

河道の変動に関する研究(3)

— 流路変動の一次元解析と蛇行流路の形成過程 —

村本 嘉雄・田中 修市・藤田 裕一郎

STUDIES ON FLUVIAL PROCESS OF STREAM CHANNELS (3)

— One-dimensional Analysis of Channel Process and Characteristics
of Self-formed Meandering Channels —

By *Yoshio MURAMOTO, Shūichi TANAKA and Yūichiro FUJITA*

Synopsis

In the first half of this paper, we describe applicability of the one-dimensional analytical model of channel process with bank erosion, which was developed in the previous paper²⁾, and a theoretical consideration of the stability of channel process by the use of fundamental equations of flow and sedimentation. From comparison between the analytical results and experimental ones under various flow and boundary conditions as shown in Table 1, it was concluded that the one-dimensional analytical model is applicable to an uniform and a nonuniform channel widening process without meandering pattern by the use of a modified expression of sediment supply due to bank erosion and an assumption on criteria of channel widening at initiation of bed degradation. The results of the stability analysis show that the sediment supply due to bank erosion gives no serious influence upon the stability of channel process in the case of the present experiment.

In the second half, geometrical and kinematical characteristics of bars in alluvial channels and development of meandering are discussed on the basis of experimental results. As relationships among width (B), length (L_B), height (Z_B) and migration velocity (V_B) of bars, $L_B \propto B$ and $Z_B \propto L_B$ were obtained from those observed here and by other investigators in various alluvial channels and rivers, and $V_B \propto Q_B L_B^{-2}$ was derived by the use of the above relations and an expression of sediment transport rate $Q_B \propto B Z_B V_B$. Furthermore, relationship on wave length of self-formed meandering channel to flow discharge was derived in consideration of development and migration of bars at a given point in the channel and relation between flow and sediment transport rate.

1. 緒 言

河道の変動に関する問題としては、流域における河道網の形態と発達、扇状地における河道の変遷など場における河道の形成過程を対象とする場合と流出土砂と堆積土砂の多い山地部、下流部、河口部などの河道区間ににおける流路の変遷あるいは洪水時における流心線、水衝部の変化など河道内の現象を対象する場合とがって、また、これらの現象は長期的な変動と洪水時などの短期の現象に大別される。しかし、いづれの問題においても側方侵食を伴なう流路の変動現象が最も一般的であって、その基本特性を把握することが重要と考えられる。こうした考えから著者らは大型水路を用いて比較的単純な条件下で実験を行ない、主として流路の変動過程とその機構の解明を目的として測定結果の検討ならびに水理学的考察を行なってきた^{1), 2)}。

前報では、河道の河床低下区間に形成される安定流路に注目して、流路形状および河床砂の粒度分布の変

化の特徴を明らかにするとともに流路の安定形状について静的平衡状態の関係式の適合性を検討し、また、安定流路の形成過程については拡幅とともに河床変動の一次元解析を試み、流下方向に拡幅量が一様な場合と変化する場合の理論式の適合性と解析上の問題点を明らかにした。本論文では、前報に示した流路変動の基礎式のうち側岸侵食量式に若干の修正を加え、かつ河床低下時に拡幅が停止するという仮定を与えた場合の解析を行ない、その適用性を各種の条件下の実験結果から検討する。また、砂礫堆および蛇行流路の形成に関連して、側岸からの給砂量あるいは側岸侵食条件が流路変動の安定性に及ぼす影響を線形安定論の手法を用いて考察するとともに砂礫堆の特性量の時間的変化および特性量間の関係、蛇行の形成機構と発生条件などを測定結果から検討する。

2. 流路変動の一次元解析

2.1 流路変動の基礎式と解析上の仮定

流路が広幅の長方形断面からなると考え、流路幅 B と初期河床を基準とした平均河床高 z の変化に注目して流路変動の解析を行なう。解析に用いる基礎式として、前報では定常流の式を用いたが、ここでは 2.3 に述べる流路変動の安定性に関する考察のために非定常状態の流れの式を用い、かつ側岸侵食量式に若干の修正を加えて基礎式を列記するとつぎのようである。

流れの連続式、運動方程式および平均流速式としてそれぞれ

$$\frac{\partial(Bh)}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{U_*^2}{gh} = I_e = I_0 - \frac{\partial z}{\partial x} - \left(1 - \beta \frac{U^2}{gh}\right) \frac{\partial h}{\partial x} + \beta \frac{U^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{1}{gBh} \frac{\partial Q}{\partial t} + 2\beta \frac{Q}{gB^2h^2} \frac{\partial Bh}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$U = Q/Bh = CU_* \quad \dots \dots \dots (3)$$

を用いる。ただし、 Q : 流量、 h : 平均水深、 U : 平均流速、 U_* : 平均摩擦速度、 I_e : エネルギーこう配、 I_0 : 初期の河床こう配、 β : 運動量補正係数、 C : 流速係数である。一方、流路変動の連続式、流砂量式および側岸侵食量式をそれぞれつぎのように表わす。

$$B \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial Q_B}{\partial x} = q_s \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$q_s = \frac{1-\lambda_b}{1-\lambda} \frac{\partial B}{\partial t} (D-z) \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$Q_B = BMU_*(U_*^2 - U_{*c}^2)^m, \quad M = M_1 \{(\sigma/\rho-1)g\}^{-m} d^{1-m} \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$q_s = \frac{1-\lambda_b}{1-\lambda} NU_* (U_*^2 - U_{*c}^2)^n, \quad U_{*s} = \varepsilon U_*, \quad N = N_1 \{(\sigma/\rho-1)g\}^{-n} d_m^{1-n} \quad \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 Q_B : 全幅の流砂量、 q_s : 側岸からの供給土砂量、 λ, λ_b : 河床砂および側岸砂の空隙率の 1/100 の値、 σ/ρ : 砂の比重、 g : 重力加速度、 d_m : 土砂の平均粒径、 U_{*c} : 土砂の移動限界摩擦速度、 $M_1, N_1, m, n, \varepsilon$: 定数である。

前報の解析では、(7) 式の定数を $\varepsilon=1, N_1=20, n=2$ としたが、側岸付近における摩擦速度の減少を考えて、 $\varepsilon=0.75$ と仮定し、他の定数を実験値から求めると $N_1=5, n=1$ となる。また、本実験の場合、 $d_m=0.87$ mm, $U_{*c}=2.19$ cm/sec, $\lambda=0.40, \lambda_b=0.45, \sigma/\rho=2.65, M_1=10, m=1, C=12 \sim 14$ である。

流路の変動過程の解析に際しては、(2) 式を

$$U_*^2/gh = I_e = I_0 - \partial z / \partial x \quad \dots \dots \dots (7)'$$

と近似し、 $\eta=(D-z)/D, b=B/B_0, i=I_e/I_0$ を用いて基礎式を整理するとつぎのようになる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = K_0 \frac{1 - \gamma_0 b^{2/3} i^{-2/3}/3}{b} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \alpha \frac{\eta}{b} \frac{\partial b}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} = P_0 (ib^{-1})^{(2n+1)/3} (\varepsilon^2 - \gamma_0 b^{2/3} i^{-2/3})^n \eta^{-1} \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$K_0 = \frac{10Q}{(1-\lambda)(\sigma/\rho-1)CB_0}, \quad P_0 = \frac{\varepsilon N_1 U_{*0}^{s+1} d_m^{-1}}{B_0 D}, \quad U_{*0} = \left(\frac{g Q I_0}{C B_0} \right)^{1/3}$$

$$\gamma_0 = \left(\frac{U_{*c}}{U_{*n}} \right)^2, \quad \alpha = -\frac{1-\lambda_b}{1-\lambda}$$

であって、添字 0 は初期値を表わす。また、流下方向に拡幅量が一様な場合は、(8) および (9) 式より

$$t = \frac{1}{P_0} \int_1^b \frac{b^{(2n+1-3\alpha)/3}}{(\varepsilon^2 - I_0 b^{2/3})^n} db \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

が得られる。

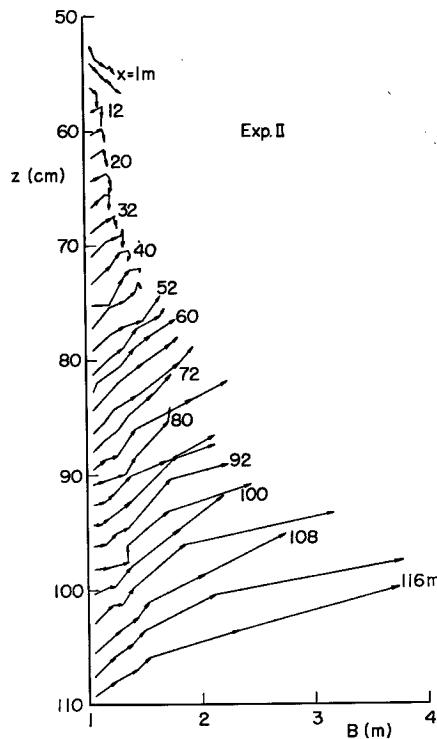


Fig. 1 Comparison of channel widening with variation of bed elevation at each different sections

一方、これまで行なった実験結果から河床高と流路幅の変化との対応関係を調べた一例を示すと Fig. 1 のようになる。上流部においては、河床低下の開始とほぼ同時に拡幅が停止し、順次下流へ伝播していくのが認められる。この現象は水際での緩慢な水位変化と側岸付近の形状に關係する現象であって、河床上昇時には安息角を越えた側岸高まで浸水するので側岸侵食が進行し、逆に河床低下時には安息角以下の範囲へ水際が後退することによって侵食が停止する。こうした水際付近の現象は上述の基礎式に加味されていないので、河床低下に基づく拡幅の停止限界を別途に仮定する必要がある。そこで、河床低下の開始時点で拡幅が停止するという仮定、すなわち(8)～(10)式の計算過程で

$$\partial\eta/\partial t > 0 \quad \text{で} \quad \partial b/\partial t = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

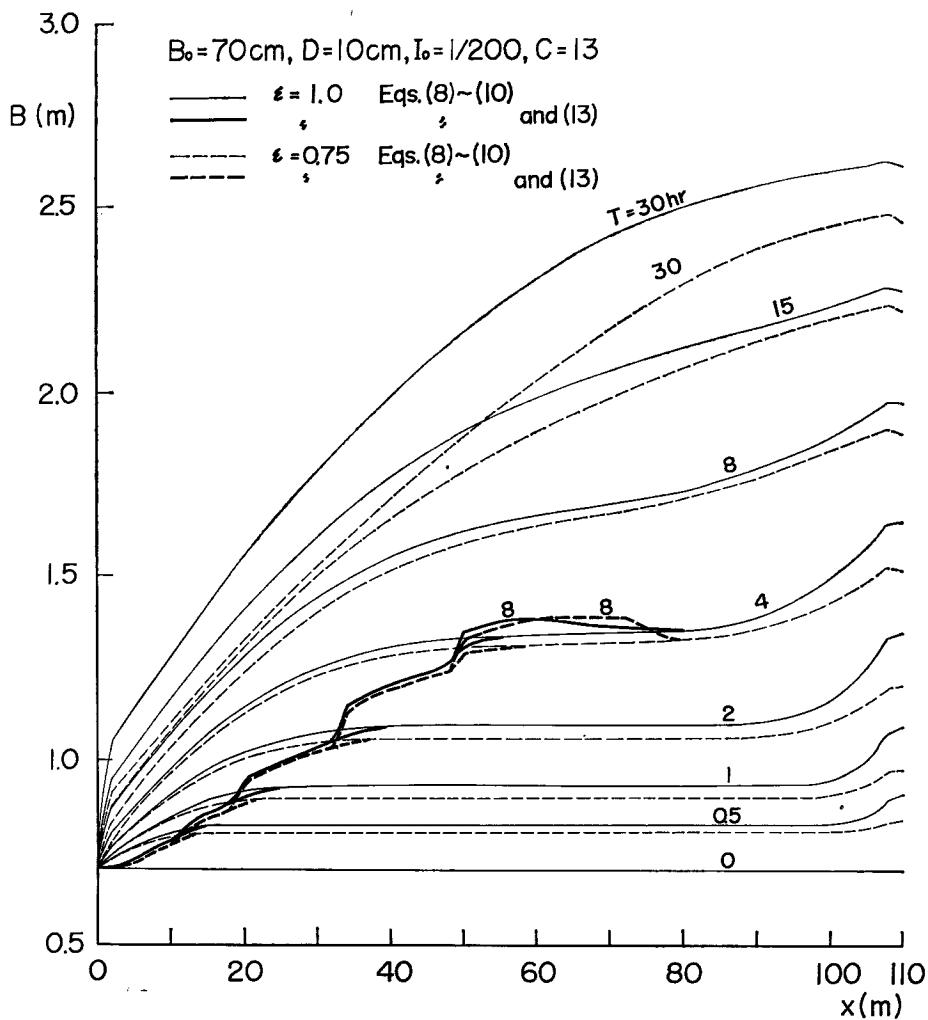


Fig. 2 Comparison of theoretical curves of channel widenning process included different analyticla assumptions.

の条件を考慮する。

Fig. 2 は (8)～(10) 式で $\epsilon=1$ あるいは $\epsilon=0.75$ として流路幅の変化を計算した結果の一例であって、(13)式の条件を用いた場合に変化する範囲は太線で示されている。計算条件は図に示す水理条件で、上流からの給砂がなく、下流端の河床高一定の場合である。 $\epsilon=0.75$ の場合の拡幅は $T=8\text{hr}$ まで $\epsilon=1.0$ の場合とほぼ平行して進み、 $T=15\text{hr}$ 以降で上流部における両者の差が顕著になっている。また、(13)式の条件を用いた場合は、上流からの拡幅停止速度は低減するが、 $T=8\text{hr}$ 以降で拡幅を生じないという結果になっている。

2.2 計算値と実験値との比較

本研究でこれまで行なった実験の条件を一括して Table 1 に示す。これらの実験のうち Exp I-1, II, III, IV および VIII は一様こう配で定常流下の通常の実験であって、流路の断面寸法と流量条件だけ変化させている。その他のケースは特殊な条件を与えたもので、Exp. V と VI は二段変こう配の実験、Exp. I-2 と

Table 1 Experimental conditions.

Exp. No.	Cross Section of Channel (Trapezoidal Shape)			Bed Slope	Discharge (l/sec)	Flow Duration (hr-min)	Notation
	Bottom Width (cm)	Side Slope	Depth (cm)				
I-1	100	1: 1	20	1/200	7.5 15.0	100°-00' 30°19'	
I-2							
II	100	1: 1	20	1/200	15.0	28°-41'	
III	50	1: 2	10	1/200	6.0	71°-26'	
IV	50	1: 2	10	1/200	15.0	25°-00'	
V U.R. D.R.	50	1: 2	10	1/200 1/500	6.0	55°-30'	Two Step Slope
VI U.R. D.R.	50	1: 2	10	1/200 1/500	15.0	37°-30'	Two Step Slope
VII	50	1: 2	10	1/200	6.0~30.0	31°-00'	Varying Flow
VIII	25	1: 2	5	1/200	5.0	22°-00'	
IX	50	1: 2	10	1/200	15.0	30°-00'	Left Side: loose Right Side: rigid

U.S.: Upstream Reach ($x=0 \sim 60$ m), D.S.: Downstream Reach ($x=60 \sim 110$ m)

VII はそれぞれ 2 段階および 7 段階の流量変化を与えた実験, Exp. IX は流路の右岸側に実験砂をはりつけたトタン板を設置し, 左岸だけ侵食可能な実験である。なお, どの実験も上流端では流入角 0, 細砂のない状態であって, Exp. I-1 と I-2 以外のケースは下流端の河床高一定で段落ちの状態にしてある。また, いづれの実験も初期状態では全長にわたって $U_{*e} > U_{*c}$ であって, Exp. VI 以外のケースは通水中に水があふれない流量条件になっている。この条件は前項の考察から

$$CB U_{*e}^3 b / gI_0 > Q > (gC^2 B_0^2 I_0 D^3)^{1/2} b^{-3/2}$$

あるいは

$$CB_0 U_{*e}^3 / gI_0 > Q > CDB_0 U_{*e}$$

で近似的に表わされる。

まず, 実験値と(8)~(10)式で $\epsilon=1.0$ の場合の計算値とを比較した結果は, 前報で示したように, 通水初期では全長にわたって両者はほぼ一致し, 流路中流部の河床高および流路幅の変化は一様拡幅状態の(11)および(12)式で近似的に表わされる。とくに, Exp. VII の流量の上昇段階では, 各流量の初期過程が接続した状態が観察されたが, 流路幅の測定値と計算値とを比較すると Fig. 3 のようになる。Fig. 3 の実線は各流量について(12)式から計算した定常流としての拡幅過程を示しており, 鎮線は下図の流量, 繼続時間および各段階の初期幅に対応させて(12)式から求めたものである。また, $Q=20 l/s$ の最終時点 ($T=15$ hr) の流路幅は, つぎの流量段階 $Q=10 l/s$ における流路幅の極限値を上まわるので, それ以降は破線で示したように一定としている。一方, 実験値は河床こう配がほぼ一定に保持される中流区間 $x=44 \sim 80$ mm の平均値であって, $T=15$ hr まで計算値とよく一致している。 $T=15$ hr 以後では, 3.1 で述べるように顕著な蛇行流路が形成され, 流路の拡幅の進行より流心線の変化が卓越し, $Q=6 l/s$ の最終時点ではいわゆる網状流路の形態になる。なお, $T=0 \sim 15$ hr の平均流量は $14 l/s$ であって, 階段流量による拡幅量が平均流量のそれより大きいことがわかる。

つぎに, 安定流路の形成される区間について, 上述の補正計算の適合性を検討する。Fig. 4 は Exp. II お

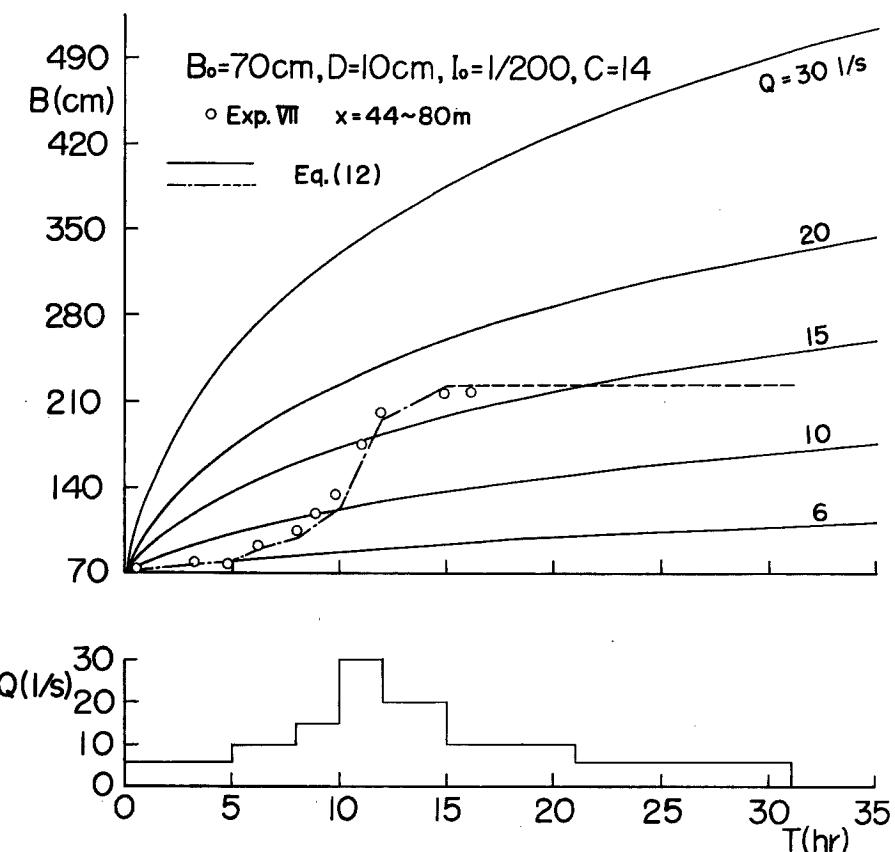


Fig. 3 Comparison of observed values with theoretical curves of channel widening under varying flow as shown in figure.

より Exp. I-2 の $x=40\text{ m}$ の断面における流路幅および河床高の測定値と計算値とを比較したので、計算値としては、(11)、(12) 式で $\epsilon=1$ とした場合（鎖線）、(8)～(10) 式で $\epsilon=1.0$ （実線）あるいは $\epsilon=0.75$ （破線）とし、境界条件を考慮して計算した場合および両者について(13)式の条件を用いた場合が示してある。実験値は時間の経過とともに一様拡幅の計算値より下方にはづれ、また、(8)～(10)式で $\epsilon=0.75$ とした計算値より下まわり、(13)式の条件を与えた場合の計算値に対応している。

安定区間の他の断面について比較した結果も同様であって、一例として $Q=15\text{l/s}$ で行なったすべての実験ケースの最終時点における流路幅と(8)～(10)式および(13)式から計算される流路幅の極限値とを比較すると Fig. 5 のようになる。計算値は両岸侵食の場合および片側侵食の場合ともに安定流路の区間に実験値とほぼ一致している。なお、計算値が滑らかでないのは、前報で述べた安定条件で Δt , Δx を決めたためであって、(13)式の条件を用いる場合には $\partial\eta/\partial t=0$ 付近で、差分を小さくとする必要がある。また、計算値と Exp. I-2 および Exp. VI の実験値の傾向が少し異なるのは、それぞれ初期流量および下流部の条件の影響を計算では考慮していないことによる。

以上の計算値と実験値との比較から(8)～(10)式に(13)式の条件を用いることによって流路の安定区間の現象とほぼ対応する結果が得られることがわかる。しかし、(13)式の条件は、前述のように現象観察結果にもとづく便宜的な仮定であって、厳密には水際における側岸の形状と流れの機構の面から侵食限界を求め

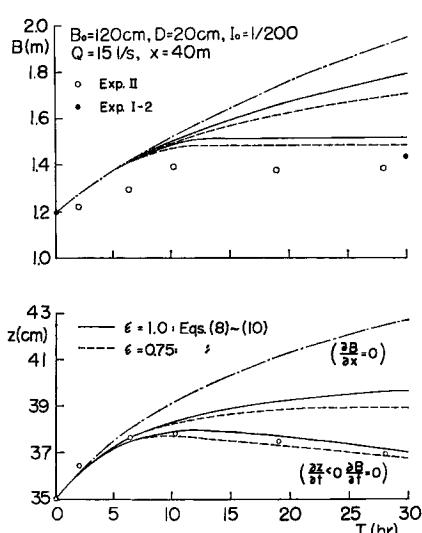


Fig. 4 Comparison of observed values with theoretical curves on variation of channel bed and width with time.

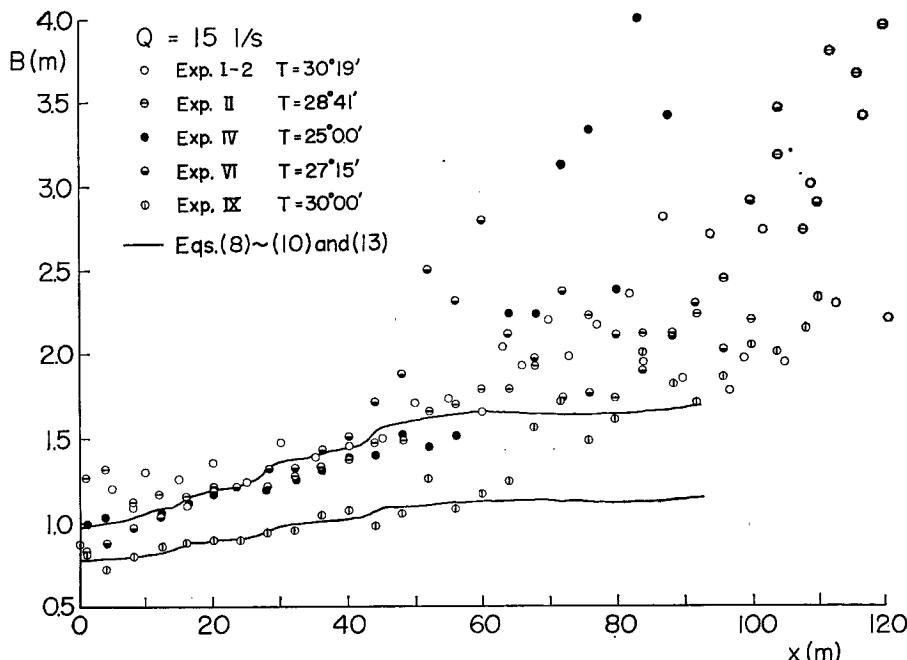


Fig. 5 Comparison of observed values of channel width at final stage with theoretical curves of self-formed stable channel in absence of sand feeding.

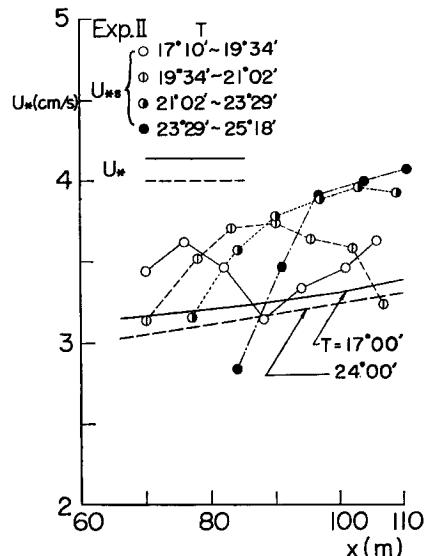


Fig. 6 Comparison between mean shear velocity U_* calculated from Eqs. (8)~(10) and local shear velocity U_{**} estimated from bank erosion rate in meandering reach.

る必要があろう。また、拡幅停止後は、前報で詳述したように河床砂の粗粒化現象と対応させて河床低下の進行を計算する必要があるが、拡幅停止時とその時点における河床の粒度構成および、断面形状が不確定で

あって、現状では解析がむずかしい。一方、Fig. 5 に示した $x=50\text{ m}$ より下流区間のように流路の蛇曲によって拡幅が進行する場合には、側岸に沿って摩擦速度の変化を考慮する必要がある。Fig. 6 は Exp. II の蛇行区間における断面平均の摩擦速度 U_* と側岸の摩擦速度の推算値 U_{**} を比較した一例であって、 U_* は(8)～(10)式と $U_* = U_{**} b^{-1/3}$ から計算し、 U_{**} は(5)式と(7)式に実測の B, z と $\epsilon=0.75$ の場合の定数を用いて逆算した値である。 U_* はむしろ U_{**} の最小値に近く、 U_{**} の最大値は U_* の 1.1～1.3倍の値を示している。また、 U_{**} の分布は時間的に変化し、かつ U_{**} の最大値は下流方向へ移動する傾向がみられる。こうした U_{**} の変化は砂礫堆の形状変化と移動に対応しており、それらの特性については 3.3 で詳述する。

2.3 流路変動の安定性に関する考察

近年、各種スケールの河床形態の発生条件を求めるために、河床変動の基礎式を用いて線形安定論にもとづく解析が数多く行なわれている。本項でも、同様の手法を用いて 2.1 に示した基礎式から流路変動の安定性を検討してみる。流路の変動過程では、固定側壁の場合と比較して側岸侵食土砂の流入と流路幅の変動の影響が加わる。ここでは、これらの影響だけを検討するために河床形状による流れおよび流砂の特性の変化、流速と流砂量の間の位相差など従来の安定論で導入されている特別な条件を考慮せずに変動の安定条件を導く。

(1)～(7)式の基礎式に含まれている各水理量に関して、等流状態からの変動分、

$$B=B_n+B', \quad z=z' \quad h=h_n+h', \quad Q=Q_n+Q', \quad U_*=U_{**}+U'_*, \dots$$

を考える。これらを(1)～(7)式に代入し、変動分の二次以上の項を無視する。また、代表長として水平方向 B_n 、鉛直方向 h_n をとり、変数および水理量を

$$\frac{x}{B_n}=\xi, \quad \frac{Q_{Bn}t}{(1-\lambda)B_n^2h_n}=\tau, \quad \frac{B'}{B_n}=\tilde{B}, \quad \frac{z'}{h_n}=z, \quad \frac{h'}{h_n}=\tilde{h}, \quad \frac{U'_*}{U_{**}}=\tilde{U}_*, \quad \frac{Q'}{Q_n}=\tilde{Q}, \dots$$

のように無次元して表わし、基礎式を整理するとつぎのようになる。ただし、(7)式は $\epsilon=1$ の場合を用いている。

$$C_n \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \tau} \right) + \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial \xi} = 0 \quad (14)$$

$$I_n (2\tilde{U}_* - \tilde{h}) = - \frac{h_n}{B_n} \frac{\partial z}{\partial \xi} - C_n F_n^2 \frac{h_n}{B_n} \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial \tau} + \frac{2\beta}{g} C_n F_n^2 \frac{h_n}{B_n} \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \tau} \right) \\ - (1 - \beta F_n^2) \frac{h_n}{B_n} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \xi} + \beta F_n^2 \frac{h_n}{B_n} \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \xi} \quad (15)$$

$$\tilde{U}_* = \tilde{Q} - \tilde{B} - \tilde{h} \quad (16)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \xi} + [m]_n \frac{\partial \tilde{U}_*}{\partial \xi} = S_n [n]_n \tilde{U}_* \quad (17)$$

$$\frac{\partial \tilde{B}}{\partial \tau} = \alpha S_n (z + [n]_n \tilde{U}_*) \quad (18)$$

ここに、

$$C_n = Q_{Bn} / (1 - \lambda) Q_n, \quad S_n = (1 - \lambda) q_{sn} B_n / Q_{Bn}, \quad F_n^2 = U_n^2 / gh_n$$

$$[j]_n = 2j + 1 + 2j\gamma_n / (1 - \gamma_n), \quad j = m, n, \quad \gamma_n = (U_{**}/U_{**})^2$$

である。上式より、 $\tilde{Q}, \tilde{z}, \tilde{U}_*$ を消去すると、

$$\frac{\partial^3 \tilde{B}}{\partial \tau^2 \partial \xi} + \alpha S_n \left\{ \frac{\partial^2 \tilde{B}}{\partial \xi^2} - \left([m]_n \frac{\partial}{\partial \xi} - [n]_n \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \left(C_n \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} \right) (\tilde{h} + \tilde{B}) \right\} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial^3 \tilde{B}}{\partial \xi^3} - \left\{ \left([m]_n \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - S_n [n]_n \frac{\partial}{\partial \xi} - 2I_n \frac{B_n}{h_n} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \left(C_n \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} \right) \right. \\ \left. - F_n^2 \left(C_n^2 \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} + 2\beta C_n \frac{\partial^3}{\partial \tau^2 \partial \xi} + \beta \frac{\partial^3}{\partial \tau \partial \xi^2} \right) \right\} (\tilde{h} + \tilde{B}) - \left(\frac{\partial^3}{\partial \tau \partial \xi^2} - I_n \frac{B_n}{h_n} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \xi} \right) \tilde{h} = 0 \\ \dots \quad (20)$$

となる。

以上より、(19) と (20) 式の \tilde{h} , \tilde{B} に波動関数を仮定することによって変動の安定性が検討できる。しかし、式が複雑になるので、以下では $Q_n \gg Q_{Bn}$ の場合、すなわち、(19) と (20) 式で C_n を含む項を無視できる場合について述べる。

まず、側岸からの流入土砂の影響だけを考えると、 $\tilde{B}=0$ であって、(20) 式のみ条件式となり

$$\left\{ [m]_n \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - S_n[n]_n \frac{\partial}{\partial \xi} - 3I_n \frac{B_n}{h_n} \frac{\partial}{\partial \tau} + (1 - \beta F_n^2) \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \xi} \right\} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \xi} = 0 \quad (21)$$

が得られる。上式の \tilde{h} に振幅 ϕ , 波数 k の複素波動関数

$$\tilde{h} = \phi \exp(\gamma \tau + ik\xi), \quad \gamma = \gamma_1 + i\gamma_2 \quad (22)$$

を代入し、変動の増幅率 $\mu = \gamma_1$, 伝播速度 $\omega = -\gamma_2/k$ を求めるとつぎのようになる。

$$\mu = -\frac{1}{P_n} \left\{ 3[m]_n I_n \frac{B_n}{h_n} + (\beta F_n^2 - 1)[n]_n S_n \right\} k^2 \quad (23)$$

$$\omega = \frac{1}{P_n} \left\{ [m]_n (1 - \beta F_n^2) k^2 + 3I_n \frac{B_n}{h_n} [n]_n S_n \right\} \quad (24)$$

ただし、

$$P_n = 9(I_n B_n / h_n)^2 + (\beta F_n^2 - 1)^2 k^2$$

(23), (24) 式より、 S_n , すなわち側岸からの給砂は他の条件を一定すると、変動の伝播速度を増大させる効果をもち、増幅率に対しては $F_n^2 < 1/\beta$ で増幅、 $F_n^2 > 1/\beta$ では減衰作用をもつことがわかる。また、 $S_n = 0$ の場合は、 $F_n^2 \equiv 1/\beta$ に対して、 $\omega \equiv 0$, かつ常に $\mu < 0$ (安定) という周知の関係が得られる。一方、 $S_n \neq 0$ では、

$$\mu \not\equiv 0; \quad F_n^2 \not\equiv \frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{3[m]_n I_n B_n}{[n]_n h_n S_n} \right) \quad (25)$$

$$\omega \not\equiv 0; \quad F_n^2 \not\equiv \frac{1}{\beta} \left(1 + \frac{3[n]_n I_n B_n S_n}{[m]_n h_n k^2} \right) \quad (26)$$

の関係にあるので、

$$F_n < \sqrt{\left(1 - \frac{3[m]_n I_n B_n}{[n]_n h_n S_n} \right) / \beta} \quad (27)$$

の場合に $\mu > 0$, $\omega > 0$ となる。すなわち、側岸からの給砂の影響によって常流状態で下流方向へ伝播する擾乱が発達する可能性がある。しかし、(25) 式から

$$S_n > \frac{3[m]_n I_n B_n}{[n]_n h_n} \quad \text{あるいは} \quad \frac{q_{S_n}}{q_{Bn}} > \frac{3[m]_n I_n B_n}{(1-\lambda)[n]_n h_n} \quad (28)$$

の必要がある。Table 1 に示した実験のうち主なものについて、初期（等流）状態の値を示すと、Table 2

Table 2 Experimental values of flow and sediment factors at initial stage.

Exp. No.	h_n (cm)	F_n^2	q_{Bn} ($10^{-1} \text{cm}^2/\text{sec}$)	q_{S_n} ($10^{-2} \text{cm}^2/\text{sec}$)	C_n (10^{-3})	S_n (10^{-2})	$[m]_n$	$[n]_n$
I-1	1.95	0.744	0.91	0.56	2.10	3.69	5.02	9.03
II	2.93	0.864	2.26	2.81	2.67	7.46	3.99	6.99
III	2.52	0.756	1.65	1.61	2.76	5.85	4.26	7.53
IV	4.29	0.851	4.58	9.52	3.42	12.47	3.59	6.19
V(D.R.)	3.27	0.328	0.25	0.05	0.44	1.20	8.97	16.94
VI(D.R.)	5.58	0.354	1.26	1.00	1.01	4.76	4.56	8.12

のようであって、Exp. VI を除いて(28)式の条件を満足しない。また、Exp. VI の場合も(27)式の条件を充足せず、結局、本実験の条件ではいづれの場合も側岸流入土砂は変動の安定性に関係しないという結果になる。

つぎに、 $\tilde{B} \neq 0$ の場合を検討するために、上と同様に (19), (20) 式に

$$\tilde{h} = \phi_1 \exp(\gamma\tau + ik\xi), \quad \tilde{B} = \phi_2 \exp(\gamma\tau + ik\xi) \dots \dots \dots \quad (29)$$

を代入し、 ϕ_1, ϕ_2 を消去すると、

ただし、

$$\begin{aligned} A_1 &= 3I_n B_n/h_n - (1-\beta F_n^2) ki \\ A_2 &= \alpha S_n [n]_n I_n B_n/h_n + [m]_n k^2 + (1-\alpha) S_n [n]_n ki \\ A_3 &= \alpha S_n \{([n]_n - [m]_n + 1 - \beta F_n^2) k^2 + S_n [n]_n I_n B_n/h_n, \\ &\quad - (S_n [n]_n + [m]_n I_n B_n/h_n - 3I_n B_n/h_n) ki\} \end{aligned}$$

となる。さらに、

$$A_1 = a_1 + b_1 i, \quad A_2 = a_2 + b_2 i, \quad A_3 = a_3 + b_3 i, \quad \sqrt{A_2^2 - 4A_1} A_2 = a_4 + b_4 i$$

とおき、(30) 式より変動の増幅率および伝播速度を求めるところとなる。

$$\mu = \frac{1}{2(a_1^2 + b_1^2)} \{ -(a_1 a_2 + b_1 b_2) \pm (a_1 a_4 + b_1 b_4) \} \quad \dots \dots \dots \quad (31)$$

$$\omega = \frac{k}{2(a_1^2 + b_1^2)} \{a_1 b_2 - a_2 b_1\} \pm (a_1 b_4 - b_1 a_4) \dots \quad (32)$$

(31) 式から変動の安定条件の一般的検討はむづかしいので、Table 2 の数値を用い、 $L/B=5\sim 15$ ($k=0.42\sim 1.5$) の範囲について数値計算して μ を求めた。その結果、Exp. VI 以外ではすべて $\mu < 0$ となり、本実験程度の側岸侵食では流路変動に対する影響は少なく、河床形態の発達には他の要素が関係することになる。しかし、以上は、線形安定論にもとづく解析であって、かつ基底量を等流状態と考えているので、堆積区間でみられる顕著な砂礫堆の発生を説明するにはさらに基底量が時間的に変化する場合の検討も必要であろう。

3. 蛇行流路の形成過程

3.1 砂礫堆と蛇行流路の形成状況

本実験では、Table 1 に示したすべての実験ケースにおいて砂礫堆が発生したが、Exp. I-1～Exp. IV における砂礫堆の発生、発達状況は既報³⁾で詳述した Exp. II の場合で代表されるので、他の実験のうち特徴的なケースについて概述する。

Fig. 7 (a)~(d) は、それぞれ Exp. VI, VII, VIII, IX について砂礫堆の先端の走時曲線を示したもので、蛇行流路を生じた実験については、蛇曲頂部（最大振幅）の位置の変化も示してある。

まず、Exp. VI (Fig. 7 (a)) では、 $x=0\sim60$ m で 1/200, $x=60\sim110$ m で 1/500 の二段こう配に設定しているので、通水初期には $x < 60$ m の区間で砂礫堆が発生し、それが順次下流へ移動するという過程をたどる。砂礫堆の移動速度は時間的に次第に減少するが、下流に比して上流側ほど減速度合が大きく、その結果、砂礫堆の波長は長くなる。他の実験ケースについても波長の伸長は大部分このような機構によって生ずるが、 $T=13\sim17$ hr の $x=60\sim65$ m の区間でみられるように相隣る砂礫堆が次第に近接し、ついには消滅して波長が長くなる場合もあった。一方、蛇行流路は砂礫堆の移動がほぼ停止した状態で発生する。とくに堆積傾向が著しい $x=40\sim50$ m で最初に蛇行が生じ、顕著な蛇曲流路を形成した。なお、流路の縦断形状は $T=7$ hr で遷移部が消え、それ以降の流路こう配の変化は Exp. II～Exp. IV とほぼ同様となる。

つぎに、Exp. VII (Fig. 7 (b)) では、流量の上昇段階で波長が短く、伝播速度の大きい砂礫堆が発生し、

Fig. 3 の拡幅過程と同様に、各流量に対応した初期の砂礫堆の状態が継続している。流量の低下段階では急激に移動速度が減少し、波長が伸びて、 $Q=20 l/s$ の最終時点近くで蛇行流路を発生する。 $Q=10 l/s$ 段階の蛇行の形態は砂礫堆と必ずしも 1 対 1 対応を示さず、 $T=18 \text{ hr}$ の $x=85 \sim 95 \text{ m}$ 区間にみられるように蛇行半波長内に同方向 2 ケの砂礫堆が存在する場合も生ずる。さらにそれ以降では、蛇行形態が不明確になり、流路の分岐および時間的変化が激しくなって網状形態を呈する。このように、流量の低下段階では、 $Q=20 l/s$ で形成された砂礫堆の上に $Q=10 l/s$ と $6 l/s$ の流路が刻まれ、複合した流路形態に至る。しかし、 $Q=6 l/s$ の最終時点においても、平面形状および縦断形状を平滑化してみると $Q=20 l/s$ の河床形態が保持されていた。

また、Exp. V と Exp. VIII (Fig. 7 (c)) では、掃流力が小さく、砂礫堆が発生した時点で拡幅も停止している。 $T=6 \sim 22 \text{ hr}$ の間、砂礫堆の波長と移動速度はほぼ一定しており、河床低下の進行にともなって砂礫堆は高さを減少し、上流から順次消失していく、蛇行の発生をみなかった。なお、この場合の砂礫堆の粒径は他の実験ケースと異なり、大部分が細砂 ($d_m=0.45 \sim 0.60 \text{ mm}$) からなり、側岸は全長にわたって粗粒化した状態であった。

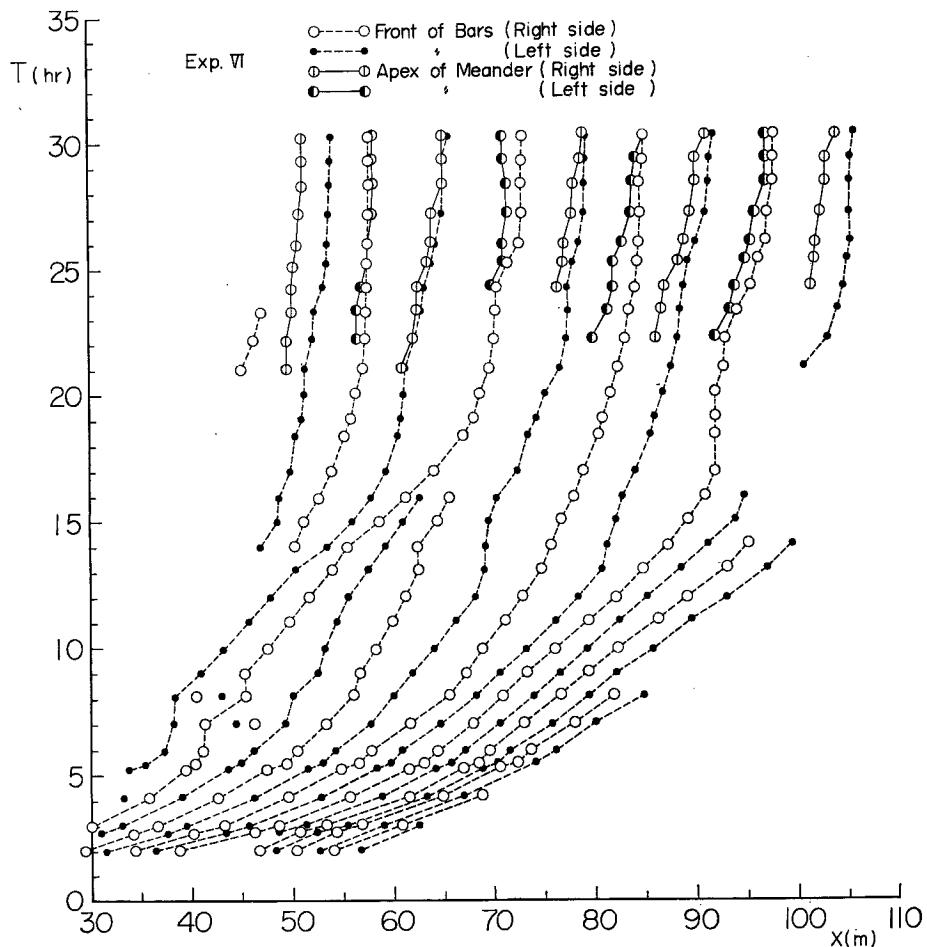
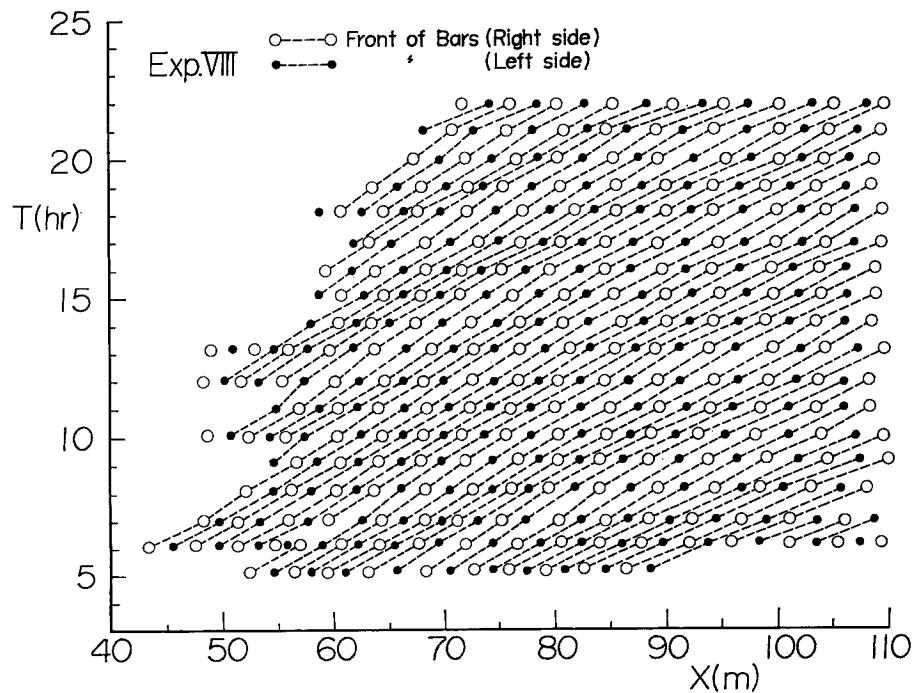
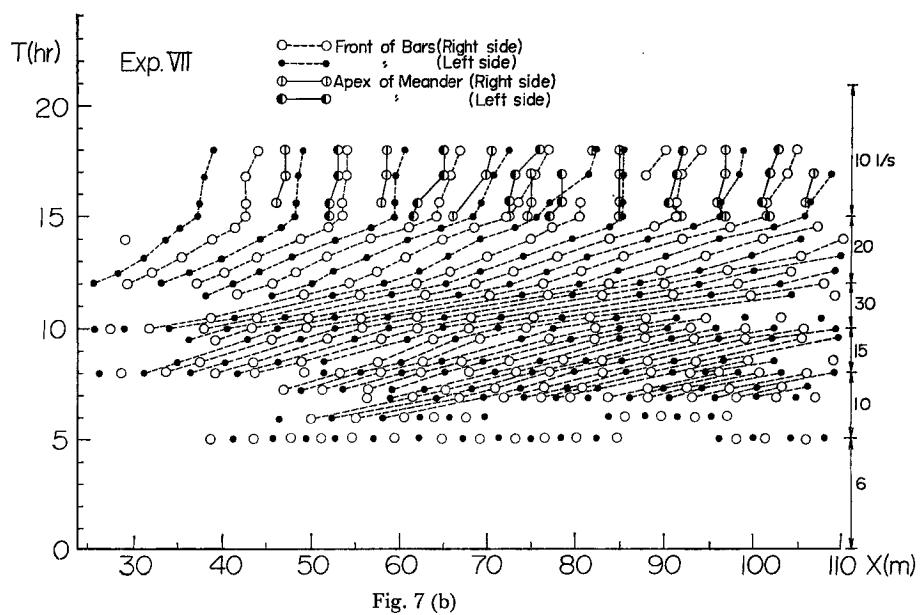


Fig. 7 (a)



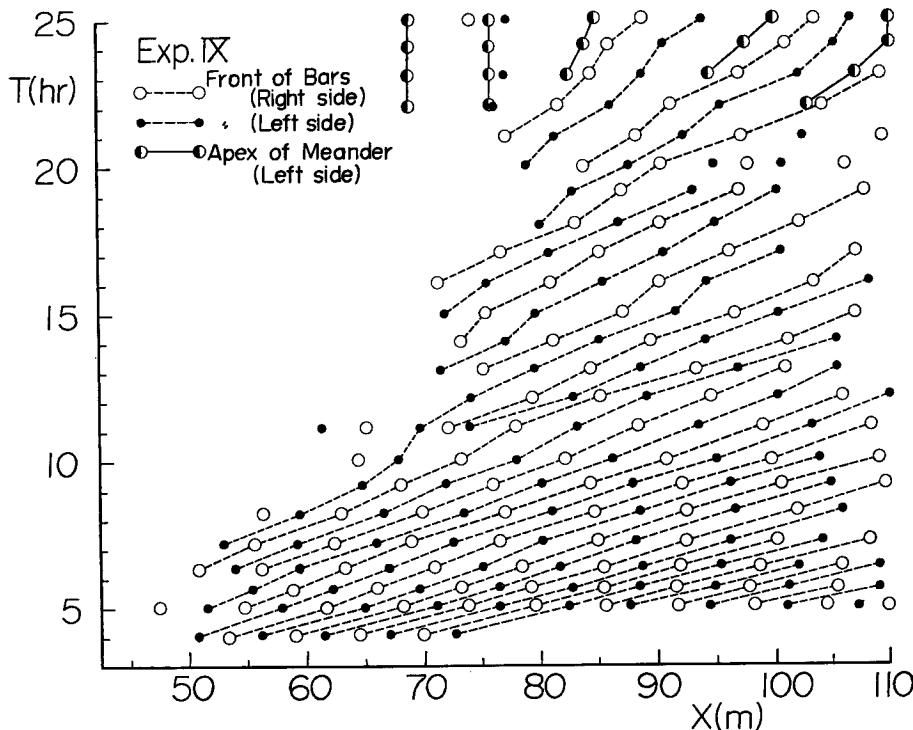


Fig. 7 (d)

Fig. 7 (a)~(d) Migration of fronts of bars and locations of meanders.

最後に、Exp. IX (Fig. 7 (d)) では、Exp. II, IV, VI など同一流量で両岸侵食する場合に比して、砂礫堆の移動速度および波長変化が緩慢であるが、ほぼ同様の変形、発達過程をたどり、約 $T=20\text{ hr}$ で左岸側が砂礫堆に支配された蛇行侵食の形態を呈する。また、 $T=15\text{ hr}$ 以降の砂礫堆の形態は、左岸側に先端をもつ砂礫堆の前縁線の長さが右岸側にあるものより長く、左、右非対称になる場合がみられ、砂礫堆の配列および蛇行侵食個所が他の実験ケースに比して不均一になっている。

以上のように各実験ケースによって砂礫堆の形成状況は若干異なるが、Exp. VI~IX の特殊な条件下でも Exp. II の場合と同様に安定な砂礫堆が形成され、その形状および移動特性に関して実験条件の差違による影響を明確に分離することはできない。また、蛇行流路も安定した形態をもつものが多く、Exp. II と Exp. VII の流量低下段階で部分的に蛇行形成後の砂礫堆の移動と不整合蛇行あるいは複合蛇行の形態が観察された。

しかし、砂礫堆の形状と移動特性は、平均的な流路条件および水理条件が同一であっても流下方向の変化範囲が広く、砂礫堆の相互作用も大きいので、個々の砂礫堆の特性とそれに支配される蛇行流路の形成過程を予測することはむずかしい。このことは砂礫堆が本来確率的な特性をもつものと解されるが、砂礫堆のスケールは、本実験あるいは実際河川においても、平均量の変化スケールと同程度であるので、定常過程としての確率あるいは統計的取扱いができない、また資料数の面からも不可能である。このように、流路変動の支配要素について有効な解析手段は現在のところ明らかでないが、ここでは、主に砂礫堆の特性量の平均値に注目して、その時間的变化と特性量の関係を検討する。

3.2 砂礫堆の特性量の時間的变化と特性量間の関係

砂礫堆を二次元的な波動と考えた場合、特性量として波長、波高、幅（流路幅）、移動速度、位相差およ

び波形を明らかにする必要がある。これらの特性量のうち、位相差は流量あるいは境界条件の変化によって各種スケールの砂礫堆が重合する場合に問題となり、また、波形は次項で述べるように蛇行流路の形成と密接に対応している。しかし、位相差の測定および波形の表現はむづかしく、側壁固定水路の砂礫堆の形状あるいは正弦、余弦関数との相違について若干の検討を行なったが、明確な結論を得ていないので、他の4つの特性量について述べる。

Fig. 8 は、流量幅 B 、波長 L_B 、波高 Z_B および移動速度 V_B の時間的変化を表わした一例であって、各量の平均値と変動範囲が示してある。なお、 B は水面幅、 L_B は砂礫堆2波長（蛇行1波長）、 Z_B は砂礫堆の最高点と最低点の高さの差、 V_B は同一側岸で隣接する砂礫堆の先端移動速度の平均値を用いている。

Fig. 7 (a) と **Fig. 8** から、蛇行発生時点まで ($T < 20\text{hr}$)、流路幅の増大に対応して砂礫堆の波長および波高が増大し、移動速度は急激に減少することがわかる。蛇行発生後は、流れおよび流砂に關係する流路幅が不明確になり、かつ砂礫堆の先端の判定もむづかしくなるので、流路幅の変化と他の特性量との対応は明らかでないが、 L_B 、 Z_B 、 V_B の平均値はほぼ一定とみなせる。また、各特性量の変動範囲は $T=0 \sim 10\text{hr}$ では次第に増加するが、その後は V_B を除いてほぼ一定となっている。他の実験条件でも蛇行流路を発生する場合はこれと同様の傾向を示し、拡幅が小さく蛇行しない場合には、平均値はほぼ一定となるが、変動範囲は **Fig. 8** と同程度である。

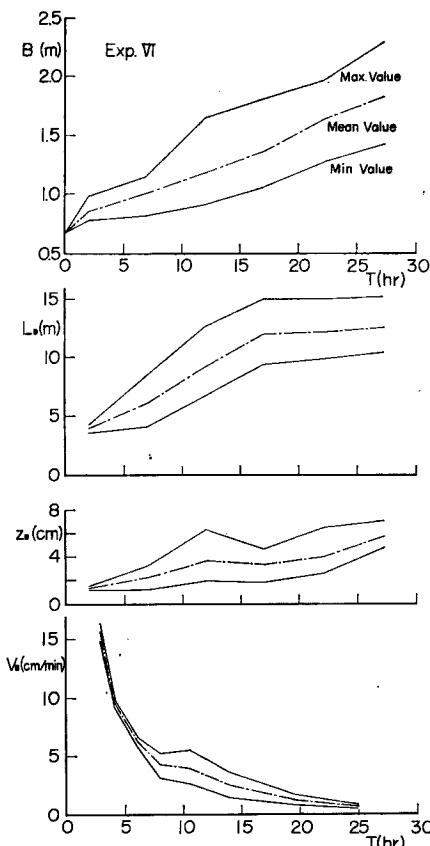


Fig. 8 Variation of channel width and length, height and migration velocity of bars with time.

つぎに、各実験ケースで測定されたすべての砂礫堆を一括して、流路幅と波長および波長と波高の対応関係を図示するとそれぞれ Fig. 9 および Fig. 10 のようになる。また、Fig. 11 は広範囲にわたって前者の関係を調べるために、実河川および実験水路における資料^{4)~10)}を括めたもので、蛇行波長が砂礫堆の波長に対応するものとしている。これらの図より、平均的に

の関係が認められる。しかし、 $L_B/B = 3 \sim 20$, $Z_B/L_B = 10^{-2} \sim 10^{-3}$ あって、変動幅が広い。

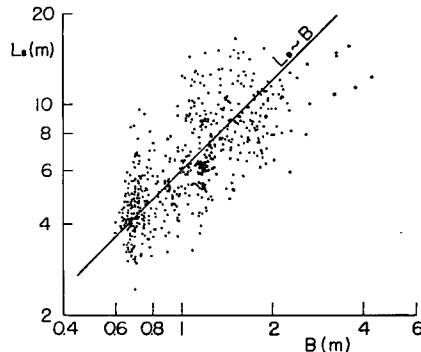


Fig. 9 Relation between channel width and length of bars.

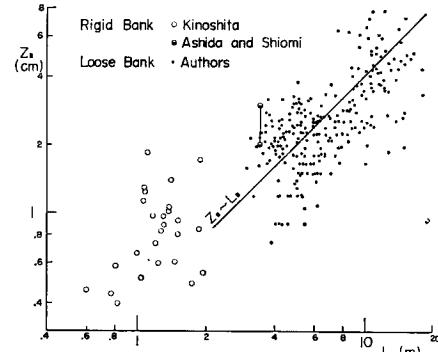


Fig. 10 Relation between height and length of bars.

一方、砂礫堆の移動量と流砂量との対応がよい場合を考えると、

$$Q_B \sim Z_B B V_B \dots \quad (34)$$

となる。(33)式に(34)式の関係を用い、かつ**2.1**の考察で得られる流砂量表示を代入すると

$$V_B \sim \frac{Q_B}{L_B^2} \cdot i^{-\frac{2n+1}{3}} b^{\frac{2(1-m)}{3}} \left(\frac{1 - \gamma_0 i^{-\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}}}{1 - \gamma_0} \right)^m \frac{Q_{B_0}}{L_{B_0}^2} \quad \dots \quad (35)$$

と表わされる。Fig. 12 は砂礫堆の波長と移動速度との対応を各ケースについて調べたもので、直線は(35)式の実験式

$$V_B = 1.5 \times 10^3 \quad Q_{B0}/L_B^2 \quad \dots \quad (35)$$

の関係を示している。定数は(34)および(35)式からわかるように、砂礫堆の波形、流路の拡幅およびこう配変化によって変わる値であるが、ここでは、 $Q_B = Q_{B0}$ とし、Exp. IV の実験値から決定した。Fig. 12 から、蛇行の発生によって砂礫堆の移動が停止し、波長が一定となる範囲を除いて $V_B \sim L_B^{-2}$ の関係が認められ、流砂量の大きさに対応して各実験ケースが分離しているのがわかる。しかし、実験値の分散が大きく、(35)' 式の適合性は明確でない。

以上、砂礫堆の特性量間の平均的な関係を単純に(33)～(35)式で表わしたが、いづれの関係についても実験値の変動範囲が広く、個々の砂礫堆の特性量の予測はむずかしい。また、これらの特性量と流路こう配、摩擦速度、フルード数との対応関係を調べたが、いづれも傾向は明らかでなかった。なお、砂礫堆の波高および伝播速度を**2.3**の考察と対比すると、 Z_B は(23)(31)式に関係し、 V_B は(24)、(32)式に相当するが、不安定条件が明らかになっていないので、これらの式に含まれる水理量から Z_B 、 V_B の特性を論ずることはできない。このように特性量間の関係に対する変動の物理的意味については、さらに砂礫堆の相互作用も含めて決定論的面からの検討が必要であるが、現在のところ多分に確率的因素が支配的のように考えられる。

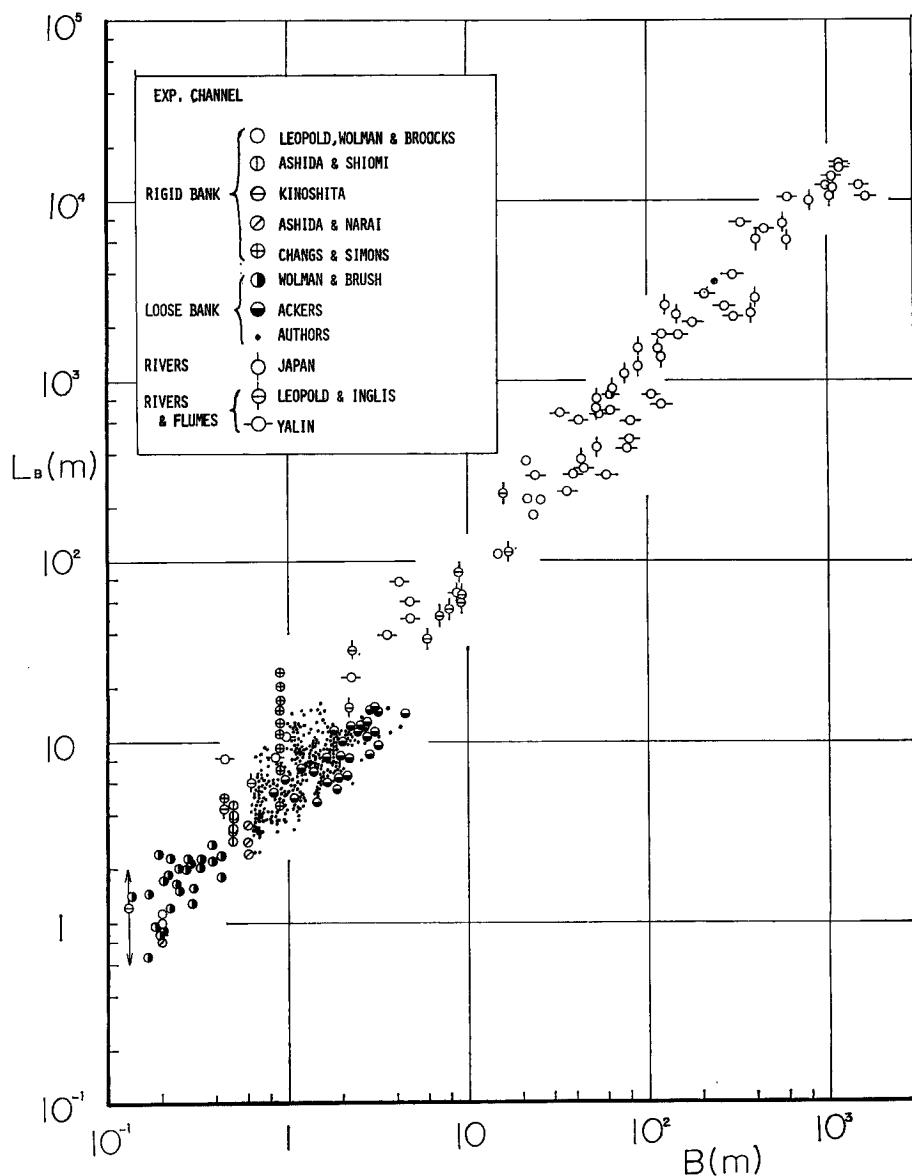


Fig. 11 Relation between channel width and length of bars in various channels and rivers.

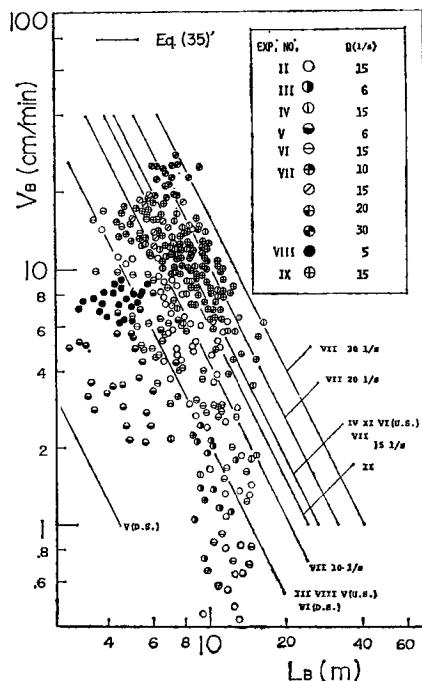


Fig. 12 Relation between migration velocity and length of bars.

3.3 蛇行流路の形成機構

蛇行流路の形成過程の典型的な例を写真測定結果から単純化して示すと Fig. 13 (a), (b) のようである。Fig. 13 (a) は正常な蛇行が形成される場合であって、 $T=20^{\circ}56' \sim 23^{\circ}20'$ の間で局所的な側岸侵食を生じ、砂礫堆は前縁線が横方向に張り出した形態になり、 $T=23^{\circ}20' \sim 25^{\circ}10'$ で砂礫堆の移動速度が急激に減少している。 $T=25^{\circ}10'$ における砂礫堆の前縁線は側岸に平行な部分と流下方向に面する先端部とでは形状が異なっており、前者は流れの集中によって流砂量も多く滑らかな形状をなしているが、後者では、流れが拡散するので流砂量が少なく、不規則な形状を呈している。また、流れの集中する蛇行部の頂点は砂礫堆の先端より後方にあって、砂礫堆の進行と対応して前進するが、蛇行の度合が大きくなると流れが砂礫堆の先端部を横切るようになるので砂礫堆の移動は停止する。この機構は彎曲水路における砂礫堆の停止機構¹¹⁾ と類似している。このように砂礫堆先端部の流砂量の減少と蛇曲による流向変化によって砂礫堆は停止し、蛇行流路はほぼ一様な曲線流路となって振幅を増加させる。蛇行振幅の増加にともなって、平均的な流路こう配は減少するが、流量の集中と流路の曲率が増大するので本実験では蛇行振幅は安定化しなかった。

一方、Fig. 13 (b) の場合は、 $T=24^{\circ}50'$ の段階までは Fig. 13 (a) の場合とほぼ同様の過程をたどる。しかし、 $T=25^{\circ}10'$ の段階になると、蛇曲部に上流の砂礫堆が流入し、流向が側方から中央へ変るので、砂礫堆の変形および蛇曲部の侵食が停止し、それ以降、砂礫堆は直線流路における砂礫堆と同様の形状にもどり、移動速度が早くなつて流下する。したがつて、砂礫堆の先端と蛇曲部の頂点との相対位置および左、右関係が変化し、波長の不均一な蛇行形態が現われ、蛇行は断続的に進行するようになる。

本実験の場合の蛇行流路は、前述のように大部分は Fig. 13 (a) の形成過程を示し、Exp. II と Exp. IX の一部で Fig. 13 (b) の過程がみられた。しかし、Rozovskii ら¹²⁾ は、流路幅 1 m、流路こう配 0.007、河床砂の平均粒径 0.32 mm、流量 2 l/s の条件で 283 時間の通水実験を行ない、砂礫堆の分離、結合による蛇行の不整合が約 18~23 時間の周期で生じ、実際河川でも同様の変動が観察されることを指摘している。こ

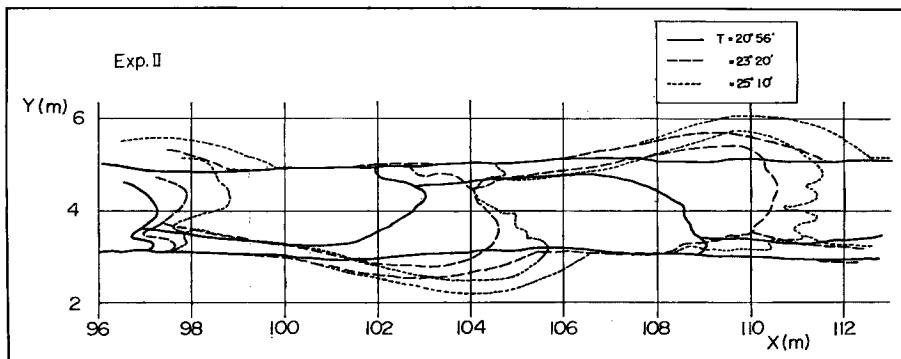


Fig. 13 (a)

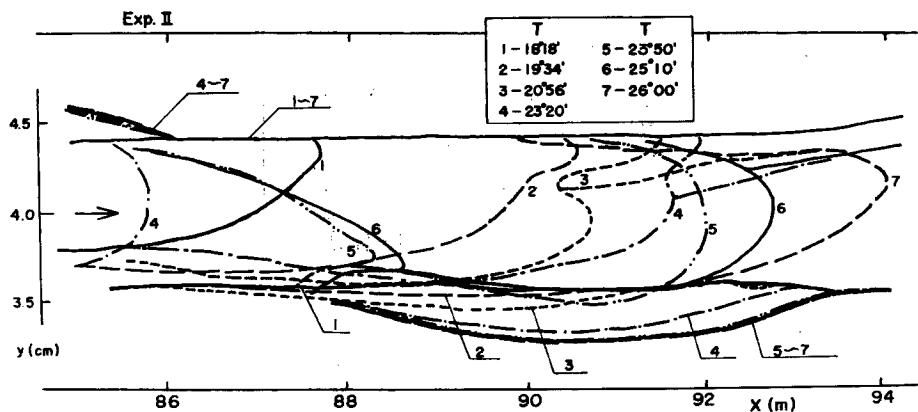


Fig. 13 (b)

Fig. 13 (a)~(b) Development of bars and meanders.

これは Fig. 13 (b) の現象に相当すると考えられ、長い時間スケールでみれば、蛇行が断続的に進行する現象がむしろ一般的と思われる。

つぎに、前項で述べた砂礫堆の特性量と関係づけて、蛇行の形成機構を説明するとつきのように云えよう。すなわち、砂礫堆の波長が短い時点では、波高が低く、移動速度が大きいので、流量の偏りが少なく、かつ側岸の個々の点における主流の作用時間は短くなり側岸は一様に削られていく。拡幅に対応して波長が伸びるにつれて流量の偏りが大きくなり、かつ作用時間が長くなって局所侵食が進行し、その時点の砂礫堆の波長に対応した蛇行が形成される。しかし、砂礫堆が移動を継続する場合には、砂礫堆の波長の通過時間の周期で蛇行の状況が変化するものと考えられる。

このように砂礫堆の作用時間あるいは通過時間に注目して、蛇行発生時の波長と流量の関係を求めてみる。作用時間あるいは通過時間は $T_B = L_B / V_B$ で表わされ、また、最初の蛇行発生時点までは、Fig. 12 に示したように (35) 式の関係が成り立つので、 $T_B \sim L_B^3 / Q_B$ の関係にある。いま、蛇行発生時点の作用時間を $T_B = T_{BC}$ 、蛇行波長を $L_B = L_M$ とし、(33) と (34) 式の比例定数をそれぞれ k_1, k_2, k_3 で表わす。また、流砂量として、簡単に $Q_B = k_4 Q^{3/2}$ の関係を仮定し、(33)、(34) 式を用いると蛇行波長は

$$L_M = a Q^{1/2}, \quad a = k_1 k_4 T_{BC} / k_2 k_3 \dots \quad (36)$$

で表わされる。 $k_1 \sim k_4$ として本実験の平均値、 $k_1 = 6, k_2 = 4 \times 10^{-2}, k_3 = 0.1, k_4 = 2 \times 10^{-2} (\text{m}^3/\text{sec})^{-1/2}$ を用

い、 T_{BC} はFig. 12より $T_{BC}=10\text{ hr}$ と仮定すると、蛇行の平均波長 \bar{L}_M と流量の関係は

となる。これまで得られている経験則では、(37) 式の指数は 0.43～0.50、係数は 40～70 である。しかし、定数 k_1 ～ k_4 の変化範囲が広く、 T_{Bc} は側岸の侵食抵抗に關係し、また Q の代表量の決め方にも問題があるので、(37) 式は凡そそのオーダーを示しているにすぎない。なお、上述の Rozovskii らの実験の平均蛇行波長は約 8 m あって、砂礫堆の移動速度として本実験の最終状態の値 0.5～1 cm/mim を仮定すると、砂礫堆の通過時間は 13～26 時間となり、変動周期の観測結果に対応する。以上、砂礫堆の特性に注目して蛇行流路の形成機構を検討し、側岸侵食性水路における蛇行波長の推定を行なったが、さらに 2 で述べた一次元解析の拡張を行なうには、砂礫堆の波形変化および蛇曲部との相対位置による流量の集中度の変化、流路の曲率の侵食および土砂流送に及ぼす効果などを明らかにしていく必要があろう。

4. 結 言

以上、本文では、流路変動の一次元解析の適用性を各種の条件下での実験結果から検討するとともに蛇行流路の形成に関連して線形安定論にもとづく流路変動の安定性の検討ならびに砂礫堆の特性と蛇行の形成機構に関する考察を行なった。

本来、流路の変動過程は水際の侵食機構と断面内の局所的な流砂機構に関する現象であって、こうした局所機構は断面平均の現象と必ずしも一対一対応を示さないので、一次元的な解析結果から予測できる範囲は自ら限られてくる。本研究で試みた解析では、一様な拡幅状態で安定流路を形成する過程に限られており、蛇行流路のような局所機構が卓越する流路変動に対しては理論の修正は現状ではむずかしい。しかし、一次元解析は流路の平均的な変化過程に対する水理条件および流路条件の影響を検討する手段としては極めて有効であって、今後も侵食および土砂流送の機構の面から解析に修正を加えることによって、流路変動の巨視的な予測精度を上げたいと考えている。

また、流路変動の安定性の考察からは、流路変動に対する側岸侵食性の影響は小さく、通常の水理条件下では無視できるという結果が得られ、砂礫堆の特性量間の関係においても側岸条件の影響が明確に認められなかった。しかし、変動の安定性の検討は微小振幅の一次元的変動の場合に限られており、基底量についても等流状態と仮定しているので、さらに現象に則した検討が必要であろう。

一方、砂礫堆の特性と蛇行の形成機構の検討では、砂礫堆の特性量間の関係に注目して考察し、それらの平均的な対応関係を明らかにしたが、各量の変動範囲の物理的意味および統計的特性は明確にできなかった。砂礫堆の統計的特性を検討するには同一条件で多数回の繰り返し実験を行う必要があるが、実際には砂礫堆相互の関係とその安定性を明らかにすることが重要であって、さらに砂礫堆の形状についての詳細な測定と長い時間スケールの実験を行なう必要があろう。

本研究の範囲では、主に定常流下における流路変動の検討にとどまったが、今後、流量の低下段階で観察された網状流路の形成過程に関して系統的な研究を行ない、非定常流下の流路変動機構を明らかにしたいと考えている。また、本実験で用いた水路では、給砂量を制御できないので短時間の実験にとどまったが、一様拡幅過程での極限状態、蛇行流路の長期的な変動など本文で述べた事項の実証とともに給砂条件の流路変動に対する影響の検討を行ないたいと考えている。

最後に、本論文の図面の整理に協力して頂いた中村行雄技官に謝意を表するとともに、基礎式の数値計算には、京大大型計算センター FACOM 230-60 を用いたことを付記する。

參 者 文 獻

- 1) 芦田和男・村本嘉雄・奈良井修二・塙入淑史：河道の変動に関する研究(1)——流路の変動過程に関する実験——，京都大学防災研究所年報，第13号B，昭45.3，pp. 243-260.
 - 2) 芦田和男・村本嘉雄・奈良井修二：河道の変動に関する研究(2)——安定流路の形状と形成過程——，

- 京都大学防災研究所年報, 第14号B, 昭46.4, pp.275-297.
- 3) 前出1)
 - 4) Graf, W. H.: *Hydraulics of Sediment Transport*, Mc Graw-Hill, 1971, pp.262.
 - 5) Wolman, M. G. and L. M. Brush: *Factors Controlling the Size and Shape of Stream Channels in Coarse Noncohesive Sands*, USGS, Prof. Paper 282-G, 1961.
 - 6) Ackers, P. and F. G. Charlton: *The Geometry of Small Meandering Streams*, Proc. ICE, Paper 7328S, 1970, pp.289-317.
 - 7) Chang, H. Y. and D. B. Simons: *Flume Experiments on Alternate Bar Formation*, Proc. ASCE, Vol. 97, WW. 1, 1971, pp.155-165.
 - 8) 木下良作: 石狩川河道変遷調査—参考編一, 科学技術庁資源局資料, 第36号, 昭37.12.
 - 9) 芦田和男: 移動床流れの河床形状, 第16回水理講演会講演集, 昭47.2., pp.133-139.
 - 10) Yalin M.S.: *On the Formation of Dunes and Meanders*, Proc. 14th Congress of I.A.H.R., Vol. 3, C-13, 1971, pp.101-108.
 - 11) 村本嘉雄, 吉村知司: 弯曲水路の河床変動に関する研究(2), 京都大学防災研究所年報, 第12号B, 昭44.3, pp.411-425.
 - 12) Rozovskii I. L., E. B. Eremenko and B. A. Bazilievitch: *Nieuctanobivciecia Dvidzenie Vodnovo Patoka nidze Gidroelektrostantsui evo Vliianie na Ryclo*, Izdatelictvo «Nauka Dumka», Kiev, 1967, pp.152-192.