

# 開水路流れにおける乱れの空間構造について (3)

今本 博健・上野 鉄男・浅野 富夫

## ON THE SPATIAL STRUCTURE OF TURBULENCE IN OPEN CHANNEL FLOWS

By *Hirotake* IMAMOTO, *Tetsuo* UENO and *Tomio* ASANO

### Synopsis

The time-space structure of the turbulence field in a two-dimensional free surface shear flow was treated by means of the technique of time-space correlation coefficient, with and without filtering, for the longitudinal component of turbulent velocity.

The characteristics of time-space correlation coefficient of filtered turbulent velocity are described by the characteristics of auto- and optimum-correlation coefficients and optimum lag-times at which the time-space correlation coefficients reach the maximum values. Furthermore, the characteristics of auto-correlation coefficient of filtered turbulent velocity are described by the continuation time which represents the damping characteristics of the auto-correlation coefficient, and that of optimum-correlation coefficient are described by its integral scale.

Turbulence measurement were carried out in a laboratory channel using two hot-film flowmeters to investigate the characteristics of the time-space structure of the turbulence field, and some interesting results about the continuation time, optimum integral scales and optimum lag-times, in longitudinal, lateral and vertical directions, were obtained.

### 1. 緒 論

乱流状態の流れにおける流体の速度は時間的・空間的にきわめて不規則な変動を繰り返しており、乱流現象の本質的な解明には、乱れ速度の時間的変動特性ばかりでなく空間的変動特性をも含んだ乱流場の時空間構造の解明が必要とされる。

従来の乱流現象に関する研究は、多くの場合、乱れ速度の時間的変動特性の解明に重点が置かれ、空間的変動特性については、Taylor<sup>1)</sup>によって導入された凍結乱れの概念の適用により、時間的変動特性より流れ方向の空間的特性の類推がなされているに過ぎない。凍結乱流の適用性については、Lin<sup>2)</sup>をはじめとする多くの研究者による検討がなされているが、それらの結果によると、せん断乱流への適用は厳密には許されず、限られた条件においてのみ近似的に有効であるに過ぎない。

乱流場の時空間構造に関する研究としては、等方性乱流に関する Townsend<sup>3)</sup>の研究、風洞中の乱流境界層に関する Favre<sup>ら</sup><sup>4),5),6)</sup>、Willmarth<sup>7)</sup>の研究、噴流に関する Laurence<sup>8)</sup>、Fisher および Davies<sup>9)</sup>の研究などが挙げられ、それぞれ、興味ある結果が示されているが、開水路流れに関しては、水流における乱れ計測の困難なことも関連して、これまでほとんど取り扱われていない。

以上の現状にかんがみ、従来より著者らは開水路流れを対象として、乱れ速度の時間的・空間的変動特性の解明にとりくみ、木曾川濃尾用水導水路においてプロペラ式発電型流速計を用いた多点計測を行ない、乱流場の時空間構造についての実験的検討を行ってきた<sup>10),11),12)</sup>。本報告は、これらの研究に基づき、より詳細な開水路乱流場の時空間構造の解明を目的として、相関解析における時空間特性を記述する基本的な特性量(時空間相関特性量)について考察するとともに、ホットフィルム流速計を用いた室内実験により、時空

間相関特性量と開水路流れに関する水理量との関係について検討を加えようとするものである。

## 2. 乱流場の時空間構造

### 2.1 相関およびスペクトル解析

流れ方向、横方向および鉛直方向を、それぞれ、 $x, y, z$  とすると、乱流場内の2つの固定点  $(x_0, y_0, z_0)$  および  $(x_0+x, y_0+y, z_0+z)$  における流れ方向の乱れ速度  $u$  に関する“時空間相関係数”  $R(x, y, z; \tau)$  は次のように定義される。

$$R(x, y, z; \tau) = \frac{u(x_0, y_0, z_0; t)u(x_0+x, y_0+y, z_0+z; t+\tau)}{u'(x_0, y_0, z_0) \cdot u'(x_0+x, y_0+y, z_0+z)} \dots\dots\dots (2.1)$$

ここに、 $\bar{\quad}$  は無限時間にわたる平均操作を意味し、 $\tau$  は遅れ時間である。また、 $u'$  は  $u$  の2乗平均値の平方根、すなわち、 $u' = \sqrt{u^2}$  である。非一様性乱流場を対象とする場合、(2.1)式によって定義される時空間相関係数は2点間の距離および遅れ時間のほかに基準点  $(x_0, y_0, z_0)$  の位置にも関係する。

(2.1)式は2次の時空間相関係数の一般形であるが、通常の取り扱いにおいては、次に示されるような特別の場合のみを対象とすることが多い。

たとえば、(2.1)式において、 $x=y=z=0$  とすると、 $R$  は  $\tau$  のみの関数となるが、このような場合は“自己相関係数”あるいは“時間相関係数”といわれ、以下においては簡単のため  $R(\tau)$  と表わすことにする。すなわち、

$$R(\tau) = R(0, 0, 0; \tau) = \overline{u(t)u(t+\tau)} / u^2 \dots\dots\dots (2.2)$$

また、ある方向軸上の2点における乱れ速度に関する時空間相関係数は、離れた方向に応じ、たとえば、流れ方向の時空間相関係数といひ、次の表示を用いる。

$$\left. \begin{aligned} R(x; \tau) &= R(x, 0, 0; \tau) = \overline{u(x_0; t)u(x_0+x; t+\tau)} / u'(x_0)u'(x_0+x) \\ R(y; \tau) &= R(0, y, 0; \tau) = \overline{u(y_0; t)u(y_0+y; t+\tau)} / u'(y_0)u'(y_0+y) \\ R(z; \tau) &= R(0, 0, z; \tau) = \overline{u(z_0; t)u(z_0+z; t+\tau)} / u'(z_0)u'(z_0+z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.3)$$

さらに、時空間相関係数において  $\tau=0$  の場合は“同時空間相関係数”あるいは単に“空間相関係数”といわれ、とくに、(2.3)式において  $\tau=0$  の場合を次のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} R(x) &= R(x; 0) = \overline{u(x_0)u(x_0+x)} / u'(x_0)u'(x_0+x) \\ R(y) &= R(y; 0) = \overline{u(y_0)u(y_0+y)} / u'(y_0)u'(y_0+y) \\ R(z) &= R(z; 0) = \overline{u(z_0)u(z_0+z)} / u'(z_0)u'(z_0+z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.4)$$

以上の相関係数のうち、時間相関係数および空間相関係数は、それぞれ、遅れ時間および2点間の距離が0のとき最大値1を示し、これらが増加するにしたがって減衰し0に近づく特性を有するが、時空間相関係数は、一般に、2点間の距離に応じたある遅れ時間において1より小さな最大値を示し、この遅れ時間より離れるにしたがって減衰し0に近づく。時空間相関係数が最大値を示す遅れ時間は“最適遅れ時間”といわれ、また、最適遅れ時間における時空間相関係数は“最適相関係数”といわれ、次のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{R}(x) &= R(x; \tau_x) = \overline{u(x_0; t)u(x_0+x; t+\tau_x)} / u'(x_0)u'(x_0+x) \\ \mathcal{R}(y) &= R(y; \tau_y) = \overline{u(y_0; t)u(y_0+y; t+\tau_y)} / u'(y_0)u'(y_0+y) \\ \mathcal{R}(z) &= R(z; \tau_z) = \overline{u(z_0; t)u(z_0+z; t+\tau_z)} / u'(z_0)u'(z_0+z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.5)$$

ここに、 $\tau_x, \tau_y$  および  $\tau_z$  は、それぞれ、 $x, y$  および  $z$  方向の時空間相関係数における最適遅れ時間を表わす。なお、最適相関係数の厳密な定義には、時空間相関係数の包絡線を用いるのが妥当であるが<sup>9)</sup>、実用上においては、近似的な(2.5)式を用いても差し支えないものと考えられる。

一方、スペクトルは相関係数の Fourier 変換によって定義され、(2.1)式に示された時空間相関係数に対応する“時空間スペクトル”  $S(x, y, z; f)$  は次のように表わされる。

$$S(x, y, z; f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R(x, y, z; \tau) \exp(-i2\pi f\tau) d\tau \dots\dots\dots (2.6)$$

ここに、 $f$ は周波数を表わす。

(2.2)式に示された時間相関係数に対応するスペクトルは“自己スペクトル”あるいは“パワースペクトル”といわれ、次のように簡略化される。

$$S(f) = S(0, 0, 0; f) = 4 \int_0^{\infty} R(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau \dots\dots\dots (2.7)$$

また、(2.4)式の空間相関係数に対応するスペクトルは“空間スペクトル”といわれ、次のような波数表示が用いられる。

$$\left. \begin{aligned} S(k_x) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} R(x) \exp(-ik_x x) dx \\ S(k_y) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} R(y) \exp(-ik_y y) dy \\ S(k_z) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} R(z) \exp(-ik_z z) dz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.8)$$

ここに、 $k_x, k_y$  および  $k_z$  は、それぞれ、 $x, y$  および  $z$  方向の波数を表わす。

さて、(2.6)式の右辺を実数部  $P(x, y, z; f)$  と虚数部  $Q(x, y, z; f)$  とに分けて書き直すと、

$$S(x, y, z; f) = P(x, y, z; f) - iQ(x, y, z; f) \dots\dots\dots (2.9)$$

となる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} P(x, y, z; f) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} R(x, y, z; \tau) \cos 2\pi f \tau d\tau \\ Q(x, y, z; f) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} R(x, y, z; \tau) \sin 2\pi f \tau d\tau \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.10)$$

であって、 $P(x, y, z; f)$  は co-spectrum,  $Q(x, y, z; f)$  は quadrature-spectrum といわれる。

(2.9)式はさらに次のようにも書き直される。

$$S(x, y, z; f) = [S_1(f)]^{1/2} [S_2(f)]^{1/2} C(x, y, z; f) \exp[i\phi(x, y, z; f)] \dots\dots\dots (2.11)$$

ここに、 $S_1(f)$  および  $S_2(f)$  は、それぞれ、点  $(x_0, y_0, z_0)$  および点  $(x_0+x, y_0+y, z_0+z)$  におけるパワースペクトルを表わし、また、 $C(x, y, z; f)$  はコヒーレンシ、 $\phi(x, y, z; f)$  は位相差といわれ、

$$C^2(x, y, z; f) = \frac{P^2(x, y, z; f) + Q^2(x, y, z; f)}{S_1(f) \cdot S_2(f)} \dots\dots\dots (2.12)$$

$$\phi(x, y, z; f) = \tan^{-1} \frac{Q(x, y, z; f)}{P(x, y, z; f)} \dots\dots\dots (2.13)$$

と表わされる。コヒーレンシは点  $(x_0, y_0, z_0)$  および点  $(x_0+x, y_0+y, z_0+z)$  における乱れ速度のうち、周波数が  $f$  という成分のものについての相関度を表わし、位相差は両点における周波数成分  $f$  の乱れ速度間の位相のずれを radian で表わしたものである。すなわち、コヒーレンシは最適相関係数に、また、位相差は最適遅れ時間に直接対応するものであって、それぞれを周波数成分ごとに表示したものに他ならない。

### 2.2 特定周期（周波数）成分に関する時空間相関解析

2.1 において述べたように、乱流場の時空間構造の解析法には相関解析とスペクトル解析との2種の方法があるが、相関解析は乱流場を構成する種々の周波数の乱れ速度の総合的な時間的・空間的変動特性の解析に有効なものであって、通常、周波数成分ごとの特性の解析にはスペクトル解析が用いられる。しかしながら、相関解析においても、予じめ何らかの方法により特定の周波数あるいは周期成分のもののみが抽出されている場合、相関解析によっても周波数成分ごとの特性の解析が可能となる。

以下においては、特定周期成分の乱れ速度が抽出されている場合の時空間相関特性について、単純な関数形の近似により考察することにするが、考察に先立ち、まず時空間相関係数と時間相関係数、最適相関係数および最適遅れ時間との関係について検討する。

いま、時空間相関係数の減衰特性と時間相関係数のそれとの間に相似性が存在すると仮定すると、時空間相関係数は、時間相関係数、最適相関係数および最適遅れ時間の3量によって規定され、次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} R(x; \tau) &= \mathcal{R}(x) R(\tau - \tau_x) \\ R(y; \tau) &= \mathcal{R}(y) R(\tau - \tau_y) \\ R(z; \tau) &= \mathcal{R}(z) R(\tau - \tau_z) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2.14)$$

(2.14)式を拡張すると、一般的な時空間相関係数に対して次の表示式が得られる。すなわち、

$$R(x, y, z; \tau) = \mathcal{R}(x, y, z) R(\tau - \tau_x - \tau_y - \tau_z) \dots \dots \dots (2.15)$$

ここに、 $\mathcal{R}(x, y, z)$  は点  $(x_0, y_0, z_0)$  と点  $(x_0 + x, y_0 + y, z_0 + z)$  とにおける乱れ速度に関する最適相関係数を表わすものであって、さらに次の関係を仮定する。すなわち、

$$\mathcal{R}(x, y, z) = \mathcal{R}(x) \mathcal{R}(y) \mathcal{R}(z) \dots \dots \dots (2.16)$$

(2.14)~(2.16)式の表示には多くの問題点が含まれており、その成立性には不明の点もあるが、これらの表示が用いられる場合、乱流場の時空間構造は時間相関係数、各方向ごとの最適相関係数および最適遅れ時間の特性によって記述されることになる。

さて、乱れ速度として周期  $T$  という成分のもののみが抽出されている場合、抽出された乱れ速度（フィルター乱れ速度）の変動周期は抽出周期の  $T$  に一致して一定に保たれるが、乱れ速度本来の特性である不規則性のため、フィルター乱れ速度の振幅は時間的に変動するものと考えられる。したがって、フィルター乱れ速度に関する時間相関係数  $R_T(\tau)$  は、振幅の時間的変動を考慮すると、次の減衰振動関数形、すなわち、

$$R_T(\tau) = \exp\left(-\frac{|\tau|}{T_a}\right) \cos 2\pi \frac{\tau}{T} \dots \dots \dots (2.17)$$

によって近似化されるものと考えられる。(2.17)式によると、 $R_T(\tau)$  の特性は  $T$  と  $T_a$  によって規定され、 $T$  と  $T_a$  との関係を明らかにすることが重要である。なお、 $T_a$  はフィルター乱れ速度の振幅が一定値を維持する時間を意味することより、 $T_a$  を“持続時間”と名づけることにする。

一方、最適相関係数は、2点間の距離の増加に伴って単調に減少するという性質をもつため、適合関数形として指数関数形を仮定すると、3方向の最適相関係数は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{R}_T(x) &= \exp\left(-\frac{x}{\mathcal{L}_x}\right) \\ \mathcal{R}_T(y) &= \exp\left(-\frac{y}{\mathcal{L}_y}\right) \\ \mathcal{R}_T(z) &= \exp\left(-\frac{z}{\mathcal{L}_z}\right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2.18)$$

ここに、 $\mathcal{L}_x, \mathcal{L}_y$  および  $\mathcal{L}_z$  はそれぞれの最適相関係数に関する積分スケールである。 $\mathcal{L}_x$  は移流に伴う乱れの変形を示す特性量であって、流れ方向に離れた2点間の距離が  $\mathcal{L}_x$  より小さい場合、乱れの変形は無視され凍結乱れとしての性質を有することより、“凍結距離”と名づける。また、 $\mathcal{L}_y$  および  $\mathcal{L}_z$  はそれぞれの方向における乱れの最大の広がりという意味することより、“最適広がり”と名づける。

(2.17)および(2.18)式を(2.14)式に用いると、3方向における時空間相関係数は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} R_T(x; \tau) &= \exp\left(-\frac{x}{\mathcal{L}_x}\right) \exp\left(-\frac{|\tau - \tau_x|}{T_a}\right) \cos 2\pi \frac{\tau - \tau_x}{T} \\ R_T(y; \tau) &= \exp\left(-\frac{y}{\mathcal{L}_y}\right) \exp\left(-\frac{|\tau - \tau_y|}{T_a}\right) \cos 2\pi \frac{\tau - \tau_y}{T} \\ R_T(z; \tau) &= \exp\left(-\frac{z}{\mathcal{L}_z}\right) \exp\left(-\frac{|\tau - \tau_z|}{T_a}\right) \cos 2\pi \frac{\tau - \tau_z}{T} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2.19)$$

また、(2.15)式および(2.16)式を用いると、一般的な時空間相関係数の表示式として次式が得られる。

$$R_T(x, y, z; \tau) = \exp\left\{-\left(\frac{x}{\mathcal{L}_x} + \frac{y}{\mathcal{L}_y} + \frac{z}{\mathcal{L}_z}\right)\right\} \exp\left\{-\frac{|\tau - (\tau_x + \tau_y + \tau_z)|}{T_a}\right\} \\ \cdot \cos 2\pi \frac{\tau - (\tau_x + \tau_y + \tau_z)}{T} \dots \dots (2.20)$$

(2.17)式から(2.18)式までの関数形の妥当性、ならびにそれぞれの相関係数に関する特性量については、3.において実験的検討を加える。

### 3. 開水路流れにおける乱れの時間構造に関する実験的検討

#### 3.1 実験装置および方法

本実験に用いられた水路は、長さ 13m、深さ 20cm、水路幅 40cm の長方形断面を有する滑面直線水路であって、乱れ計測には2台のホットフィルム流速計が使用された。ホットフィルム流速計は気流用乱れ計測器として一般に広く使用されているホットワイヤ流速計を水流用に改良したものであって、水の電気分解を防ぐため受感部の熱線には非電導性の薄い石英被膜が施されている。

ホットフィルム流速計の作動時の安定性を期すには水温の定常性ならびに実験水の清浄性を維持する必要がある。通常乱れ計測においては、水温の変化はそれほど顕著でなく、また計測時間の単縮化などにより水温の定常性はほぼ満足されるが、実験水の清浄性を維持することはかなり困難である。本実験においては、水路下流端において木綿布を用いて実験水をろ過する方法を採用することにより、実験水に含まれる微細な錆あるいはごみなどを除去することとした。

開水路流れにおける乱流場の時空間構造を実験的に解明するため、次のような多点同時計測が行われた。すなわち、1台の流速計を基準固定点に、他の1台の流速計を基準点を通り流れ方向、横方向あるいは鉛直方向に離れた点に設置し、2台の流速計を同時に作動させることにより2点における乱れ速度の同時計測を行なった。2台の流速計間の距離を適当に変化させることにより、基準点から見た3方向の時空間構造を計測するとともに、基準点として水路中央部鉛直線上の数点を対象とすることにより2次元開水路流れの全体的な時空間特性の解明を目的とした。

なお、2台の流速計設置に伴う流れへの影響をできるだけ少なくするため、ホットフィルムプローブとしてはファイバー型のもの(DISA 55F06)が用いられ、また、所定の計測点にプローブが正確に設置されるようネジ移動式のプローブ支持台が使用されている。

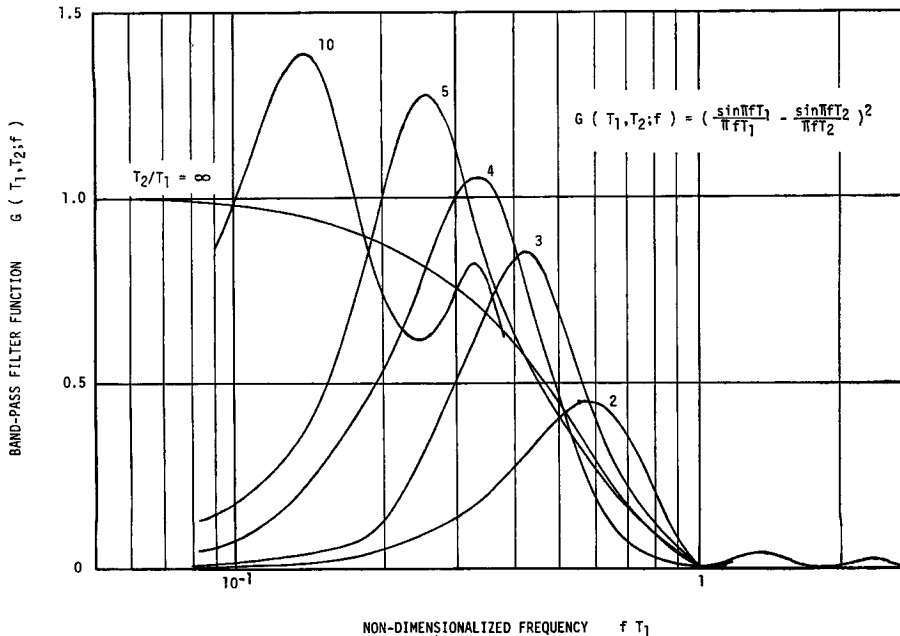


Fig. 3-1 Filter function of temporal moving average method.

ホットフィルム流速計の出力は一旦データレコーダに記録されたのち、A-D変換器により数値化され、電子計算機により処理された。乱流場の時空間構造の解析には2.2に述べられた特定周期成分の乱れ速度に関する時空間相関解析の手法が用いられたが、特定周期成分の抽出には時間的移動平均法、すなわち、2種の平均化時間  $T_1$  および  $T_2$  を用いて得られる時間的移動平均乱れ速度の差より求める方法が用いられている。時間的移動平均法のフィルター特性  $G(T_1, T_2; f)$  は次のように表わされる<sup>12)</sup>。

$$G(T_1, T_2; f) = \left( \frac{\sin \pi f T_1}{\pi f T_1} - \frac{\sin \pi f T_2}{\pi f T_2} \right)^2 \dots \dots \dots (3.1)$$

種々の  $T_1/T_2$  の値における  $G(T_1, T_2; f)$  の概略は Fig. 3-1 に示されるようになって、 $T_1/T_2$  の値によって抽出される周波数領域ならびに  $G(T_1, T_2; f)$  の最大値は変化することが知れる。本実験においては、このようなフィルター特性に関する検討より、 $T_1/T_2=4$  を用いることにした。

開水路流れにおける乱れの時空間構造に関する実験は、Table 3-1 に示される2種の水理条件のもとで行なわれたが、水路幅・水深比はいずれも10以上にとられており、水路横断面中央部における流れは2次元のと見なされる。

Table 3-1 Hydraulic conditions in turbulence measurement.

experimental case	1	2
depth $H$ (cm)	2.02	4.09
discharge velocity $U_m$ (cm/sec)	26.1	40.1
friction velocity $U_f$ (cm/sec)	1.37	1.79
$Re = U_m H / \nu$	$4.43 \times 10^8$	$1.41 \times 10^4$
$Fr = U_m / (gH)^{1/2}$	0.586	0.633

3.2 時空間相関係数

特定周期成分の乱れ速度に関する時空間相関係数の一例として、実験ケース1における基準点の路床面からの相対高さ  $z_0/H=0.5$ 、代表周期  $T=0.288$  sec の場合の流れ方向の時空間相関係数  $R(x; \tau)$  の計測結果を示すと Fig. 3-2 のようである。Fig. 3-2 において、 $\tau R$ -平面上に示される曲線は2点間の距離  $x=0$  における時空間相関係数、すなわち、時間相関係数（自己相関係数） $R(\tau)$  を示すものであり、また、 $xR$ -平面上に示される曲線は遅れ時間  $\tau=0$  における時空間相関係数、すなわち、空間相関係数（同時空間相関係数） $R(x)$  を示すものである。さらに、Fig. 3-2 に見られるように、 $R(\tau)$  および  $R(x)$  は、それぞれ、

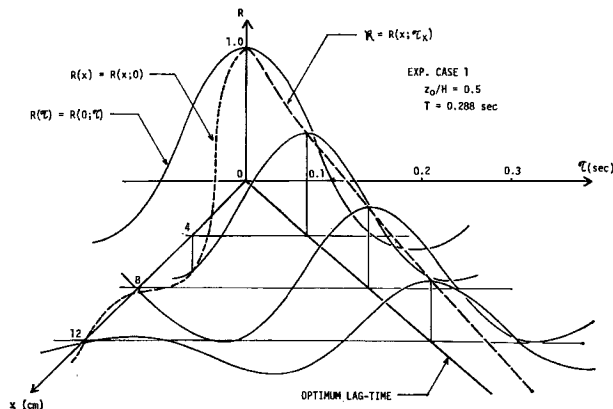


Fig. 3-2 An example of longitudinal time-space correlation coefficient.

$\tau=0$  および  $x=0$  において、また、 $R(x; \tau)$  はある遅れ時間  $\tau=\tau_x$  において最大値をとり、いずれも周期的な変動をしつつその振幅は  $\tau$  あるいは  $x$  の増加に伴なって減衰している。自己相関係数および時間相関係数の変動周期は対象とする乱れ速度の周期に等しく、空間相関係数の変動波長は、 $\tau_x$  が  $x$  に比例して増加するとすると、対象とする乱れ速度の周期と  $x/\tau_x$ 、すなわち、移流速度との積によって近似的に表わされるものと考えられる。

$\tau=\tau_x$  における時空間相関係数  $R(x; \tau_x)$  は最適相関係数 (optimum correlation coefficient) といわれ、 $\tau_x$  は最適遅れ時間 (optimum lag-time) といわれる。いま、最適相関係数を  $\tau R$ -平面に投影したものを  $\mathcal{A}(\tau)$ 、また、 $xR$ -平面に投影したものを  $\mathcal{A}(x)$  とすると、 $\mathcal{A}(\tau)$  あるいは  $\mathcal{A}(x)$  は、それぞれ、 $\tau$  あるいは  $x$  が増加するにしたがって単調に減少する。

一方、特定周期成分の乱れ速度に関する横方向および鉛直方向の時空間相関係数の一例として、Fig. 3-2 に示した流れ方向の時空間相関係数に対応して、実験ケース 1 における  $z_0/H=0.5, T=0.288 \text{ sec}$  の場合を示すと、Fig. 3-3 および Fig. 3-4 のようである。これらの図に見られるように、時空間相関係数  $R(y; \tau)$  および  $R(z; \tau)$  は、 $R(x; \tau)$  と同様な減衰振動特性を示すが、最適遅れ時間  $\tau_y$  および  $\tau_z$  は、 $\tau_x$  とは異なり、 $y$  あるいは  $z$  に比例して増加するとは限らない。

Fig. 3-5 は、実験ケース 1 の  $z_0/H=0.5$  における  $T=0.144, 0.288$  および  $0.576 \text{ sec}$  の 3 種の代表周

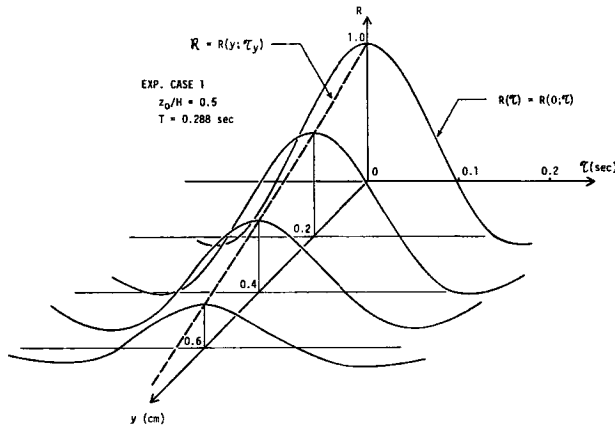


Fig. 3-3 An example of lateral time-space correlation coefficient.

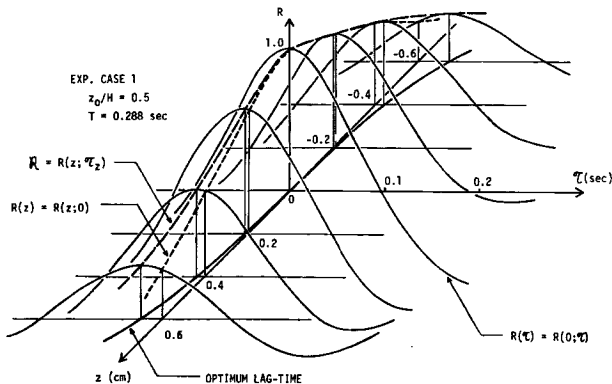


Fig. 3-4 An example of vertical time-space correlation coefficient.

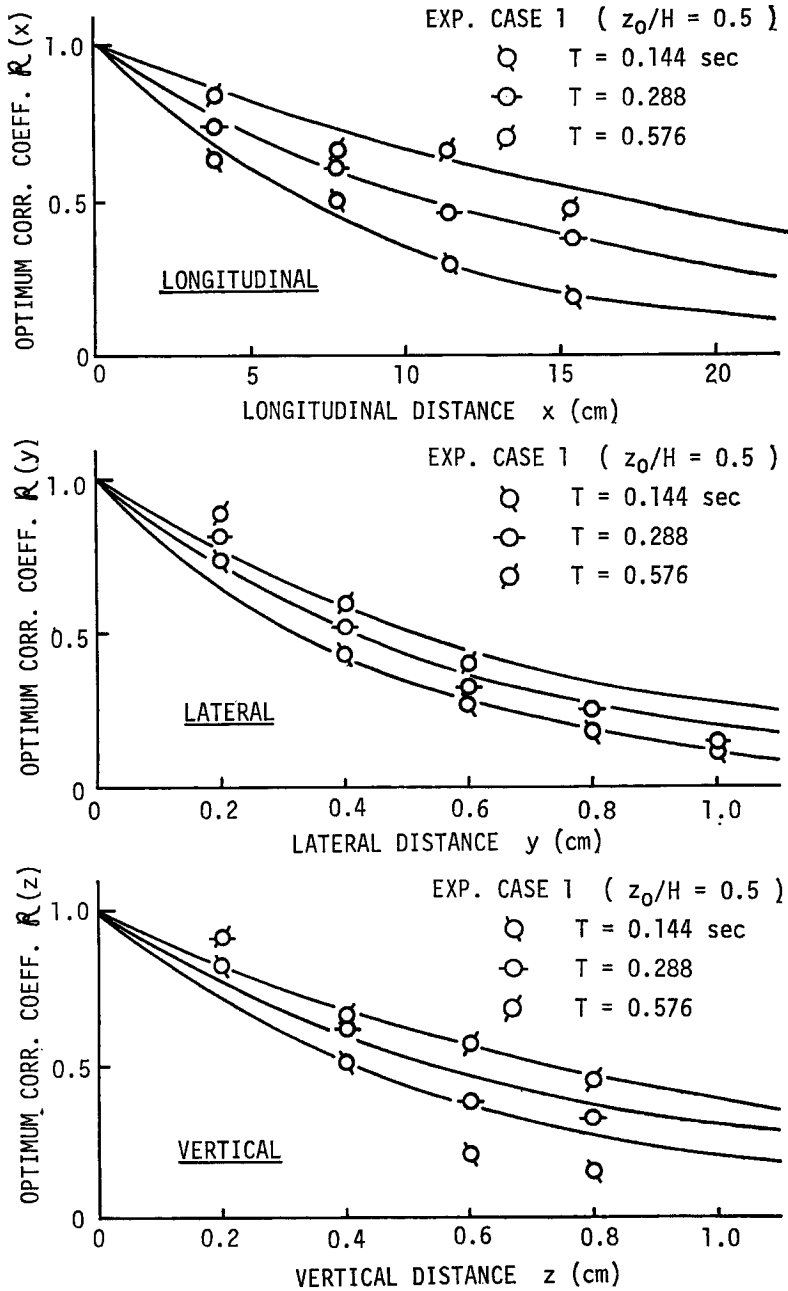


Fig. 3-5 Some examples of optimum correlation coefficient.



期に対する流れ方向，横方向および鉛直方向の最適相関係数  $\mathcal{R}(x)$ ， $\mathcal{R}(y)$  および  $\mathcal{R}(z)$  の計測結果を示したものである。これらの計測値にはかなりのバラツキがあるが，それぞれ， $x$ ， $y$  および  $z$  の増加に伴ない単調に減少する傾向が認められる。

以上より明らかなように，時空間相関係数には減衰振動関数による近似が，最適相関係数には指数関数による近似が適当と考えられ，2.2 で仮定した時空間相関係数に対する近似関数形の妥当性が確かめられる。したがって，乱流場の時空間構造に関する周期成分ごとの相関解析においては，時空間相関係数の特性を規定する7種の特性量，すなわち，時間相関係数に関する持続時間，3方向の最適相関係数に関するそれぞれの積分スケールおよび最適遅れ時間の説明が基本となる。

### 3.3 時空間相関特性量

#### 3.3.1 持続時間

時間相関係数の特性を規定する持続時間の解析に際し，まず，特定周期成分の乱れ速度に関する時間相関係数に対して仮定された(2.17)式の適用性についての検討を行なったが，実験ケース1および2のいずれにおいても基準点の路床面からの高さに関係なくかなりの信頼性をもって適用され，特定周期成分の乱れ速度に関する時間相関係数の特性は持続時間によって規定されることが知れる。

本実験の両ケースにおける持続時間の解析結果を，持続時間  $T_a$  と代表周期  $T$  との比  $T_a/T$  と代表周期と移流速度  $U_c$  との積すなわち代表波長と水深との比  $U_c T/H$  との関係として示すと Fig. 3-6 のようになる。この図に見られるように， $T_a/T$  は  $U_c T/H$  にはほとんど関係なく一定値を保ち，その一定値としては1程度となっている。すなわち，持続時間と代表周期とはほぼ等しく，フィルター乱れ速度において振幅の一定と見なしうる時間（持続時間）は，路床面からの高さ，水理条件などにほとんど関係なく，対象とする乱れ速度の周期にほぼ一致することが知れる。

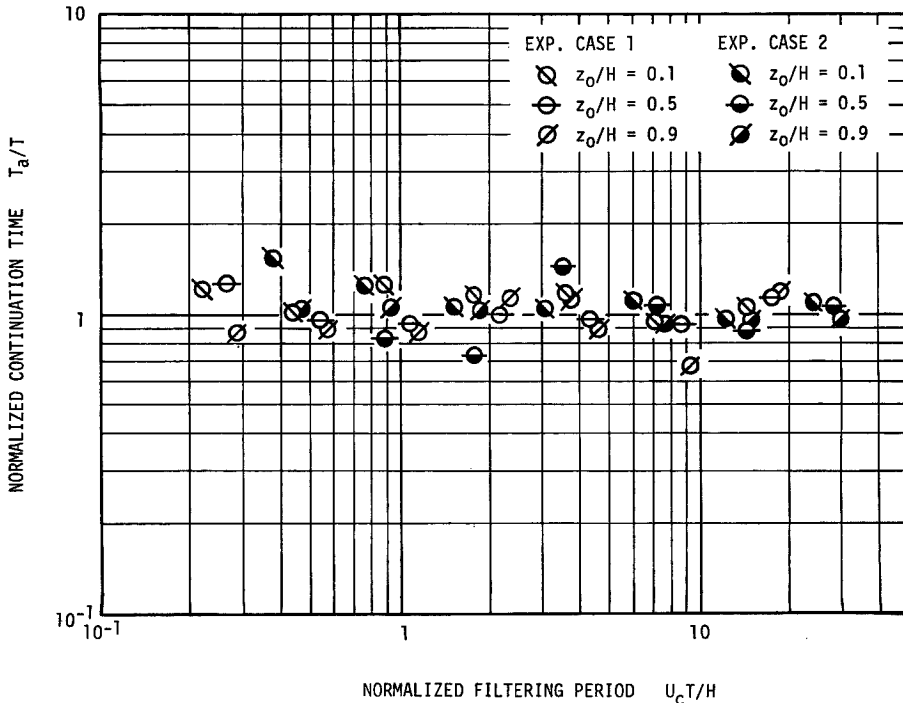


Fig. 3-6 Continuation time of time correlation coefficient for filtered longitudinal turbulent velocity.

持続時間と代表周期との関係に関する本実験の結果については、たとえば、計測値のバラツキなどにより持続時間の推定値には若干の問題点を残しており、今後さらに詳細に検討する必要があるが、持続時間が代表周期にほぼ一致するというは乱れ速度の不規則性を記述する特性として興味深い。

### 3.3.2 最適相関係数の積分スケール

すでに、Fig. 3-2 から 3-4 に見られたように、流れ方向、横方向および鉛直方向の最適相関係数は、いずれも、(2.18)式に示された指数関数形によってよく近似されることがわかる。したがって、3方向の最適相関係数の特性は、それぞれの積分スケールによって規定されることになる。

本実験において得られた3方向の最適相関係数の積分スケールの解析結果を両対数紙上に示すと、Fig. 3-7, Fig. 3-8, Fig. 3-9 のようになる。これらの図において、最適積分スケール  $\mathcal{L}$  は波長  $U_c T$  により、また代表周期  $T$  は水深  $H$  と移流速度  $U_c$  との比  $H/U_c$  によって無次元化されている。

流れ方向の最適積分スケールを示した Fig. 3-7 によると、 $U_c T/H$  が小さい場合、 $\mathcal{L}_x/U_c T$  は一定値を示すが、 $U_c T/H$  の大きな領域では  $U_c T/H$  の増加にしたがって  $\mathcal{L}_x/U_c T$  は -1 よりもゆるやかな勾配で減少している。すなわち、移流速度  $U_c$  は、3.3.3 において述べるように、 $T$  にほとんど関係しないから、流れ方向の最適積分スケール  $\mathcal{L}_x$  は、 $T$  が小さいときには  $T$  に比例して増加するが、 $T$  が大きくなるにしたがって増加の割合は小さくなるのがわかる。また、実験ケース1の3種の場合を比較すると、路床面からの高さが大きいものほど、すなわち、自由表面に近いところほど  $\mathcal{L}_x/U_c T$  は大きくなり、 $\mathcal{L}_x/U_c T$  と  $U_c T/H$  との関係が一定の領域から依存の領域へと遷移する  $U_c T/H$  の値は自由表面に近いところほど大きくなっている。さらに、実験ケース1および2の結果を  $z_0/H=0.9$  のものについて比較すると明らかのように、 $U_c T/H$  の小さな領域における  $\mathcal{L}_x/U_c T$  の値、ならびに、一定領域から依存領域への無次元化遷移周期  $U_c T/H$  の値は、互いに異っており、流れ方向の最適積分スケールと路床面からの高さおよび水理条件との関係はかなり複雑となることが知れる。

一方、横方向および鉛直方向の最適積分スケールは Fig. 3-8 および Fig. 3-9 に示されるように、流れ

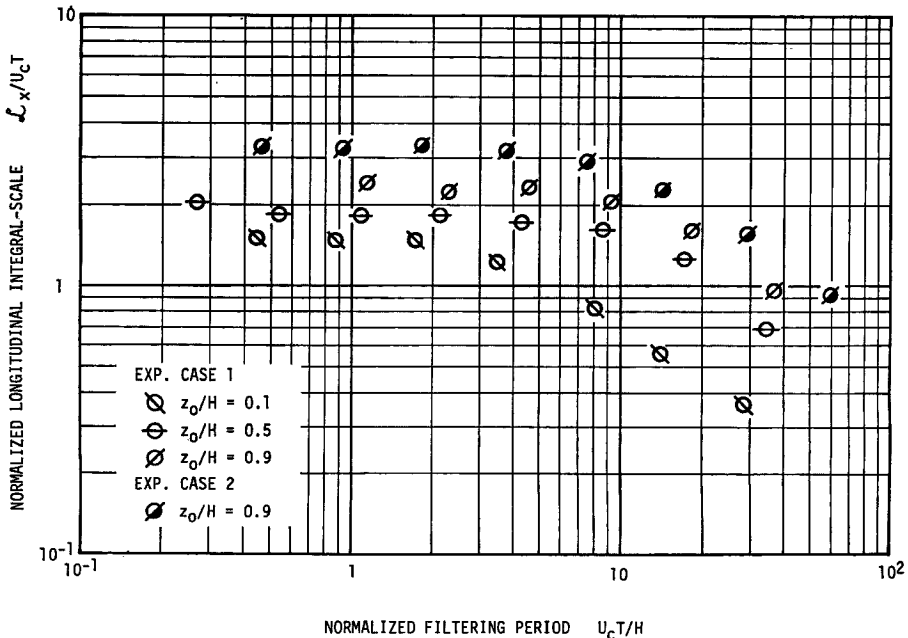


Fig. 3-7 Integral scale of longitudinal optimum correlation coefficient.

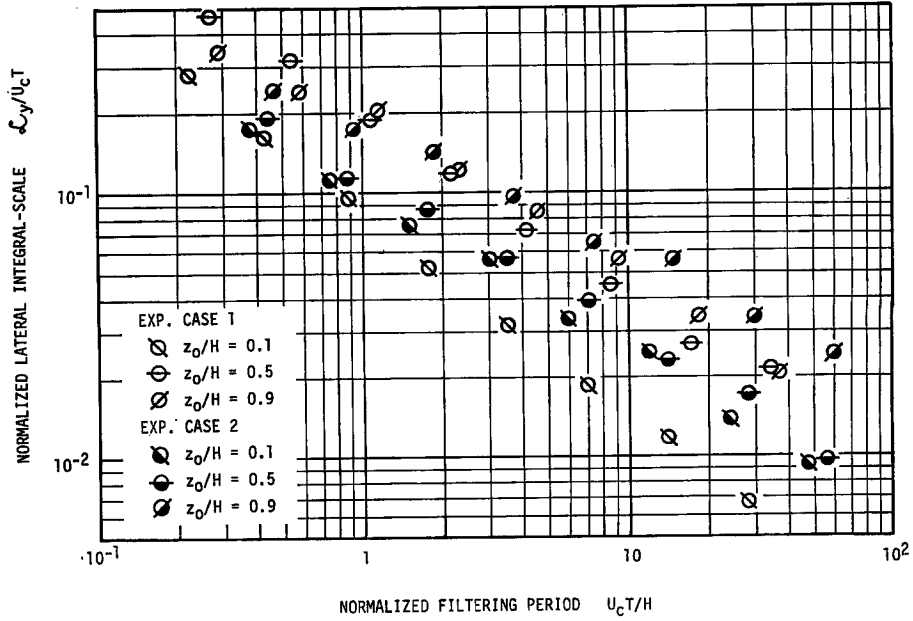


Fig. 3-8 Integral scale of lateral optimum correlation coefficient.

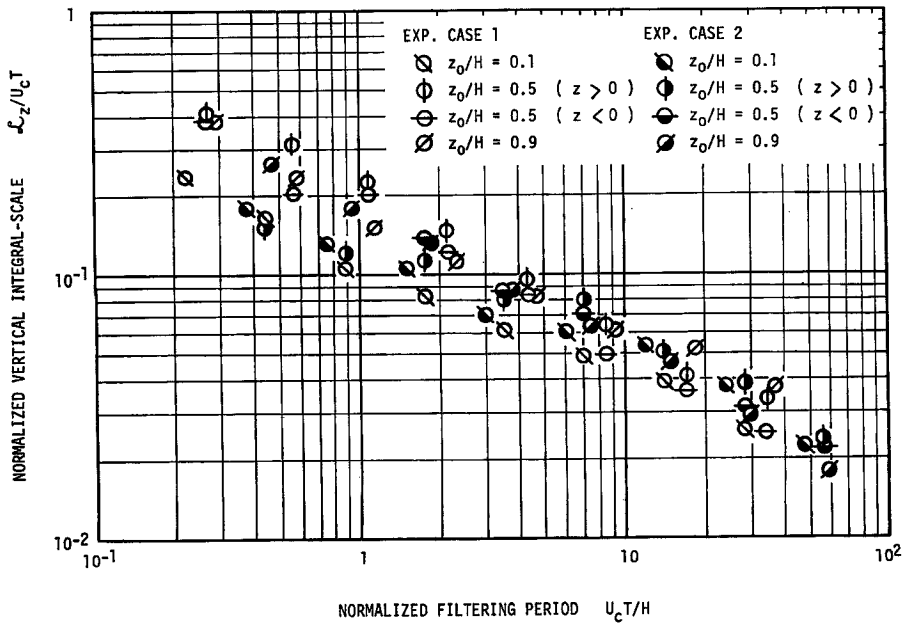


Fig. 3-9 Integral scale of vertical optimum correlation coefficient.

方向のものよりさらに複雑な様相を示し、本実験における結果のみによって普遍的な結論を導き出すことは困難であるが、大体の傾向として次の事項が認められる。すなわち、代表周期が一定の場合  $L_y$  と  $L_z$  とはほぼ同程度の大きさであり、最適積分スケールと代表周期との関係には流れ方向の場合に認められたような最適積分スケールが代表周期に比例するような領域の存在は認められず、 $L_y/U_c T$  あるいは  $L_z/U_c T$  は  $U_c T/H$  の増加に伴ない  $-1$  よりもゆるやかな勾配での減少を示し、代表周期の増加に伴う最適積分スケールの増加は直線的関係よりゆるやかなことが知れる。また、路床面からの高さとの関係についてみると、自由表面に近いところほど最適積分スケールも大きくなる傾向が見られる。なお、鉛直方向の最適積分スケールのうち  $L_{z+}$  は  $z > 0$  の領域、すなわち、基準点とそれより自由表面側の領域の点との間の最適相関係数に基づいて得られたものを示し、 $L_{z-}$  は逆に  $z < 0$  の領域、すなわち、路床面側を対象として得られたものを示す。 $z_0/H=0.5$  における両者を比較すると、 $L_{z+} > L_{z-}$  の傾向が認められ、鉛直方向の広がり自由表面側により著しくなることが知れる。

### 3.3.3 最適遅れ時間

最適遅れ時間は時空間相関係数が最大値を示す遅れ時間によって定義されるが、流れ方向の最適遅れ時間  $\tau_x$  は、乱れの移流特性に関係するものであって、 $x$  に比例して増加する傾向をもっている。一方、横方向および鉛直方向の最適遅れ時間  $\tau_y$  および  $\tau_z$  は、乱れの広がり特性に関係し、空間的な乱れのひずみ特性を示すもので、必ずしも、 $y$  あるいは  $z$  に比例して増加するとは限らない。本研究のように2次元開水路流れを対象とする場合、 $\tau_y$  は流れの2次元性より0となることが予想されるが、せん断応力の存在より類推すると乱れの  $z$  方向のひずみは無視されず、平均流速分布を考慮すると、自由表面側で下流側への傾きが存在すると考えられる。したがって、 $\tau_z$  は自由表面側で負(位相の進み)、路床面側で正(位相の遅れ)となることが予測される。

このような最適遅れ時間に関する傾向は、実験ケース1の路床面からの高さ  $z_0/H=0.5$  における計測結果を示した Fig. 3-10, Fig. 3-11, Fig. 3-12 によって確かめられる。すなわち、Fig. 3-10 は種々の流れ方向の距離  $x$  における代表周期  $T=0.144, 0.288$  および  $0.576$  sec の3種のフィルター乱れ速度に関する最適遅れ時間  $\tau_x$  の計測結果を示したものであるが、 $\tau_x$  はいずれの場合も  $x$  に比例して増加していることがわかる。これに対し、横方向の最適遅れ時間  $\tau_y$  は、Fig. 3-11 に示されるように、横方向の距離  $y$  ある

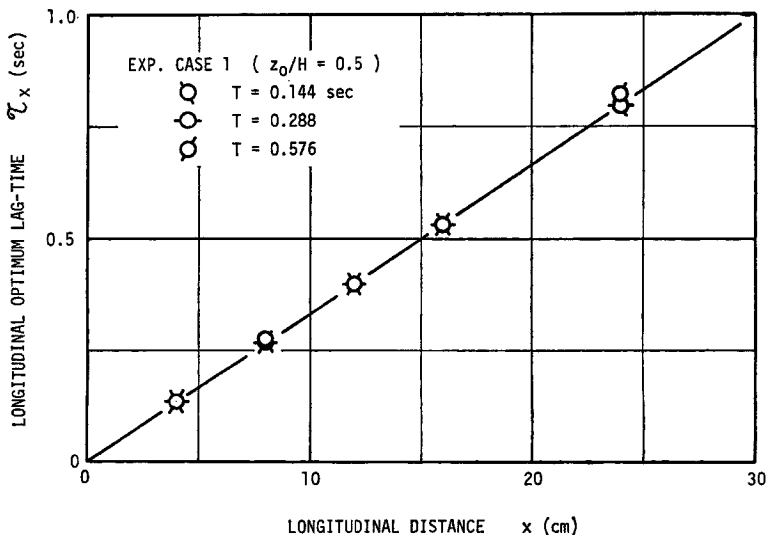


Fig. 3-10 Optimum lag-time in longitudinal direction.

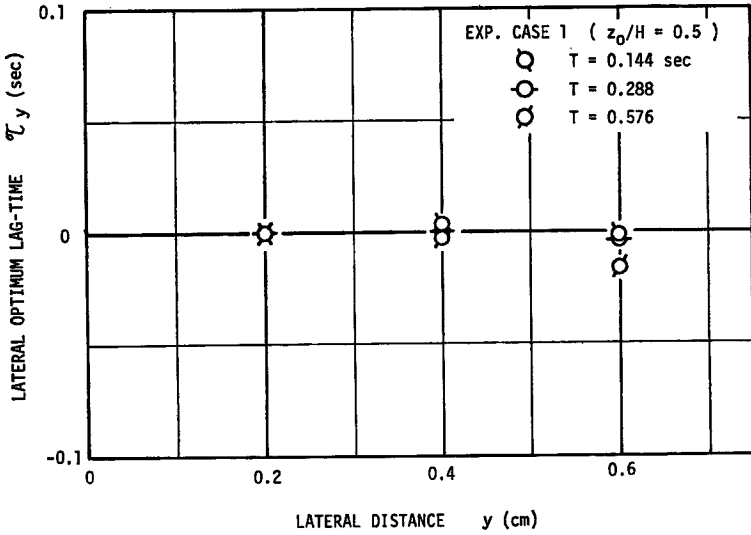


Fig. 3-11 Optimum lag-time in lateral direction.

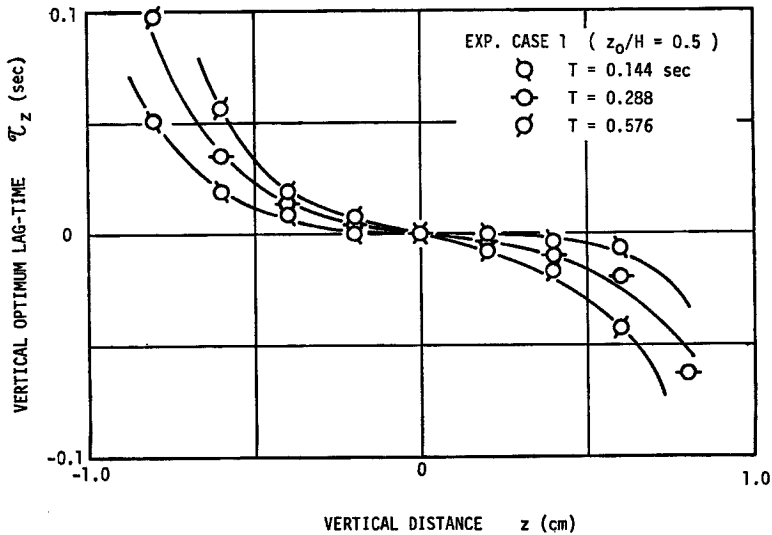


Fig. 3-12 Optimum lag-time in vertical direction.

いは代表周期  $T$  に関係なく  $\tau_y \approx 0$  と見なされる。一方、鉛直方向の遅れ時間  $\tau_z$  は、Fig. 3-12 に示されるように、自由表面側 ( $z > 0$ ) において  $\tau_z < 0$  となり、路床面側 ( $z < 0$ ) において  $\tau_z > 0$  となっている。また、代表周期  $T$  との関係について見ると、 $T$  が大きいものほど  $\tau_z$  の絶対値は大きくなっており、結局、 $\tau_z$  は  $z$  および  $T$  の大きいものほど大きいことが知れる。ただし、 $\tau_z$  と  $z$  あるいは  $T$  との関係については、実験ケースが少ないため詳細に論ずることができないが、 $z$  あるいは  $T$  の増加に対してかなり急激な増加を示すものと考えられる。

流れ方向の最適遅れ時間と代表周期との関係をより明確にするため、本実験における両ケースの計測結果

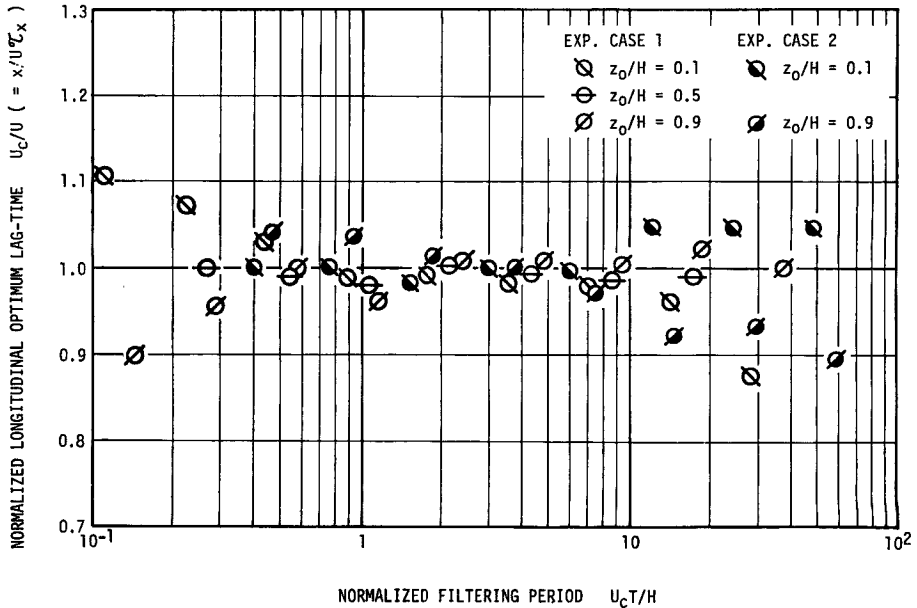


Fig. 3-13 Convection velocity.

を、縦軸に  $x/U\tau_x$ 、横軸に  $U_c T/H$  を用いて示すと Fig. 3-13 のようになる。ここに、 $U$  は局所的平均流速であるが、 $x/\tau_x$  は移流速度  $U_c$  を意味するから、結局、縦軸は移流速度と局所的平均流速の比を表わすことになる。Fig. 3-13 に見られるように、計測値にはかなりのバラツキがあり、移流速度と代表周期との関係を見出すことは困難であって、基準点の路床面からの高さによる差異も明瞭ではなく、近似的には移流速度と局所的平均流速とは一致するとして差し支えないと考えられる。

#### 4. 結 論

本研究は、開水路流れにおける乱れ速度の時空間変動特性の解明を目的として、相関解析法による考察を加えるとともに、ホットフィルム流速計による乱れ計測により実験的検討を行なったものである。

本研究によって得られた結論を要約すると、次の通りである。

- (1) 特定周期成分の乱れ速度に関する時空間相関係数の特性は、時間相関係数に関する持続時間、流れ方向、横方向および鉛直方向の最適相関係数に関する最適積分スケール、および3方向における最適遅れ時間の7種の特性量によって記述される。
- (2) 持続時間は、路床面からの高さあるいは水理条件にほとんど関係せず、対象とする乱れ速度の周期にほぼ等しいと見なされる。
- (3) 流れ方向の最適積分スケールは、周期の小さな領域においては、周期に比例して大きくなるが、周期が大きくなるにしたがって増加の割合は減少する。流れ方向の最適積分スケールと波長との比は、路床面からの距離によって変化し、自由水面近傍ほど大きく、また、水理条件によっても変化する。
- (4) 横方向および鉛直方向の最適積分スケールは、互いに同程度であって、周期の増加に伴う増加率は1より小さい。また、これらは路床面からの距離ならびに水理条件にも関係する。
- (5) 流れ方向の最適遅れ時間は距離に比例して増加するが、周期によって顕著な差異を示さず、近似的には移流速度は周期に関係なく局所的平均速度に等しいと見なしてよい。
- (6) 横方向の最適遅れ時間は無視しうほど小さいのに対し、鉛直方向の最適遅れ時間は自由表面側で

負，路床面側で正となり，せん断応力の存在により乱れの位相は自由表面側で進みを，路床面側で遅れを示すことになる。このような性質は周期の大きいものほど著しく，大きな周期の乱れほどひずんだ形状を有することが知れる。

#### 参 考 文 献

- 1) Taylor, G. I.: The Spectrum of Turbulence, Proc. Roy. Soc., **A164**, 1938, pp. 476-490.
- 2) Lin, C. C.: On Taylor's Hypothesis and the Acceleration Terms in the Navier-Stokes Equations, Quart Appl. Math., **10**, 1953, pp. 295-306.
- 3) Townsend, A.A.: The Measurement of Double and Triple Correlation Derivatives in Isotropic Turbulence, Proc. Camb. Phil. Soc., **43**, 1947, pp. 560-.
- 4) Favre, A. J., J. J. Gaviglio and R. Dumas: Space Time Correlations and Spectra in a Turbulent Boundary Layer, Jour. Fluid Mech., **2**, 1957, pp. 313-342.
- 5) Favre, A. J., J. J. Gaviglio and R. J. Dumas: Further Space-Time Correlations of Velocity in a Turbulent Boundary Layer, Jour. Fluid Mech., **3**, 1958, pp. 344-356.
- 6) Favre, A., J. Gaviglio and R. Dumas: Structure of Velocity Space-Time Correlations in a Boundary Layer, Phys. Fluids, Suppl., 1967, pp. S138-S145.
- 7) Willmarth, W. W.: Space-Time Correlations and Spectra of Wall Pressure in a Turbulent Boundary Layer, NACA, Memo., 3-17-59W.
- 8) Laurence, J. C.: Intensity, Scale and Spectra of Turbulence in the Mixing Region of a Free Subsonic Jet, NACA, Rep. no. 1292, 1956.
- 9) Fisher, M. J. and P. O. A. L. Davies: Correlation Measurements in a Non-Frozen Pattern of Turbulence, Jour. Fluid Mech., 1963, pp. 97-116.
- 10) 今本博健・上野鉄男：開水路流れにおける乱れの空間相関特性について，京都大学防災研究所年報，第13号 B，昭和45.3，pp. 333-345.
- 11) 今本博健・上野鉄男：開水路流れにおける乱れの空間構造について，京都大学防災研究所年報，第14号 B，昭和46.4，pp. 205-217.
- 12) 今本博健・上野鉄男：開水路流れにおける乱れの空間構造について(2)——平均流による乱れの移流過程——，京都大学防災研究所年報，第15号 B，昭和47.4，pp. 463-473.