $L(x, t)$, $M(x, t)$ は風の乱れに起因する外力である。

式(2-19)(2-20)の一般力式を式(2-21)(2-22)と結びつけて表現すると、最終的にたわみ・ねじれ2自由度の振動の基礎方程式は次のようになる。

$$\ddot{q}_{\varphi r} + 2\zeta_{\varphi r}\omega_{\varphi r}\dot{q}_{\varphi r} + \omega_{\varphi r}^2 q_{\varphi r} = A_1' \dot{q}_{\eta r} + A_2' \dot{q}_{\varphi r} + A_3' q_{\varphi r} + M_r' \dots \quad (2-24)$$

ただし

$$H_1' = H_1 \frac{\int_L \Phi_{\eta_r}^2 dx}{\int_L m \Phi_{\eta_r}^2 dx}, \quad H_2' = H_2 \frac{\int_L \Phi_{\eta_r} \Phi_{\varphi_r} dx}{\int_L m \Phi_{\eta_r}^2 dx}, \quad H_3' = H_3 \frac{\int_L \Phi_{\eta_r} \Phi_{\varphi_r} dx}{\int_L m \Phi_{\eta_r}^2 dx}, \quad L_r' = L_r \frac{\int_L \Phi_{\eta_r}^2 dx}{\int_L m \Phi_{\eta_r}^2 dx}$$

$$A_1' = A_1 \frac{\int_L \Phi_{\varphi_r} \Phi_{\varphi_r} dx}{\int_L I \Phi_{\varphi_r}^2 dx}, \quad A_2' = A_2 \frac{\int_L \Phi_{\varphi_r}^2 dx}{\int_L I \Phi_{\varphi_r}^2 dx}, \quad A_3' = A_3 \frac{\int_L \Phi_{\varphi_r}^2 dx}{\int_L I \Phi_{\varphi_r}^2 dx}, \quad M_r' = M_r \frac{\int_L \Phi_{\varphi_r}^2 dx}{\int_L I \Phi_{\varphi_r}^2 dx}$$

$$\begin{pmatrix} L(x, t) = \sum_r L_r \Phi_{\eta_r} \\ M(x, t) = \sum_r M_r \Phi_{\varphi_r} \end{pmatrix}$$

式(2-23), (2-24)で表わされる系の外力と応答の関係を表わす伝達関数 (Dynamic Magnification) は次のようなマトリックスで表わされる⁶⁾。

$$H_r(\omega) = \begin{bmatrix} H_{\eta r}(\omega) & H_{\varphi r}(\omega) \\ \Theta_{\eta r}(\omega) & \Theta_{\varphi r}(\omega) \end{bmatrix} \quad \dots \quad (2-25)$$

$$\text{ただし } H_{\eta r}(\omega) = \{\omega_{\varphi r}^2 - \omega^2 - A_3' + i(2\zeta_{\varphi r}\omega_{\varphi r} - A_2)\omega\} / (D_R + iD_I)$$

$$H_{qr}(\omega) = (H_3' + i\omega H_2') / (D_R + iD_I)$$

$$\Theta_{\eta r}(\omega) = i\omega A_1'/(D_R + iD_I)$$

$$\Theta_{\varphi_f}(\omega) = \{\omega_{\eta_f}^2 - \omega^2 + i(2\zeta_{\eta_f}\omega_{\eta_f} - H_1')\omega\} / (D_R + iD_I)$$

$$D_R = (\omega_{\eta_r}^2 - \omega^2)(\omega_{\varphi_r}^2 - \omega^2 - A_3') - \omega^2(2\zeta_{\eta_r}\omega_{\eta_r} - H_1')(2\zeta_{\varphi_r}\omega_{\varphi_r} - A_2') + \omega^2 A_1' H_2'$$

$$D_I = (\omega_{\eta_r}^2 - \omega^2)(2\zeta_{\varphi_r}\omega_{\varphi_r} - A_2')\omega + (\omega_{\varphi_r}^2 - \omega^2 - A_3')(2\zeta_{\eta_r}\omega_{\eta_r} - H_1')\omega - \omega A_1' H_3'$$

外力 $L'_r(x, t)$, $M'_r(x, t)$ が不規則な荷重である場合、外力のパワースペクトル密度と応答のパワースペクトル密度の間には次のような関係が成立する。

$$S_{\eta\eta',\omega} = |H_{\eta\eta'}(\omega)|^2 S_{Lr',\omega} - 2|\Theta_{\eta\eta'}(\omega)||\Theta_{\varphi r'}(\omega)| \cos(\alpha_\eta - \alpha_\varphi) S_{Lr'Mr',\omega} + H_{\varphi r'}(\omega)^2 S_{Mr',\omega} \quad (2-26)$$

$$S_{\theta\varphi r}(\omega) = |H_{\eta,r}(\omega)|^2 S_{L'r'}(\omega) - 2|\Theta_{\eta,r}(\omega)||\Theta_{\varphi r}(\omega)| \cos(\beta_\eta - \beta_\varphi) S_{L'Mr'}(\omega) + |\Theta_{\varphi r}(\omega)|^2 S_{Mr'}(\omega) \quad \dots \quad (2-27)$$

ここに $a_\eta, a_\varphi, \beta_\eta, \beta_\varphi$ はそれぞれ $H_{\eta r}, H_{\varphi r}, \Theta_{\eta r}, \Theta_{\varphi r}$ の偏角である。

一般にピッティングモーメント M は、Deck の前縁に作用するモーメントを無視すれば揚力 L に対して次のような関係にある。

ただし μ : ある定数 D: Deckの幅員

この関係を用いると式(2-26), (2-27) は

ただし $|\tilde{H}_{\eta r}(\omega)|^2 = \{|H_{\eta r}(\omega)|^2 - 2|H_{\eta r}(\omega)||H_{\varphi r}(\omega)|\cos(a_\eta - a_\varphi)\mu D$

$$+ |H_{\varphi_r}(\omega)|^2 (\mu D)^2 \} \left(\int_L \Phi_{\eta_r}^2 dx \mid \int_L m \Phi_{\eta_r}^2 dx \right)$$

$$|\tilde{H}_{\varphi_r}(\omega)|^2 = (|\Theta_{\eta_r}(\omega)|^2 - 2|\Theta_{\eta_r}(\omega)||\Theta_{\varphi_r}(\omega)|\cos(\beta_\eta - \beta_\varphi)\mu D + |\Theta_{\varphi_r}(\omega)|^2(\mu D)^2) \left(\int_I \Phi_{\varphi_r}^2 dx / \int_I I \Phi_{\varphi_r}^2 dx \right)^2$$

一方外力 $L(x, t) = \sum_i L_i(t) \Phi_{\eta_i}(x)$ であるからモード関数の直交性を仮定すれば

となり、上式の自乗平均をとれば次のようになる。

ここに $\bar{\cdot}$ は時間平均を表わす。式(2-32)の両辺のパワースペクトル密度をとると

$$S_{Lr}(n) = \int_L \int_L S_L(x, x'; n) \Phi_{\eta_r}(x) \Phi_{\eta_r}(x') dx dx' / \left(\int_L \Phi_{\eta_r}(x) dx \right)^2 \quad \dots \dots \dots \quad (2-33)$$

ここに $S_L(x, x'; n)$ は 2 地点 x および x' に作用する荷重のクロススペクトルであり

$$S_L(x, x'; n) = S_{L_0}(n) \tilde{R}(x, x'; n) \dots \quad (2-34)$$

の関係がある。ただし $S_{L_0}(n)$ は基準点の荷重のパワースペクトル密度であり、 $\tilde{R}(x, x'; n)$ は x と x' 点に作用する荷重の空間相関係数である。 $\tilde{R}(x, x'; n)$ は風速変動の空間相関係数 $\tilde{R}(x, x'; n)$ と等しいことが証明できるので³⁾、近似的に

$$\tilde{R}(x, x'; n) = \exp\left(-\frac{\lambda x|x-x'|}{U}\right) \dots \quad (2-35)$$

を用いることができる。従って式(2-33)は

$$S_{Lr}(n) = S_{L0}(n) \int_{L_r} \int_{L_r} \tilde{R}(x, x'; n) \Phi_{\eta_r}(x) \Phi_{\eta_r}(x') dx dx' / \{ \int_{L_r} \Phi_{\eta_r}(x)^2 dx \}^2 \quad \dots \dots \dots \quad (2-36)$$

となるが、ここで

$$|J_{\eta r}(n)|^2 = \int_L \int_L \tilde{R}(x, x'; n) \Phi_{\eta r}(x) \Phi_{\eta r}(x') dx dx' / \left(\int_L |\Phi_{\eta r}|^2(x) dx \right)^2 \quad \dots \dots \dots \quad (2-37)$$

とおき、これを Joint Mode Acceptance と呼ぶ。式(2-29), (2-30), (2-36), (2-37)を用いると

$$S_{q\eta_r}(n) = |\tilde{H}_{\eta_r}(n)|^2 |J_{\eta_r}(n)|^2 S_{L_0}(n) \quad \dots \dots \dots \quad (2-38)$$

$$S_{q_{\varphi_r}}(n) = |\tilde{H}_{\varphi_r}(n)|^2 |J_{\varphi_r}(n)|^2 S_{L_0}(n) \quad \dots \dots \dots \quad (2-39)$$

となる。式(2-14)を式(2-38)(2-39)に代入すると、変動風速のパワースペクトル密度と応答のパワースペクトル密度の関係は次式のようになる。

$$S_{\eta}(n) = \sum_r [|\tilde{H}_{\eta r}(n)|^2 |J_{\eta r}(n)|^2 |\chi_A(k)|^2 \left\{ \frac{1}{2} \rho \left(\frac{dC_L}{da} + C_D \right)_{\substack{\alpha=0 \\ \text{static}}} \bar{U}D \right\}^2 S_{\eta}(n)] \Phi_{\eta r}^{-2}(x) \quad \dots \dots \quad (2-40)$$

$$S_{\varphi}(n) = \sum \left[|\tilde{H}_{\varphi_r}(n)|^2 |J_{\varphi_r}(n)|^2 |\chi_A(k)|^2 \left(\frac{1}{2} \rho \left(\frac{dC_L}{da} + C_D \right) \right)^2 S_{\varphi}(n) \right] \Phi_{\varphi_r}^{-2}(x) \quad \dots \dots \quad (2-41)$$

ただし $|\chi_A(k)|^2 = \{\xi(k)\}^2 G(k)$ - Aerodynamic Admittance

上式の物理的な意味について説明を加えると、Aerodynamic Admittance $|\chi_A(k)|^2$ は前述のように風のもっているパワーがどの程度有効に空気力のパワーに変換されるかを表わす関数である。Joint Mode Acceptance $|J_{\eta_r}(n)|^2 |J_{\varphi_r}(n)|^2$ は構造物がある剛性をもって空間的な広がりを有しているために振動モードあるいは風速の空間相関(スペクトル相関)によって作用する空気力が変化することを表わす関数で、いわば構造物のモードを考慮した変動空気力の空間的補正関数である。Dynamic Magnification $|\tilde{H}_{\eta_r}(n)|^2 |\tilde{H}_{\varphi_r}(n)|^2$ は空気力(平均流によって生ずる振動系の諸物理量を考慮した空気力)を応答に変換する関数であり、動的増幅率を表わす。

3. 実験およびその評価

3.1 実験目的

本実験の目的は、自然風に対する長大吊橋の動的応答を推定するための第1段階として基礎的ないくつかのデータを得ることにあり、そのために風洞内に平板断面を有する3次元模型(**Photo 1**参照)を設置し、一様流

あるいは自然風をシミュレートした平均風速および乱れの強さが鉛直方向にある分布をなす境界層中における模型の動的応答に関して実験を行なった。そしてフリッター限界風速に対する風の乱れ、水平迎え角・振動数比、振動モード等の影響について若干の考察を加えると共に、微小振動状態における風の乱れ成分に起因する模型の応答に関して、2で述べた方法を用いて計算した値と実験値とを比較し検討を行なった。

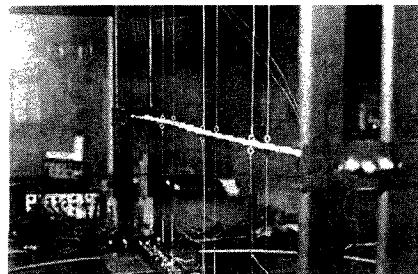


Photo 1 Three Dimensional Model
(Plate)

0~22 m/sec まで連続的に変化させることができる。

(2) 模型

模型は **Photo 1** に示されるように鋼製ラーメン型フレームに3本の平行なワイヤーを水平に張りわたし、それに幅 5 cm、長さ 10 cm、厚さ 2.5 mm の平板18枚を金具で取りつけたものである。模型の諸元は **Table 1** に示す。

Table 1 Details of Three Dimensional Model (Plate)

span length	$L = 1.85 \text{ m}$
mass per unit length	$m = 2.67 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{m}^2$
moment of inertia per unit length	$I_p = 1.915 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^2 / \text{m}$

本実験において用いた模型は直接ある実在する長大吊橋を対象としたものではなく、3次元平板状構造物の空力応答特性を調べることが目的であるため、模型を製作する際に相似律に特に注目はしなかった。模型の固有振動数、減衰比を **Table 2** に示す。

(3) 風速測定器具

- NPL 型ピトー管およびベツツ型マノメーター(理化精機工業製)
- 熱線風速計(日本科学工業製)

(4) 応答測定

Table 2 Natural Frequency and Case 1 (Uniform Flow)

		Natural Frequency	Damping Ratio ζ
deflection	symmetric 1st mode	9.0 cps	0.004109
	asymmetric 1st mode	12.5	0.03536
torsion	symmetric 1st mode	13.0	0.02593
	asymmetric 1st mode	17.7	0.001496

Case 2 (Boundary Layer B)

		Natural Frequency	Damping Ratio ζ
deflection	symmetric 1st mode	8.84 cps	0.00661
	asymmetric 1st mode	12.88	0.01523
torsion	symmetric 1st mode	12.71	0.03704
	asymmetric 1st mode	15.19	0.04366

模型の Deck をスパン中央点および 1/4 点（2 ケ所）の計 3 ケ所においてコイルスプリングで支持し、模型の変位をコの字型エレメントに接着されたストレインゲージによって検出した。使用した測定器具は次のとおりである。

- 動歪計（新興通信製）
- ローパスフィルター（新興通信製）
- 直流増幅器（三栄測器製）
- データ・レコーダー（TEAC 製）
- ペン書きレコーダー（渡辺測器製）
- シンクロスコープ（岩崎通信製）

3.3 実験方法

実験は、模型を一様流中に設置して水平迎え角を 0°～約 60°、たわみ・ねじれの固有振動数比を 1.32～1.63 にわたって変化させてフッターレンジ風速の変化を調べた。また模型上流側に境界層発生装置を設置して、次のような 2 種類の境界層を風洞内に発生させた。（詳細は参考文献(3)参照）

境界層 A：多くの円錐を千鳥型に風洞の床の上に並べて発生させた境界層で、円錐の高さは下流に向って指數関数的に減少する。

境界層 B：曲線断面を有する平板 121 枚を平行に並べて発生させた境界層

これらの境界層中において模型の微小振動および曲げねじれ連成振動状態（限界風速を含めて）に着目して実験を行なった。

3.4 実験結果および評価

(1) フラッターレンジ風速

吊橋補剛桁の曲げねじれフラッターハンディング現象については、F. Bleich,⁷⁾ D. B. Steinman⁸⁾ 等によって理論的な解析が行なわれているが、A. Selberg⁹⁾ はフラッターレンジ風速に関して次のような経験式を提案している。

$$U_{cr} = 0.88 \omega_\varphi b \sqrt{\frac{\nu}{\mu} \left(1 - \frac{\omega_\eta^2}{\omega_\varphi^2}\right)} \quad \dots \dots \dots \quad (3-1)$$

ただし $\omega_\eta, \omega_\varphi$ ：たわみ、ねじれの固有振動数 b ：半弦長

$\mu = 2\pi\rho b^2/m$ $\nu = 2r^2/b^2$ (r ：質量回転半径)

一方、白石は2自由度振動系の運動方程式において0でない解が存在するための条件および安定な解が存在するための Routh-Hurwitz の条件を考慮して次式を導いた⁹⁾。

$$U_{cr} = K \omega_\varphi b^3 \sqrt{\frac{\nu}{\mu^2} \left(1 - \frac{\omega_\gamma^2}{\omega_\varphi^2}\right)} \quad \dots \dots \dots \quad (3-2)$$

$$\text{ただし } K = \sqrt[3]{\frac{1}{|C(k)|} \left(2\zeta_\varphi + \frac{|A_2|}{\omega_\varphi}\right)} \quad \text{または} \quad K = \sqrt[3]{\frac{4\pi^2}{(\partial C_L / \partial a)^2} \left(2\zeta_\varphi + \frac{|A_2|}{\omega_\varphi}\right)}$$

ζ_φ : ねじれ振動の減衰比, $C(k)$: Theodorsen 関数

Fig. 6 は一様流中で行なった実験において、たわみ・ねじれの対称1次モードの固有振動数比を変化させたときのフラッター限界風速(応答が急激に大きくなるときの風速)の変化を示している。同時に Selberg の式および白石の式による計算値が示されているが、実験値との誤差は5~15%であり、両式はともにフラッターリミット風速を表す近似式として工学的に有効であると言える。

(2) 一様流中と乱流境界層中における応答の相違点

一様流中と乱流境界層中では模型の振動性状がかなり異っている。すなわち一様流中においては比較的高い風速にならないと応答は生じないが、一旦応答が生ずるとその後は風速の増大とともに直線的に急激に増大する。(Fig. 7 参照)一方境界層中においては比較的低い風速から応答が生じ始め、Fig. 8 に見られるように風速が増大してもあまり振幅が増大しない領域があってその後急激に振幅が増大する傾向がある。たわみ・ねじれの固有振動数比および減衰の点でほぼ同じ振動系について、限界風速が一様流中で 10.66 m/sec、また境界層 B 中では 12.30 m/sec となった。このことは風の乱れが振動系の風による不安定な大振幅振動に対して安定化効果を与えていていることを示している。ただし本実験に用いた境界層 B の coherence より求めた乱れのスケールは 10~20 cm であり、模型の Deck の幅員は 5 cm であった。この乱れのスケールと Deck の幅員の大小関係によって、風の乱れが振動系に不安定化効果を与えることも十分考えられるので、今後は各種の場合について実験を行なう必要があるものと考えられる。

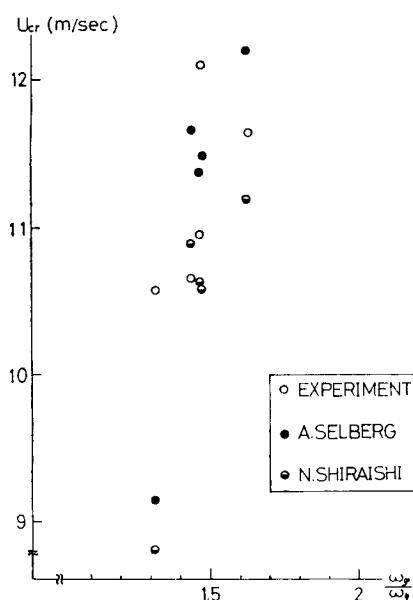


Fig. 6 Critical Velocity-Frequency Ratio

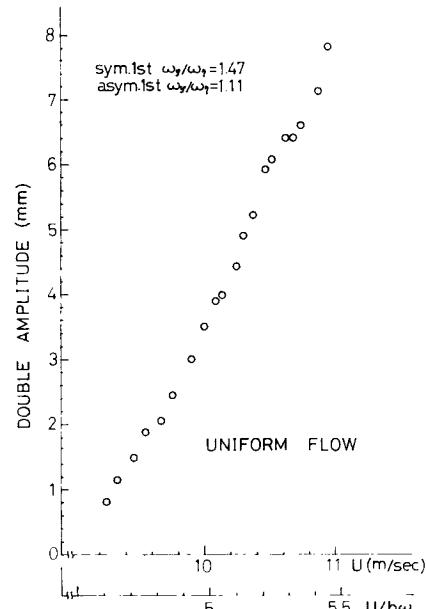


Fig. 7 Amplitude-Velocity Relation at the Quarter Point of the Span (Deflection)

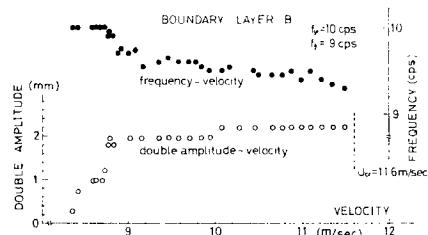


Fig. 8 Amplitude-Velocity and Frequency-Velocity Relation at the Middle Point of the Span (Deflection)

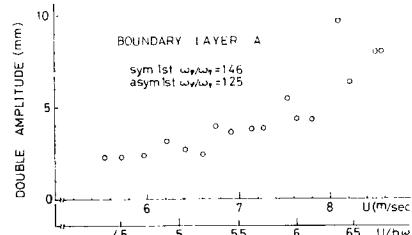


Fig. 9 Amplitude-Velocity Relation at the Mid Point of the Span (Deflection)

(3) 水平迎え角 (Angle of Yaw) の影響

一様流および境界層Bについて、水平迎え角（橋軸が主流と直角をなす場合を 0° とする） β を $0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 30^\circ, 57.5^\circ$ と変化させて振動性状の変化を調べた。

Fig. 10は、境界層Bにおける水平迎え角とフラッターレ界風速の関係を示すが、水平迎え角が増大するに従って限界風速も少しずつ増大する傾向が認められる。従って水平迎え角が 0° の時が、平板状構造物の動的応答に関しては最も危険であるといふことができる。

また迎え角 (Pitching Angle) に関しては定量的な評価を加えることができなかったが、定性的には風が迎え角をもつことによってフラッターレ界風速が低下するという現象が見られた。

(4) 模型の振動性状

模型がたわみ・ねじれの連成振動を行なう場合に振動モードとしては、たわみ、ねじれの対称1次モード同志の連成が卓越する場合と、逆対称1次モード同志の連成が卓越する場合の2通りの場合が観測された。両方の場合における固有振動数は下表に示されるおりであり、それぞれの組合せによってSelberg式による限

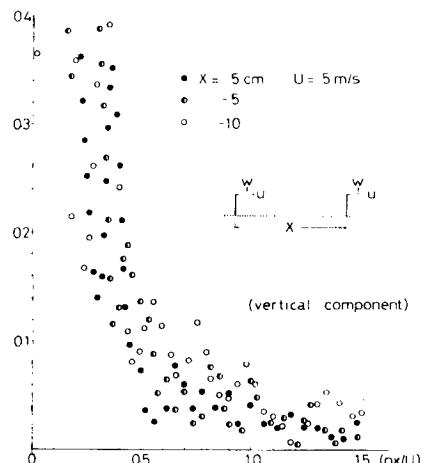


Fig. 11 Coherence (Boundary Layer B)

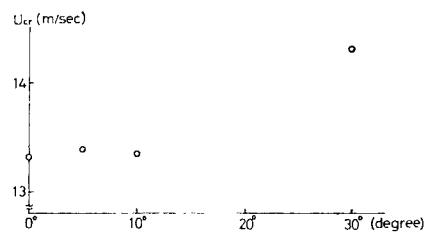


Fig. 10 Critical Velocity-Angle of Yaw (Boundary Layer B)

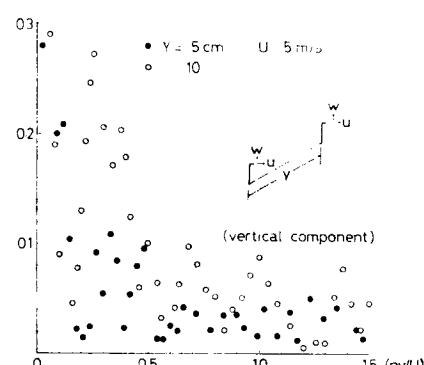


Fig. 12 Coherence (Boundary Layer B)

界風速の低い方のモードで連成振動することが知られる。また逆対称1次モードで振動状態にあったものが風速の上昇と共に突然対称1次モードの連成振動に移行しそのまま対称1次モード同志の連成振動が持続して、ある風速に達すると発散するといった現象が観測された。

また Fig. 8 に示されるように境界層中における実験では風速が増大しても振動振幅は一定であるという現象が見られる。この時の振動は調和振動であり、振動数は風速の増加と共に減少し、最終的にはたわみ、ねじれの各固有振動数の中間の値 (9.3 cps) で発散している。この振動状態は從来から言われている一樣流中での Classical Flutter とは異ったタイプの連成振動と考えられる。すなわち、Theodorsen, Kàrmàn が理論的解析を行なった Classical Flutter の起る前に風の乱れによって曲げねじれ連成振動が生じているものと思われる。このような乱流中における平板状構造物の調和振動は Aerodynamic Admittance, Joint Mode Acceptance, Dynamic Magnification, 亂れのスケールの変化等あらゆるものバランスの上に成り立っているので、これらについて総合的に研究を進める必要があるものと考えられる。

(5) 模型の振動特性に対する統計的解析

2. で述べた方法を用いて模型の応答のパワースペクトル密度および分散値の計算を行ない、実験値と比較した。

計算に際して、空気力係数 $H_1, H_2, H_3, A_1, A_2, A_3$ として、平板に対する一樣流中での風洞実験より得られた実験式を用いた。また 2. で述べた動的係数 $\xi(k)$

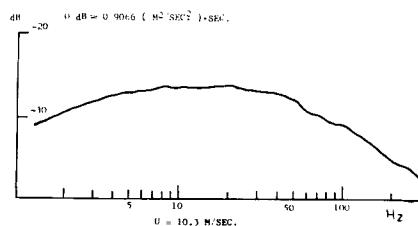


Fig. 13 Power Spectral Density of Vertical Gust in Boundary Layer B

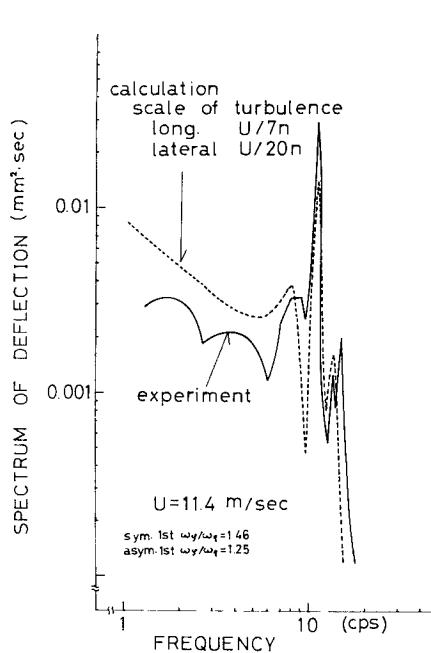


Fig. 14 Power Spectral Density of Deflection at the Mid Point of the Span (Boundary Layer B)

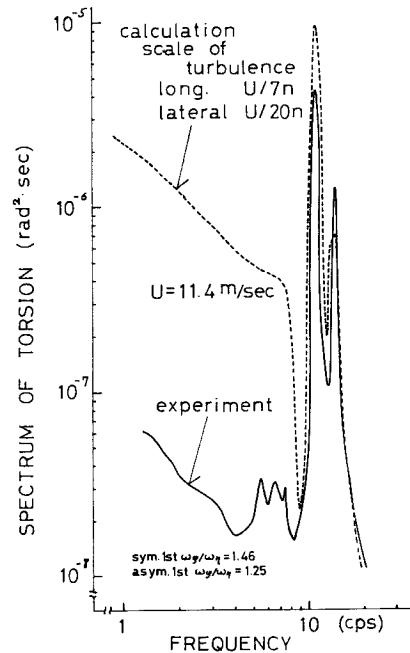


Fig. 15 Power Spectral Density of Torsion at the Mid Point of the Span (Boundary Layer B)

としては、対象断面が平板であるので Theodorsen 関数の絶対値を用いた。また風速変動の空間相関係数 (Cross Correlation Coefficient) は

$$R(x, x', n) = \exp(-n\lambda|x-x'|/U) \quad \dots \dots \dots \quad (3-3)$$

で表わすものとした。**Fig. 11, Fig. 12** は、それぞれ風速の鉛直変動成分の主流方向、主流直角方向の coherence を表わしている。図からも明らかなように、かなりのばらつきがあり、式(3-3)のように単純に指数関数で置き換えることは少し無理なことではあるが、計算を簡単にするために式(3-3)のように近似し、 λ をパラメータとした。**Fig. 13** は風速変動のパワースペクトル密度であり、これを入力として用いた。**Fig. 14, Fig. 15** は、スパン中央点の応答（たわみ、ねじれ）のパワースペクトル密度について計算値と実験値を比較したものである。 λ の値は主流方向に 7、橋軸方向に 20 としている（図から知られるように、ねじれの対称 1 次モードの固有振動数のところで最も大きなピークが現われているが、実際にねじれの対称 1 次モード振動が卓越していた。計算値と比較してみるとピークを持つ周波数領域ではほぼ両者の値が一致しているが、ピークを持たない低周波数領域では、計算値の方が実験値よりかなり大きな値を示している。この原因としては、低周波数領域で Aerodynamic Admittance を過大評価していることが考えられる。（この点についてはたとえば参考文献³⁾⁽¹⁰⁾を参照）また **Fig. 14** と **Fig. 15** に示される応答は平均風速が 11.4 m/sec であり、フラッター限界風速（急激に発散するときの風速）12.24 m/sec に近いのであるが、それにもかかわらず乱れによる不規則振動の式より推定した応答のパワースペクトル密度が実験値とよく一致するということは、この段階においてもまだ自励振動ではなく、乱れによる強制振動を行なっているものと考えられる。**Fig. 16** は、この時のペン書きレコーダーの記録、自己相関関数、確率密度関数、確率分布関数を示す。これらの一連の図からこの時の振動状態は乱れに起因する Random 振動が Dynamic Magnification 等の一種の band limited filter を通すことにより調和振動的な振動性状を示すものと考えられる。

また乱流中におけるフラッター限界風速についてはさまざまな考え方があるが、振動の振幅が急激に増大する前に風の乱れによってほぼ調和的な定常振動を続ける領域があり、この大振幅調和振動を始める時の風速を限界風速と定義することもできる。またある一定の振幅に達した時の風速を限界風速と定義することもできるが、対象とする乱流の性質によって、限界風速もかなりの幅をもってくことも考えられるのでこの問題を解決するには乱流構造ならびに振動系と流体のフィードバックシステムの正確な把握が必要である。

4. 実橋に対する適用

2. で述べた方法を用いて実際の吊橋の自然風の乱れに対する不規則応答を、数値計算により求めた。このような計算は、既に A. G. Davenport が英國の Forth 橋について行なっている⁴⁾が、その結果において風の乱れに起因する応答があまりにも大きな値となっている。従って本計算においては Davenport の提案した方法に従って計算した場合との比較に重点を置いて計算を行なった。

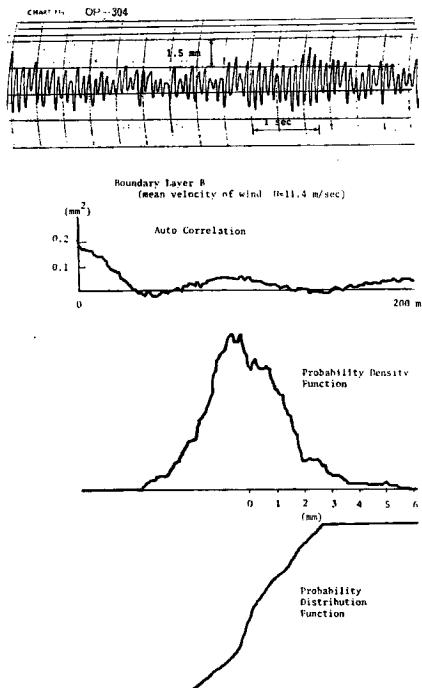


Fig. 16 Records of Oscillation in Boundary Layer B

Table 3 Natural Frequency of Akashi Strait Bridge

		deflectional oscillation	torsional oscillation
symmetric	1st mode	0.064 cps	0.169 cps
	2nd mode	0.130	0.302
	3rd mode	0.189	0.375
asymmetric	1st mode	0.084	0.248
	2nd mode	0.086	0.248
	3rd mode	0.183	0.486

4.1 対象とする吊橋

対象とした橋梁は、本州四国連絡橋の明石・鳴戸ルートに計画中の吊橋（仮称明石海峡大橋）である。この吊橋は中央径間が1880 mあり、完成すれば世界一の長大橋となる。各振動モードの固有振動数をTable 3に示す。

4.2 計算方法

(1) ガスト

自然風の変動成分（鉛直方向）のパワースペクトル密度としては、Panofsky の提案した次式を用いた。

$$S_v(n) = \frac{3KfU^2}{\pi(1+4f)^2} \quad \dots \dots \dots \quad (4-1)$$

ただし U : 平均風速, K : 地表面の状態によって決る係数（海上の場合は0.03）、 $f = nz/U$

自然風の空間相関係数の近似式（式(2-15)）における λ の値については、A. G. Davenport は主流方向および主流直角方向（橋軸方向）ともに7という値を採用している。しかし塩谷およびC.C.Chuen¹¹⁾等は、自然

風観測結果より、主流直角方向の λ の値は20~40になる報告している。現在のところ自然風の観測データがなお不足していること、および λ の値が周辺地形の影響を強く受けること等を考慮して、本計算においては、この値をパラメーターとして計算を行なった。

(2) 空気力係数

空気力係数 $H_i, A_i(i=1, 2, 3)$ としては、本州四国連絡橋の一案断面であるトラス補剛断面（以下 RT-1 と呼ぶ）について、自由振動法により風洞実験から求めた結果を用いた。Fig. 17 は RT-1 模型についての動

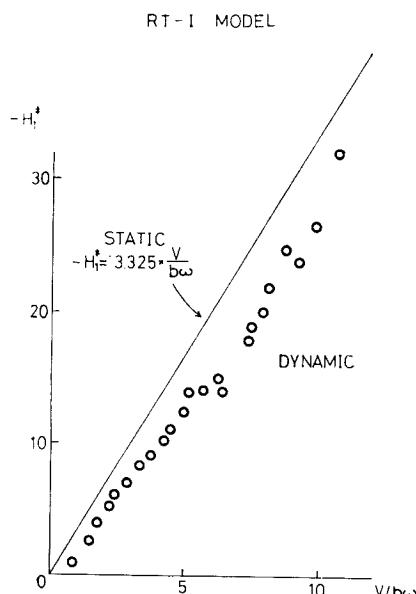


Fig. 17 Aerodynamic Coefficient

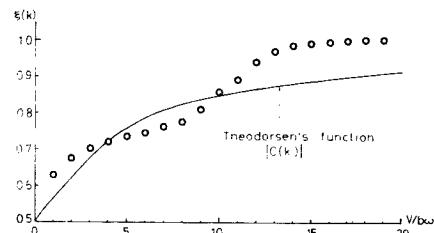


Fig. 18 Dynamic Effects (RT-1) Model

の空気力係数 H_1 を無次元化した H_1^* のグラフであるが、○印が動的実験より求めた値であり、直線が静的空気力係数 $\left(\frac{dC_L}{da} + C_D\right)_{\alpha=0 \text{ static}}$ より求まる値を示している。この図より両者の値にはかなりの差があることが知られるが、この結果から動的係数 $\kappa(k)$ を求めると Fig. 18 のようになる。図中には参考のために Theodorsen 関数も描かれているが、RT-1 模型の動的係数は、Theodorsen 関数に近い値を示しており、この点においてもトラス補剛断面は、平板状構造物であると言える。2. において述べたように、A. G. Davenport は $\left(\frac{dC_L}{da} + C_D\right)_{\alpha=0 \text{ static}}$ の値を用いているので、動的効果を考慮していないことになる。

4.3 計算結果および考察

(1) 風速変動のパワースペクトル密度

Fig. 19 は、 $U=60 \text{ m/sec}$ の時の式(4-1)のグラフであり、乱れの強さ $\sqrt{v^2}/U$ は4.7%である。式(4-1)が、日本の台風時の風の特性を表し得るかどうか、あるいは各種の地形の影響によってパワースペクトル密度がどのように

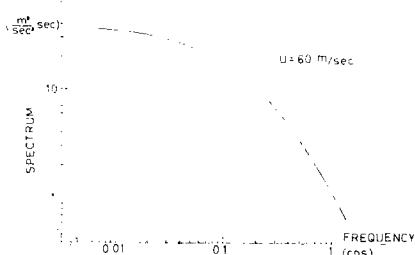


Fig. 19 Power Spectrum of Vertical Gustiness

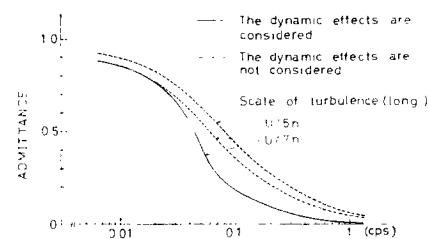


Fig. 20 Aerodynamic Admittance

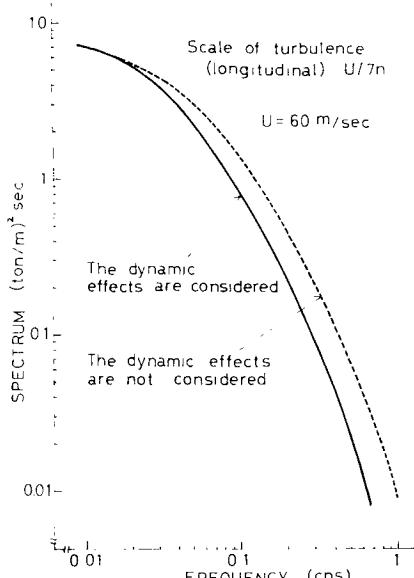


Fig. 21 Power Spectra of Lift Force Due to Vertical Gustiness

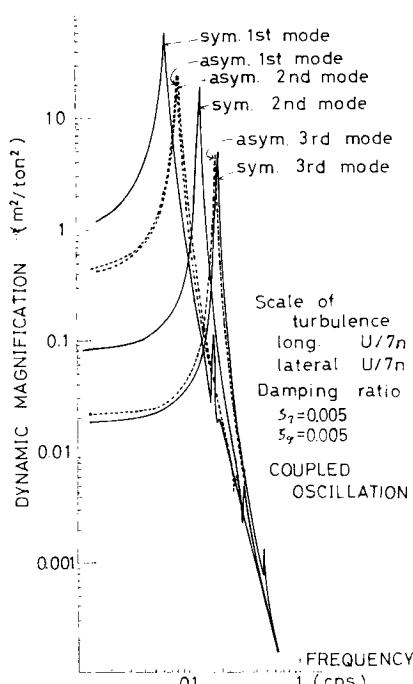


Fig. 22 Dynamic Magnification (Deflection)

に変化するのかといった風自身の有する局地性の問題等に関しては、今後さらに検討を要するものと思われる。

(2) Aerodynamic Admittance

Aerodynamic Admittanceとしては、式(2-16)の $G(k)$ に動的効果を考慮したものを用いているが、Fig. 20 より明らかなように、乱れのスケール（コーヒーレンズから定義されるもの）が小さくなると、Admittance も小さくなっている。また動的効果を考慮すると、振動数が 0.02 cps 以上においては、考慮しない場合に比べて Admittance はかなり低い値となっている。このように空気力の算定に大きな影響を持つ動的効果を無視している点に、A. G. Davenport による計算値が予想外に大きくなりすぎる一つの原因があるものと考えられる。

(3) 揚力のパワースペクトル密度

Fig. 21 より知られるように、揚力のパワースペクトル密度の変化特性は、周波数の増加に伴なって急激に減少し、そのエネルギーは低周波成分に集中しているものと考えられる。そのため、振動周期の長い、吊橋のような構造物については、風による振動が起りやすいということが予想される。

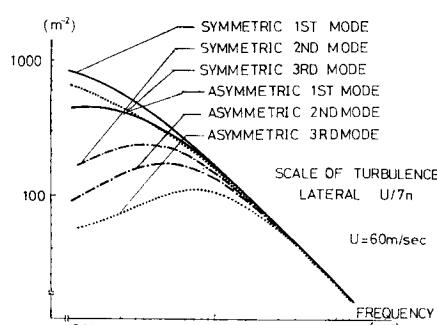


Fig. 23 Joint Mode Acceptance

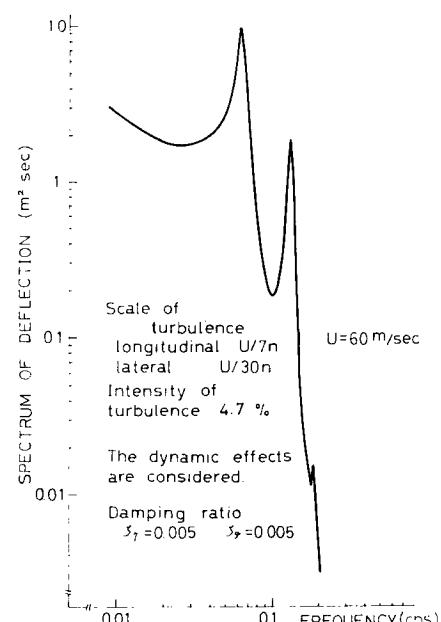


Fig. 24 Power Spectral Density of Deflection at the Mid Point of the Main Span

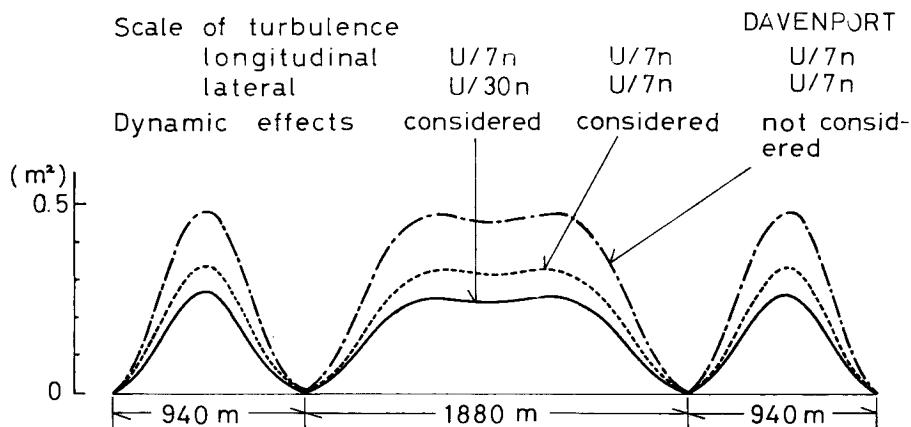


Fig. 25 Variance of Deflection of the Suspension Bridge due to Vertical Gust (Mean Velocity of Wind $U=60 \text{ m/sec}$, Intensity of Turbulence 4.7%, Damping Ratio $\zeta_\gamma=0.005 \zeta_\rho=0.005$)

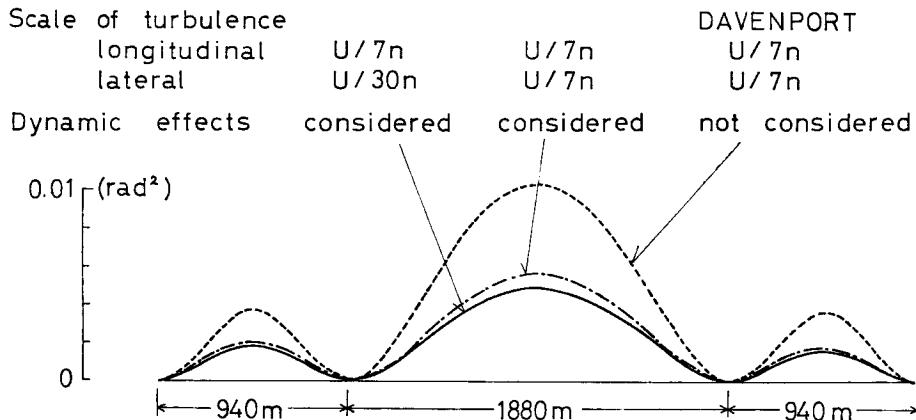


Fig. 26 Variance of Torsion of the Suspension Bridge due to Vertical Gust (Mean Velocity of Wind $U=60 \text{ m/sec}$, Intensity of Turbulence 4.7%, Damping Ratio $\zeta_\eta=0.005$, $\zeta_\varphi=0.005$)

(4) Dynamic Magnification

Fig. 22 は、たわみ・ねじれ連成振動を考えた場合の Dynamic Magnification を示すが、たわみ応答の Dynamic Magnificationにおいては、たわみの固有振動数と共に、ねじれの固有振動数においても、ピークが現われている。ただし、平均風速がフリッター限界風速よりかなり小さいので、後者のピークは、前者のピークに比べてかなり小さい。

(5) Joint Mode Acceptance

Fig. 23 に示されるように振動数が 0.1 cps 以上では、振動モードが異っても、Joint Mode Acceptance の値に変化が見られない。また乱れのスケール(コヒーレンスから求まるもの)が小さくなるに従って、Joint Mode Acceptance の値も小さくなる傾向が認められた。

(6) 応答のパワースペクトル密度

Fig. 24 は、中央径間の中央点におけるたわみ振動のパワースペクトル密度を示すが、対称 1 次、対称 2 次、対称 3 次モードの固有振動数のところでピークが出ている。

(7) たわみおよびねじれ振動の分散値

Fig. 25 はたわみ振動の分散値を示すが、空気力係数の動的効果を考慮し、橋軸方向の乱れのスケールを $U/30n$ とすることにより、れわみの分散値は、A. G. Davenport の報告している方法(動的効果を考慮せず、また橋梁スパン方向およびコード方向によって、鉛直変動成分の乱れのスケールは変化しないとする方法)と比較して、およそ半分の値になっている。ねじれ振動の分散値についても同様のことがいえる。ただし、ねじれ振動に対しては、乱れのスケールよりも空気力係数の動的効果の方が大きな影響を与えている。

5. む　す　び

本研究においては、長大吊橋の風の乱れに対する不規則応答に関して、風洞における模型実験および実際の長大吊橋に対する数値計算を行なった。本研究で明らかとなった点は次のとおりである。

- (1) 擬定常空気力理論に、断面が振動することによって生ずる動的な効果を導入することによって、乱れに起因する空力増幅関数 (Aerodynamic Admittance) をある程度の精度でもって推定することが可能である。
- (2) 乱流境界層中での平板三次元模型のフリッター限界風速 (振幅が急激に増大するときの風速) は、一様流中での値と比べて約15%高くなかった。なおこの問題に関しては、乱れのスケールと Deck の幅員との関係等の諸条件について検討の余地があると思われる。

- (3) 乱流境界層中の平板三次元模型の応答の特徴としてフリッター限界風速より低い風速領域で大振幅の調和振動、あるいはそれに近い振動が観測されたことをあげることができる。このような大振幅振動によって橋梁断面が疲労破壊を起こすことも考えられるので、動的耐風設計において重要な問題であると思われる。
- (4) 実橋の風の乱れに対する不規則応答に関して数値計算を行なった結果、空気力係数に断面が振動することによって生ずる動的効果を考慮し、さらに橋梁スパン方向の乱れのスケールを、コード方向のそれよりも小さくとることによって、たわみ・ねじれの応答の分散値は、以上の2点を考慮しない場合 (A. G. Davenport の方法) に比べて約半分になることが知られた。

最後に、研究にあたって終始熱心に御指導をいただいた京都大学工学部小西一郎教授に深く感謝の意を表すとともに、実験において多大な協力をいただいた京都大学工学部土木工学教室橋梁研究室の、北川貴一氏、竹居重男氏、小前繁氏をはじめとする関係各位に感謝の意を表するものである。

参考文献

- 1) von Kármán, Th. & W. R. Sears: Airfoil Theory for Non-Uniform Motion, Journal of the Aeron. Sci., Vol. 5, No. 10, 1938
- 2) Sears, W. R.: Some Aspects of Non-Stationary Airfoil Theory and Its Practical Application, Journal of Aeron. Sci. Vo. 8, No. 3, 1941
- 3) 京都大学橋梁工学研究室: 長大つり橋に関する動的耐風設計法の研究, 1973
- 4) Davenport, A. G.: A Statistical Approach to the Treatment of Wind Loading of Tall Masts and Suspension Bridges, Ph D Dissertation, Univ. of Bristol, 1961
- 5) Scanlan, R. H & A. Sabzebari: Suspension Bridge Flutter Revisited, ASCE Str. Eng'g Conf. 1967
- 6) 白石成人: 変動風をうける平板状構造物の耐風応答特性に関する2・3の基礎的研究, 土木学会論文報告集 No. 195, 1971
- 7) Bleich, F.: The Mathematical Theory of Vibration in Suspension Bridge, U. S. Gov. Printing Office, Washington D. C., 1950
- 8) Steinman, D. B.: Rigidity and Aerodynamic Stability of Suspension Bridges, Trans. ASCE No. 2243, 1948
- 9) Shiraishi, N.: Fundamental Investigations on Vibrational and Aerodynamic Characteristics of Long-spanned Suspension Bridge, Doctor Dissertation, Kyoto Univ., 1970
- 10) Lamson, P.: Measurements of Lift Fluctuations due to Turbulence, NACA TN3880, 1957
- 11) Chuen, C. C.: Correlation and Spectral Functions of Atmospheric Turbulence, Proc. of 3rd Int. Conf. on Wind Effects on Buildings and Structures, Tokyo, 1971