

# 浮遊砂に関する研究(2)

—濃度の光学的測定法—

道上正規・白川清

## STUDY ON THE SUSPENDED SEDIMENT (2)

—An Optical Method for Measurement  
of Suspended Sediment Concentration—

By *Masanori MICHIE* and *Kiyoshi SHIRAKAWA*

### Synopsis

In this paper, a theoretical consideration for measurement of the suspended sediment concentration was conducted on the basis of the optical principle. It was clarified from this consideration that suspended sediment concentration can be measured with the optical method if we measure the average diameter and the standard deviation of the suspended sediment, and the rectilinear attenuance.

The probe of an instrument for measurement of the suspended sediment concentration consists of the Gallium Arsenide Diode as the light source and the Phototransistor as the sensor. The concentration of the suspended mater consisted of uniform and monuniform sediment was measured with this instrument, and the result was compared with a theoretical equation derived by authors.

### 1. 緒 言

河川の掃流砂量はほぼ流量に、一方浮遊砂量はほぼ流量の2乗に比例して増加するといわれているので、全流砂量のうちで浮遊砂量の占める割合は流量の増加にともなって大きくなるものと考えられる。このような浮遊砂は通常ほとんど河床に堆積せずに、洪水期間中に河口まで流送されるものと考えられているが、河川改修、貯水池の埋没および海岸侵食の諸問題を明らかにしていく上にあたっては、精度の高い浮遊砂量の予測が望まれる。河川で測定されている浮遊砂濃度はサンプラーによって数10秒程度採水されて平均化されたものであるが、その測定結果は非常なばらつきを示し、理論的に計算される濃度分布式との比較が困難な状況下にある。浮遊砂は河川の乱流と非常に密接な関連があるので、濃度の連続測定によってその変動特性を把握し、河川における浮遊砂濃度の測定精度を高める必要がある。

浮遊砂濃度の連続測定装置の主なものとしては、X線またはγ線を使用したもの<sup>1)</sup>と光学的原理に基づくものと考えられる。前者はX線またはγ線の物質透過に際しての減衰が、透過部分の密度によって決定されることを利用したもので、この方法の特徴は直接濃度測定ができるということおよび高濃度の測定に適しているということであろう。しかしながら、装置の製作に多額の費用を要することおよびその取扱いが規制されることが欠点といえよう。一方後者は比較的簡単に作くることができるが、濃度を間接的に測定するため浮遊砂の粒度分布を知ることが必要である。これら以外に超音波を利用した濃度計についても研究されているが、まだ実用化の段階には至っていない。

光を利用した濃度計の研究は本間・堀川・間淵<sup>2)</sup>や Bhattacharya・Glover・Kennedy<sup>3)</sup>によって行なわれ

ており、濃度の連続測定も次第に可能になりつつある。しかしながら、これらの研究は主に均一砂の濃度を対象にして進められているので、河川の浮遊砂のように粒度分布に広がりのある場合の濃度測定について検討しなければならない。以上の観点にたって、著者らは光学的原理に基づく均一砂および混合砂の濃度測定法を検討し、こうした原理に基づいて濃度計を試作したのでここに報告する。

## 2. 光学的濃度計の原理

光の波長が粒子径に比較して十分小さい場合には、浮遊砂中の光量の減少は砂粒の断面積による遮蔽効果が支配的であることが知られている。光源は単色光に近い平行光線としあつ砂粒子の形状は完全な球とすれば、Fig. 1 を参考にして遮蔽による光量の減少は次式のように表わされる<sup>2)</sup>。

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\frac{\pi}{4} L K \sum n_i d_i^2\right) \quad \dots (1)$$

ここに、 $I_0$ : 入射光および透過光の強度、 $L$ : 光源と受光面の距離、 $n_i$ : 単位体積当たりに含まれる粒径  $d_i$  の粒子数、 $K$ : 遮蔽係数（吸光係数）である。容積濃度  $C_v$ 、平均体積径  $D$  および平均面積径  $A$  はつきのように表示される。

$$C_v = \frac{\pi}{6} \sum n_i D^3, \quad D^3 = \frac{\sum n_i d_i^3}{\sum n_i}, \quad A^2 = \frac{\sum n_i d_i^2}{\sum n_i} \quad \dots (2)$$

(2)式を(1)式に代入して整理すれば、

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left\{-\frac{3}{2} L K \left(\frac{A}{D}\right)^2 \frac{C_v}{D}\right\} \quad \dots (3)$$

の関係をうる。これらの式はすべて個数百分率の粒度分布に基づいて得られたものであるので、通常用いられる重量百分率の粒度分布と個数百分率のそれとの関係を明らかにしておく必要がある。いま個数百分率の粒度分布を  $g(d_i)$ 、重量百分率のそれを  $f(d_i)$  とし、これらの関数が連続であるとすれば、両者の関係は

$$f(d_i) = \frac{N \frac{\pi}{6} d^3 \gamma g(d_i)}{\int_a^b N \frac{\pi}{6} d^3 \gamma g(d_i) dd_i}$$

で表わされるので、 $g(d_i)$  は簡単につぎのように表示できる。

$$g(d_i) = A f(d_i) / d_i^3 \quad \dots (4)$$

ここに、 $A$ : 規格化条件の定数、 $N$ : 単位体積当たりの全粒子数、 $\gamma$ : 単位体積当たりの重量および  $a, b$ : 砂粒の最小および最大径である。(4)式を(2)式に代入して  $D$  および  $A$  を積分記号で表わすと、次式のように書ける。

$$D^3 = \frac{\int_a^b d_i^3 g(d_i) dd_i}{\int_a^b g(d_i) dd_i} = \frac{\int_a^b f(d_i) dd_i}{\int_a^b \{f(d_i)/d_i^3\} dd_i} \quad \dots (5)$$

$$A^2 = \frac{\int_a^b d_i^2 g(d_i) dd_i}{\int_a^b g(d_i) dd_i} = \frac{\int_a^b \{f(d_i)/d_i\} dd_i}{\int_a^b \{f(d_i)/d_i^3\} dd_i} \quad \dots (6)$$

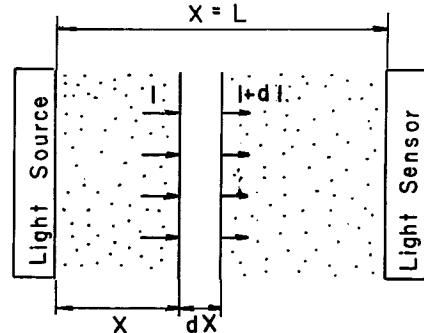


Fig. 1 Schematic sketch on attenuation of light.

いま、 $f(d_i)$  が対数正規分布に従うものとし、 $\xi = \log_e d_i$  とおけば、 $f(\xi)$  はつきのよう表示される。

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(\xi-m)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad \dots \quad (7)$$

ここに,  $m$ :  $\xi$  の平均値および  $\sigma$ : 標準偏差で  $\log e/\sqrt{d_{84}/d_{16}}$  である。(7)式を(4)式に代入して, 規格化の条件を考慮すると,  $g(\xi)$  は次式のように表わされる。

$$g(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left[-\frac{\{\xi - (m - 3\sigma^2)\}^2}{2\sigma^2}\right] \dots \quad (8)$$

重量百分率が対数正規分布に従うときは、個数百分率もまた対数正規分布に従い、平均値のみが  $(m - 3\sigma^2)$  に変化することを上式は示している。(8) 式を (5) および (6) 式に代入して、 $D$  と  $A$  を  $m$  と  $\sigma$  で表示すると次式のようになる。

$$D = \exp(m - 5\sigma^2/6) \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

$$\mathcal{A} = \exp(m - \sigma^2) \dots \quad (10)$$

平均値は  $m = \log_e \sqrt{d_{64} \cdot d_{16}}$  で表わされるものとし、これと(9), (10)式を(3)式に代入して整理すれば、光量の減衰と濃度の関係は次式のように表わされる。

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\frac{3}{2} L K e^{\sigma^2/2} \frac{C_v}{d_m}\right) \dots \dots \dots \quad (11)$$

ここに、 $d_m = \sqrt{d_{84} \cdot d_{16}}$  である。上式から明らかのように、均一砂では、

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\frac{3}{2}LK\frac{C_v}{d_m}\right) \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

のようになり、光量の減少は  $L$  および  $K$  が一定であれば、 $C_v/d_m$  のみの関数となることがわかる。一方、混合砂では均一砂の場合に比較して、 $e^{\sigma^2/2}$  が付加されており、濃度および平均粒径が一定であるときには、混合砂の光量の減少の方が均一砂のそれよりも大きい。 $e^{\sigma^2/2}$  と  $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$  の関係を図示すれば、Fig. 2 のようになり、混合砂ではこのような補正を加えなければならない。

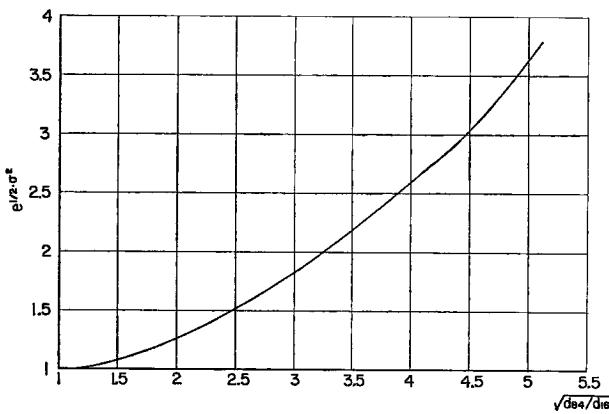


Fig. 2 Relationship between  $e^{z^2/2}$  and  $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$

さて(11)式をテイラー展開して1次の項までとることにすれば、

$$\frac{I_0 - I}{I_0} \equiv \frac{\Delta I}{I_0} = \frac{3}{2} K e^{\sigma^2/2} \frac{C_v}{d_m} \quad \dots \quad (13)$$

のように書ける。近似的に対数正規分布が適用できかつ濃度の小さい範囲では上式が成立するものと考えられる。(13)式中の遮蔽係数(吸光係数)は Rose<sup>1)</sup>によれば、30 μ 以上の砂粒径では K=1 となるようであり、粒径に無関係に表わされる。

### 3. 濃度計の概要

(11)および(13)式から明らかなように、濃度の増加による光量の減少と浮遊砂の粒度分布を測定すれば、濃度の絶対値の測定が可能である。いま簡単のために、(12)式で示されるような均一砂の場合の光量の減少と  $L$  および  $C_v/d_m$  の関係を検討してみることにしよう。これらの関係は Fig. 3 に示されているが、光源と受光面の距離  $L$  が大きくなると、 $C_v/d_m$  の小さい範囲の測定に適しており、一方  $L$  が小さいときは、 $C_v/d_m$  の大きい範囲の測定に適している。ここではこうした点を考慮して実験室用として、 $L=3\text{ mm}$  になるように設計した。濃度計の受感部の概要是 Fig. 4 および Photo. 1 に示されている。

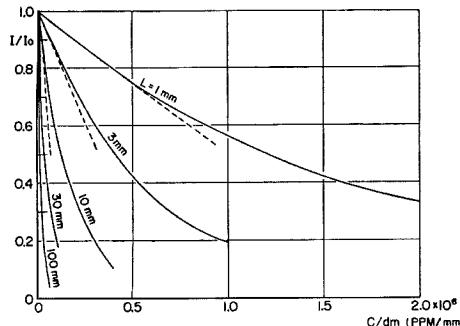


Fig. 3 Relationship between  $I_o/I$  and  $C/d_m$ .

光源としては安定でかつ波長  $0.94\mu$  (近赤外) の非常にシャープなスペクトル特性を有しあつその大きさが小さいことを特徴としているガリウム砒素発光ダイオード(早川電機工業 k.k.)を使用した。

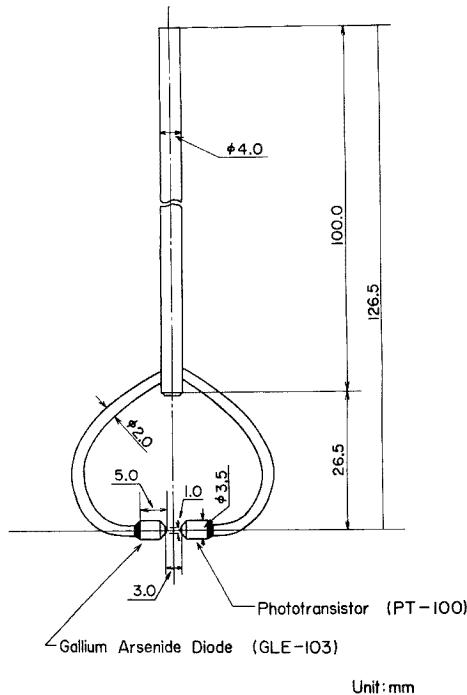


Fig. 4 Dimension of probe of manufactured instrument.

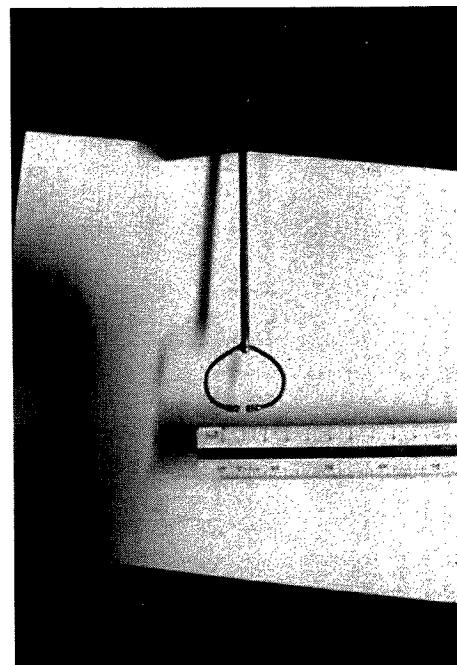


Photo. 1 Probe of instrument for measurement of suspended sediment concentration.

また受光器としてはこの発光ダイオードからの光量を受けるのに適したシャープシリコンホトトランジスター PT-100 を使用し、受光面における光量の増減を電圧変換して濃度を測定することにした。光源には定電圧をかけて、光源が一定に保たれるようにするとともに、受光器が飽和しないような光量を与えかつ光量と受光器の出力が一対一の対応を保つように注意を払った。出力は直流増幅器を通して、測定に便利なように増幅して記録計に接続した。測定結果の1例を Fig. 5 に示しているが、実験室内ではほぼ初期の目的が達成された。

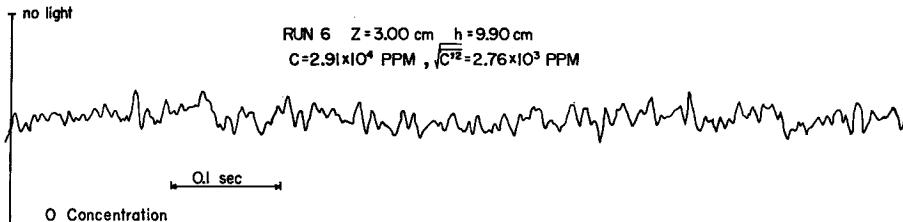


Fig. 5 Record of suspended sediment concentration measured with this instrument.

#### 4. 濃度計の検定

##### 4.1 均一砂による検定

濃度計の検定を行なうために、実験水路で濃度計とサイフォン式サンプラーを近接させかつ河床からの高さを同一にして濃度測定を行なった。使用砂は  $d_m = \sqrt{d_{84} \cdot d_{16}}$ : 0.097 mm (A 砂) および 0.034 mm (B 砂),  $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$ : A および B 砂とも 1.15 である。これらの砂は  $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$  が 1 に近いことから Fig. 2 を参考にすれば均一砂とみなされるので、 $C_v$  を ppm 単位の重量濃度で表わし、 $L=3$  mm,  $K=1$  とすれば、(13)式は次式のように書ける。

$$\frac{\Delta I}{I_0} = \frac{\Delta V}{V_0} = 1.7 \times 10^{-6} \frac{C}{d_m} \quad \dots \dots \dots (14)$$

ここで、 $\Delta V$ ,  $V_0$ :  $\Delta I$  および  $I_0$  に対応した出力電圧,  $C/d_m$ : ppm/mm 単位である。

Fig. 6 はサンプラーで測定した濃度と濃度計によって実測した出力との関係を○印で示すとともに、(14)式の関係を直線で示したものである。この図から、光波長が砂粒径よりも十分小さい場合においては、均一砂では十分な精度でこの濃度計を使用しうることが理解されよう。また心配されたレンズ面のよごれなども流れの中に押入しているために生じず、理論式で予測したとおりの結果が得られたことは注目すべきことといえよう。さらに室内であれば、光源と受光器の距離が小さくかつ光量の強度が大きいので、自然光の影響はほとんど問題にならないようである。

##### 4.2 混合砂による検定

混合砂では粒度分布に広がりがあるので、その粒度分布が対数正規分布するとして、(13)式の定数を決定すると次式のようになる。

$$\frac{\Delta V}{V_0} = 1.7 \times 10^{-6} e^{x^2/2} \frac{C}{d_m} \quad \dots \dots \dots (15)$$

ここで、 $e^{x^2/2}$  は Fig. 2 から求められる値である。均一砂の場合と同様に混合砂における濃度計による実測結果と(15)式の関係を比較したものが Fig. 7 である。なお浮遊砂の粒度分布は V.A.Tube 法によって沈降速度を求め、これに Stokes および Allen の式を適用して計算したものである。この図から、理論式と実測値とはかなり粒度分布に広がりのある浮遊砂に対しても比較的良好な一致を示すが、均一砂の場合ほど理論式と実測値との相関はよくない。このことは粒度分布正規分布で近似したことなどが原因と考えられる。

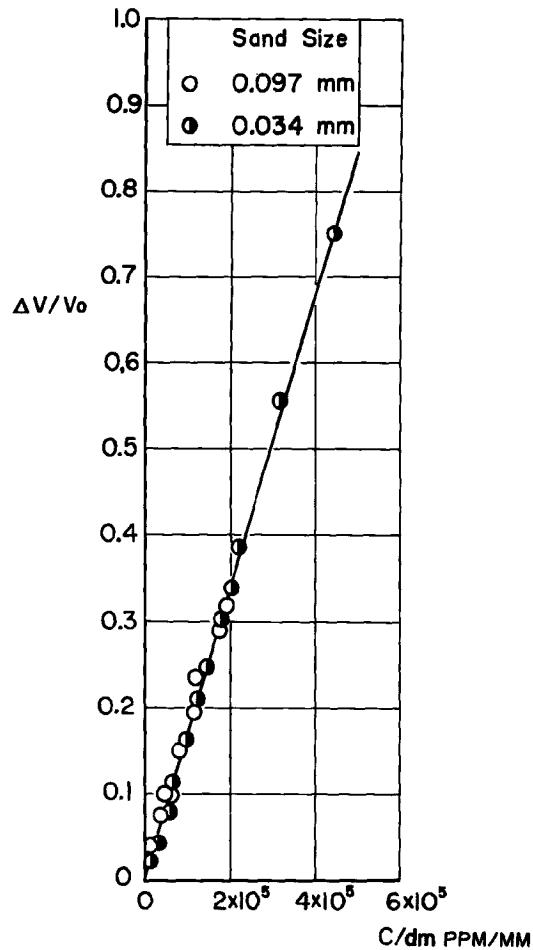


Fig. 6 Calibration curve concerning uniform sediment.

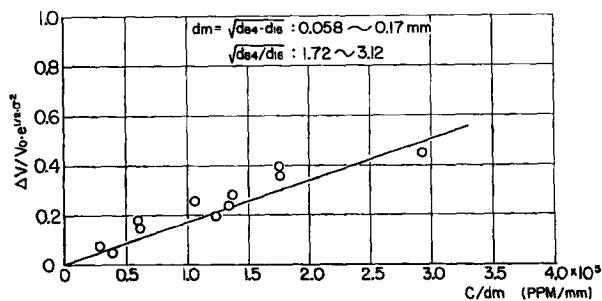


Fig. 7 Calibration curve concerning nonuniform sediment.

以上のように混合砂に対しても、 $e^{-t^2/2}$  の係数を用いて補正すれば、均一砂と同様に濃度の絶対値を測定することができるので、サンプラーと濃度計を併用すれば精度の高い浮遊砂濃度の観測ができるものと思われる。

## 5. 測 定 結 果

水路巾 20 cm の循環式水路において、使用砂として A 砂を用い、濃度変動を測定した 1 例が Fig. 8 に自己相関係数として、また Fig. 9 にスペクトルとして図示されている。なおこれらの図について示されていいる流速変動は翼の回転直径 2 cm のプロペラ式流速計によって測定した結果である。濃度の記録はビデオラフにアナログ記録させ、流速変動はプロペラの回転によって現われるパルスの個数によって測定した。濃度

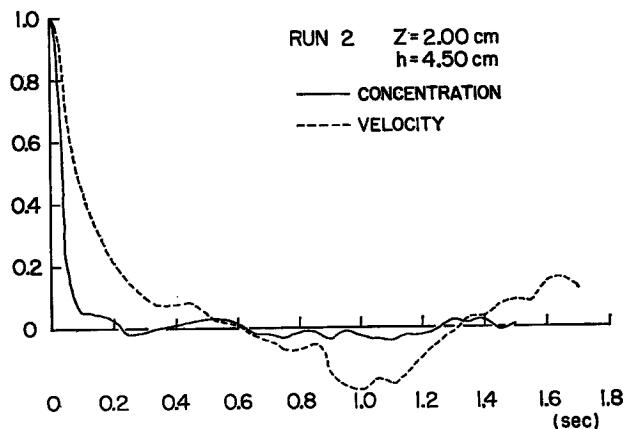


Fig. 8 Auto-correlation coefficients.

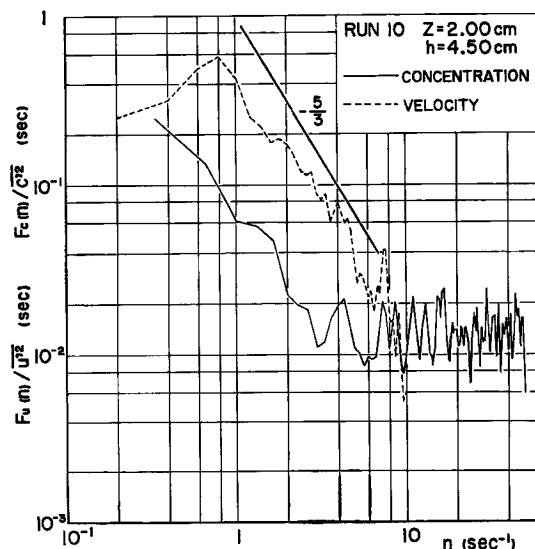


Fig. 9 Power spectra. ( $c=11900 \text{ ppm}$ ,  $\sqrt{\bar{c}^2}=454 \text{ ppm}$ ,  $u=48.5 \text{ cm/s}$ ,  $\sqrt{\bar{u}^2}=2.1 \text{ cm/s}$ )

度変動は、読み取り時間間隔：0.01 sec, データー数：1500 個、観測時間：15 sec, および流速変動では読み取り時間間隔：0.05 sec, データー数 300 個、観測時間：15 sec である。

浮遊砂が存在する場合には流体の密度が変化するのでこうした流速計によっては正確な流速測定が困難となり、したがってその結果も大略の傾向を示すにすぎないと考えられる。しかしながらここでは一応このようにして測定された流速変動と濃度変動を比較すると、濃度変動のスケールは流速変動のそれに比してかなり小さく、またそのパワースペクトルのこう配も Kolmogoroff による  $-5/3$  乗則よりも小さくなっている。ホワイトノイズ的である。こうした結果は他の多くの測定結果からも認められることであり、また濃度変動の強さは  $\sqrt{\bar{C}^2}/\bar{C} < 0.1$  の範囲であったことから濃度変動を推測すると、こうした流れでは 15 秒程度の採水時間でほぼ平均的な濃度を測定しうるようである。このことは河床に顕著な砂渦が発生していないことによるものと考えられるので、砂渦が十分に発達した状態での測定を今後行なっていく必要がある。

以上測定結果の 1 例を示したが、この濃度計を河川に適用する場合の問題点および改良しなければならない事項を列挙するとつきのようである。

- (1) 光源および受光器を完全防水にしなければならない。
- (2) 濃度測定が広範囲にわたって精度よく行なわれるためには、光源と受光器の距離が可変になるよう設計する必要がある。
- (3) 直流増幅器を用いる場合には若干のドリフトがあるので、長時間の測定には適さない。
- (4) 河川では自然光の影響は無視できないので、自然光を遮断するためのシャッターを取付けるかあるいは光源に交流電源を与えて自然光を直流成分としてカットする必要がある。
- (5) 濃度の絶対値は浮遊砂の粒度分布を知らなければならないので、濃度計とサンプラーを併用する必要がある。

これらの点を考慮に入れて本装置を改良して使用すれば、河川の浮遊砂濃度の測定精度を上げることに役立つものと思われる。今後さらに本装置の安定性をはかり、 $w$  成分の流速測定を行なって浮遊砂の拡散係数や浮遊機構の解明に努めたいと考えている。

## 6. 結 語

浮遊砂濃度を光学的に測定するために、砂粒子の遮蔽による光量の減少に着目して、均一砂および混合砂の濃度測定に関する理論的検討を加えた。こうした原理に基づいて試作した濃度計によって浮遊砂濃度を測定した結果、均一砂および混合砂に対して理論的に誘導されたパラメーターを用いれば、本装置により浮遊砂濃度の絶対値が測定されうることを明らかにした。今後このような濃度計を河川の浮遊砂の測定に耐えうるように改良を加えて、洪水時の浮遊砂濃度の測定を行ないたいと考えている。

最後に本研究に遂行するにあたって、終始御指導を賜った矢野勝正教授に深く感謝の意を表明するとともに、計測器の製作で労をわざらわしたメトロ電機研究所沢野技師に感謝の意を表わす。なお計算にあたっては京都大学大型計算機センター電子計算機 FACOM 230-60 を使用した。

## 参 考 文 献

- 1) Murphree, C. E., G. C. Bolten, J. R. McHenry and D. A. Parsons: Field Test of an X-Ray Sediment Concentration Gauge, Annual ASECE Meeting Madison, Wisconsin, 1966.
- 2) 本間 仁・堀川清司・間淵昭次: 浮遊砂濃度の測定法について、土木学会第 18 回年次学術講演会講演概要、第 II 部、昭 38, pp. 151-154.
- 3) Bhattacharaya, P.K., J. R. Glover and J. F. Kennedy: An Electro-Optical Probe for Measurement of Suspended Sediment Concentration, Proc. 13th Cong. Kyoto, I. A. H. R. Vol. 2, 1969, pp. 241-250.
- 4) 久保輝一郎ら編: 粉体—理論と応用一, 丸善, 昭 37, p. 182.