

表層地盤内にある埋設管の耐震性について

後藤 尚男・土岐 憲三・高田 至郎

VIBRATIONAL CHARACTERISTICS OF UNDERGROUND PIPE

By Hisao GOTO, Kenzo TOKI and Shiro TAKADA

Synopsis

The present paper treats the dynamic bending strains in a cylindrical pipe embedded in an elastic homogeneous surface layer with uniform depth to the base ground extending over the semi-infinite elastic half space during the passage of surface waves along the pipe axis.

The results indicate that the motion of the pipe is influenced by acceleration of the surface layer, and that the bending strains are closely connected with wave length of incident waves. And the relative displacement of the pipe is very small, and the characteristic vibration of the pipe is not caused.

1. ま え が き

地下鉄道、沈埋トンネル、上下水道管、ガス管、地中送電線などの地中埋設管路類は近代的な都市機能の中枢をなしており、これらがひとたび震害を受けるとその影響が広範囲に及んで大きな被害を生ずるであろうことは明らかである。また、多くの地下埋設物を有している大都市周辺は震害を受ける可能性が大きく、したがって埋設管路の耐震性を論ずることは重要な研究課題であるといえよう。

従来は埋設管路の耐震設計はほとんど行なわれなかつたか、または経験的な手法によって個々の場合に応じた対策が考えられてきたのみで、埋設管路類の耐震設計に関する一般的な手法は確立されるに至っていないようである。

動的耐震性の研究が活発に行なわれ、その成果が設計にまで取り入れられつつある地上構造物と比較して、埋設管路は次の諸点において特徴を有していると考えられる。第1に、その周囲がすべて地盤にとり巻かれており、地盤運動と密接に関連していることである。ケーソンなどの地中にある構造物基礎と異なって埋設管路類は比較的質量が小さく慣性力も小さいと考えられ、地盤と構造物の相互作用によってその振動特性が決定されるよりもむしろ地盤の動きそのものに支配される傾向にあると思われる。第2に、埋設管路は地表面下に沿って大きな抗りをもっていることである。このため相異なった地質・地盤にまたがって埋設される場合があり、地震波が管路の鉛直下方より入射した場合にも管路軸方向において、地盤の動きに相対変位を生じて管路が地盤の変形に追随する場合には、管にひずみを発生させる結果となる。また、たとえ均質な地盤内に埋設されていても、地震波が管軸に対して入射角をもつ場合には管路軸方向の各点では地震波の到達に時間差をもつために、見かけ上は管路軸方向に伝播する波動を入力として受け、その結果はやはり管路軸方向の各点で相対変位をもつことになる。Love波、Rayleigh波、などいわゆる表面波を受ける場合も同様の結果となることはいうまでもない。このように地表面下に沿っての抗りを有することは、管路各点での相対変位すなわちひずみを基準としてその耐震性を論じていく必要があり、従来の地上構造物の耐震的な考え方と異なる点であろう。

埋設管路の動的耐震性に関する研究は最近とくに活発に行なわれており、その成果も徐々に得られている。T.R. Kuesel¹⁾ らによるサンフランシスコ湾のパートチューブと呼ばれる沈埋トンネルに関する研究は、耐震設計についての一連の考え方を提供しているものといえよう。わが国でも桜井²⁾ らは松代地震時におけるバ

パイプラインの現地実験の結果と解析的な検討によって埋設管路類の耐震性は地震時における地盤の変形に注目して検討されるべきであるとの立場をとっている。また、浜田⁸⁾、後藤⁴⁾、武藤⁵⁾らはそれぞれ、有限要素法を用いることによって異質地盤にもわたる沈埋トンネルの振動特性や埋設管各点の入力に時間差をもつ場合の振動性状についても検討を加えている。最近、那須⁶⁾らが中心となって大がかりな埋設管の模型実験も実施され、埋設管の動特性は地盤の動特性にほとんど支配されることを明らかにするなど多くの成果を得ている。著者^{7), 8), 9)}らも以前に埋設管の振動を取り扱い、一つには弾性波動論を用いて、埋設管軸方向の振動と管軸直角方向の振動を解析し、周辺地盤の特性が埋設管の振動性状に与える影響を調べた。さらに、有限要素法を用いて埋設管横断面内における振動特性についても検討を加えた。これらの結果、埋設管はその周囲をすべて地盤に取り囲まれているために、空気中にある場合と比較して著しく変形が拘束されて地盤の動きに追随することや、地盤内におけるひずみが深さとともに必ずしも小さくならず、深い位置に埋設された管およびその周辺には大きな応力が発生しやすいことなどが確かめられた。

本研究はこれらの成果をふまえ、表層地盤内に埋設されたパイプラインの振動性状について論じ、とくにパイプ軸方向に伝播する横波によって発生する曲げひずみ量の推定を行なったものである。まず最初に、基盤と表層より成る地盤層を解析対象のモデルとして設定し、基盤面に向かってある射出角をもつ SH 波が入射する場合の表層地盤の振動特性について論じた。しかる後、そのような表層地盤内に埋設されたパイプの振動特性を検討してパイプに発生する曲げひずみと入射波動のもつ波長との関連を求めたものである。

2. 表層地盤の振動特性¹⁰⁾

Fig. 1 に示すような地盤層モデルを設定する。 $z=0$ で示した基盤と表層地盤の境界面に射出角 e_s で入射する SH 波を考えると、基盤での反射波および表層地盤での屈折波、反射波はいずれも y 方向の変位成分のみをもつ SH 波であることは明らかである。添字 1, 2 を表層地盤と基盤における物理定数に付すものとして、 c, ρ, v, k, e はそれぞれ横波の伝播速度、密度、地盤の y 方向変位成分、波数、射出角を表わすものとする。このとき、地盤の運動は次式によって満たされる。

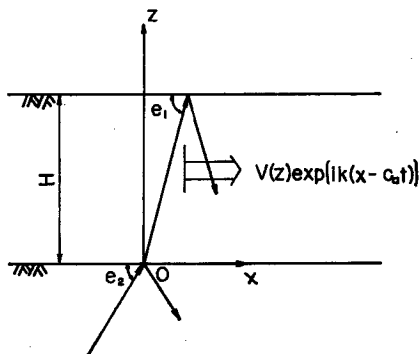


Fig.1 Model of soil layer and Incident wave

$$\frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2}, \quad \frac{1}{c_2^2} \frac{\partial^2 v_2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial z^2} \quad (2.1)$$

入射 SH 波の振幅を A_0 、基盤での反射波の振幅を A_2 、表層地盤内への屈折波の振幅を A_1 、反射波の振幅を A_3 として、変位 v_1, v_2 を次のように表示する。

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= A_1 \exp\{ik_1(x \cos e_1 + z \sin e_1 - c_1 t)\} \\ &\quad + A_3 \exp\{ik_1(x \cos e_1 - z \sin e_1 - c_1 t)\} \\ v_2 &= A_0 \exp\{ik_2(x \cos e_2 + z \sin e_2 - c_2 t)\} \\ &\quad + A_3 \exp\{ik_2(x \cos e_2 - z \sin e_2 - c_2 t)\} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

境界条件として基盤と表層地盤の接触面で変位と応力が連続であること、および地表面で応力がゼロであること、の条件は次式で表示される。

$$\left. \begin{aligned} z=0: \quad v_1 &= v_2, \quad \mu_1 \frac{\partial v_1}{\partial z} = \mu_2 \frac{\partial v_2}{\partial z} \\ z=H: \quad \mu_1 \frac{\partial v_1}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

式(2.3)の条件のもとに式(2.1)を解けば、式(2.2)の未知定数 A_1, A_2, A_3 は A_0 に対する比として次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_1}{A_0} &= \frac{2}{(1+\beta) + (1-\beta) \exp(2ik_1 H \sin e_1)} \\ \frac{A_2}{A_0} &= \frac{(1-\beta) + (1+\beta) \exp(2ik_1 H \sin e_1)}{(1+\beta) + (1-\beta) \exp(2ik_1 H \sin e_1)} \\ \frac{A_3}{A_0} &= \frac{2 \exp(2ik_1 H \sin e_1)}{(1+\beta) + (1-\beta) \exp(2ik_1 H \sin e_1)} \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

ここに、

$$\beta = \frac{\rho_1 c_1 \sin e_1}{\rho_2 c_2 \sin e_2} \quad (2.5)$$

これより表層地盤内変位 v_1 、基盤での変位 v_2 は次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{2 A_0 \cos q (1 - z/H)}{\sqrt{\cos^2 q + \beta^2 \sin^2 q}} \exp\{i(kx - \omega t + r)\} \\ v_2 &= \frac{2 A_0 \{\cos q \cos q \alpha + \beta (\sin q \sin q \alpha)\}}{\sqrt{\cos^2 q + \beta^2 \sin^2 q}} \exp\{i(kx - \omega t + r)\} \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{\pi}{2} - \frac{\omega}{\omega_g} \sqrt{1 - \left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 \cos^2 e_2}, \quad \alpha = \frac{c_1}{c_2} \frac{z}{H} \sin e_2 / \sqrt{1 - \left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 \cos^2 e_2} \\ r &= \tan^{-1} \left\{ \beta \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\omega}{\omega_g} \sin e_1 \right) \right\}, \quad k = k_1 \cos e_1 = k_2 \cos e_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

式(2.6)の時間項からも明らかなように、ある射出角をもって境界面に到達した波動は、見かけ上水平方向(x 方向)に伝播する波動となる。これは x 方向について境界面への波動の到達時間に遅れを生じ、そのため見かけ上の伝播現象が起っているものである。その伝播速度 c_a は式(2.6)より次のように与えられる。

$$c_a = \frac{c_2}{\cos e_2} = \frac{c_1}{\cos e_1} \quad (2.8)$$

またその波長 κ は $\kappa c_a = \omega$ として与えられることを考慮すれば、

$$\frac{\kappa}{H} = 4 \frac{\omega_g}{\omega} \frac{c_2}{c_1} \frac{1}{\cos e_2} \quad (2.9)$$

式(2.8)より伝播速度 c_a は表層地盤内での横波の速度 c_1 よりも大きな値を有していることが分る。また鉛直下方から入射する場合は $e_2 = \pi/2$ となり c_a は無限大の値をもつことになる。これは境界面に到達する波動に時間差がなく全域が一様に運動していることを表わしている。このような波動は表層地盤内では水平方向に伝播するのと同様の効果をもち、その進行方向と運動方向については、表面波である Love 波と同様の関係にある。また式(2.9)からも理解されるように、入射波動の周波数が大きいくほど、また基盤に対する表層地盤の横波速度が大きいくほど、また射出角が小さいほど水平方向に伝播する波動の波長は短くな

ていることが知られる。次に式 (2.6) を検討することによって表層地盤と基盤での最大変位振幅は次式で与えられる。

$$\left(\frac{v_1}{A_0}\right)_{\max} = \frac{2}{\beta}, \quad \left(\frac{v_2}{A_0}\right)_{\max} = 2 \dots\dots\dots (2.10)$$

Fig. 2 に地表面における変位の周波数応答曲線を示す。射出角が小さくなれば表層地盤内へ屈折して行く波動の割合が少なくなり、振幅も減少している。また射出角が $\pi/2$ である場合も表層地盤の共振振動数で振幅が無量大とはならず基盤の弾性を考慮した結果地下逸散減衰の効果が現われている。

次に Fig. 3 には深さ方向における地盤内変位の分布を周波数をパラメーターとして示した。 $\omega/\omega_0=0.5, 2$ などの表層地盤の共振振動数と異なる周波数では表層地盤と基盤との変位は境界付近で連続的に変化しているが、 $\omega/\omega_0=1, 3$ などの共振振動数付近では明らかに表層地盤の固有振動が現われている。

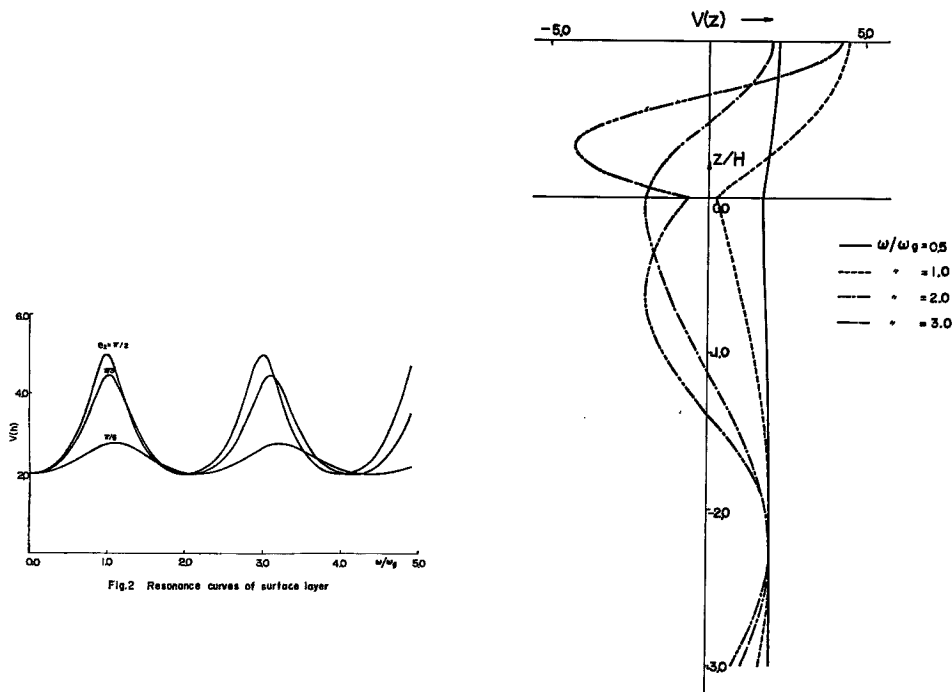


Fig.3 Vibrational modes of the ground

3. 地中埋設管の振動特性

次に2・で述べた振動特性をもった表層地盤内に埋設されたパイプの動特性について検討を加える。Fig. 4 に示すように $z=h$ にその中立軸を有する外径 a 、内径 b の中空円断面のパイプが地表面に沿って平行に位置しているものとする。座標軸は同図に示すような円筒座標系 (r, θ, x) を用いて解析を進める。パイプと地盤の振動系を考えると、基盤より入射した波動は表層地盤内を伝播する。そして、パイプに到達した波動は散乱現象を受け、またこのことによってパイプ内にも波動が伝播する。さらにパイプによって散乱された波動は一部は地表面で反射され、一部は基盤と表層地盤の境界面で反射、屈折の現象を生ずる。このような伝播過程の繰返しによってこの振動系の応答が生じる。このような振動系は半無限弾性体内に円柱型空洞を有する系の波動方程式と同様になるが、双曲座標を用いて解析を進めなければならない。しかし、双曲座標

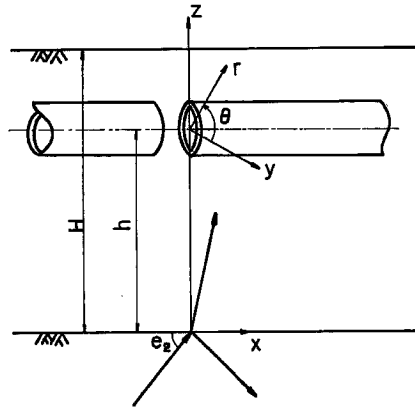


Fig. 4 Model of the pipe and ground

における Helmholtz 型方程式の変数分離は不可能であり、したがって厳密解をうることは困難である。そこで、本解析ではまずパイプが埋設されていない状態での地盤の運動を解析し、その時のパイプ中立軸の位置での地盤変形を求める。しかる後、これをパイプから十分離れた場所での地盤の変形とし、これがパイプの埋設されている地点に入射する時に生じるパイプと地盤の相互作用を波動論を用いて解いていくことにする。

まず2.で述べたように表層地盤内の伝播波動は次式で書き表わせる。

$$v_1 = V(z) \exp\{i(kx - \omega t)\} \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

$$V(z) = \frac{2A_0 \cos q(1-z/H) \cdot e^{i\tau}}{\sqrt{\cos^2 q + \beta^2 \sin^2 q}} \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

これよりパイプ中立軸位置 ($z=h$) での変位 v_s は次式のように書ける。

$$v_s = V(h) \exp\{i(kx - \omega t)\} \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

したがって波動は管軸方向に速度 c_s で伝播し、その運動は管軸直角方向となっている。一方、Fig. 4 に示すように円筒座標系 (r, θ, x) をとったとき、 x 軸方向の変位 w を無視すれば、 r, θ 軸方向の地盤の変位 u, v について次の波動方程式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] - \mu_1 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] + \mu_1 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ \rho_1 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] + \mu_1 \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] + \mu_1 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

さらに変形して dilatation Δ と rotation $\tilde{\omega}$ を用いて表わせば、

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} &= (\lambda_1 + 2\mu_1) \nabla^2 \Delta + \mu_1 \frac{\partial^2 \Delta}{\partial z^2} \\ \rho_1 \frac{\partial^2 \tilde{\omega}}{\partial t^2} &= \mu_1 \nabla^2 \tilde{\omega} + \mu_1 \frac{\partial^2 \tilde{\omega}}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}, \quad \Delta = \frac{u}{r} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \\ \tilde{\omega} &= \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

ここでポテンシャル ϕ, ψ を導入して変位を次のように書き表わす。

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (3.7)$$

このとき $\Delta, \tilde{\omega}$ は ϕ, ψ を用いることによって式 (3.6) より次式が成立する。

$$\Delta = \nabla^2 \phi, \quad \tilde{\omega} = \nabla^2 \psi \quad (3.8)$$

結局、式 (3.4) はポテンシャルを用いて次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\rho_1}{\lambda_1 + 2\mu_1} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} &= \nabla^2 \phi + \frac{\mu_1}{\lambda_1 + 2\mu_1} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \\ \frac{\rho_1}{\mu_1} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= \nabla^2 \psi + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

ここで時間 t , 管軸方向 x については表層地盤内における波動が式 (3.3) で与えられていることを考慮して、 ϕ, ψ を次式のように表わす。

$$\phi = \phi' \exp\{ik(x - c_a t)\}, \quad \psi = \psi' \exp\{ik(x - c_a t)\} \quad (3.10)$$

このとき式 (3.9) は次のように変形される。

$$\nabla^2 \phi' + p^2 \phi' = 0, \quad \nabla^2 \psi' + q^2 \psi' = 0 \quad (3.11)$$

ただし、

$$p^2 = (\rho_1 \omega^2 - \mu_1 k^2) / (\lambda_1 + 2\mu_1), \quad q^2 = (\rho \omega^2 - \mu_1 k^2) / \mu_1 \quad (3.12)$$

式 (3.11) は r, θ について変数分離することによって解が求められ、式 (3.7) に代入すれば地盤内相対変位は次式で表わせる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \left\{ M \frac{\partial H_1^{(1)}(pr)}{\partial r} - N \frac{H_1^{(1)}(qr)}{r} \right\} \cos \theta \exp\{ik(x - c_a t)\} \\ v &= \left\{ -M \frac{H_1^{(1)}(pr)}{r} + N \frac{\partial H_1^{(1)}(qr)}{\partial r} \right\} \sin \theta \exp\{ik(x - c_a t)\} \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

ここに M, N は境界条件より決定されるべき未知数である。また、この地盤変位 u, v によって直応力 σ_r , せん断応力 $\tau_{r\theta}$ は次式となる。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \left[M \left\{ -\lambda_1 p^2 H_1^{(1)}(pr) + 2\mu_1 \frac{\partial^2 H_1^{(1)}(pr)}{\partial r^2} \right\} + N \left\{ 2\mu_1 \left(\frac{H_1^{(1)}(qr)}{r^2} - \frac{H_1^{(1)}(qr)}{r} \right) \right\} \right] \cdot \cos \theta \\ &\quad \times \exp\{ik(x - c_a t)\} \\ \tau_{r\theta} &= \mu_1 \left[2M \left\{ \frac{H_1^{(1)}(pr)}{r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_1^{(1)}(pr)}{\partial r} \right\} \right. \\ &\quad \left. + N \left\{ \frac{\partial^2 H_1^{(1)}(qr)}{\partial r^2} \cdot \frac{H_1^{(1)}(qr)}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_1^{(1)}(qr)}{\partial r} \right\} \right] \cdot \sin \theta \cdot \exp\{ik(x - c_a t)\} \end{aligned} \quad (3.14)$$

パイプと地盤との接触面 $r=a$ における作用合力は Fig. 5 を参照して次式で表わせる。

$$\left. \begin{aligned} F_z &= \int_0^{2\pi} (\sigma_r \sin \theta + \tau_{r\theta} \cos \theta)_{r=a} a d\theta \equiv 0 \\ F_y &= \int_0^{2\pi} (\sigma_r \cos \theta - \tau_{r\theta} \sin \theta)_{r=a} a d\theta \\ &= -\rho_1 \pi a \omega^2 \{ M H_1^{(1)}(pa) - N H_1^{(1)}(qa) \} \exp\{ik(x - c_a t)\} \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

次にパイプと地盤との境界条件については以下のように考える。すなわちパイプの管軸方向における振動モードは地盤モードと同じく $\exp\{ik(x - c_a t)\}$ で与えられるものとし、 $r \rightarrow \infty$ での地盤の一樣な動きに対し、パイプ周辺地盤は相対変位をもち、パイプと一体となって振動しているものと仮定する。したがって地盤とパイプの接触面 $r=a$ では両者の間には相対的なずれが発生しないものと見なす。このパイプの y 方向における相対変位 y_p を

$$y_p = y_a \exp\{ik(x - c_a t)\} \quad (3.16)$$

と表わし、この y_a はパイプの運動によって決定される未知数であり、地盤との相互作用を考慮して求め

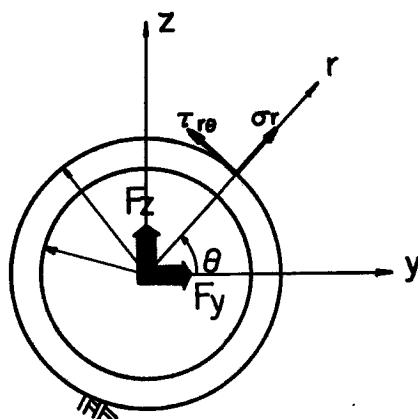


Fig.5

られるべきことはいうまでもない。地盤とパイプの運動に $r=a$ でずれが発生しないことの条件は以下のよう書き表わせる。

$$\left. \begin{aligned} [u]_{r=a} &= y_a \cdot \cos \theta \cdot \exp \{ik(x - c_a t)\} \\ [v]_{r=a} &= -y_a \cdot \sin \theta \cdot \exp \{ik(x - c_a t)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.17)$$

式 (3.17) に式 (3.13) を代入して未知数 M, N を y_a を含んだ形で求めれば次式となる。

$$M = \left(\frac{\partial H_1^{(1)}(qa)}{\partial a} - \frac{H_1^{(1)}(qa)}{a} \right) y_a / \Omega, \quad N = - \left(\frac{\partial H_1^{(1)}(pa)}{\partial a} - \frac{H_1^{(1)}(pa)}{a} \right) y_a / \Omega$$

ただし、

$$\Omega = \frac{\partial H_1^{(1)}(pa)}{\partial a} \cdot \frac{\partial H_1^{(1)}(qa)}{\partial a} - \frac{H_1^{(1)}(pa)}{a} \cdot \frac{H_1^{(1)}(qa)}{a} \dots\dots\dots (3.18)$$

これらの諸式を式 (3.15) に代入すれば、 y 方向における震動合圧 F_y は次式で表示される。

$$F_y = \rho_1 \pi a^2 \omega^2 K_a y_a \exp \{ik(x - c_a t)\} \dots\dots\dots (3.19)$$

ここに、

$$K_a = \left. \begin{aligned} &4 - pa \frac{H_0^{(1)}(pa)}{H_1^{(1)}(pa)} - qa \frac{H_0^{(1)}(qa)}{H_1^{(1)}(qa)} \\ &pa \frac{H_0^{(1)}(pa)}{H_1^{(1)}(pa)} - qa \frac{H_1^{(1)}(qa)}{H_0^{(1)}(qa)} - pa \frac{H_0^{(1)}(pa)}{H_1^{(1)}(pa)} - qa \frac{H_0^{(1)}(qa)}{H_1^{(1)}(qa)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.20)$$

ただし、 $H_0^{(1)}(z)$, $H_1^{(1)}(z)$ は 0 次、1 次の第 1 種ハンケル関数を表わしている。この K_a は式 (3.19) を検討すれば、 $\rho_1 \pi a^2$ がある断面におけるパイプの排除した地盤の質量を表わしており、

$$\frac{\partial^2 y_p}{\partial t^2} = -\omega^2 y_a \exp \{ik(x - c_a t)\} \dots\dots\dots (3.21)$$

と表わされることより、 $\omega^2 y_a \exp \{ik(x - c_a t)\}$ をパイプの運動の加速度と見なすことができる。これより K_a は加速度に対する倍率と考えられ、周波数に対して独立な定数であれば仮想質量の概念を導入してパイプに作用する震動圧を算定できる。

次にパイプの運動について考えれば、パイプは式 (3.3) で示される管軸方向に伝播する波動を受け、また地盤はパイプの運動に対して式 (3.19) で与えられる抵抗反力を及ぼす結果となる。そこで、中空断面の強制曲げ振動問題として解析を進める。パイプの相対変位 y_p に関して次の曲げの運動方程式が成立する。

$$EI \frac{\partial^4 y_p}{\partial x^4} + \gamma A \frac{\partial^2 y_p}{\partial t^2} = P - F_y \quad \dots\dots\dots (3.22)$$

ここに、 EI はパイプの曲げ剛性、 γ は密度、 A は断面積を表わす。また P は強制外力、 F_y は地盤の抵抗反力であって式 (3.19) によって与えられている。 P は式 (3.3) を考慮すれば次式のように書き表わされる。

$$P = -\gamma A \frac{\partial^2 v_s}{\partial t^2} = \gamma \pi (a^2 - b^2) \omega^2 V(h) \exp\{ik(x - c_a t)\} \quad \dots\dots\dots (3.23)$$

式 (3.16), (3.19), (3.22) を式 (3.22) に代入すれば、パイプの相対変位振幅 y_a は次式のように求まる。

$$y_a = \frac{\gamma \pi (a^2 - b^2) \omega^2 V(h)}{EI k^4 - \gamma \pi (a^2 - b^2) \omega^2 + \rho_1 \pi a^2 \omega^2 K_a} \quad \dots\dots\dots (3.24)$$

さらに、式 (3.24) を変形すれば、パイプの相対変位 y_p は次式となる。

$$y_p = \frac{1}{\frac{EI k^4}{\gamma \pi (a^2 - b^2) \omega^2} - 1 + \frac{\rho_1}{\gamma} \frac{a^2}{a^2 - b^2} K_a} \cdot V(h) \exp\{ik(x - c_a t)\} \quad \dots\dots\dots (3.25)$$

上式において $V(h) \exp\{ik(x - c_a t)\}$ を強制入力と考えれば、地盤がない場合には式 (3.25) の分母第 1 項、第 2 項のみで曲げ振動棒の動特性が与えられることは周知である。したがって分母第 3 項はパイプの動特性に与える地盤の影響を表わしていることが知られる。また、 $V(h)$ は表層地盤の変位振幅の特性を表わしており、式 (3.25) はパイプの相対変位が表層地盤の特性を含んだ形で求まっていることを示している。パイプの絶対変位 Y_p は地盤変位 v_s を加えることによって基盤での入力変位振幅 A_0 との比として、次のように表わされる。

$$\frac{Y_p}{A_0} = \left(1 + \frac{1}{\frac{EI k^4}{\gamma \pi (a^2 - b^2) \omega^2} - 1 + \frac{\rho_1}{\gamma} \frac{a^2}{a^2 - b^2} K_a}\right) \cdot V(h) \exp\{ik(x - c_a t)\} \quad \dots\dots\dots (3.26)$$

また、パイプの外縁 ($r=a$) における曲げひずみ量 ε_B が

$$\varepsilon_B = \frac{M}{EI} a, \quad M = -EI \frac{\partial^2 Y_p}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (3.27)$$

として表わされることを考慮すれば、式 (3.26) より

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon_B}{A_0/a} = (ka)^2 \frac{Y_p}{A_0} = 4\pi^2 \left(\frac{a}{\kappa}\right)^3 \frac{Y_p}{A_0} \quad \dots\dots\dots (3.28)$$

4. 解析結果の検討と数値計算

まず式 (3.25) で与えられるパイプの相対変位振幅量について考察を加える。分母の各項は次のような無次元諸量を用いて表示される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{EI k^4}{\gamma \pi (a^2 - b^2) \omega^2} &= \left\{ \pi \frac{a}{\kappa} \frac{c_0}{c_2} \operatorname{cose}_2 \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} \right\}^2, \quad c_0 = \sqrt{\frac{E}{\gamma}} \\ \frac{\rho_1}{\gamma} \frac{a^2}{a^2 - b^2} K_a &= \frac{\rho_1}{\gamma} \frac{1}{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \cdot K_a \\ pa &= 2\pi \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} \frac{a}{\kappa} \sqrt{\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^3 \frac{1}{\cos^2 e_2} - 1}, \quad \nu \text{ は地盤のポアソン比} \\ qa &= 2\pi \frac{a}{\kappa} \sqrt{\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^3 \frac{1}{\cos^2 e_2} - 1} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

ここで、地盤定数比が次のように与えられる表層地盤内にコンクリート管が埋設されている場合を対象として数値的な検討を行なう。 $c_1/c_2=0.5$, $c_0/c_2=10.0$, $e_2=\pi/3$, $b/a=0.95$, $\nu=0.25$, $\rho_1/\gamma=0.9$ とし $a/\kappa=0.01$ として比較的短い波長の波動がパイプ軸方向に伝播していく場合について考えていく。 K_a の近似値は次のような考察によって推定できる。上の諸数値を用いる場合、式 (4.1) の第 3, 4 式は $pa=0.13$, $qa=0.20$ と

求まるので

$$x' = pa \approx qa \dots\dots\dots (4.2)$$

と見なしう。さらに、虚数単位を i として

$$x = ix' \dots\dots\dots (4.3)$$

と置いて式 (3.20) を変形ベッセル関数 $K_0(x)$ を用いて書き直せば次式で表示できる。

$$K_a \approx \frac{4-2\xi}{\xi^3-2\xi}, \quad \xi = x \frac{K_0(x)}{K_1(x)} \dots\dots\dots (4.4)$$

上式の第1式から次式が得られる。

$$|K_a| \approx \frac{2}{|\xi|} \dots\dots\dots (4.5)$$

さらに波長が長くなることを考慮すれば $x = pa \approx qa$ の値は0.2以下であることが推定され、この範囲の x については式 (4.4) は次のように書ける。

$$|\xi| = \left| x \frac{K_0(x)}{K_1(x)} \right| \approx |x| \dots\dots\dots (4.6)$$

結局、上式より K_a の近似値は式 (4.5) を参照して、

$$|K_a| \approx \left| \frac{2}{pa} \right| \dots\dots\dots (4.7)$$

また、この上式を用いると式 (3.25) の分母第3項は次のような値となる。

$$\frac{\rho_1}{r} \frac{1}{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^3} K_a \approx 100 \dots\dots\dots (4.8)$$

式 (3.25) の分母第1項については、 a/κ についてやはりその最大値が与えられ

$$\frac{EIk^4}{\gamma\pi(a^2-b^2)\omega^2} \approx 0.05 \dots\dots\dots (4.9)$$

となる。式 (4.8), (4.9) より次の関係が成立することは明らかである。

$$\left| \frac{EIk^4}{\gamma\pi(a^2-b^2)\omega^2} - 1 \right| \ll \left| \frac{\rho_1}{r} \frac{a^2}{a^2-b^2} \cdot K_a \right| \dots\dots\dots (4.10)$$

したがって上式より式 (3.25) で与えられるパイプの相対変位量 y_p の地盤の動きに対する倍率はパイプのもつ固有振動特性 $|EIk^4/\gamma\pi(a^2-b^2)\omega^2 - 1|$ の影響を受けることはほとんどなく、パイプの動きに対する地盤反力の項 $|\rho_1 a^2 K_a / r(a^2-b^2)|$ によってその運動が決定され、しかもこの絶対値が大きいために倍率はきわめて0に近い値となっていることが知られる。このことより地盤の動きに対するパイプの相対変位はきわめて小さく、パイプの振動特性は地盤の動きによって支配されるであろうことが容易に推測される。次に前述の諸数値を用いて厳密値を計算した結果を示す。Fig. 6 には K_a の絶対値について、パイプ管軸方向に伝播する波動の波長および周波数に対する特性を示す。波長 κ が長くなった場合にはパイプ外径 a との

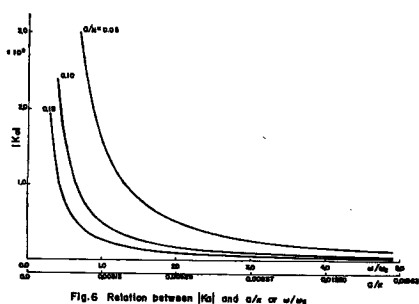


Fig. 6 Relation between $|K_a|$ and a/κ or ω/ω_0

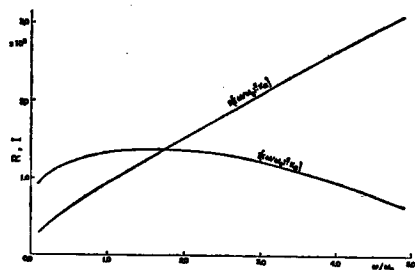


Fig. 7 Frequency characteristics of R and I

比 a/κ は小さくなり K_a の値は急激に増大する。このことはパイプの運動を拘束する地盤反力の影響が大きくなり、パイプが地盤と同様の動きをすることを意味している。また短い波長に対しては K_a の値が小さくなり式 (3.25) から理解されるようにパイプのもつ固有の振動特性が誘起されることになる。図中にパラメーターとしてパイプ外径と表層地盤厚さとの比 a/H をとってある。 a/H が小さくなれば K_a の値は増大し、その傾向は長い波長に対して著しい。 a/H の減少を表層地盤厚さが一定と見なせば、パイプ外径が小さくなることを意味し、地盤の抵抗反力が増大して細いパイプほど地盤の動きに追随することが知られる。

次に式 (3.25) について検討を加えれば、パイプにもつ固有振動数 p を用いることによって、パイプ変位の地盤変位に対する係数 α は次のように書き改められる。

$$\alpha = \frac{\omega^2}{p^2 - \omega^2 + \delta \omega^2 K_a}, \quad \delta = \frac{\rho_1}{\gamma} \dots \dots \dots (4.11)$$

$\delta \omega^2 K_a$ の項はパイプの運動に対する地盤の影響を表わしている。 K_a に δ および無次元周波数の2乗を乗じたものを実部と虚部に分離して次式で表示する。

$$\delta \cdot (\omega/\omega_0)^2 \cdot K_a = R + iI \dots \dots \dots (4.12)$$

Fig. 7 に R, I の周波数特性を示す。 R は周波数の増大に対してほぼ1次比例的な関係にあることが知られる。また I は ω/ω_0 が2以上の範囲では減少する傾向にあるが、周波数が0.0~2.0の小さな範囲ではほぼ一定値をとっている。パイプの運動に対する地盤の影響を実部は抵抗反力、虚部は逸散減衰力をそれぞれ表わすと見なしうる。したがって地盤はパイプの運動の速度に比例する抵抗反力を与え、周波数とは関係しない減衰力を及ぼしていることが知られる。そして、これらの量は周波数の小さい範囲したがって波長の長い範囲では式 (4.11) に示されている p^2, ω^2 の値よりも非常に大きな値となり、地盤に対するパイプの相対変位量はほとんどゼロとなってくる。

次に Fig. 8 にはパイプの相対変位 y_p を基盤での入力変位振幅 A_0 で除した値 $|y_p/A_0|$ 、およびパイプ中立軸位置での地盤変位振幅 $A_0 V(h)$ で除した値 $|y_p/A_0 V(h)|$ の周波数特性を示した。パラメーターには射出角 e_s をとっている。 $e_s = \pi/3$ では $\omega/\omega_0 = 1, 3, 5$ などの近くでピークを有し、これは地表層の共振に伴ってパイプの変位も大きくなったものである。地盤のみの共振振幅は Fig. 2 でも知られるように $\omega/\omega_0 = 1, 3, 5$ などと同じ値を有するが、パイプの相対変位は高次の共振振動数での値ほど大きくなっている。これは

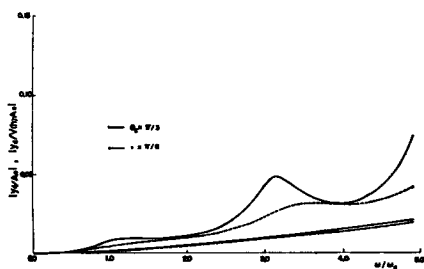


Fig. 8 Resonance curves of pipe displacement

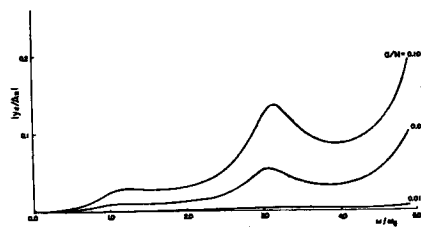


Fig. 9 Resonance curves of pipe displacement

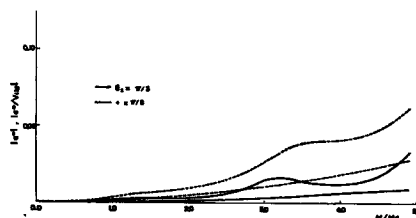


Fig. 10 Resonance curves of bending strain

低い振動数域では K_a の値が大きくなり地盤がパイプの相対変位を拘束している結果によるものである。また射出角が小さくなれば地盤の共振振幅も小さくなりパイプの相対変位量は小さくなっている。また周波数の増加に伴ってパイプの変位が増大していることが知られる。これは、ここで取り扱っている系の入力の変位振幅一定のものであり、周波数の増加とともに加速度が増加しておりパイプの変位も大きな値を示しているものである。近似解のところでも検討したように $\omega/\omega_g \leq 5$ の周波数の範囲においてもパイプ自身の共振現象は見られない。

Fig. 9 には a/H の相異によるパイプ変位の応答曲線を示した。パイプの外径が表層地盤厚さの $1/10$, $1/20$, $1/100$ の場合についての結果を示してあるが $1/100$ になればほとんど相対変位は見られない。

Fig. 10 にはパイプの曲げひずみの周波数応答曲線を示した。式 (3.28) で与えられる $|e^*|$ および $|e^*/V(h)|$ の計算結果である。基盤での射出角 e_2 をパラメーターとして示してある。射出角の変化は式 (2.9) から計算されるようにある一定の周波数に対しては波長 κ のパラメーターと見なしてもよい。 $e_2 = \pi/3$ の場合には同じ周波数に対して $e_2 = \pi/6$ の場合の $\sqrt{3}$ 倍の波長となっている。波長が長くなれば曲げひずみ量は減少していることがうかがわれる。Fig. 8 でも示したようにパイプの変位については射出角が大きく表層地盤内へ屈折する波動の割合が多くなるほど大きな値を有するが、曲げひずみ量は射出角に関して逆の傾向を示す。これはパイプ軸方向の振動モードが軸方向伝播波動の波長と同様であると見なしているの、たとえばパイプ変位が大きくても波長が長い場合にはパイプ変形の曲率が小さくなり、曲げひずみ量も減少していることによるものである。逆にパイプの変位が小さい場合であっても波長の短い波動が軸方向に伝播する際には曲率が大きくなり、曲げひずみ量、応力も大きくなるであろうことは容易に推測できる。また Fig. 10 より知られるように、地盤の共振振動数でもとくに曲げひずみが大きくなることはない。このことからパイプが地盤の動きに追随するようなところでは、たとえ地盤変位が大きくても波長があまり短くない限り大きい曲げひずみが発生することはなさそうである。

次に Fig. 11 には κ/H をパラメーターとしてパイプ外径と曲げひずみの関係を示した。式 (3.27) から分るように、外径が大きくなれば曲げひずみ量は増大し、 a/H とはほぼ 1 次比例的な関係にあることが知られる。また κ/H が大きくなれば曲げひずみ量は減少している。

Fig. 12 は Fig. 10 を用いて横軸に無次元周波数の 2 乗、縦軸に曲げひずみ量を取り基盤での射出角 e_2 を変化させた場合の結果である。入力の変位振幅 A_0 が一定であるので、横軸はパイプに作用する加速度に対応する量と考えてよい。この図から曲げひずみ量は加速度に比例して増大していることが明らかである。したがって、この図はパイプに発生する曲げひずみは地盤の運動加速度に比例することを表わしている。地

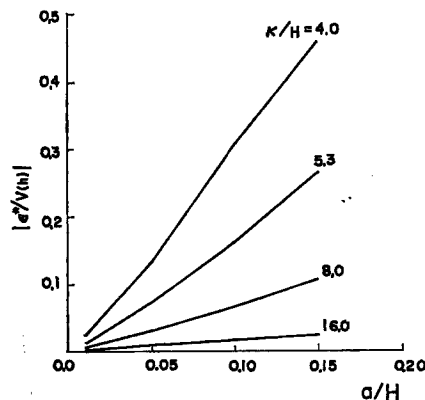


Fig.11 Relation between $|e^*/V(h)|$ and a/H

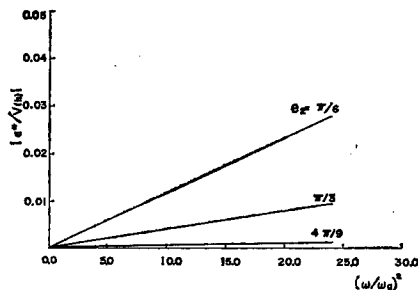


Fig. 12 Relation between $|\epsilon^*/v(n)|$ and $(\omega/\omega_0)^2$

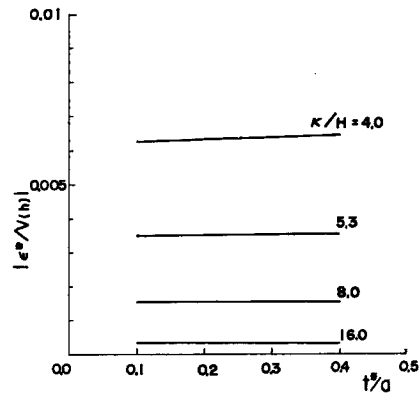


Fig. 13 Relation between $|\epsilon^*/v(n)|$ and t^*/a

盤中にあるパイプの軸方向ひずみは地盤の運動速度に比例することと考え合わせて興味ある結果である。パラメーターに射出角 e_2 をとっているが、 e_2 は式 (2.8) より軸方向伝播波動の速度を表わしており、 e_2 が大きくなれば伝播速度も大きくなり見かけ上地盤が剛くなることと対応している。したがってこの図は波動速度の大きい地盤内に埋設されたパイプほど曲げひずみが小さくなることを意味している。一方、ある周波数に固定すれば式 (2.9) より e_2 は軸方向伝播波動の波長のパラメーターとも見なす。 $e_2 = 4\pi/9$ の場合には基盤にほぼ鉛直下方より入射し、地盤各点の動きの位相差は少なく、波長の長い場合に対応しており、入力加速度が一定である場合には波長が長くなれば発生曲げひずみは減少することが知られる。これらのことからパイプのような質量が小さく地盤の動きに支配されるような構造物については、地盤各点の相対的な動きを考慮に入れることが重要であろうと思われる。

Fig. 13 はパイプの厚みと発生曲げひずみ量の関係について示したものである。厚みが増しても曲げひずみ量はほとんど変化せず、短い波長の場合には若干増加する傾向にあることが知られる。 t^*/a が 0.1~0.4 の範囲ではパイプ厚みの影響はほとんどなく、パイプの外径によって曲げひずみの大きさが決定されてくることが知られる。

次に Fig. 14 には波長と曲げひずみの関係を図示した。波長が長くなれば曲げひずみは急激に減少している。この波長と曲げひずみの関係は図中に破線で示したような次式の曲線で十分に近似しうることが分る。

$$\epsilon^* \approx 0.1(\kappa/H)^{-2} \quad (4.13)$$

上式は曲げひずみが軸方向伝播波動の波長と表層地盤の厚さとの比を 2 乗したものの逆数に比例することを示している。いま、地盤内をパイプ軸方向に伝播する波動が $f(t-x/c)$ の形で与えられるものとし、その 2 階微分より地盤内の曲げひずみ量を求め、同等のひずみがパイプに発生するものと考えれば、波長と曲げひずみの関係はこれまでと同様の記号を用いて次のようになる。

$$\epsilon^* = \left(2\pi \frac{a}{H}\right)^2 (\kappa/H)^{-2} \quad (4.14)$$

本解析の数値計算では $a/H = 0.1$ を用いており、式 (4.14) の $(\kappa/H)^{-2}$ の係数の値は約 0.4 となる。式 (4.13) の係数 0.1 と比較すれば、波長が一定の場合、パイプと地盤の相互作用を考慮しない場合には発生曲げひずみ量を大きく算定していることになる。また、波長の逆数は周波数に比例するから曲げひずみは周波数の 2 乗に比例して増加することになり、これは Fig. 12 のところでも述べたように、曲げひずみは地盤の運動加速度に比例することを示しているに他ならない。なお、Fig. 14 の計算結果は、 a/H を一定として、式 (2.9) で示される ω/ω_0 , c_1/c_2 , e_2 を種々に変化させた場合の組合せより波長と表層地盤厚さの比 κ/H を計

算して、それぞれの場合の応答曲げひずみ量を図示したものである。たとえ ω/ω_g , c_1/c_2 , e_2 の組合せが異なっても κ/H の値が同じであれば応答ひずみ量は等しい値となっている。

次に Fig. 15 には κ/H と $|\varepsilon^*|$ との関係を示す。表層地盤の特性 $V(h)$ を考慮した場合についての計算結果であり、射出角 e_2 が異なれば表層地盤の周波数特性も異なってくる。そこで、 $e_2 = \pi/6, \pi/3, 4\pi/9$ の3つのケースについて図示した。波長とひずみの関係については、Fig. 14 とほとんど同様の傾向を示し、表層地盤の共振状態を与えるそれぞれの波長で曲線がピークをもってくるのが知られる。

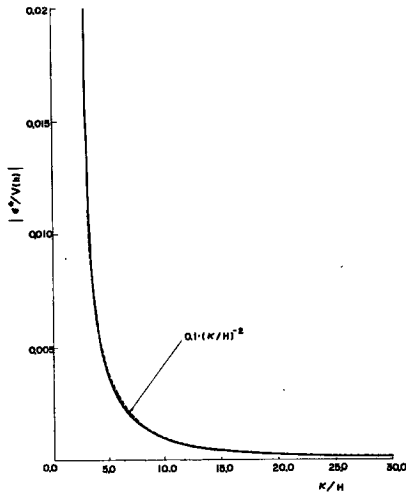


Fig. 14 Relation between bending strain and wave length

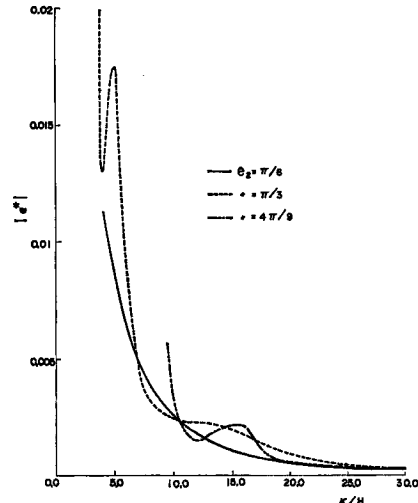


Fig. 15 Relation between bending strain and wave length

5. 結 論

本研究は、表層地盤内に埋設されたパイプが、基盤より入射した SH 波によって曲げ振動を受ける場合に、パイプに発生する曲げひずみ量を弾性波動論を用いて解析的に求め、地盤内伝播波動の波長と曲げひずみの関係について検討を加えたものである。本研究で得られた成果を要約すれば次のようである。

- 1) 波動が基盤から表層地盤へある入射角をもって伝播してくる際には、基盤上の各点で波動の到達時間に差があるため、表層地盤内では見かけ上、側方への波動伝播が生じる。SH 波入射の場合には、この波動の特性は進行方向と運動方向に関して Love 波と同様の関係にある。
- 2) 地盤の動きに対するパイプの相対変位はきわめて小さく、パイプの固有振動が誘起されることはほとんどない。そしてこの傾向はパイプ軸方向に伝播する波動の波長が長いほど顕著であり、またパイプ外径が小さいほど著しい。
- 3) パイプに発生する曲げひずみは地盤の運動加速度に比例する。
- 4) パイプに発生する曲げひずみは地盤変形したがって地盤内伝播波動の波長と密接に関連している。そして、曲げひずみは波長と表層地盤厚さの比の 2 乗に逆比例する。
- 5) パイプが地盤の動きに追従するような条件のもとでは、たとえ表層地盤が共振状態となってパイプ変位が増大しても、波長があまり短くない限り大きな曲げひずみが発生する可能性は少ない。
- 6) 伝播速度が小さく、柔かい地盤内に埋設されたパイプには大きな曲げひずみが発生する。
- 7) パイプに発生する曲げひずみはパイプ外径とほぼ 1 次比例的な関係にあり、パイプ厚の変化によってほとんど影響を受けない。

8) 地中埋設管の耐震性を考慮する際にとくに曲げひずみについては、地盤の運動加速度および地盤内卓越波動の波長を知って、地盤ひずみを推定し、それよりパイプに発生する曲げひずみ量を予測することが可能であると思われる。

本研究においては、表層地盤内に埋設されたパイプの曲げ振動のみについて取り扱ったが、今後パイプ軸方向振動によって発生する軸ひずみと地盤運動との関連についても検討考察を加える予定である。なお、本研究の数値計算にあたっては京都大学大型計算機センター FACOM 230-60 を使用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) T. R. Kuesel: Earthquake Design Criteria for Subways, ASCE, ST6, 1969, pp. 1213-1231.
- 2) A. Sakurai and T. Takahashi: Dynamic Stresses of Underground Pipe Lines During Earthquakes, Proceedings of the 4th WCEE, 1969, pp. 81-95.
- 3) 浜田政則: 沈埋トンネル耐震設計計算法に対する一試案, Proceedings of the 3rd JEES-1970, 1970. 11, pp. 739-746.
- 4) 後藤洋三・太田 順・佐藤拓男: F. E. M. による沈埋トンネルの地震応答計算方法について, 土木学会第 26 回年次学術講演会講演集第 I 部, 昭 46. 11, pp. 321-324.
- 5) 武藤 清・内田一成・津川恒久: 沈埋函の地震応答解析, Proceedings of the 3rd JEES-1970, 1970. 11, pp. 437-444.
- 6) 那須信治: 沈埋管の振動実験, 土と基礎, Vol. 20, No. 1, 昭 47. 1, pp. 21-30.
- 7) 後藤尚男・土岐憲三・高田至郎: 地中埋設管の振動性状について, 土木学会第 11 回地震工学研究発表会, 昭 46. 7, pp. 33-36.
- 8) 後藤尚男・高田至郎: 地中埋設物の振動特性について, 土木学会第 26 回年次学術講演会講演集第 I 部, 昭 46. 10, pp. 311-314.
- 9) 後藤尚男・土岐憲三・高田至郎: 地中埋設管の振動特性について, 土木学会論文報告集 (投稿中)
- 10) 後藤尚男・土岐憲三・高田至郎: 地中基礎構造物の振動特性について, 京都大学防災研究所年報第 14 号 A, 昭 46. 4, pp. 263-282.