潮流模型における乱流度に関する一考察

樋　口　明　生

A NOTE ON THE RATE OF TURBULENCE IN THE TIDAL MODEL

By *Haruo* HIGUCHI

Synopsis

The flow in the tidal model is laminar or turbulent depending on the tidal phase. To discriminate the regime, two kinds of Reynolds number are used as indicators; the vertical Reynolds number, in which the representative length is the water depth, and the horizontal Reynolds number, in which the representative length is the tidal excursion. The rate of turbulence, that is, the spatial mean of the rate of time interval, during which the Reynolds number is larger than critical Reynolds number, is considered to present the condition of turbulence in the model. A method to caluculate such a rate is proposed.

1. まえがき

近年，沿岸海洋における潮流の研究に，比較的広範囲の海域を含む大型水理模型が使用されるようになってきた。水理模型実験は，いうまでもなく，原型と力学的相似性を保ちながら，幾何学的大きさのみを変えることによって，簡単に答えを出そうとする一種のアナログ計算機と考えられるが，これを行なう場合，最も重要なことは，いうまでもなく，原型における現象と模型における現象との相似性である。

浅海における潮流のホドグラフは，一般に偏平な長円または直線となることが多い。とくに内湾では，多くの場合流速ゼロを中心とする往復流となる。このような場合，原型では流れは終始乱流と考えられるが，模型内では一般に，流速ゼロから出発し，層流域を通って乱流域に入り，再び層流域を通って流速ゼロに戻り，次に逆方向にこれを繰り返すと考えられる。流れが乱流域にある時間的割合は，模型の縮尺によって異なり，小縮尺の模型では，層流の範囲内にとどまることもある[1]。

潮流による物質の拡散は乱流拡散であるから，なるべく小規模の現象まで再現性を期待するためには，模型内においても，時間的，空間的に乱流が支配的でなければならない。

流れが層流であるか，乱流であるかを判別するための指標としてレイノルズ数を用い，ある特定のレイノルズ数（限界レイノルズ数）より小さければ層流，大きければ乱流であると考える。実際には，この間に遷移領域があって，その限界値は厳密には定まらないが，ここではさきのように考え，模型内の流れが時間的および空間的に乱流状態にある割合を仮に乱流度と名付け，これについて考えてみる。

2. 相似条件

潮流は水平方向に卓越しており，圧力は静水圧分布をなすとみなせるから，海面から海底まで平均した流れについての運動方程式が，原型と模型とで成り立つと考え，対応する各項の比が等しいという条件から，次式が得られる。

$$t_r = x_r h_r^{-1/2} \qquad (2.1)$$

$$C_r = x_r^{-1} h_r \qquad (2.2)$$

または

$$n_r = x_r^{-1/2} h_r^{2/3} \qquad (2.3)$$

ここに x は水平距離，h は鉛直距離，C は摩擦係数，n はマンニングの粗度係数で，添字 r は原型の量と，模型の量との比を表わすものとする。流速の比は

$$u_r = h_r^{1/2} \qquad (2.4)$$

である。

ここで，単位質量当りのエネルギー逸散率 ε が原型と模型とで等しい ($\varepsilon_r=1$) と仮定すると

$$t_r = h_r = x_r^{2/3} \qquad (2.5)$$

$$C_r = x_r^{-1/3} \qquad (2.6)$$

または

$$n_r = x_r^{-1/18} \qquad (2.7)$$

および

$$u_r = x_r^{1/3} \qquad (2.8)$$

が得られる[2)]。これらの式は，模型の鉛直縮尺，時間縮尺，および摩擦係数の縮尺が，水平縮尺だけで一義的に決まることを示している。

3. 乱　流　度

さきに述べたように，層流か乱流かを判別する指標として，レイノルズ数を用いるが，代表的な長さの選び方によって，2種類のレイノルズ数が考えられる。

一般に河川の場合には，水深を代表的長さとして用いるが，これは定常流について，乱流境界層が十分発達して水面に達していると考えられる場合に適用されるものであろう。潮流の場合のように，非定常で，境界層が流速の変化に応じて周期的に発達・減衰を繰り返すときには，むしろ代表的長さとして，潮流の最大流動距離（憩流からつぎの憩流までに流下する距離）を用いるレイノルズ数を指標とする方がよいかも知れない。前者を鉛直レイノルズ数，後者を水平レイノルズ数と仮称することにして，両者を指標として，潮流模型の乱流度について考えることにする。

（a） 鉛直レイノルズ数からみた乱流度

鉛直に平均した流速を u 水深を h，水の動粘性係数を ν で表わせば，鉛直レイノルズ数 Re_v は

$$\mathrm{Re}_v = \frac{uh}{\nu} \qquad (3.1)$$

で表わされる。

潮流のレイノルズ数は時間的に変化するが，模型内のレイノルズ数が限界レイノルズより大きい期間の割合を考えてみる。流速が時間とともに正弦的に変化し $\left(u = u_0 \sin\frac{2\pi}{T}t\right)$，水深変化が小さいと仮定すると，鉛直レイノルズ数はつぎのように書ける (**Fig. 1**)。

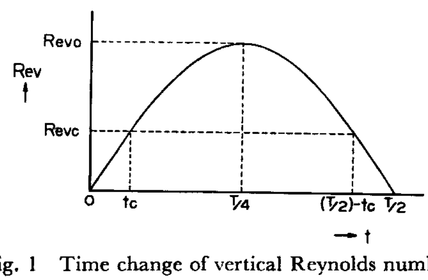

Fig. 1　Time change of vertical Reynolds number.

$$\mathrm{Re}_v=\mathrm{Re}_{v0}\left|\sin\frac{2\pi}{T}t\right| \quad \cdots\cdots (3.2)$$

ここに $\mathrm{Re}_{v0}=\frac{u_0h}{\nu}$, T は潮汐の周期である。

$\mathrm{Re}_v>\mathrm{Re}_{vc}$ なる期間の割合は

$$\frac{(T/4)-t_c}{T/4}=1-\frac{4t_c}{T}\equiv a_v \quad \cdots\cdots (3.3)$$

である。限界レイノルズ数 Re_{vc} に達する時刻 t_c は

$$\mathrm{Re}_{vc}=\mathrm{Re}_{v0}\left|\sin\frac{2\pi}{T}t_c\right| \quad \cdots\cdots (3.4)$$

より

$$t_c=\frac{T}{2\pi}\sin^{-1}\frac{\mathrm{Re}_{vc}}{\mathrm{Re}_{v0}} \quad \cdots\cdots (3.5)$$

となり，式(3.3)に代入すれば

$$a_v=1-\frac{2}{\pi}\sin^{-1}\frac{\mathrm{Re}_{vc}}{\mathrm{Re}_{v0}} \quad \cdots\cdots (3.6)$$

となる (**Fig. 2**)。これは，ある点における流れが乱流となる時間的割合を示すもので，時間的乱流度とでも呼ぶべきものである。

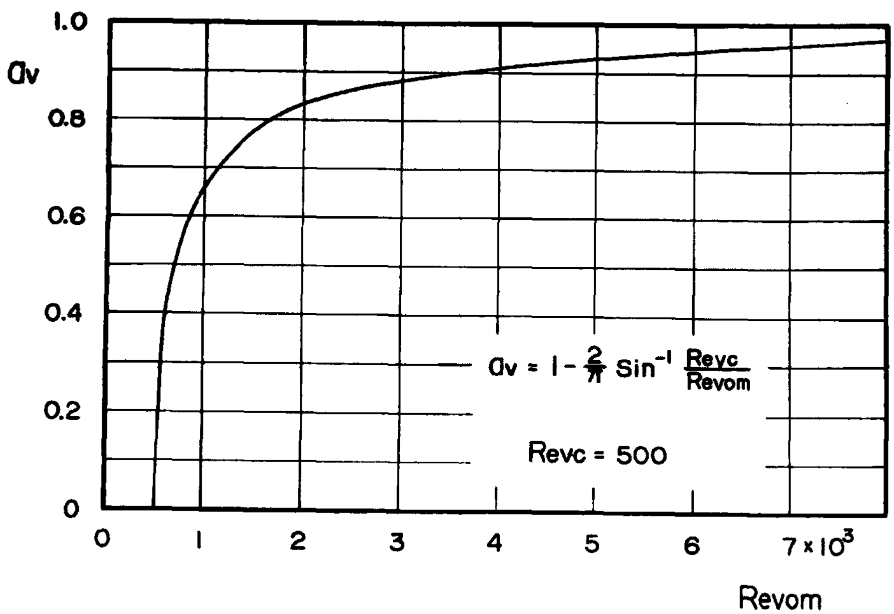

Fig. 2 Rate of turbulence through vertical Reynolds number versus mazimum value.

つぎに，これの空間的割合を求めてみる。微小な海域 ds において，式 (3.6) が成り立つとすると，全海域 S_0 にわたる時間的乱流度の平均値 A_v はつぎのようである。

$$A_v=\frac{1}{S_0}\int_0^{S_0}a_v ds \quad \cdots\cdots (3.7)$$

これを平均乱流度と仮称する。これに式(3.6)を代入して

$$A_v=1-\frac{2}{\pi S_0}\int_0^{S_0}\sin^{-1}\frac{\mathrm{Re}_{vc}}{\mathrm{Re}_{v0}}\,ds \quad \cdots\cdots (3.8)$$

を得る。差の形で表わすと

$$A_v=1-\frac{2}{\pi}\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta S_i}{S_0}\sin^{-1}\frac{\mathrm{Re}_{vc}}{\mathrm{Re}_{v0i}} \quad\cdots\cdots(3.9)$$

となる。

以上は，潮流が常に準定常状態にあるとみなした場合に成り立つと考えられる。

力学的相似が成り立つ場合には，式(2.4)より，鉛直レイノルズ数の比は

$$\mathrm{Re}_{vr}=\frac{u_r h_r}{\nu_r}=\frac{h_r^{3/2}}{\nu_r} \quad\cdots\cdots(3.10)$$

で表わされる。$\varepsilon_r=1$ ならば，式(2.5)および(2.8)より

$$\mathrm{Re}_{vr}=\frac{x_r}{\nu_r} \quad\cdots\cdots(3.11)$$

となる。原型の値に添字 p, 模型の値に m をつけることにすれば，

$$\mathrm{Re}_{vr}=\frac{\mathrm{Re}_{vp}}{\mathrm{Re}_{vm}} \quad\cdots\cdots(3.12)$$

であるから，模型内の Re_{v0} すなわち Re_{v0m} は，原型の Re_{v0} すなわち Re_{v0p} から

$$\mathrm{Re}_{v0m}=\frac{\mathrm{Re}_{v0p}}{\mathrm{Re}_{vr}} \quad\cdots\cdots(3.13)$$

により求めることができる。

限界レイノルズ数 Re_{vc} については，普通500～2000といわれているが，海岸・海底地形の複雑な場合には，最低値500を採用してよいと考えられる。

$\Delta S_i/S_0$ については，模型が幾何学的に相似であるから，数値としては原型の値をそのまま使用できる。

以上により，式(3.9)は，対象海域(原型) の水深と最大流速の分布がわかれば計算することができる。

(b) 水平レイノルズ数からみた乱流度

鉛直に平均した流速を u, 潮流の最大流動距離（憩流からつぎの憩流までに流下する距離）を l_0, 水の動粘性係数を ν で表わせば，水平レイノルズ数は

$$\mathrm{Re}_h=\frac{u_0 l_0}{\nu} \quad\cdots\cdots(3.14)$$

で表わされる。

前と同様に，流れが正弦的に変化するとすると

$$l_0=u_0\cdot\frac{2}{\pi}\cdot\frac{T}{2}=\frac{u_0 T}{\pi} \quad\cdots\cdots(3.15)$$

と書けるから，式(3.14)は

$$\mathrm{Re}_h=\frac{u_0^2 T}{\nu\pi} \quad\cdots\cdots(3.16)$$

となる。これを時間的に最大のレイノルズ数とみると，その時間的変化は

$$\mathrm{Re}_h=\frac{u_0^2 T}{\nu\pi}\sin^2\frac{2\pi}{T}t \quad\cdots\cdots(3.17)$$

$$=\mathrm{Re}_{h0}\sin^2\frac{2\pi}{T}t$$

となる (**Fig. 3**)。前と同様に考えると，$\mathrm{Re}_h>\mathrm{Re}_{hc}$ なる期間の割合は，

$$a_h=1-\frac{4t_c}{T} \quad\cdots\cdots(3.18)$$

である。限界レイノルズ数に達する時刻 t_c は

$$\mathrm{Re}_{hc}=\mathrm{Re}_{h0}\sin^2\frac{2\pi}{T}t_c \quad\cdots\cdots(3.19)$$

より

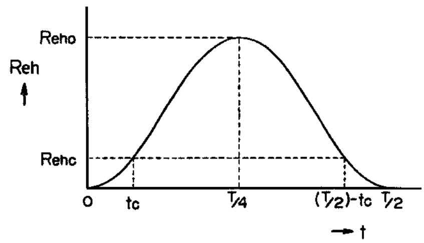

Fig. 3 Time change of horizontal Reynolds number.

$$t_c=\frac{T}{2\pi}\sin^{-1}\left(\frac{\mathrm{Re}_{hc}}{\mathrm{Re}_{h0}}\right)^{1/2} \quad\cdots\cdots(3.20)$$

となり，式(3.18)に代入すれば

$$a_h=1-\frac{2}{\pi}\sin^{-1}\left(\frac{\mathrm{Re}_{hc}}{\mathrm{Re}_{h0}}\right)^{1/2} \quad\cdots\cdots(3.21)$$

となる (**Fig. 4**)。この場合の限界レイノルズ数 Re_{hc} は前のもの Re_{vc} とは異なる。

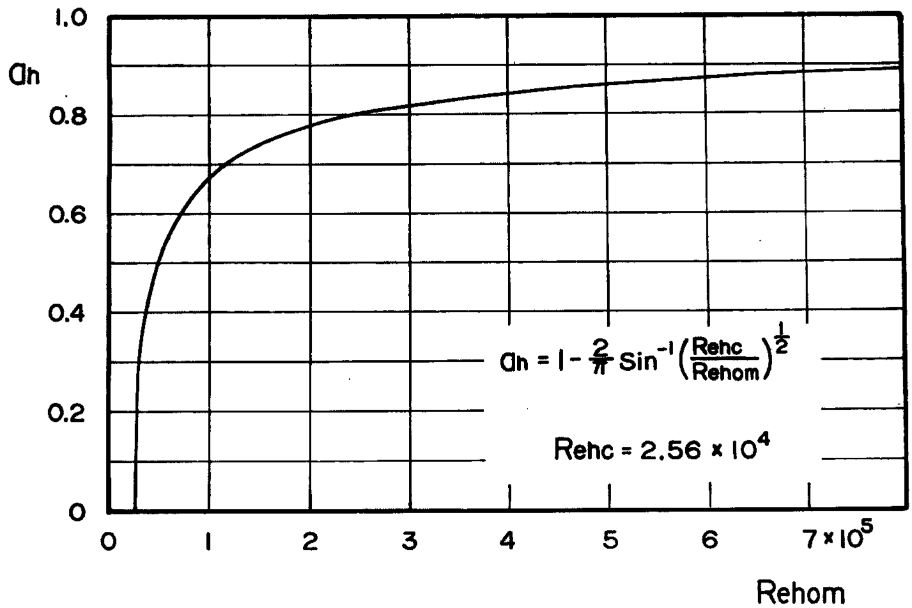

Fig. 4 Rate of turbulence through horizontal Reynolds number versus maximum value.

平均乱流度は

$$A_h=1-\frac{2}{\pi S_0}\int_0^{S_0}\sin^{-1}\left(\frac{\mathrm{Re}_{hc}}{\mathrm{Re}_{h0}}\right)^{1/2}ds \quad\cdots\cdots(3.22)$$

となり，差の形で表わすと

$$A_h=1-\frac{2}{\pi}\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta S_i}{S_0}\sin^{-1}\left(\frac{\mathrm{Re}_{hc}}{\mathrm{Re}_{h0i}}\right)^{1/2} \quad\cdots\cdots(3.23)$$

となる。

力学的相似が成り立つ場合には，水平レイノルズ数の比は

$$\mathrm{Re}_{hr}=\frac{h_r^{1/2}x_r}{\nu_r} \qquad (3.24)$$

であり，$\varepsilon_r=1$ の場合には

$$\mathrm{Re}_{hr}=\frac{x_r^{4/3}}{\nu_r} \qquad (3.25)$$

となる。

前と同様に，模型内のレイノルズ数は

$$\mathrm{Re}_{h0m}=\frac{\mathrm{Re}_{h0p}}{\mathrm{Re}_{hr}} \qquad (3.26)$$

により，原型のレイノルズ数から求めることができる。

限界レイノルズ数 Re_{hc} について，Collins[3] は実験の結果 2.56×10^4 を与えている。

以上により，式(3.23)は，対象海域（原型）の最大流速の分布と潮汐の周期がわかれば計算することができる。

4. あとがき

以上，長さの代表値として，水深を用いた鉛直レイノルズ数と，潮流の最大流動距離を用いた水平レイノルズ数とを指標として，模型内のレイノルズ数が，それぞれ（鉛直および水平）の限界レイノルズ数より大きい期間の時間的割合の空間平均を，平均乱流度と仮称し，潮流模型における乱流度を求める方法を考えてみた。

潮流による拡散を取り扱かう水理模型実験において，なるべく小さい規模の現象に至るまで再現性を期待するためには，できるだけここに述べた平均乱流度の高い模型を用いる必要があるだろう。

参考文献

1）速水頌一郎・樋口明生・吉田幸三：潮流を含む水理模型実験の相似性について，京都大学防災研究所年報第2号，1958, pp. 83-95.

2）樋口明生・杉本隆成：潮流による拡散の水理模型実験について（II），京都大学防災研究所年報第11号B，1968, pp. 451-435.

3）Collins, J. I.: Inception of trubulence at the bed under periodic gravity waves, Journal of Geophsical Research, vol. 68, No. 21, 1963, pp. 6007-6014.